GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE ENTRADA

MATERIAL DE APOIO PARA O PROFESSOR

8º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
1º Semestre de 2020

Avaliação Diagnóstica de Entrada

APRESENTAÇÃO

A política educacional da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo explicita em seu Plano Estratégico 2019-2022 a nossa missão: "garantir a todos os estudantes aprendizagem de excelência e a conclusão de todas as etapas da educação básica na idade certa".

Para alcançar esse propósito, os processos avaliativos exercem um papel essencial. As avaliações diagnósticas e formativas se complementam com a finalidade de apoiar o trabalho dos professores, direcionando-o para as necessidades de aprendizagem dos estudantes. Aqui se inserem a Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE - e a Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - que neste ano estão planejadas de forma articulada ao Calendário Escolar 2020, em momentos-chave do ano para utilização de seus resultados como apoio às escolas, oferecendo suporte às Semanas de Estudos Intensivos, às ações contínuas de recuperação, aprofundamento e replanejamento ao longo dos bimestres.

O desenho pedagógico das avaliações aplicadas a todos os anos/séries do ensino fundamental e do ensino médio, que inclui a ADE e a AAP, está articulado ao currículo, envolvendo ação integrada dos diferentes departamentos da Coordenadoria Pedagógica. Adota o Currículo Paulista como referencial no ensino fundamental, e no ensino médio o currículo oficial ainda vigente para esta etapa.

A **Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE** – que constitui o conteúdo deste primeiro documento – aplicada no início do ano letivo, **é focada exclusivamente nas habilidades de anos/séries anteriores essenciais para o percurso educacional dos estudantes,** necessárias à aquisição das habilidades do currículo previstas para o ano a ser iniciado. Permitirá a identificação, de forma mais precisa, das reais necessidades de aprendizagem dos estudantes, explicitando tanto as habilidades que mais dominam como aquelas que necessitam de maior atenção.

Já as AAP, enquanto avaliações formativas bimestrais, trarão majoritariamente habilidades previstas no currículo (Currículo Paulista para o ensino fundamental e currículo oficial ainda vigente no ensino médio) para os respectivos bimestres do ano em curso e, como inovação, incluirão também algumas habilidades de percurso - as anteriores que devem ser desenvolvidas ou consolidadas para a continuidade do processo de aprendizagem.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – Prova do Aluno – foram elaborados os correspondentes materiais de apoio ao docente, contendo os quadros de habilidades, questões, gabaritos, orientações para aplicação (no caso dos anos iniciais do ensino fundamental) e recomendações pedagógicas para cada prova.

Ao contrário das avaliações de sistema em larga escala, as questões das avaliações ADE e AAP não são sigilosas. As provas impressas são enviadas para as Diretorias de Ensino em pacotes abertos, para entrega às escolas, e publicadas na Intranet ao final da sua aplicação. Isso porque é um material de apoio para o trabalho pedagógico. Sendo assim, é fundamental que todos os envolvidos no processo se conscientizem da importância de não divulgar os gabaritos enquanto durar a aplicação, pois isto apenas prejudica a fidedignidade dos diagnósticos e consequentemente o trabalho pedagógico a partir das necessidades dos estudantes.

Os registros resultantes da ADE, das AAP e do Saresp, inseridos na Secretaria Escolar Digital - SED e apresentados na Plataforma Foco Aprendizagem, agregados aos que a escola e o professor já possuem a partir de suas avaliações internas, oferecem informações preciosas para o planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação e aprofundamento.

Esperamos que as avaliações e orientações pedagógicas sejam efetivamente subsídios concretos à ação docente para a necessária intervenção pedagógica a favor da melhoria da aprendizagem de todos os nossos estudantes.

Coordenadoria Pedagógica (COPED)

Avaliação Diagnóstica de Entrada - Matemática

A premissa básica a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o estudante no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas para a Avaliação Diagnóstica de Entrada 2020 de Matemática que subsidiarão o trabalho no ano letivo.

Assim, a avaliação haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o Currículo Paulista destaca que:

> [...] a avaliação produz informações valiosas no que diz respeito à aprendizagem dos estudantes, às necessidades de recuperação e de reforço das aprendizagens, à própria prática em sala de aula, permitindo adequações e mudanças metodológicas.
>
> Desta forma, avaliar demanda um olhar atento do professor em relação aos avanços, assim como pensar em instrumentos pelos quais possa, de fato, diagnosticar as aprendizagens dos estudantes e seus níveis de proficiência a respeito do que lhes foi ensinado e planejar ações necessárias para que todos possam aprender. SÃO PAULO, 2018, p. 42

É importante salientar que as observações que constam nos Comentários e Recomendações Pedagógicas deste caderno são pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos estudantes.

É importante o professor realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA

COPED – CEFAF e CEM

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE ENTRADA

Matriz de Referência – 8º ano do Ensino Fundamental

Questão	Habilidade
1	Identificar situações em que existe proporcionalidade entre grandezas.
2	Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos.
3	Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.
4	Resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência.
5	Resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.
6	Identificar situações em que existe proporcionalidade entre grandezas.
7	Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.
8	Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.
9	Resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.
10	Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.
11	Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos.
12	Resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência.

GABARITO

QUESTÃO	A	B	C	D
1				X
2			X	
3	X			
4		X		
5		X		
6		X		
7			X	
8		X		
9		X		
10			X	
11			X	
12			X	

Habilidade
Identificar situações em que existe proporcionalidade entre grandezas.

Questão 01

As afirmações a seguir envolvem grandezas que podem ou não ser proporcionais.

I – Uma empresa deve comprar panfletos para divulgar o seu último produto. Sabe-se que cada 100 panfletos custam R$10,00. O número de panfletos e o preço total pago são grandezas diretamente proporcionais.

II – Uma vela de 10 centímetros fica acesa por 1 hora. Logo se tivesse 20 centímetros ficaria acesa 2 horas. O tamanho da vela e o tempo em que ela fica acesa são grandezas inversamente proporcionais.

III - Uma pessoa de 40 anos tem massa corporal de 90 Kg. A idade e a massa corporal são grandezas que não apresentam proporcionalidade.

IV – Uma máquina produz 10 peças por minuto. O número de máquinas trabalhando e o número de peças produzidas são grandezas inversamente proporcionais.

São verdadeiras as seguintes afirmações:

(A) III e IV

(B) II e IV.

(C) I e IV.

(D) I e III.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione as afirmações onde se observa ou não a existência de proporcionalidade nas situações apresentadas, mobilizando sua habilidade de identificar situações onde é observada proporcionalidade de valores e grandezas.

Identificar a existência de proporcinalidade é perceber - conforme afirmado por Piaget e Inhelder (1975)[1] - que existe uma "relação entre relações", ou seja, quando existem duas grandezas proporcionais, a variação de uma delas será sempre (e, de fato, inevitavelmente) acompanhada pela variação de outra, variações essas que sempre ocorrerão por meio de operações do Campo

[1] PIAGET, J; INHELDER, B. **The origin of the idea of chance in children (psychology revivals)**. Hove: Psychology Press, 2014.

Multiplicativo (Vergnaud, 1983)[2]. É fundamental que não se ignore, no processo de construção da noção de proporcionalidade, os conhecimentos que os estudantes trazem da sua trajetória cotidiana. Ressaltamos aqui o que foi escrito por Fioreze (2010)[3]:

> O aluno traz para a escola muitos conceitos espontâneos ligados à proporcionalidade e que foram construídos nas mais diversas situações cotidianas: ao comprar o pão, o preço a pagar em função do número de pães estabelece uma relação proporcional direta; ao dividir uma quantia ganha em um prêmio, a quantia a ganhar por pessoa em função do número de pessoas que ganharam o prêmio estabelece uma relação proporcional inversa, dentre outras situações. Estas situações devem ser valorizadas e resgatadas pelo professor ao trabalhar [proporcionalidade] com seus alunos. (FIOREZE, L. A., 2010)

Dessa forma, o estudante deve ser capaz de julgar cada proposição conforme exposto a seguir:

I) Uma empresa deve comprar panfletos para divulgar o seu último produto. Sabe-se que cada 100 panfletos custam R$10,00. O número de panfletos e o preço total pago são grandezas diretamente proporcionais.

Verdadeira. O valor pago ao final será diretamente proporcional à quantidade de panfletos adquiridos.

II – Uma vela de 10 centímetros fica acesa por 1 hora. Logo, se tivesse 20 centímetros ficaria acesa 2 horas. O tamanho da vela e o tempo em que ela fica acesa são grandezas inversamente proporcionais.

Falsa. É importante perceber, nesse caso, que quanto maior a vela, mais tempo permanecerá acesa, de modo que o tamanho da vela e o tempo em que ela fica acesa são grandezas diretamente proporcionais.

---

[2] VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

[3] FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais.** Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, 2010, Porto Alegre. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/19011>. Acesso em: 10 jan. 2020.

III - Uma pessoa de 40 anos tem massa corporal de 90 Kg. A idade e a massa corporal são grandezas que não apresentam proporcionalidade.

Verdadeira. O estudante pode examinar diversos exemplos do seu conhecimento para perceber que não existe relação nem variação conjunta entre a idade e a massa corporal de uma pessoa. Dessa forma, não há proporcionalidade.

IV – Uma máquina produz 10 peças por minuto. O número de máquinas trabalhando e o número de peças produzidas são grandezas inversamente proporcionais.

Falsa. Deve-se perceber que quanto mais máquinas trabalhando, maior será o número de peças produzidas, de modo que essas grandezas são diretamente proporcionais.

A compilação dessas análises aponta que a questão é adequadamente respondida pela alternativa **D** (I e III).

Os estudantes que assinalam a alternativa A (III e IV) não percebem que o número de peças produzido depende diretamente do número de máquinas trabalhando, ao mesmo tempo que possivelmente não se dão conta da proporcionalidade entre a quantidade de panfletos e o preço da impressão. Já aqueles que escolhem a alternativa C (I e IV) provavelmente não percebem que a quantidade de peças produzidas é diretamente proporcional ao número de máquinas operando, ao mesmo tempo que julgam incorretamente a existência de proporcionalidade entre massa corporal e idade.

Por fim, aqueles que assinalam a alternativa B (II e IV) podem ter se confundido ao interpretar o enunciado da questão e assinalado as afirmações incorretas. Do contrário, possivelmente julgam incorretamente todas as proposições e exigem reforço do raciocínio qualitativo da proporcionalidade.

Trabalhar a proporcionalidade em sala de aula é sempre muito proveitoso, pois não só reforça um dos componentes fundamentais da Teoria dos Números, mas aproxima a Matemática do cotidiano dos estudantes. Perceber onde existe ou não essa relação será parte do ferramental crítico do estudante durante toda a sua vida. Algumas relações de proporcionalidade estão muito conectadas ao cotidiano, e podem dela ser extraídas para exemplificação, como, por exemplo, o tempo de funcionamento dos equipamentos elétricos e o valor da conta de luz, ou o consumo de combustível do carro (em quilômetros por litro), que podem ser bons pontos de partida.

Se um grupo de estudantes apresentar dificuldades com essa questão, será muito interessante que o professor empregue Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Na aplicação dessa abordagem, os estudantes são divididos em equipes (procurando aproximar aqueles com níveis de conhecimento próximos) e cooperam entre si para resolver de maneira colaborativa as situações-problema propostas, buscando caminhos próprios para resolução e apresentando uns aos outros suas descobertas, para que, discutindo em conjunto, alcancem as conclusões pertinentes.

Alguns materiais de referência podem ser encontrados a seguir:

- Plano de aula - Diferenciando a proporcionalidade da não proporcionalidade. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1004/diferenciando-a-proporcionalidade-da-nao-proporcionalidade>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Situações em que não há proporcionalidade. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1586/situacoes-em-que-nao-ha-proporcionalidade>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Proporcionalidade inversa. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1322/proporcionalidade-inversa>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Relações de proporcionalidade em situações cotidianas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/224/relacoes-de-proporcionalidade-em-situacoes-cotidianas>. Acesso em: 02 dez. 2019.

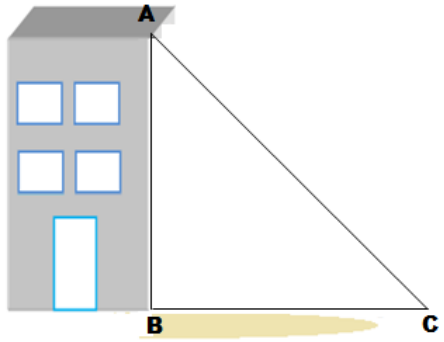
- Números Diretamente e Inversamente Proporcionais – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c89zmwon6cgks.pdf>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Propriedades de Proporções – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/bqdfaxbu33cow.pdf>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos.

Questão 02

Em uma determinada hora do dia, João e seu irmão decidiram medir a sombra de um prédio. Conhecendo a altura do prédio, para a surpresa deles, a sombra tinha exatamente a mesma medida. Imagine que uma corda foi esticada do topo do prédio (ponto A) perpendicular ao chão (ponto B), e do prédio até o final da sombra refletida no chão (ponto C), como mostra a imagem.



É possível afirmar que a medida do ângulo C é

(A) 90°.

(B) 60°.

(C) 45°.

(D) 20°.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante determine a medida de um ângulo interno de um triângulo, dadas algumas de suas medidas, utilizando sua habilidade em resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos. No Currículo Paulista, a questão se relaciona com a habilidade EF06MA19, que envolve identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

O uso da sombra de um prédio como contexto da questão é muito interessante, pois reproduz a motivação original de uma das relações fundamentais da geometria: de acordo com Jerônimo *apud* Serres (2017)[4], Tales de Mileto mediu a altura das pirâmides do Egito por meio de sua sombra, determinando o comprimento destas na hora do dia em que o tamanho dessa projeção equivale à altura do objeto que a gera.

Na resolução da questão o estudante deve identificar que o triângulo formado é um triângulo retângulo, portanto, um dos ângulos mede 90°. Como o triângulo possui dois lados iguais trata-se de um triângulo retângulo isósceles, e essa característica fornece a informação de que dois de seus ângulos possuem a

[4] SERRES, M.; BURKS, R. **Geometry**: The Third Book of Foundations. Londres: Bloomsbury Publishing, 2017.

mesma medida. Uma vez que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°, sendo x o ângulo indeterminado, a equação que representa o cálculo é:

$$90° + 2x = 180°$$

$$x = 45°$$

De modo que a alternativa correta é a letra **C** (45°).

O estudante que assinala a alternativa A (90°) associa incorretamente o ângulo $A\hat{C}B$ ao ângulo reto do triângulo retângulo, possivelmente ignorando ou não compreendendo o trecho do enunciado que diz *"uma corda foi esticada do topo do prédio (ponto A)* ***perpendicular ao chão*** *(ponto B)"*. Já a alternativa B (60°) é escolhida por estudantes que identificam o triângulo da figura como um triângulo isósceles, mas provavelmente confundem suas propriedades com aquelas do triângulo equilátero, que possui todos os lados iguais e todos os ângulos também iguais, equivalentes a 60°.

Por fim, o assinalamento da alternativa D (20°), que não pode ser derivado de nenhum desenvolvimento que envolva os conceitos expostos, sinaliza que os estudantes não compreendem as propriedades fundamentais dos triângulos, que antecedem sua classificação em equilátero, isósceles ou escaleno, e assinalam uma alternativa contendo um ângulo agudo, pois observam pela figura que deve ser um ângulo entre 0° e 90°.

O triângulo pode ser considerado a figura geométrica mais importante no desenvolvimento da geometria até o final do Ensino Médio, e, justamente por isso, suas propriedades devem ser muito bem fundamentadas. Dessa maneira, se o professor identificar que um grupo de estudantes sinalizou dificuldades com essa questão, uma boa atitude será trabalhar – dentro do período letivo e das possibilidades do planejamento – a sequência didática de **Ângulos de Polígonos**[5]. Uma forma de fazê-lo é empregar Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem Baseada em Problemas. Nessa abordagem, o professor apresentará as situações da sequência, problematizando o uso de ângulos para resolução das mesmas. Os estudantes discutirão entre si as diferentes estratégias possíveis para resolver os problemas e construirão resoluções em conjunto, de

---

[5] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5F%C3%82ngulos%20de%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

modo a instigar a descoberta de caminhos para resolução e o debate saudável entre os estudantes. As habilidades contidas nessa sequência didática são:

- Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

- Resolver problemas envolvendo a soma dos ângulos internos e externos de um polígono qualquer.

- Resolver problemas envolvendo o ladrilhamento de planos.

Para elaboração de planos de aula ou atividades complementares, podem ser úteis as seguintes referências:

- Soma dos ângulos internos de triângulos - Demonstração geométrica. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=55707>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Soma das Medidas dos ângulos Internos de um Triângulo Qualquer. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/723/soma-das-medidas-dos-ngulos-internos-de-um-triangulo-qualquer>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Resolução de problemas sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/683/resolucao-de-problemas-sobre-a-soma-das-medidas-dos-angulos-internos-de-um-triangulo>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

Questão 03

Haroldo, o tigre, está tentando ajudar Calvin a fazer sua tarefa de casa, traduzindo algumas frases:

(Bill Watterson, As aventuras de Calvin e Haroldo)

Assinale a alternativa que representa matematicamente a frase apresentada no quadrinho:

(A) 2x = 185 – 59

(B) 2x = 185 + 59

(C) 2x = 59 – 185

(D) 185 – 59 = x

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Essa questão pede que o estudante identifique a expressão que traduz a situação apresentada no quadrinho, o que envolve sua habilidade de identificar a equação de 1º grau que resolve um problema. No âmbito do Novo Currículo Paulista, encaixa-se na habilidade EF07MA18, "resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade".

A prática de traduzir em equações as informações numéricas implícitas em componentes textuais (literais) é crucial para que um indivíduo consiga expressar analiticamente as relações e considerações constantemente encontradas em diferentes suportes multimídia como o rádio, a televisão, os jornais e as mídias sociais (sobretudo quando se fala na projeção de indicadores políticos e econômicos, como infográficos sobre a taxa de rendimento dos investimentos, pesquisas de intenção de votos, a inflação projetada, a composição da cesta básica, os juros de financiamento de imóveis e veículos, por exemplo).

Ao longo do desenvolvimento dessa questão, o estudante realizará uma transformação entre dois registros matemáticos, conforme teorizado por

Raymond Duval (2003)[6]. A esse processo de mudança de registro - que pode ser do algébrico para o gráfico, do gráfico para o literal, do literal para o numérico, entre outros - dá-se o nome de conversão. O próprio Duval afirma que é justamente nos momentos em que as conversões são realizadas que se dá o aprendizado da Matemática, por três motivos: primeiro porque alguns registros algébricos (naturalmente abstratos) ganham novos significados nas representações convertidas; segundo, porque a própria conversão incita diversos sistemas cognitivos e para a atividade matemática; terceiro porque todo registro tem suas limitações, e é justamente entendendo as restrições e potencialidades de cada um que o estudante constrói uma visão integrada da Matemática.

Cabe comentar que essas múltiplas representações semióticas são essenciais à atividade cognitiva do pensamento, à medida que mostram um mesmo objeto de diversas formas. Ao realizar as conversões entre dois registros, tal como proposto nessa questão, o estudante experimenta ativamente, portanto, a semiose (o processo de construção do significado) dos objetos matemáticos.

Para traduzir o problema em uma expressão, deve-se primeiro adotar uma notação para o número a ser determinado: seja x o número desconhecido no primeiro quadrinho, é possível construir as parcelas seguindo a ordem da frase exibida:

"O dobro de um número"	$\boldsymbol{2x}$
"é igual"	$=$
"à diferença entre 185 e 59"	$185 - 59$

A concatenação de todos os termos interpretados permite concluir que a equação que expressa corretamente o problema de Calvin é $2x = 185 - 59$, que corresponde à alternativa **A**.

O assinalamento da alternativa B (2x = 185 + 59) pode sinalizar problemas na associação entre a palavra "diferença" e a operação de subtração, um problema que está situado em níveis mais fundamentais da álgebra, e que exige reconsideração do significado das operações básicas.

A alternativa C (2x = 59 – 185), por sua vez, está mais relacionada à interpretação da conjunção "entre" no contexto aritmético: sendo a operação de subtração não-comutativa, a diferença entre 185 e 59 é o oposto da diferença entre 59 e 185, e

[6] DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 4ª ed. Campinas, SP. Papirus, p.11-33, 2003.

levará a um resultado também oposto. Deve-se reforçar, nesse caso, a leitura de expressões aritméticas e a interpretação literal do seu significado.

Por fim, a alternativa D (185 – 59 = x) sinaliza apenas que os estudantes ignoraram ou não souberam interpretar a informação *"**o dobro de** um número"*. Vale ressaltar aqui que o sinal de igualdade comunica equivalência entre os dois lados, de modo que as expressões $185 - 59 = x$ e $x = 185 - 59$ são, fundamentalmente, a mesma expressão.

O professor deve ficar sempre atento para identificar estudantes que demonstrem dificuldades com esse tipo de questão. Se isso acontecer, recomenda-se o trabalho da sequência didática de **Generalização de Padrões**[7], durante o período letivo e dentro das possibilidades do planejamento. Uma maneira interessante de realizar esse trabalho é empregando Metodologias Ativas de ensino, como a Gamificação. Para empregar essa abordagem, o professor convidará os estudantes a participarem de um jogo em que devem traduzir uma expressão literal para uma equação de 1º grau e determinar sua solução. A cada rodada, pontuarão os estudantes ou equipes que chegarem às respostas adequadas dentro do tempo máximo estipulado pelo professor. Essa estratégia engaja os estudantes ao mesmo tempo que cria oportunidades para que eles discutam entre si as soluções, aprendendo uns com os outros. As habilidades contempladas pela sequência didática em questão são:

- Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

- Expressar em linguagem matemática a generalização de padrões.

- Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

Para reforçar em sala de aula a habilidade de traduzir problemas escritos em expressões matemáticas, o professor pode elaborar planos de aula motivado pelas seguintes referências:

- Máquina de expressões. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1649>. Acesso em: 02 dez. 2019.

[7] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeneraliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20padr%C3%B5es%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em 07 jan. 2020.

- Ditado Matemático. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=10115>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Do Português para o Matematiquês. Disponível em: <http://mecflix.mec.gov.br/video/do-portugues-para-o-matematiques>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência.

Questão 04

O Brasil já foi chamado de celeiro do mundo, graças à grande área de terra agricultável existente. Observe alguns dados de colheita:

I – Na cidade A foram colhidas $\frac{12}{30}$ das sacas de café esperadas por hectare.

II – Na cidade B foram colhidas $\frac{20}{40}$ das sacas de soja esperadas por hectare.

III – Na cidade C foram colhidas $\frac{20}{50}$ das sacas de milho esperadas por hectare.

IV – Na cidade D foram colhidas $\frac{25}{30}$ das sacas de algodão esperadas por hectare.

Assinale a alternativa que apresenta as colheitas com frações equivalentes.

(A) I e IV.

(B) I e III.

(C) II e III.

(D) II e IV.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante identifique e associe frações equivalentes, utilizando sua habilidade de resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA07 do Currículo Paulista, que envolve compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

A capacidade de identificar frações equivalentes está diretamente relacionada àquela de compreender as frações como números, passando implícita ou explicitamente pela capacidade de um estudante de localizá-las na reta numérica. Efetivamente, e conforme afirmado por Gabriel e colaboradores (2012)[8], ordenar, operar e comparar frações compõem conhecimentos procedimentais do uso desse tipo de representação que muitas vezes não são suficientemente trabalhados ao longo do Ensino Fundamental, o que atesta a necessidade de avaliar e acompanhar a habilidade relacionada a essa questão de forma contínua, ou, mais que isso, constante.

Uma das maneiras de desenvolver a questão é verificar a equivalência das frações por meio do produto simultâneo do numerador e do denominador por um mesmo número natural. Dessa forma, o estudante faria as seguintes comparações:

I e II	I e III	I e IV
$\frac{12}{30} \overset{\times\frac{5}{3}}{\underset{\times\frac{4}{3}}{\neq}} \frac{20}{40}$	$\frac{12}{30} \overset{\times\frac{5}{3}}{\underset{\times\frac{5}{3}}{=}} \frac{20}{50}$	$\frac{12}{30} \overset{\times\frac{25}{12}}{\underset{\times 1}{\neq}} \frac{25}{30}$
II e III	**II e IV**	**III e IV**
$\frac{20}{40} \overset{\times 1}{\underset{\times\frac{5}{4}}{\neq}} \frac{20}{50}$	$\frac{20}{40} \overset{\times\frac{5}{4}}{\underset{\times\frac{3}{4}}{\neq}} \frac{25}{30}$	$\frac{20}{50} \overset{\times\frac{5}{4}}{\underset{\times\frac{3}{5}}{\neq}} \frac{25}{30}$

Chegando à conclusão de que são equivalentes as frações apresentadas em **I** e **III**, evidenciando a alternativa **B** como correta.

Outra estratégia utilizada por alguns estudantes é realizar a simplificação das frações apresentadas à representação irredutível para, em seguida, investigar as possíveis equivalências. Dessa forma,

- a fração apresentada na afirmação **I**, ao ser simplificada, equivale a $\frac{2}{5}$;
- a fração apresentada na afirmação **II**, ao ser simplificada, equivale a $\frac{1}{2}$;

[8] GABRIEL, F. et al. Developing children's understanding of fractions: an intervention study. **Mind, brain, and Education**, v. 6, n. 3, p. 137-146, 2012. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-228X.2012.01149.x>. Acesso em: 13 jan. 2020.

- a fração apresentada na afirmação III, ao ser simplificada, equivale a $\frac{2}{5}$;
- a fração apresentada na afirmação IV, ao ser simplificada, equivale a $\frac{5}{6}$.

Portanto, são equivalentes as frações apresentadas em I e III, novamente evidenciando a alternativa **B** como correta.

Os estudantes que assinalam a alternativa A (I e IV) podem estar associando a equivalência das frações apenas à equivalência dos denominadores, sem levar em consideração que os numeradores também devem ser considerados. Analogamente, a alternativa C (II e III) é eleita por estudantes que acreditam que a equivalência se deve à igualdade apenas dos numeradores da fração. Ambos os casos foram discutidos por Resnick (1989)[9] em seu trabalho sobre a construção de significados para frações ordinais, que pode servir como referência para aprofundamento nesse assunto.

A alternativa D (II e IV), por sua vez, só pode ser assinalada por estudantes que "*simplificam*" as frações de forma equivocada, em virtude de erros aritméticos ou por dificuldade na percepção da conservação da razão entre numerador e denominador.

Professor, ao perceber que um grupo de estudantes demonstrou dificuldade com essa questão, a sugestão é que trabalhe, dentro do período letivo e das possibilidades do planejamento, a sequência didática de **Representações Fracionárias**[10]. Há muitas formas diferentes de endereçar os conhecimentos relacionados às frações em sala de aula, mas especialmente interessante será realizar esse trabalho empregando Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao adotar essa abordagem, dividirá os estudantes em equipes (aproximando aqueles com níveis de conhecimento similares) e oferecerá atividades para que realizem em conjunto, discutindo suas respostas, construindo colaborativamente suas resoluções, apresentando posteriormente seus resultados e debatendo com a classe suas conclusões.

[9] RESNICK, L. et al. **Conceptual Bases of Arithmetic Errors**: The Case of Decimal Fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 07 jan. 2020.

[10] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20fracion%C3%A1rias%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

A sequência didática de **Representações Fracionárias** envolve a habilidade de resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência. Os materiais referenciados a seguir poder ser úteis para a elaboração de atividades também:

- Frações – Coleção de Aulas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=243>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Comparando frações. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7057>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Comparando Frações. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/938/comparando-fracoes>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

Questão 05

Se um carro percorre uma distância de 340 km em 4 horas, sua velocidade média nesse percurso é

(A) 34 km/h.

(B) 85 km/h.

(C) 340 km/h.

(D) 1360 km/h.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante calcule e indique o valor da velocidade média de um carro, a partir da distância total percorrida e da duração do percurso, exigindo a mobilização da habilidade de resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc. Pode-se localizar essa questão, no âmbito do Novo Currículo Paulista, como avaliador da habilidade EF07MA08, que envolve ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

Essa questão aborda, sob o enfoque da Matemática, um problema que será comum à área de Ciências da Natureza nos instantes iniciais do Ensino Médio, que é a determinação da velocidade escalar média de um objeto em movimento. Dessa maneira, a questão pavimenta o caminho para a percepção, pelo estudante, da conexão entre as diferentes áreas do conhecimento, onde os aspectos conceituais e procedimentais de proporcionalidade serão, futuramente, empregados para a descrição de fenômenos físicos.

Para resolver a questão, o estudante precisa compreender que a velocidade (nesse caso, especificamente, a Velocidade Escalar Média) é uma razão que mede a taxa de variação da distância percorrida conforme o tempo do percurso. Mesmo sem essa percepção, ele pode observar que a unidade presente em todas as alternativas é km/h, inferindo corretamente que deverá calcular a distância média percorrida em uma hora, dividindo a distância total percorrida (340 km) pelo tempo total (4 h).

Portanto, sendo v a velocidade média questionada:

$$v = \frac{340\ km}{4\ h} = 85\ km/h$$

Valor expresso corretamente na alternativa **B** (85 km/h).

A alternativa A (34 km/h) é assinalada por estudantes que, ao calcular a velocidade média, consideram que o total de horas é igual a 10.

A alternativa C (340 km/h) é escolhida por estudantes que possivelmente não entendem o conceito de velocidade média e consideram apenas a distância total percorrida sem levar o tempo em consideração.

Os estudantes que assinalam a alternativa D (1360 km/h) multiplicam as duas grandezas ao invés de dividi-las. Esse erro sinaliza, de forma subjacente, que não existe a percepção de que a unidade de medida é, também, um número, de forma que o produto deveria ter, ao final da multiplicação, unidade de $km \times h$, que não equivale à dimensão de nenhuma grandeza física pertinente à Educação Básica.

Ao perceber que um grupo de estudantes sinalizou dificuldade com essa questão, a sugestão que fazemos ao professor é que reserve um momento dentro do período letivo e das possibilidades do seu planejamento para trabalhar a sequência didática de **Razões entre Grandezas**[11]**.** Uma das maneiras de fazê-lo é empregar

[11] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRaz%C3%B5es%20entre%20grandezas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

Metodologias Ativas de ensino, a exemplo da Aprendizagem entre Pares ou Times. Selecionando essa abordagem, o professor dividirá os estudantes em equipes, aproximando aqueles com nível de conhecimento similar, e proporá que os membros dessas equipes percorram a sequência didática em conjunto, discutindo as atividades entre si, aprendendo uns com os outros e construindo as soluções de forma colaborativa. As habilidades pertencentes a essa sequência são:

- Calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas.

- Resolver problemas que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

As atividades da sequência didática podem ser complementadas por outras, elaboradas com suporte das referências a seguir:

- Velocidade Média. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=32285>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Velocidade da informação. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=56746>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Identificar situações em que existe proporcionalidade entre grandezas.

Questão 06

Em uma empresa, 15 funcionários trabalham de segunda a sexta-feira na produção de camisetas. Certo domingo, o gerente precisou que 5 funcionários trabalhassem para poderem alcançar a meta de produção.

Como cada pessoa produziu nesse dia o que normalmente produz durante a semana, a quantidade de camisetas produzidas no domingo foi

(A) 3 vezes maior que em um dia normal.

(B) 3 vezes menor que em um dia normal.

(C) 10 vezes maior que em um dia normal.

(D) 10 vezes menor que em um dia normal.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante perceba a relação de proporcionalidade entre as grandezas "camisetas produzidas" e "número de funcionários", comparando produtividades em duas situações, de maneira a mobilizar sua habilidade de identificar situações em que existe proporcionalidade entre grandezas. Está relacionada à habilidade EF07MA17 do Novo Currículo Paulista, que abrange resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

No contexto apresentado na questão, pode-se destacar que existem alguns pontos de atenção, provenientes de algumas aprendizagens não estabelecidas relacionadas ao desenvolvimento do objeto matemático proposto, ou seja, a comparação existente na caracterização de uma grandeza proporcional.

A primeira constatação, quando tratamos de grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, diz respeito à apresentação de duas grandezas com valores atribuídos em ordem crescente. Provavelmente alguns estudantes detectem que se trata de uma grandeza diretamente proporcional sem a correta análise dos pares de grandezas atribuídas à situação problema. O mesmo pensamento é válido para valores atribuídos em ordem decrescente, ou seja, inversamente proporcionais.

O correto seria a análise da variabilidade entre "quantidade de funcionários" e "quantidade de camisetas produzidas", portanto, garantida a uniformidade da produção, e assim, quanto mais funcionários trabalham na produção, maior será a quantidade de camisetas produzidas.

Para a resolução desta questão podemos utilizar diferentes estratégias. Uma delas é a representação dos dados fornecidos no enunciados em uma tabela e assim verificar a variabilidade da proporcionalidade indicada.

	Quantidade de funcionários	Quantidade de camisetas
Segunda a Sexta	÷ 3 15	x ÷ 3
Domingos	5	$\frac{x}{3}$

Desta forma, pode-se concluir que a produção de camisetas no domingo será equivalente a 1/3 da produção de camisetas durante a semana, ou seja, a produção será três vezes menor que um dia normal.

Outra forma de se resolver a questão seria:

É possível expressar esse raciocínio analiticamente: sendo p_s a produtividade normal em um dia de semana, n_s o número de camisetas que é produzido num dia de semana, p_d a produtividade no domingo e n_d o número de camisetas produzidas no domingo, temos:

$$p_s = \frac{n_s}{15}; \quad p_d = \frac{n_d}{5}$$

$$p_s = p_d \Leftrightarrow \frac{n_s}{15} = \frac{n_d}{5} \therefore \boldsymbol{\frac{n_d}{n_s} = \frac{1}{3}}$$

Fica a critério do professor a utilização desta ou aquela possibilidade de resolução e também a ênfase a ser dada, ou seja, para aperfeiçoamento, retomada, aprofundamento ou recuperação das aprendizagens.

Na sequência, apontaremos algumas considerações de possíveis concepções inadequadas para o objeto matemático proposto na habilidade e na questão.

A indicação da alternativa A ("3 vezes maior que em um dia normal"), possivelmente, mostra que o estudante compreende que as grandezas "quantidade de funcionários" e "produção de camisetas" são diretamente proporcionais, porém, não conclui corretamente a taxa na qual estas grandezas variam. Cabe ao professor, na ocasião da devolutiva, o correto encadeamento do raciocínio proposto para a questão.

Os estudantes acertam a questão ao marcar a alternativa **B** ("3 vezes menor que em um dia normal"). Professor, salientamos que não basta apenas aferir que o estudante acertou a questão, o mais importante é a análise do registro do estudante, verificando se a estratégia utilizada está de acordo com o desenvolvimento conceitual proposto para a questão.

No caso da alternativa C ("10 vezes maior que em um dia normal"), pode-se pressupor que o estudante não compreendeu o que se propõe e apenas inferiu que a quantidade de funcionários diminuiu (15 - 5) e portanto realizou uma operação de subtração e possivelmente detectou que existe uma proporcionalidade direta entre as grandezas, por isso conclui que a produção será dez vezes maior. Professor, retome alguns pontos importantes do conceito para suprimir esta falha na aprendizagem.

Na alternativa D ("10 vezes menor que em um dia normal"), o pressuposto a ser apresentado é o mesmo, porém, tem-se um indício de que ele provavelmente deva ter pensado na relação "quantidade de funcionários" e "produção de camisetas", indicando que será uma quantidade dez vezes menor.

Se um grupo de estudantes sinalizar dificuldades com essa questão, será muito interessante que o professor trabalhe – dentro das possibilidades do planejamento e durante o período letivo – a sequência didática de **Razões entre**

Grandezas[12]. Uma sugestão é que seja empregada uma Metodologia Ativa de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao fazê-lo, o professor dividirá os estudantes em equipes (atentando para aproximar aqueles com níveis de conhecimento similares) para que executem em conjunto as tarefas da sequência, cooperando entre si para resolver de maneira colaborativa as situações-problema propostas, buscando seus caminhos para resolução e debatendo suas descobertas. As habilidades pertencentes a essa sequência são:

- Calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas.

- Resolver problemas que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

Alguns materiais de referência podem ser encontrados a seguir:

- Problemas de proporção. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2731/problemas-de-proporcao>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- É hora de ensinar proporção. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Propriedades de Proporções – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/bqdfaxbu33cow.pdf> Acesso em: 02 dez. 2019

Habilidade
Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

Questão 07

Observe a sequência de números a seguir:

1	9	25	49	?

[12] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRaz%C3%B5es%20entre%20grandezas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

É correto afirmar que o próximo número será

(A) 57.

(B) 65.

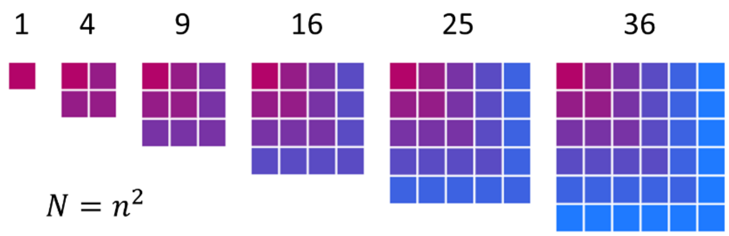
(C) 81.

(D) 95.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante extrapole uma sequência numérica fornecida no enunciado, identificando o próximo termo, de modo a avaliar sua habilidade em identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras. Encontra equivalência na habilidade EF07MA16 do Novo Currículo Paulista, que envolve reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

A sequência apresentada é um recorte de uma categoria denominada Números Poligonais, nos quais o incremento corresponde à adição de uma camada de pontos que reproduz a forma do polígono original. Por exemplo, os seis primeiros números quadrados são os seguintes:



Nessa questão, a sequência apresentada é um subconjunto da sequência dos Números Quadrados, em que são considerados somente aqueles com geratriz ímpar (1, 3, 5, 7...). Dessa forma, espera-se que o estudante perceba que os números apresentados são o quadrado da sequência de números ímpares naturais:

$$1 = 1^2, \quad 9 = 3^2, \quad 25 = 5^2, \quad 49 = 7^2 \ \cdots \ N = n^2$$

Tal que $\frac{n+1}{2} \in \mathbb{N}$.

De maneira que o próximo número da sequência será:

$$81 = 9^2$$

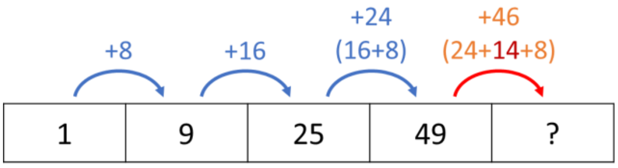
Apresentado na alternativa **C** (81).

Diversos caminhos podem levar a cada uma das alternativas, por exemplo:

A alternativa A (57) pode ser assinalada por estudantes que não conseguiram estabelecer a relação entre os números, somando 49 (4º termo) com 9 (2º termo) em seguida subtraindo 1 (1º termo), cujo resultado é 57.

A alternativa B (65) pode ser escolhida por estudantes que não compreendem a sequência lógica, e somam o número 25 (3º termo) com 49 (4º termo) e depois subtraem 9 (2º termo), cujo resultado é 65.

O estudante que escolhe a alternativa D (95) pode inferir uma relação aleatória e incorreta com base nas variações entre os números, combinada a erros de aritmética, por exemplo:



O professor deve se atentar para grupos de estudantes que sinalizem dificuldades com essa questão. Ao perceber isso, recomenda-se o trabalho da sequência didática de **Generalização de Padrões**[13], durante o período letivo e dentro das possibilidades do planejamento. Uma maneira interessante de realizar esse trabalho é empregando Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem baseada em Problemas. Para empregar essa abordagem, o professor percorrerá a sequência didática junto com os estudantes, apresentando as situações-problema a cada atividade e problematizando suas soluções, construindo junto com a sala de aula as metodologias para resolução e estimulando que os estudantes debatam entre si os possíveis algoritmos. As habilidades contempladas pela sequência didática em questão são:

- Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

- Expressar em linguagem matemática a generalização de padrões.

- Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

Além da sequência didática sugerida, o professor pode encontrar materiais de apoio nas seguintes referências:

[13] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeneraliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20padr%C3%B5es%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em 07 jan. 2020.

- Plano de aula - Padrões em Sequências Numéricas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/631/padroes-em-sequencias-numericas>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- BORRALHO, A. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: XIII CIAEM-IACME, 2011, Pernambuco, Brasil. **Anais**. Pernambuco: Comité Interamericano de Educación Matemática, 2011. Disponível em: <http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1111/604>. Acesso em: 07 jan. 2020.

- BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf >. Acesso em: 23 dez. 2019.

Habilidade
Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

Questão 08

Uma quantia de R$ 3.000,00 deveria ser usada para todos os gastos de uma festa de confraternização. Para a comida foi gasto $\frac{1}{2}$ do valor. Para as bebidas, $\frac{1}{6}$ do valor. E para a música, $\frac{1}{6}$ do valor. Para a limpeza foi utilizado o restante.

Sendo x o valor gasto para a limpeza, a equação que melhor representa a situação é:

(A) $3000 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x + x$

(B) $\boldsymbol{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) . 3000 + \mathbf{x} = 3000}$

(C) $x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) . 3000$

(D) $3000 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Essa questão pede que o estudante identifique a expressão que traduz a situação apresentada no texto, o que envolve sua habilidade de identificar a equação de 1º grau que resolve um problema. No âmbito do Novo Currículo Paulista, encaixa-se na habilidade EF07MA18, “resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade”.

Trata-se de uma habilidade base na interpretação de situações-problema no cotidiano, que é exercitada desde as primeiras aulas do Ensino Fundamental, Anos Finais. Recordamos o professor, à luz do que foi teorizado por Raymond Duval (2003[14]), que a matemática é uma disciplina multissemiótica do ponto de vista que seus objetos podem assumir múltiplos registros de representação. Alguns exemplos são a representação literal (em língua materna ou estrangeira), algébrica, gráficos em diferentes sistemas de eixos, tabelas e pictogramas.

O professor deve procurar constantemente auxiliar seus estudantes a desenvolver o domínio das conversões (transformações) entre esses múltiplos registros, que é fundamental porque, ainda segundo Duval,

> o sujeito só apreende um determinado conceito matemático quando consegue mobilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação, ou seja, trocar espontaneamente de um registro de representação para outro. (DUVAL, R. 2003 p.14)

Ao iniciar o desenvolvimento dessa questão, o estudante que interpreta corretamente o texto motivador deve compreender quem é o termo desconhecido e que se deseja determinar por meio da solução da equação de 1º grau. É importante estabelecer, de imediato:

I. que o indeterminado é o valor que foi gasto na limpeza após a confraternização, não a fração de valor inicial que foi gasto na limpeza após a confraternização.
II. que existe uma equivalência entre o valor inicialmente disponível para os gastos e, posteriormente, a combinação de todos os gastos discriminados após a festa (incluindo a quantidade que se deseja descobrir).
III. que as frações fornecidas não são custos absolutos; são partes do custo inicial e devem ser multiplicadas por ele para que o valor gasto com cada componente da festa seja obtido.

Portanto, a combinação de cada um desses componentes fornece a seguinte expressão:

---

[14] DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 4ª ed. Campinas, SP. Papirus, p.11-33, 2003.

$$\underbrace{3000}_{\substack{valor\\inicialmente\\disponível}} = \underbrace{\underbrace{\frac{1}{2}}_{\substack{fração\\gasta\\com\\comida}} \cdot 3000}_{\substack{valor\ total\ gasto\\com\ comida}} + \underbrace{\underbrace{\frac{1}{6}}_{\substack{fração\\gasta\\com\\bebida}} \cdot 3000}_{\substack{valor\ total\ gasto\\com\ bebida}} + \underbrace{\underbrace{\frac{1}{6}}_{\substack{fração\\gasta\\com\\música}} \cdot 3000}_{\substack{valor\ total\ gasto\\com\ música}} + \underbrace{x}_{\substack{valor\ total\ gasto\\com\ limpeza}}$$

Que é equivalente à equação mostrada a seguir, que produz novamente a anterior por meio da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right) \cdot 3000 + x = 3000$$

Essa expressão está exibida na alternativa **B**, que responde adequadamente à questão.

Os estudantes que assinalam a alternativa A $\left(3000 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x + x\right)$ não compreendem que as frações apresentadas são referentes aos R$ 3000,00 iniciais (proposição III) e que a incógnita do problema é o valor gasto na faxina (proposição I). Já aqueles que escolhem a alternativa C $\left(x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right).3000\right)$ não entendem que a igualdade se dará entre o valor inicial e a soma das parcelas finais (proposição II) e que a incógnita do problema é o valor gasto na faxina (proposição I). Por fim, a escolha da alternativa D $\left(3000 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x\right)$ sinaliza problemas mais relacionados a perceber que o valor gasto pela faxina é, ao mesmo tempo, parte do todo inicial e a incógnita da equação (proposição I).

Ao perceber que algum grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão, o professor pode (durante o período letivo e conforme surgir oportunidade) trabalhar a sequência didática de **Generalização de Padrões**[15]. Nesse caso, será interessante propor atividades que empreguem Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao adotar essa abordagem, dividirá os estudantes em equipes (aproximando aqueles com níveis de conhecimento similares) e oferecerá atividades para que realizem em conjunto, discutindo suas respostas, construindo colaborativamente suas resoluções, apresentando posteriormente seus resultados e debatendo com a classe suas conclusões.

As habilidades contempladas pela sequência didática em questão são:

- Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

[15] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeneraliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20padr%C3%B5es%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

- Expressar em linguagem matemática a generalização de padrões.
- Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para complementar os planos de aula e atividades que serão trabalhados:

- Equações do 1º grau – Coleção de Aulas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=563>. Acesso em: 02 dez. 2019.
- Do Português para o Matematiquês. Disponível em: <http://mecflix.mec.gov.br/video/do-portugues-para-o-matematiques>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

Questão 09

Na entrada de um cinema existe o seguinte aviso:

VALOR DO INGRESSO: R$ 40,00	
DESCONTOS (sobre o valor do ingresso)	
IDOSOS (pessoas com mais de 60 anos)	25%
ESTUDANTES	25%
CRIANÇAS ATÉ 5 ANOS (inclusive)	50%

Um grupo formado por dois adultos não estudantes com mais de 65 anos, acompanham dez crianças a este cinema. Destas crianças, quatro tem menos de 4 anos e não são estudantes e as outras seis crianças tem mais de 9 anos e todas são estudantes.

Considerando que todos compraram ingressos segundo o quadro de aviso, qual foi o valor total pago na bilheteria?

(A) R$ 280,00

(B) R$ 320,00

(C) R$ 360,00

(D) R$ 480,00

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante operacionalize a aplicação de descontos na compra de ingressos por um grupo heterogêneo de pessoas, indicando, por fim, o valor total da compra. Dessa forma, empregará no desenvolvimento sua habilidade de resolver situações-problema que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc. Essa questão se enquadra na habilidade EF07MA08 do Novo Currículo Paulista, que envolve ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

Para resolver a questão, o estudante deve identificar que o grupo é composto por 12 pessoas no total. Dessas 12 pessoas:

- Duas se enquadram na categoria IDOSOS e terão um desconto de 25% sobre o valor inteiro do ingresso;
- Quatro se enquadram na categoria CRIANÇAS ATÉ 5 ANOS e terão um desconto de 50% sobre o valor inteiro do ingresso;
- Seis se enquadram na categoria ESTUDANTES e terão um desconto de 25% sobre o valor inteiro do ingresso;

O preço P_i pago por cada categoria de pessoa no grupo pode ser dado por:

$$P_i = \underbrace{N_i}_{\substack{\text{número de} \\ \text{pessoas dessa} \\ \text{categoria}}} \cdot (1 - \underbrace{D_i}_{\substack{\text{desconto} \\ \text{correspondente} \\ \text{na forma decimal}}}) \cdot \underbrace{\text{R\$ } 40{,}00}_{\substack{\text{preço do} \\ \text{ingresso inteiro}}}$$

Portanto, sabendo que as porcentagens 25% e 50% equivalem aos números decimais 0,25 e 0,5, o valor total pago é igual a:

$$2 \cdot (1 - 0{,}25) \cdot \text{R\$ } 40{,}00 + 4 \cdot (1 - 0{,}5) \cdot \text{R\$ } 40{,}00 + 6 \cdot (1 - 0{,}25) \cdot \text{R\$ } 40{,}00$$

$$= 2 \cdot \text{R\$ } 30{,}00 + 4 \cdot \text{R\$ } 20{,}00 + 6 \cdot \text{R\$ } 30{,}00$$

$$= \text{R\$ } 60{,}00 + \text{R\$ } 80{,}00 + \text{R\$ } 180{,}00$$

$$= \text{R\$ } 320{,}00$$

De modo que a alternativa correta é a letra **B** (R$ 320,00).

A alternativa A (R$ 280,00) é escolhida por estudantes que provavelmente invertem as categorias de desconto, aplicando 50% para os IDOSOS e ESTUDANTES, e 25% para as CRIANÇAS ATÉ 5 ANOS, determinando incorretamente que o valor total será $2 \cdot (1 - 0{,}50) \cdot \text{R\$ } 40{,}00 + 4 \cdot (1 - 0{,}25) \cdot \text{R\$ } 40{,}00 + 6 \cdot (1 - 0{,}50) \cdot \text{R\$ } 40{,}00 = \text{R\$ } 280{,}00$.

A alternativa C (R$ 360,00) é assinalada por estudantes que possivelmente consideram todos os descontos iguais a 25%, de modo que o preço final corresponderia a $12 \cdot 0{,}75 \cdot \text{R\$ } 40{,}00 = \text{R\$ } 360{,}00$.

Os estudantes que marcam a alternativa D ($\text{R\$ } 480{,}00$) possivelmente não aplicam os valores de descontos a nenhuma das 12 entradas compradas, registrando o valor de $12 \cdot \text{R\$ } 40{,}00$, que é $\text{R\$ } 480{,}00$.

Professor, ao perceber que certo grupo de estudantes demonstrou dificuldades com essa questão, será proveitoso trabalhar – durante o período letivo e dentro das possibilidades do planejamento – a sequência didática de **Razões entre Grandezas**[16]. Sugere-se aqui a aplicação de Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Para tal, o professor dividirá os estudantes em equipes, aproximando aqueles com níveis de conhecimento próximos, para que executem em conjunto as tarefas da sequência, cooperando entre si para resolver de maneira colaborativa as situações-problema propostas, buscando seus caminhos para resolução e debatendo suas descobertas. As habilidades pertencentes a essa sequência são:

- Calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas.

- Resolver problemas que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

Alguns materiais de referência podem ser encontrados a seguir:

- Porcentagens, frações e decimais. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Calculando porcentagem a partir de situações cotidianas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57760>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

Questão 10

[16] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRaz%C3%B5es%20entre%20grandezas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

Os termos que completam a sequência abaixo, são:

1024	953	882	811		669		527

(A) 730 e 588

(B) 735 e 573

(C) 740 e 598

(D) 745 e 603

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante identifique os dois termos faltantes em uma sequência numérica incompleta fornecida no enunciado, de modo a avaliar sua habilidade em identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras. Encontra equivalência na habilidade EF07MA16 do Novo Currículo Paulista, que envolve reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

A capacidade de interpretar sequências numéricas, reconhecendo padrões e, a partir desses padrões, realizar previsões ou interpolações, é uma habilidade que se desenvolve paralelamente na sala de aula e no cotidiano do estudante. Aqui, o papel da Matemática se revela justamente na formalização analítica, na viabilização de comunicar esses padrões usando números (mesmo que literais) e no provimento de ferramentas que substituam, complementem ou auxiliem aquelas desenvolvidas informalmente no cotidiano. Não obstante, avaliar essa habilidade significa avaliar a própria capacidade do estudante de observar, compreender, interpretar e modelar sua própria realidade, para realizar previsões que, por si, extrapolam até mesmo o uso formal da matemática.

Ao desenvolver essa questão, o estudante do Ensino Fundamental, mesmo sem apelar ao vocabulário técnico ou às notações generalizadas, deve perceber que a sequência fornecida trata-se, mesmo sem conhecer a terminologia, de uma Progressão Aritmética, ou seja, uma sequência recursiva em que cada número é resultado do seu antecessor somado a uma parcela (que pode ser positiva ou negativa). Em outras palavras, cada termo da sequência exibida é a média aritmética entre seu antecessor e seu sucessor. Tendo percebido isso, consegue derivar que a variação entre cada termo dessa progressão é constante e equivalente a -71. Portanto, o estudante pode determinar os termos faltantes simplesmente operando essa razão nos antecessores dos números faltantes, conforme exibido na figura a seguir:

$$1024 \xrightarrow{-71} 953 \xrightarrow{-71} 882 \xrightarrow{-71} 811 \xrightarrow{-71} \mathbf{740} \xrightarrow{-71} 669 \xrightarrow{-71} \mathbf{598} \xrightarrow{-71} 527$$

Outra hipótese é determiná-los, conforme já exposto, como a média aritmética de seu antecessor e seu sucessor:

$$740 = \frac{811 + 669}{2}; \quad 598 = \frac{669 - 527}{2}$$

Independente do caminho escolhido, a resposta correta é 740 e 598, que está exibida na alternativa **C**.

Nenhuma das outras três alternativas exibidas se afasta do caminho cognitivo anteriormente exposto. Com efeito, trata-se de respostas possivelmente alcançadas por erros de aritmética, propagados a ambas as posições indeterminadas. A simples alteração de um algarismo na ordem das dezenas, seja na subtração da razão ou no cálculo da média aritmética, pode gerar qualquer um dos outros resultados exibidos.

Professor, ao perceber que algum grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão, a sugestão é que trabalhe com eles a sequência didática de **Generalização de Padrões**[17]. Essa atividade deve ser realizada durante o período letivo, em momento oportuno no planejamento. Dentre as diferentes formas de realizar esse trabalho, destaca-se a utilização de Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Seguindo essa abordagem, deve-se dividir os estudantes em equipes, respeitando os níveis de conhecimento de cada um, propondo posteriormente que realizem as atividades em colaboração, debatendo seus caminhos e conclusões. A intenção é estimular descobertas e permitir que os estudantes aprendam uns com os outros.

As habilidades contempladas pela sequência didática em questão são:

- Identificar padrões presentes em sequências numéricas ou de figuras.

- Expressar em linguagem matemática a generalização de padrões.

- Identificar a equação de 1º grau que resolve um problema.

[17] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeneraliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20padr%C3%B5es%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para complementar os planos de aula e atividades que serão trabalhados:

- Plano de aula - Padrões em Sequências Numéricas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/631/padroes-em-sequencias-numericas>. Acesso em: 02 dez. 2019.

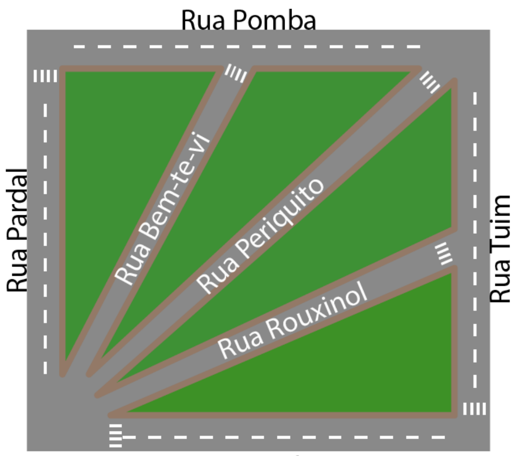
- BORRALHO, A. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: XIII CIAEM-IACME, 2011, Pernambuco, Brasil. **Anais**. Pernambuco: Comité Interamericano de Educación Matemática, 2011. Disponível em: <http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1111/604>. Acesso em: 07 jan. 2020.

- BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf >. Acesso em: 23 dez. 2019.

Habilidade
Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos.

Questão 11

Em um determinado bairro as Ruas Pardal, Pomba, Tuim e Sabiá apresentam o mesmo tamanho e formam, entre elas, um quadrado como indicado no mapa abaixo:



Dani estava andando na Rua Sabiá e chegou ao cruzamento das Ruas Pardal e Sabiá. Precisava chegar o mais rápido possível no cruzamento das Ruas Pomba e Tuim. Um colega de sala bom em matemática, falou a Dani que o menor caminho seria pegar a rua que fazia um ângulo de 45° em relação à Rua Sabiá. Ao tomar a decisão, Dani pegou a Rua

(A) Pardal.

(B) Bem-Te-Vi.

(C) Periquito.

(D) Rouxinol.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante analise a imagem e identifique os ângulos formados entre as ruas, empregando sua habilidade em resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos. Enquadra-se na habilidade EF07MA24 do Novo Currículo Paulista, que envolve construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, utilizar transferidor para medir os ângulos internos e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

O caminho mais natural para a resolução dessa questão é perceber que, uma vez que "as Ruas Pardal, Pomba, Tuim e Sabiá apresentam o mesmo tamanho e formam, entre elas, **um quadrado**". Esta figura geométrica é caracterizada pela equivalência dos seus quatro lados e dos quatro ângulos internos, sendo cada um deles igual a 90°. Dessa forma, é decorrido que o ângulo formado pelo encontro das ruas Pardal e Sabiá é de 90°.

A partir dessa observação, o estudante deve, então, perceber que a rua Periquito é uma diagonal do quadrado em questão, e, nesse caso, divide o ângulo reto em dois ângulos iguais de 45° (pois é também bissetriz do ângulo formado entre as ruas Sabiá e Pardal), chegando à alternativa **C** (Periquito).

Outra possibilidade é perceber que o triângulo formado pelas ruas Sabiá, Tuim e Periquito (que é congruente àquele formado pelas ruas Pardal, Pomba e Periquito) é retângulo e isósceles. Dessa forma, os ângulos formados entre as ruas Periquito e Sabiá, e Periquito e Tuim, são congruentes. Sendo x o valor desse ângulo e lembrando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°:

$$2x + 90° = 180° \therefore x = 45°$$

Alcançando, novamente, a mesma alternativa.

A alternativa A (Pardal) é escolhida por estudantes que provavelmente compreendem que a rua Pardal possui o menor comprimento dentre as alternativas, quando considerada individualmente, mas não entendem que o **menor caminho** corresponde à combinação de todos os percursos em um determinado trajeto. Além disso, provavelmente ignoram ou não consideram a dica fornecida pelo amigo de Dani. De forma análoga, as alternativas B (Bem-Te--Vi) e D (Rouxinol), que indicam ruas que possuem o mesmo tamanho (para o que basta perceber que ambas são medianas de dois triângulos isósceles congruentes pelo caso Lado-Lado-Lado), podem ser escolhidos por estudantes que incorrem no mesmo tipo de erro envolvido na alternativa A, mas excluem a rua Pardal por compreender que ela forma um ângulo de 90° com a rua Sabiá; no entanto, não são capazes de determinar o ângulo formado por cada rua em relação à Sabiá, ou não percebem que os percursos devem ser combinados na escolha de um trajeto, optando por um dos segmentos de reta que é, individualmente, menor que a diagonal.

Dada a importância de dominar os conhecimentos procedimentais relacionados aos ângulos internos de triângulos, o professor deve estar sempre atento para dificuldades que os estudantes podem apresentar nesse tipo de questão. Ao identificar ocorrências desse tipo, sugere-se trabalhar – dentro do período letivo e das possibilidades do planejamento – a sequência didática de **Ângulos de Polígonos**[18]. Dentre as formas de fazê-lo, destaca-se o uso de Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem Baseada em Problemas. Nessa abordagem, o professor apresentará as situações-problema da sequência didática, problematizando o uso de ângulos para resolução das mesmas. Posteriormente, os estudantes serão estimulados a discutir entre si as diferentes estratégias possíveis para resolver os problemas e construirão resoluções colaborativamente, de modo a instigar a descoberta de caminhos para resolução e o debate saudável entre os estudantes. As habilidades contidas nessa sequência didática são:

- Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
- Resolver problemas envolvendo a soma dos ângulos internos e externos de um polígono qualquer.
- Resolver problemas envolvendo o ladrilhamento de planos.

Para elaboração de planos de aula ou atividades complementares, podem ser úteis as seguintes referências:

- Soma dos ângulos internos de triângulos - Demonstração geométrica. Disponível em:

[18] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5F%C3%82ngulos%20de%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=55707>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Soma das Medidas dos ângulos Internos de um Triângulo Qualquer. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/723/soma-das-medidas-dos-ngulos-internos-de-um-triangulo-qualquer>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Plano de aula - Resolução de problemas sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/683/resolucao-de-problemas-sobre-a-soma-das-medidas-dos-angulos-internos-de-um-triangulo>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência.

Questão 12

No manuseio de mapas e maquetes, os profissionais da área de Construção Civil fazem uso das escalas, que nada mais são do que a razão entre as medidas nesses documentos e as medidas reais do que eles representam. Em uma certa maquete, uma parede de uma casa real de 10 metros de comprimento é representada possuindo 20 cm. Podemos calcular a escala dessa maquete como:

valor da maquete

$$\frac{20\text{ cm}}{1\,000\text{ cm}} = \boxed{\frac{1}{50}} \rightarrow$$

razão entre a medida da maquete e a medida real

valor real
10 m = 1 000 cm

Com base no enunciado, para essa mesma maquete, qual será a medida de um muro de 15 metros?

(A) 15 m

(B) 15 cm

(C) 30 cm

(D) 150 cm

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante identifique o numerador de uma fração equivalente a outra fornecida no enunciado, dado seu denominador. Para tal, deve utilizar sua habilidade de resolver problemas com frações utilizando a ideia de equivalência, que, no Novo Currículo Paulista está contida na habilidade EF06MA07, “compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes”.

Essa questão oferece, como contexto, um conceito muito importante para a disciplina de geografia no tópico de cartografia, que é o uso de escalas na construção de representações geográficas. Esse contexto fornece um exemplo de como um conceito amplo e fundamental da Matemática - que é a equivalência de frações – pode ter seu grau de abstração diminuído à mesma medida que uma conexão entre duas áreas do conhecimento é criada.

A escala de um mapa, conforme afirmado no enunciado, é uma relação invariante entre a distância de dois pontos no suporte da representação e essa mesma distância real, tomadas na mesma unidade de medida. Portanto, para resolver a questão utilizando a habilidade avaliada, o estudante deverá perceber que, nessa maquete, todas as frações que relacionarem essas duas distâncias, para quaisquer dois pontos, serão obrigatoriamente equivalentes.

Dessa maneira, de posse do dado fornecido: “uma parede de uma casa real de 10 metros de comprimento é representada possuindo 20 cm”, e sabendo do comprimento real do muro questionado, o estudante precisa determinar o numerador de uma fração equivalente a $\frac{20\ cm}{1000\ cm}$ (ou $\frac{1}{50}$, como também denotado no enunciado) cujo denominador – a distância real – seja igual a 15 m. A seguir, são apresentados dois possíveis desenvolvimentos:

Primeira possiblidade	Segunda possibilidade
Conversão de unidades: $15m \times \frac{100\ cm}{1\ m} = 1500\ cm$ Determinação da fração equivalente:	Determinação da fração equivalente: $\times\, 0{,}3\ m$ $\frac{1}{50} = \frac{\mathbf{0,3\ m}}{15\ m}$ $\times\, 0{,}3\ m$ Conversão de unidades:

$\dfrac{20\ cm}{1000\ cm} \overset{\times 1,5}{\underset{\times 1,5}{=}} \dfrac{\mathbf{30\ cm}}{1500\ cm}$	$0,3\ m \times \dfrac{100\ cm}{1\ m} = 30\ cm$

Independentemente do caminho percorrido, o valor do comprimento da representação do muro no mapa é de 30 centímetros, de modo que a alternativa **C** (30 cm) deve ser marcada como correta.

A alternativa A (15 m) é assinalada por estudantes que não identificam a fração invariante fornecida no enunciado da questão (à qual todas as razões entre distância no mapa e distância real devem ser equivalentes), ou possivelmente ignoram que a maquete é uma versão reduzida de uma construção real, marcando a alternativa que fornece o tamanho real do muro (15 m).

Os estudantes que assinalam a alternativa B (15 cm) chegam a compreender que o mapa é uma representação reduzida da realidade, porém ignorando a informação fornecida pelo enunciado, optam pela alternativa que exibe o numeral correspondente ao tamanho real do muro, substituindo sua unidade de medida por um de seus submúltiplos (no caso, o metro pelo centímetro).

Por sua vez, a alternativa D (150 cm) é assinalada por estudantes que utilizam como referência a fração incorreta, determinando uma fração equivalente à escala $\frac{1}{10}$ ao invés de $\frac{1}{50}$, conforme é dado.

Na eventualidade de um grupo de estudantes demonstrar dificuldades com essa questão, sugere-se ao professor que trabalhe – conforme as possibilidades do seu planejamento e durante o período letivo – a sequência didática de **Razões entre Grandezas**[19]. Para tal, pode empregar Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao aplicar essa abordagem, os dividirá os estudantes em equipes, procurando aproximar aqueles com níveis de conhecimento similares. Em seguida, irá propor que os membros da equipe percorram juntos as atividades da sequência, resolvendo as questões colaborativamente. A intenção, aqui, é estimular o debate entre os estudantes,

[19] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRaz%C3%B5es%20entre%20grandezas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 07 jan. 2020.

fazendo com que comparem seus métodos de resolução e aprendam em conjunto. As habilidades pertencentes a essa sequência são:

- Calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas.

- Resolver problemas que envolvam razões como: escala, porcentagem, velocidade, probabilidade etc.

Os seguintes materiais de referência podem ser úteis ao professor:

- Trabalhando com Escalas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1373>. Acesso em: 02 dez. 2019.

- Trabalhando com Escalas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1620>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Referências bibliográficas

ANDRADE, U. O. **Escala cartográfica linear**: estratégias de ensino-aprendizagem junto aos estudantes de Geografia do IGDEMA/UFAL - 2013. 244 f. Tese (Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Geografia Humana, Departamento de Geografia, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/8/8136/tde-17092015-151318/publico/2015_UmbelinoOliveiraDeAndrade_VCorr.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

BORRALHO, A. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: XIII CIAEM-IACME, 2011, Pernambuco, Brasil. **Anais**. Pernambuco: Comité Interamericano de Educación Matemática, 2011. Disponível em: <http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1111/604>. Acesso em: 07 jan. 2020.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 4ª ed. Campinas, SP. Papirus, p.11-33, 2003.

FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais.** Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, 2010, Porto Alegre. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/19011>. Acesso em: 10 jan. 2020.

GABRIEL, F. et al. Developing children's understanding of fractions: an intervention study. **Mind, brain, and Education**, v. 6, n. 3, p. 137-146, 2012. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-228X.2012.01149.x>. Acesso em: 13 jan. 2020.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In: BEHR, M.; HIEBERT, J. **Number concepts and operations for the middle grades**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1988, p. 93-118.

PIAGET, J; INHELDER, B. **The origin of the idea of chance in children (psychology revivals)**. Hove: Psychology Press, 2014.

RESNICK, L. et al. **Conceptual Bases of Arithmetic Errors**: The Case of Decimal Fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 07 jan. 2020.

SERRES, M.; BURKS, R. **Geometry**: The Third Book of Foundations. Londres: Bloomsbury Publishing, 2017.

SOUZA, A. R. **Razão áurea e aplicações**: contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. 147 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. 2013. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3468/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O_Raz%c3%a30%c3%81ureaAplica%c3%a7%c3%b5es.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

Sites pesquisados:

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1004/diferenciando-a-proporcionalidade-da-nao-proporcionalidade. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1586/situacoes-em-que-nao-ha-proporcionalidade. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1322/proporcionalidade-inversa. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/224/relacoes-de-proporcionalidade-em-situacoes-cotidianas. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c89zmwon6cgks.pdf. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/bqdfaxbu33cow.pdf. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5F%C3%82ngulos%20de%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 07 jan. 2020.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=55707. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/723/soma-das-medidas-dos-ngulos-internos-de-um-triangulo-qualquer. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/683/resolucao-de-problemas-sobre-a-soma-das-medidas-dos-angulos-internos-de-um-triangulo. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeneraliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20padr%C3%B5es%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em 07 jan. 2020.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1649. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=10115. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://mecflix.mec.gov.br/video/do-portugues-para-o-matematiques. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=243. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7057. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/938/comparando-fracoes. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20fracion%C3%A1rias%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 07 jan. 2020.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=32285. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=56746. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F8%C2%BA%20ANO%20EF%5FRaz%C3%B5es%20entre%20grandezas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%208%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 07 jan. 2020.

https://novaescola.org.br/conteudo/2731/problemas-de-proporcao. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/631/padroes-em-sequencias-numericas. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=563. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=9993. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57760. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1373. Acesso em: 02 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1620. Acesso em: 02 dez. 2019.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED
Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE
Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP
Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF
Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM
Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular COPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material
Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Marcos José Traldi, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Juvenal de Gouveia, Márcia Soares de Araújo Feitosa, Soraia Calderoni Statonato, Sylvia Russiano Toledo Casari

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas
Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas
Diretora: Camila da Silva Alcazar
Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas