GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE ENTRADA

MATERIAL DE APOIO PARA O PROFESSOR

7º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo

1º Semestre de 2020

Avaliação Diagnóstica de Entrada

APRESENTAÇÃO

A política educacional da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo explicita em seu Plano Estratégico 2019-2022 a nossa missão: "garantir a todos os estudantes aprendizagem de excelência e a conclusão de todas as etapas da educação básica na idade certa".

Para alcançar esse propósito, os processos avaliativos exercem um papel essencial. As avaliações diagnósticas e formativas se complementam com a finalidade de apoiar o trabalho dos professores, direcionando-o para as necessidades de aprendizagem dos estudantes. Aqui se inserem a Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE - e a Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - que neste ano estão planejadas de forma articulada ao Calendário Escolar 2020, em momentos-chave do ano para utilização de seus resultados como apoio às escolas, oferecendo suporte às Semanas de Estudos Intensivos, às ações contínuas de recuperação, aprofundamento e replanejamento ao longo dos bimestres.

O desenho pedagógico das avaliações aplicadas a todos os anos/séries do ensino fundamental e do ensino médio, que inclui a ADE e a AAP, está articulado ao currículo, envolvendo ação integrada dos diferentes departamentos da Coordenadoria Pedagógica. Adota o Currículo Paulista como referencial no ensino fundamental, e no ensino médio o currículo oficial ainda vigente para esta etapa.

A **Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE** – que constitui o conteúdo deste primeiro documento – aplicada no início do ano letivo, **é focada exclusivamente nas habilidades de anos/séries anteriores essenciais para o percurso educacional dos estudantes,** necessárias à aquisição das habilidades do currículo previstas para o ano a ser iniciado. Permitirá a identificação, de forma mais precisa, das reais necessidades de aprendizagem dos estudantes, explicitando tanto as habilidades que mais dominam como aquelas que necessitam de maior atenção.

Já as AAP, enquanto avaliações formativas bimestrais, trarão majoritariamente habilidades previstas no currículo (Currículo Paulista para o ensino fundamental e currículo oficial ainda vigente no ensino médio) para os respectivos bimestres do ano em curso e, como inovação, incluirão também algumas habilidades de percurso - as anteriores que devem ser desenvolvidas ou consolidadas para a continuidade do processo de aprendizagem.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – Prova do Aluno – foram elaborados os correspondentes materiais de apoio ao docente, contendo os quadros de habilidades, questões, gabaritos, orientações para aplicação (no caso dos anos iniciais do ensino fundamental) e recomendações pedagógicas para cada prova.

Ao contrário das avaliações de sistema em larga escala, as questões das avaliações ADE e AAP não são sigilosas. As provas impressas são enviadas para as Diretorias de Ensino em pacotes abertos, para entrega às escolas, e publicadas na Intranet ao final da sua aplicação. Isso porque é um material de apoio para o trabalho pedagógico. Sendo assim, é fundamental que todos os envolvidos no processo se conscientizem da importância de não divulgar os gabaritos enquanto durar a aplicação, pois isto apenas prejudica a fidedignidade dos diagnósticos e consequentemente o trabalho pedagógico a partir das necessidades dos estudantes.

Os registros resultantes da ADE, das AAP e do Saresp, inseridos na Secretaria Escolar Digital - SED e apresentados na Plataforma Foco Aprendizagem, agregados aos que a escola e o professor já possuem a partir de suas avaliações internas, oferecem informações preciosas para o planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação e aprofundamento.

Esperamos que as avaliações e orientações pedagógicas sejam efetivamente subsídios concretos à ação docente para a necessária intervenção pedagógica a favor da melhoria da aprendizagem de todos os nossos estudantes.

Coordenadoria Pedagógica (COPED)

Avaliação Diagnóstica de Entrada - Matemática

A premissa básica a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o estudante no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas para a Avaliação Diagnóstica de Entrada 2020 de Matemática que subsidiarão o trabalho no ano letivo.

Assim, a avaliação haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o Currículo Paulista destaca que:

> [...] a avaliação produz informações valiosas no que diz respeito à aprendizagem dos estudantes, às necessidades de recuperação e de reforço das aprendizagens, à própria prática em sala de aula, permitindo adequações e mudanças metodológicas.
>
> Desta forma, avaliar demanda um olhar atento do professor em relação aos avanços, assim como pensar em instrumentos pelos quais possa, de fato, diagnosticar as aprendizagens dos estudantes e seus níveis de proficiência a respeito do que lhes foi ensinado e planejar ações necessárias para que todos possam aprender. SÃO PAULO, 2018, p. 42

É importante salientar que as observações que constam nos Comentários e Recomendações Pedagógicas deste caderno são pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos estudantes.

É importante o professor realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA

COPED – CEFAF e CEM

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE ENTRADA

Matriz de Referência – 7º ano do Ensino Fundamental

Questão	Habilidade
1	Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas.
2	Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.
3	Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.
4	Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos.
5	Realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.
6	Resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais.
7	Efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade.
8	Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos.
9	Resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais.
10	Efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade.
11	Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas.
12	Realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

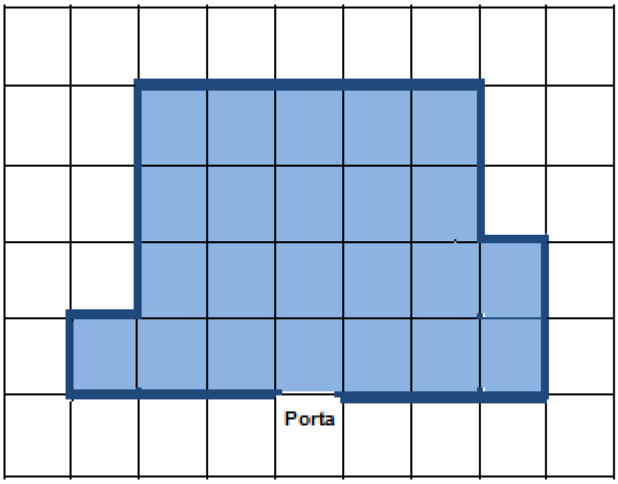
GABARITO

QUESTÃO	A	B	C	D
1			X	
2	X			
3	X			
4		X		
5		X		
6		X		
7			X	
8		X		
9			X	
10				X
11			X	
12			X	

Habilidade
Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas.

Questão 01

Seu Mário colocou pisos novos em seu salão de festas. Ele colocou também rodapé, conforme mostra a figura a seguir.



Considerando que na porta não vai rodapé e que cada lado do quadradinho mede 1 m é correto afirmar que a área revestida pelo piso é de 23 m^2 e a medida do rodapé é:

(A) 23 m.

(B) 22 m.

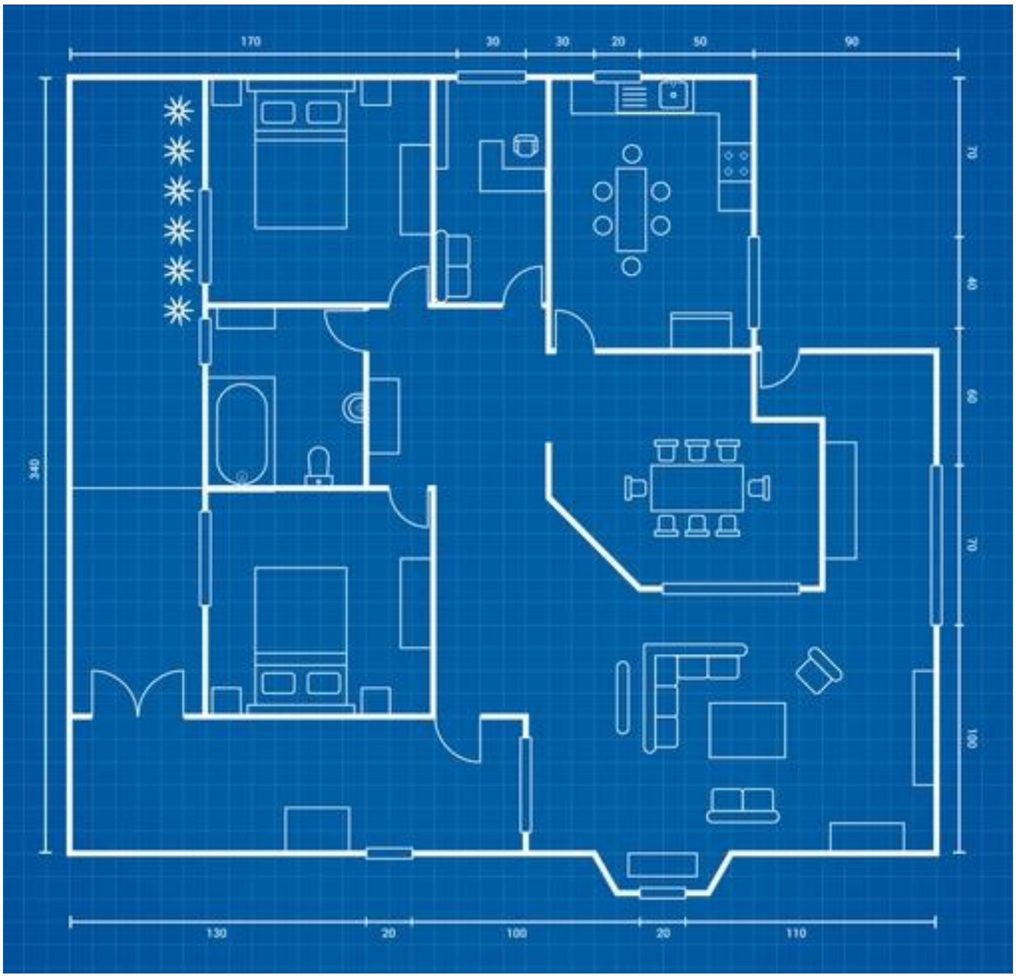
(C) 21 m.

(D) 20 m.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a medida do perímetro do polígono e subtraia a medida da porta para achar a medida do rodapé. Essa questão se relaciona em partes com a habilidade EF04MA21 do Currículo Paulista, que envolve medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

O uso de malhas quadriculadas, ou ferramentas derivadas das malhas quadriculadas (como as heliogravuras utilizadas na engenharia, na arquitetura e no urbanismo) para representar projetos arquitetônicos gera muito interesse nos estudantes pela beleza das representações e grau de tecnicidade envolvido na sua composição. Utilizar essa referência como motivação contextual da questão é muito interessante, e encontra respaldo em diversas obras didáticas que suportam esse tipo de exemplo, conforme analisado por Santana (2006)[1].



Exemplo de uma planta heliográfica. Nota-se, ao fundo, a malha quadriculada.

Para resolver a questão, espera-se que o estudante efetue a soma dos lados externos dos quadradinhos que estão na borda, para isso deve notar que:

- existem 16 quadrados que compõem o perímetro da figura, porém um deles corresponde à porta, de forma que não será considerado;
- quatro desses quadrados contribuem com dois lados para o perímetro;
- um deles contribui com dois de seus lados;
- os outros dez contribuem com apenas um lado;

[1] SANTANA, W. M. G. **O uso de recursos didáticos no ensino do conceito de área**: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4478/1/arquivo5348_1.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

Portanto, como cada lado de cada quadrado representa 1m, o comprimento do rodapé será dado pela seguinte expressão:

$$(4 \times 2m) \ + \ (1 \times 3m) \ + \ (10 \times 1m) = 21m$$

O que faz com que a alternativa **C** (21 m) seja a correta.

Outra maneira de resolver a questão é perceber que o cômodo mostrado no enunciado é um octaedro não-regular, cujo perímetro será equivalente à soma dos comprimentos de cada lado, determinados por meio da malha quadriculada. Ainda, deve ser descontado 1m desse valor, equivalente à porta. Dessa maneira, o comprimento do rodapé do salão será:

$$\overbrace{7m + 1m + 1m + 3m + 5m + 2m + 1m + 2m}^{Comprimentos\ dos\ lados\ do\ polígono}\overbrace{-1m}^{Porta} = 21m$$

Cujo valor, novamente, apresenta-se na alternativa **C**.

O estudante pode assinalar a alternativa B (22 m) caso esqueça que o comprimento da porta não é levado em consideração no cálculo da medida do rodapé. Já a alternativa A (23 m) pode ser assinalada por estudantes que confundem o perímetro de uma figura com a sua área, ou supondo incorretamente que essas grandezas têm valores iguais, e contabilizam que a figura é formada por 23 quadradinhos. Por fim, a alternativa D (20 m) é escolhida por estudantes que provavelmente contam a quantidade incorreta de quadrados que de fato compõem o perímetro da figura, ou ainda por aqueles que subtraem um lado a mais na hora de descontar a medida da porta.

Sugere-se ao professor, quando perceber que os estudantes apresentaram dificuldade nessa questão, que dedique – da maneira como for possível em seu planejamento – algum tempo para percorrer a sequência didática de **Perímetro e Superfície**[2]. Nessa atividade, é possível empregar Metodologias Ativas como a Aprendizagem entre Pares ou Times: os estudantes são divididos em equipes (procurando aproximar aqueles com níveis de conhecimento próximos) e resolvem colaborativamente as situações-problema propostas, discutindo entre si, buscando caminhos próprios para resolução e apresentando uns aos outros suas descobertas.

[2] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%20%5F%20Per%C3%ADmetro%20e%20Superf%C3%ADcie%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

Alguns materiais que podem ser úteis para a elaboração dessas atividades:

- De perímetros às áreas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=976>. Acesso em: 29 nov. 2019.

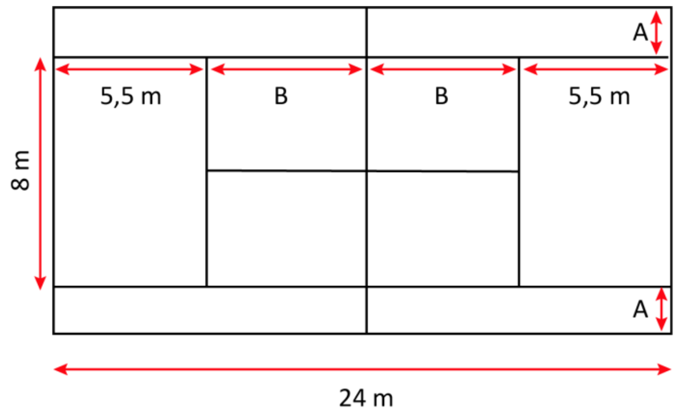
- De que forma o cálculo de área pode proporcionar situações que vão muito além da aplicação de uma fórmula simples? – Coleção de Aulas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=491>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Quadrados e Tangram. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1051/quadrados-e-tangram>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.

Questão 02

A figura mostra as medidas aproximadas de uma quadra de tênis oficial. Sabe-se que o formato desta quadra é retangular e que o perímetro é de aproximadamente 70 m. Com estas informações, Felipe calculou corretamente os valores das medidas A e B, em metros.



Assim, pode-se dizer que o valor da soma A+B será:

(A) 8 m.

(B) 9,5 m.

(C) 14,5 m.

(D) 16 m.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a medida dos lados A e B da figura utilizando a medida fornecida do perímetro e dos outros lados da quadra de tênis. Essa questão se enquadra na habilidade EF07MA32 do Novo Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Na resolução do problema o estudante deve mobilizar o conhecimento de equivalência entre medidas de lados e áreas de figuras planas. Assim, para encontrar a medida B, o estudante deve reconhecer que:

$$B + B + \ 5{,}5m + 5{,}5m \ = \ 24m$$

$$\Leftrightarrow 2B + 11m = 24m$$

$$\therefore B = 6{,}5m$$

Encontrando, por fim, o valor de 6,5m para B.

Dessa forma, para calcular o valor de A, o estudante deve então lembrar que o perímetro é dado pela soma dos lados do polígono que, nesse caso, é um retângulo. Dessa forma, será dado por:

$$2 \times 24m + 2(8m + 2A) = 70m$$

$$\Leftrightarrow 4A = 70m - 48m - 16m = 6m$$

$$\therefore A = 1{,}5m$$

Por fim, determinará o valor da soma A + B, que é de $1{,}5m + 6{,}5m = 8m$, tornando a alternativa **A** (8 m) correta.

O estudante que assinala a alternativa B (9,5 m) não reconhece que um dos lados é dado por 8m + 2A, e considera apenas 8m + A, encontrando o valor de 3m para A. Já a alternativa C (14,5 m) é assinalada por estudantes que, ao calcularem a medida de B, consideram erroneamente que o comprimento total do lado maior é dado por $(2 \times 5{,}5m) \ + \ B$, chegando a um valor de 13m para B. A combinação de ambos os erros denotados nas alternativas B e C dá origem à alternativa D (16 m), ou seja, os estudantes que selecionam essa alternativa consideram o lado menor como $8m + A$ e o lado maior como $(2 \times 5{,}5m) \ + \ B$, encontrando respectivamente os valores 3m e 13m para A e B, determinada a soma desses valores como 16m.

Se o professor detectar que um grupo de estudantes apresentou dificuldade com essa questão, sugere-se que ele trabalhe a sequência didática de **Perímetro e**

Superfície[3], no momento que achar mais adequado durante o ano letivo. Nesse caso, pode-se utilizar Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem Baseada em Projetos motivada pelo contexto da questão: pode-se propor que os estudantes projetem quadras de diferentes esportes baseados nas medidas oficiais e em algumas medidas fornecidas pelo professor. A prática de esportes geralmente se dá em espaços que seguem regras estritas de dimensionalidade, e as quadras podem ser decompostas em figuras menores com facilidade (às vezes por meio das próprias linhas já existentes nesses espaços, como quadras, campos e pistas).

Os materiais a seguir podem ser úteis para realização das pesquisas pertinentes:

- Medida certa: confira as dimensões de 10 quadras esportivas. Disponível em: <https://casa.abril.com.br/casas-apartamentos/medida-certa-confira-as-dimensoes-de-10-quadras-esportivas/>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Matemática em Quadra. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1687>. Acesso em: 29 nov. 2019.

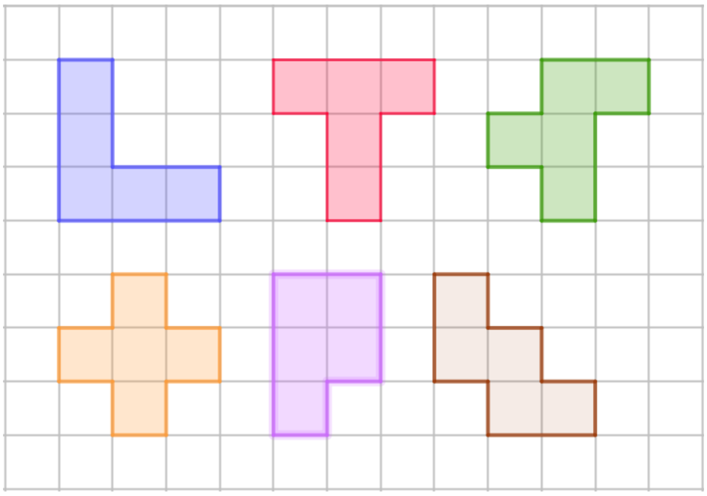
- Plano de aula - Decompondo Áreas de Plantas Baixas. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/394/decompondo-areas-de-plantas-baixas>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.

Questão 03

Rafaela pintou as seguintes figuras na malha quadriculada.

[3] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%20%5F%20Per%C3%ADmetro%20e%20Superf%C3%ADcie%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.



Das figuras que Rafaela pintou:

(A) Todas possuem a mesma área, mas apenas cinco delas o mesmo perímetro.

(B) Todas possuem o mesmo perímetro, mas apenas cinco delas a mesma área.

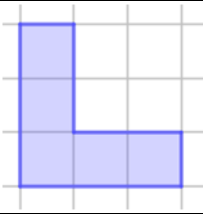
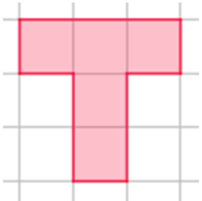
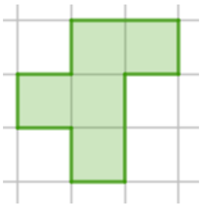
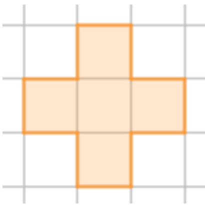
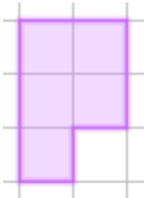
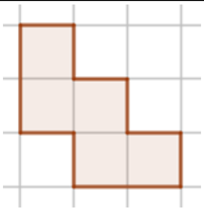
(C) Todas possuem a mesma área e mesmo perímetro.

(D) Nenhuma possui a mesma área e mesmo perímetro.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Essa questão pede que o estudante selecione a alternativa cuja afirmação acerca da área e do perímetro das figuras apresentadas esteja correta, de maneira a avaliar a habilidade de determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras. No âmbito do Novo Currículo Paulista, a questão envolve a habilidade EF07MA32, que abrange "Resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas".

De forma a responder adequadamente à questão, o estudante precisa primeiro relacionar as propriedades área e perímetro à malha quadriculada na qual as figuras são apresentadas: cada figura é composta por um número inteiro de quadrados coloridos, de maneira que a área será dada pelo número de quadrados compreendidos no seu interior; de maneira análoga, o perímetro será dado pelo número de lados de quadrado que delimitam cada figura, destacados com um traçado mais espesso. Dessa forma, pode-se determinar a área e o perímetro de cada figura apresentada nessas unidades:

Figura	Área	Perímetro
	5 quadrados	12 lados de quadrado
	5 quadrados	12 lados de quadrado
	5 quadrados	12 lados de quadrado
	5 quadrados	12 lados de quadrado
	5 quadrados	10 lados de quadrado
	5 quadrados	12 lados de quadrado

Percebe-se que apenas a alternativa **A** ("Todas possuem a mesma área, mas apenas cinco delas o mesmo perímetro") apresenta uma afirmação correta acerca das figuras, uma vez que, de fato, todas as figuras possuem a mesma área (5 quadrados), mas apenas cinco delas o mesmo perímetro (12 lados de quadrado), sendo que uma sexta figura possui perímetro de 10 lados de quadrado.

A alternativa B ("Todas possuem o mesmo perímetro, mas apenas cinco delas a mesma área") é assinalada por estudantes que provavelmente confundem os conceitos de área e perímetro, embora determinem corretamente o valor numérico dessas grandezas – na sua percepção – a partir da malha quadriculada apresentada. Já a alternativa C ("Todas possuem a mesma área e mesmo perímetro") pode ser assinalada por estudantes que determinam incorretamente o perímetro de uma das figuras apresentadas (colorida em lilás), chegando ao valor de 12 lados de quadrado ao invés de 10 lados de quadrado. Por fim, a opção pela alternativa D ("Nenhuma possui a mesma área e mesmo perímetro") provavelmente sinaliza problemas na contagem dos elementos pertinentes à área e ao perímetro, sem excluir também uma possível confusão entre esses conceitos.

Quando o professor perceber que determinado grupo de estudantes demonstrou dificuldade nessa questão, ele pode – em um momento adequado do seu planejamento – propor atividades que trabalhem a sequência didática de **Perímetro e Superfície**[4]. Nesse caso, pode-se utilizar Metodologias Ativas de ensino, como a Gamificação, motivada pelo contexto da questão. O professor pode convidar os estudantes a participar de um jogo de construção de poliminós (tais como aqueles exibidos na figura do enunciado), dividindo-os em equipes e propondo que desenhem o máximo possível de poliminós diferentes com um determinado valor de área, atribuindo pontuações maiores conforme mais respostas corretas forem capazes de produzir. Nessa atividade, tal como afirmado por Pessoa (2010)[5], é muito importante trazer à compreensão dos estudantes que figuras diferentes podem apresentar a mesma área e o mesmo perímetro, e que figuras de mesma área podem apresentar perímetros diferentes e vice-versa.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

- De perímetros às áreas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=976>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- De que forma o cálculo de área pode proporcionar situações que vão muito além da aplicação de uma fórmula simples? – Coleção de Aulas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=491>. Acesso em: 29 nov. 2019.

[4] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%20%5F%20Per%C3%ADmetro%20e%20Superf%C3%ADcie%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

[5] PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada**: influência de algumas variáveis. 141f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação. Recife, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3944/1/ arquivo61_1.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

- Plano de aula - Quadrados e Tangram. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1051/quadrados-e-tangram>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos.

Questão 04

Carina propôs um desafio a seu amigo: descobrir um número que seja ao mesmo tempo divisor de 60 e múltiplo de 4.

Entre os números abaixo, o único que satisfaz essas condições é o:

(A) 10.

(B) 12.

(C) 24.

(D) 30.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a alternativa que corresponde ao número que é divisor de 60 e múltiplo de 4. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA06 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores.

As relações "ser múltiplo de" e "ser divisor de" estão interconectadas, pois podem ser consideradas inversas uma da outra; dados dois números **a** e **b**, dizer que **b** é múltiplo de **a** significa que existe um número natural **k** tal que seu produto por **a** é exatamente **b**. De forma análoga, se **b** é múltiplo de **a**, **a** é divisor de **b**, pois a razão entre **b** e **a** – ou o quociente da divisão euclidiana de **b** por **a** – é também número natural, e, no caso, equivale a **k**. Essas relações valem também para os números inteiros, que serão introduzidos ao estudante posteriormente no seu percurso curricular. É possível sumarizar essas relações da seguinte forma:

"**b** é múltiplo de **a**"	"**a** é divisor de **b**"

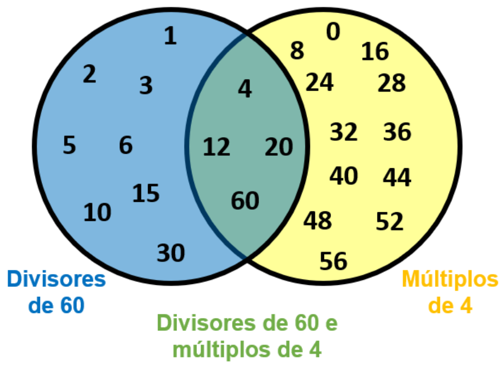
$a \cdot k = b$ $a, b, k \in \mathbb{N}$	$\frac{b}{a} = k$ $a, b, k \in \mathbb{N}$

Portanto, a maneira mais simples de solucionar a questão é verificar ambos os casos propostos no enunciado: deve-se determinar o conjunto dos números que é simultaneamente múltiplo de 4 e divisor de 60.

O conjunto dos divisores de 60 é $D(60) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$.

O conjunto que contém os 16 primeiros múltiplos de 4 é $M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60\}$.

Os números que respondem adequadamente ao comando são aqueles que se encontram na intersecção entre ambos os conjuntos, ou seja, estão presentes tanto no conjunto D quanto no conjunto M, como pode ser apreciado no diagrama a seguir:



De modo que o único número que se adequa corretamente a ambas as proposições é o 12, representado na alternativa **B** (12). Os estudantes que selecionam os números contidos nas alternativas A (10) ou D (30) podem ter dificuldade com o conceito de "ser múltiplo de", pois os valores escolhidos não são múltiplos de 4. De forma análoga, ao escolher o valor da alternativa C (24), os estudantes podem estar indicando problemas com o conceito de "ser divisor de", uma vez que o valor apresentado não é divisor de 60.

Sugere-se ao professor, ao perceber que um grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão, que reserve algum momento – conforme as possibilidades do seu planejamento – para trabalhar a sequência didática de **Múltiplos e Divisores**[6]. Ao fazê-lo, ele pode se valer de Metodologias Ativas de

[6] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FM%C3%BAltiplos%20e%20Divisores%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF>. Acesso em: 27 dez. 2019.

ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Nesse tipo de abordagem, os estudantes são divididos em times (respeitando a proximidade entre seus níveis de conhecimento) e cooperam entre si para resolver as situações-problema propostas, desenvolvendo seus próprios caminhos para resolução e debatendo suas conclusões.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

- Números Múltiplos. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=2084>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Descobrindo múltiplos. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/778/descobrindo-multiplos>. Acesso em: 29 nov. 2019.

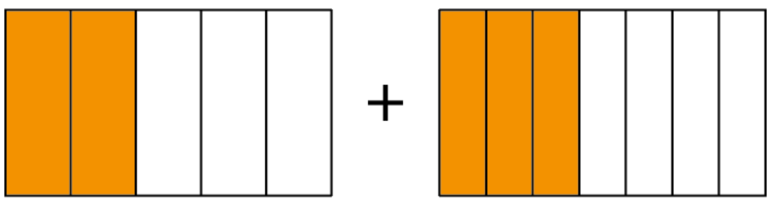
- Plano de aula - Estudando os Divisores. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/895/estudando-os-divisores>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Múltiplos e divisores no cotidiano. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1142/multiplos-e-divisores-no-cotidiano>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Questão 05

Uma maneira de representar frações são com pictogramas. Interprete e efetue a operação a seguir, considerando a fração como sendo a parte pintada de laranja em relação ao todo:



Qual é a alternativa que corresponde ao resultado da operação?

(A) $\frac{5}{12}$

(B) $\mathbf{\frac{29}{35}}$

(C) $\frac{41}{35}$

(D) $\frac{29}{70}$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione o valor que corresponde ao resultado da soma de duas frações representadas por pictogramas. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA10 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

A abordagem geométrica das operações com frações se justifica, segundo Guerra (2008)[7], porque "a caracterização das operações com frações como um processo de contagem, estrutura já estabelecida no sistema cognitivo da maioria dos estudantes, estabelece uma relação com os inteiros no sentido em que operar com elas é similar a operar com os inteiros". De fato, a questão sugere a construção das frações ordinais através dos pictogramas dados, em que o número de divisões é o denominador e o número de partes pintadas é o numerador.

Portanto, no início do desenvolvimento, o estudante deve identificar que o primeiro pictograma corresponde a $\frac{2}{5}$ e o segundo corresponde a $\frac{3}{7}$. Para efetuar a soma de ambas as frações, deve-se equalizar seus denominadores ao Mínimo Múltiplo Comum entre 5 e 7, equivalente a 35 (ambos são números primos). Dessa forma, a operação que precisa ser executada é:

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\times\frac{7}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{5}{5}=\frac{14}{35}+\frac{15}{35}=\frac{29}{35}$$

De modo que a alternativa **B**, que exibe o número $\frac{29}{35}$, é a correta.

A alternativa C $\left(\frac{41}{35}\right)$ é escolhida por estudantes que possivelmente erram ao interpretar o enunciado, que diz que, nos pictogramas apresentados, a porção em laranja equivale ao numerador; dessa forma, esses estudantes interpretam as porções em branco como se fossem os numeradores questionados, encontrando frações iniciais com valores iguais a $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{7}$, cuja soma é $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}=\frac{41}{35}$.

A alternativa D $\left(\frac{29}{70}\right)$, por sua vez, é assinalada por estudantes que possivelmente equalizam corretamente as frações inicialmente apresentadas na forma de pictograma usando o MMC entre os denominadores; contudo, realizam a soma

[7] GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. S. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 31, p. 41-54, 2008. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, Brasil. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883004.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2020.

também dos denominadores $(35 + 35)$, elegendo como resposta final uma fração que contém o numerador adequado, mas um denominador equivalente à soma dos denominadores equalizados.

Já os estudantes que assinalam a alternativa A $\left(\frac{5}{12}\right)$ não calculam o MMC e resolvem a questão apenas somando os numeradores e denominadores iniciais, em paralelo.

Se o professor perceber que um grupo de estudantes demonstrou dificuldade com essa questão, sugere-se (dentro das possibilidades do seu planejamento) trabalhar a sequência didática de **Representações Numéricas**[8]. Ao fazê-lo, pode utilizar Metodologias Ativas de ensino nas atividades elaboradas, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao adotar essa abordagem, dividirá os estudantes em equipes (aproximando aqueles com níveis de conhecimento similares) e oferecerá atividades para que realizem em conjunto, discutindo suas respostas, construindo colaborativamente suas resoluções, apresentando posteriormente seus resultados e debatendo com a classe suas conclusões.

As referências a seguir podem ajudar a construir ou complementar as atividades para esse fim:

- Frações, construindo o conceito. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12831>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Representando frações com números. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/259/representando-fracoes-com-numeros>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais.

Questão 06

O ar atmosférico é composto por vários gases. Destes os mais abundantes são o nitrogênio e o oxigênio, gás essencial para a vida. Considerando que o gás

[8] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20num%C3%A9ricas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

nitrogênio e o gás oxigênio compõem, respectivamente, 78% e $\frac{1}{5}$ do ar atmosférico, qual é a porcentagem de outros gases no ar?

(A) 0,02%

(B) 2%

(C) 20%

(D) 21,8%

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante calcule a porcentagem de gases na atmosfera relacionando fração e porcentagem. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA10 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Na resolução da questão o estudante deve converter ambos os valores fornecidos à mesma representação, que permita e facilite descobrir qual é a porcentagem faltante, correspondente aos outros gases e que, combinada às outras frações, perfaz 100%. Um algoritmo possível é perceber que $\frac{1}{5}$ é equivalente a $\frac{20}{100}$ que, por sua vez, corresponde a 20%; dessa forma, somando a porcentagem de nitrogênio e oxigênio no ar atmosférico ($78\% + 20\%$), o estudante perceberá que esses gases, combinados, respondem por 98% da composição; sendo a porcentagem total de gases no ar igual a 100%, a porcentagem de outros gases é igual a $100\% - 98\% = 2\%$, de modo que a alternativa **B** (2%) contém o valor correto.

A alternativa A (0,02%) é assinalada por estudantes que reconhecem que 100% corresponde ao número 1 e, para resolver o problema, transformam corretamente 78% e $\frac{1}{5}$ em números decimais, obtendo 0,78 e 0,2; em seguida, somam os valores e subtraem de 1, chegando a um valor de 0,02. No entanto, ao invés de converter adequadamente esse valor para porcentagem, expressam erroneamente esse numeral como resultado.

Nos casos em que a alternativa C (20%) foi assinalada, os estudantes possivelmente calcularam corretamente a porcentagem correspondente à fração de outros gases (2%); entretanto, combinaram esse número ao valor de 78% já fornecido, obtendo 80% e encontrando 20% como diferença entre essa porcentagem e 100%.

Para que a alternativa D (21,8%) seja assinalada, o estudante deve, ao mesmo tempo, chegar ao número decimal que corresponde a 2% (0,02) e somá-lo, erroneamente e também sem realizar a conversão necessária, a 78%, chegando ao valor de 78,02%, cujo complemento para 100% aparece nesta alternativa.

Ao perceber que um grupo de estudantes sinalizou dificuldade com essa questão, sugere-se ao professor – durante o período letivo e dentro das possibilidades do seu planejamento – trabalhar a sequência didática de **Representações Numéricas**[9]. Ao fazê-lo, pode utilizar Metodologias Ativas de ensino nas atividades elaboradas, como a Aprendizagem baseada em Problemas. Dessa maneira, problematizará para os estudantes a determinação de um número racional a partir de outros números racionais em diferentes notações (como no contexto da questão apresentada), e construirá em conjunto com os estudantes as estratégias possíveis para resolver a situação-problema. O objetivo é que, ao final da atividade, todos tenham compreendido as diferentes estratégias para resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais.

As referências a seguir podem ajudar a construir ou complementar as atividades para esse fim:

- Porcentagens, frações e decimais. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Calculando porcentagem a partir de situações cotidianas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57760>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade.

Questão 07

Barril é uma unidade usada, com frequência, para medir volume de petróleo. Um navio carrega 16.000 m³ de petróleo o que equivale a 100.000 barris. O volume de um barril em litro é de:

[9] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20num%C3%A9ricas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

(A) 0,16

(B) 1,6

(C) 160

(D) 6,25

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Nessa questão, pede-se que o estudante relacione duas unidades de volume para fazer a conversão de barril para litro, avaliando sua habilidade em efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA24 do Currículo Paulista, que envolve "resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento."

O uso da unidade "barril" para se referir ao volume de petróleo, embora não seja padrão do ponto de vista do Sistema Internacional de Unidades, é usualmente empregada no campo semântico das finanças internacionais e na bolsa de valores, quando o petróleo é tratado como *commodity*. Esse termo permeia as notícias de jornal, TV e mídias sociais, de modo que sua interpretação é importante na construção de significados no cotidiano, e saber convertê-lo para uma unidade-padrão ajuda a elucidar a dimensão e agregar comparabilidade à grandeza tratada.

Para solucionar o problema, o estudante deve mobilizar o conhecimento de que 1 m^3 equivale a 1 000 L. Essa informação, combinada à fornecida no enunciado ("16.000 m^3 de petróleo o que equivale a 100.000 barris"), fornecerá a seguinte expressão:

$$\frac{1000\,L}{1\,m^3} \times \frac{16\,000\,m^3}{100\,000\,barris} = \frac{16\,000\,000\,L}{100\,000\,barris} = 160\,\frac{L}{barril}$$

A conclusão é de que o volume de um barril equivale a 160 L, que é dado pela alternativa **C** (160).

A alternativa A (0,16) é assinalada por estudantes que provavelmente não fazem a conversão de m^3 para L e apenas dividem o volume de petróleo do navio pelo número de barris. Por sua vez, os estudantes que assinalam a alternativa B (1,6) provavelmente associam 1 m^3 a 10 L, fazendo a conversão errada da unidade de volume.

Se, além de não converter adequadamente a unidade de volume, a proporcionalidade não for bem executada, ou seja, o adequado paralelismo da regra de três não for observado, os estudantes podem incorrer na alternativa D (6,25), que equivale à razão: $x = \frac{100\ 000}{16\ 000}$.

Ao perceber que algum grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão, o professor pode (durante o período letivo e conforme surgir oportunidade) trabalhar a sequência didática de **Unidades de Medidas**[10]. Nesse caso, será interessante propor atividades que empreguem Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Ao adotar essa abordagem, dividirá os estudantes em equipes (aproximando aqueles com níveis de conhecimento similares) e oferecerá atividades para que realizem em conjunto, discutindo suas respostas, construindo colaborativamente suas resoluções, apresentando posteriormente seus resultados e debatendo com a classe suas conclusões.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

- Porcentagens, frações e decimais. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Calculando porcentagem a partir de situações cotidianas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57760>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade
Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos.

Questão 08

O número 11 é primo, pois tem como divisores apenas 1 e 11. Entre os números 10 e 25, existem quantos primos?

(A) 4

[10] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FUnidades%20de%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

(B) 5

(C) 6

(D) 7

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Essa questão comanda que o estudante selecione a quantidade de números primos entre 10 e 25, mobilizando sua habilidade de estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos. A questão se enquadra na habilidade EF06MA06 do Currículo Paulista, que se relaciona a resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores.

Chama-se número primo, de acordo com a definição de Gardiner (1997)[11], "todo número natural maior ou igual a 2 que não pode ser fatorado como um produto de números naturais menores que ele próprio". Essa definição ajusta-se às expectativas de aprendizagem de Números Primos nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Com efeito, é primo todo número que tem como divisores naturais apenas o número 1 e ele próprio. Utilizando essas duas definições, o estudante deve chegar à conclusão que, entre 10 e 25, estão presentes cinco números primos (11, 13, 17, 19 e 23), o que torna a alternativa **B** (5) correta.

Para referência, a decomposição de todos os números entre 10 e 25 (inclusive) está relacionada a seguir:

10	11	12	13
2×5	**1 X 11 primo**	3×4	**1 X 13 primo**
14	15	16	17
2×7	3×5	4^2	**1 X 17 primo**
18	19	20	21
2×3^2	**1 X 19 primo**	$2^2 \times 5$	3×7
22	23	24	25
2×11	**1 X 23 primo**	$2^3 \times 3$	5^2

[11] GARDINER, A. **The Mathematical Olympiad Handbook**: An Introduction to Problem Solving Based on the First 32 British Mathematical Olympiads 1965-1996. [s.l.] Oxford University Press, 1997.

O estudante que assinala a alternativa A (4) possivelmente não identifica ou esquece de contar um número primo, provavelmente o número 11 que já foi citado no enunciado. No caso das alternativas C (6) e D (7), os estudantes identificam erroneamente e contam, respectivamente, um ou dois números primos a mais, provavelmente considerando os números 15 ou 21 como primos, visto que são ímpares e têm poucos divisores, induzindo a essa consideração.

O professor que porventura perceber que um grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão pode – conforme as possibilidades do seu planejamento e durante o período letivo – trabalhar a sequência didática de **Múltiplos e Divisores**[12]. Devido ao formalismo na Teoria dos Números, o professor pode encontrar dificuldades ao motivar os estudantes na participação de atividades que busquem reforçar os fundamentos desse assunto. No entanto, isso pode ser contornado pelo emprego de Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Nesse tipo de abordagem, os estudantes são divididos em times (aproximando aqueles com nível de conhecimento similar) e cooperam entre si para resolver as situações-problema propostas, desenvolvendo seus próprios caminhos para resolução e debatendo suas conclusões.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

- Números primos e compostos. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1623>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Números primos e o Crivo de Eratóstenes. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1359>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Identificando Primos. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/713/identificando-primos>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais.

[12] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FM%C3%BAltiplos%20e%20Divisores%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF>. Acesso em: 27 dez. 2019.

Questão 09

No início do dia, a água ocupava $\frac{17}{20}$ de um reservatório e no fim do dia, $\frac{1}{4}$. A quantidade de água que foi consumida nesse dia corresponde a que porcentagem da capacidade total do reservatório?

(A) 25%

(B) 50%

(C) 60%

(D) 85%

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante efetue a subtração de frações com diferentes denominadores e selecione a porcentagem equivalente ao resultado obtido, de maneira a avaliar sua habilidade em resolver situações-problema envolvendo diferentes representações de números racionais. Dentro do Currículo Paulista, trabalha-se a habilidade EF06MA10, que envolve resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Para resolver a questão o estudante deve perceber que a fração de água consumida corresponde à diferença entre o volume inicial e o volume final, e, em seguida, realizar a subtração das frações dadas. Uma vez que seus denominadores são diferentes, eles devem ser equalizados por meio do MMC entre ambos. Dessa forma, sendo x o volume consumido:

$$MMC(4, 20) = 20$$

$$x = \frac{17}{20} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{5} = \frac{17}{20} - \frac{5}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Fração que, ao ser transformada em porcentagem, fornece o valor equivalente de 60%:

$$\frac{3}{5} \times 100\% = \frac{300}{5}\% = 60\%$$

Levando ao assinalamento da alternativa **C** (60%).

Os estudantes que elegem a alternativa A (25%) falham na interpretação do enunciado, pois consideram a quantidade restante de água no reservatório $\left(\frac{1}{4}\right)$ como a quantidade que foi consumida, convertendo esse valor adequadamente à porcentagem correspondente, que é 25%. Um problema similar é sinalizado pela alternativa D (85%), escolhida por estudantes que consideram que a quantidade inicial de água no reservatório $\left(\frac{17}{20}\right)$ é igual a quantidade de água consumida, convertendo corretamente essa fração para porcentagem, e chegando a um valor de 85%. A alternativa B (50%), por sua vez, pode ser escolhida pelos estudantes que identificam que a resposta deve ser um número situado no intervalo entre $\frac{1}{4}$ (valor no final do dia) e $\frac{17}{20}$ (valor no início do dia), mas não conseguem encadear as ideias para determinar que devem computar a diferença entre esses dois valores, escolhendo aleatoriamente uma das duas alternativas situadas no intervalo mencionado.

Percebendo que alguns estudantes apresentaram dificuldade com essa questão, o professor pode reservar um momento do seu planejamento (durante o período letivo) para trabalhar a sequência didática de **Representações Numéricas**[13]. Ao fazê-lo, pode utilizar Metodologias Ativas de ensino nas atividades elaboradas, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. nesse caso, dividirá os estudantes em equipes, de modo que eles realizem as atividades propostas em conjunto ao invés de individualmente, debatendo seus mecanismos de resolução e discutindo suas conclusões. Ao final da atividade, o professor pode mediar a sumarização dessas respostas e intervir pontualmente caso a caso.

Os materiais listados a seguir podem ajudar na composição de alguns planos de aula para essa sequência didática:

- Frações, construindo o conceito. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12831>. Acesso em: 29 nov. 2019.

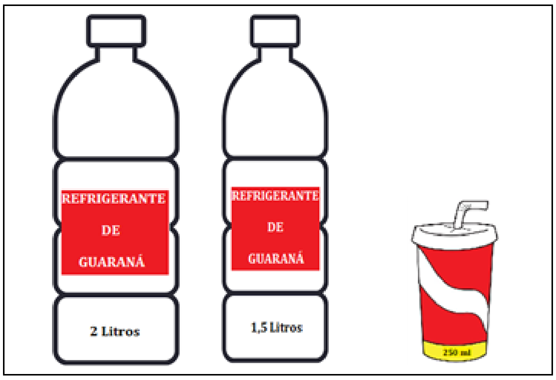
- Plano de aula - Representando frações com números. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/259/representando-fracoes-com-numeros>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade.

Questão 10

[13] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20num%C3%A9ricas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

Para a festa de aniversário da Rafaela, sua mãe comprou 3,5 litros de refrigerante.



Se a mãe de Rafaela usar copos com capacidade para 250 ml, quantos copos de refrigerante ela poderá servir?

(A) 0,014

(B) 0,14

(C) 1,4

(D) 14

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a quantidade de copos de menor volume que equivalem a um certo volume de refrigerante, para o qual deve se utilizar da habilidade de efetuar transformações de unidades de medida de comprimento, massa ou capacidade. Dentro do Currículo Paulista, a questão está relacionada à habilidade EF06MA24, "resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento."

Para responder a questão, o estudante deve realizar a conversão entre a unidade usual de capacidade "litro" e a unidade "copo" fornecida no enunciado. Essa conversão será mediada pelo volume fornecido do copo, que deve ser previamente convertido à unidade litro a partir da unidade mililitro, o que envolve a divisão por 1000 ou 10^3, da seguinte forma:

$$Fator\ de\ conversão\ a\ ser\ utilizado: 1000\ mililitros = 1\ litro$$

$$Volume\ do\ copo\ em\ litros: 250\ mL \times \frac{1\ L}{1000\ mL} = 0{,}25\ L$$

$$Volume\ total\ do\ refrigerante: 2L + 1{,}5L = 3{,}5L$$

$$Número\ de\ copos\ equivalentes: 3{,}5L \times \frac{1\ copo}{0{,}25\ L} = \frac{3{,}5}{0{,}25} copos = 14\ copos$$

Valor atribuído à alternativa **D** (14), que responde corretamente à questão.

A alternativa A (0,014) é assinalada pelos estudantes que convertem o volume de refrigerante em número de copos sem considerar a equalização das unidades, determinando o valor da fração $\frac{3{,}5}{250}$.

No caso das alternativas B (0,14) e C (1,4), o problema é na operacionalização da conversão das unidades, visto que apresentam, respectivamente, duas e uma ordem de grandeza inferiores ao resultado adequado. Isso mostra que o estudante compreendeu parcialmente o objetivo da questão.

Em todos os três casos de erro, é perceptível que os estudantes não voltam ao enunciado para interpretar seus resultados. Do contrário, perceberiam que é ilógico utilizar uma fração tão pequena de copos para servir tantos litros de refrigerante. Apresenta-se aqui uma oportunidade do professor trabalhar as estratégias de resolução de problemas de forma bilateral: primeiro, o enunciado é lido, interpretado e dele se extrai uma informação matemática na forma de situação-problema, que é desenvolvida e solucionada; em seguida, antes de declarar o problema resolvido, deve-se retornar ao enunciado, de posse da solução encontrada, integrá-la a outros conhecimentos (inclusive do cotidiano) e verificar a viabilidade dessa mesma solução.

Ao perceber que algum grupo de estudantes sinalizou dificuldade nessa questão, o professor pode (durante o período letivo e conforme surgir oportunidade) trabalhar a sequência didática de **Unidades de Medidas**[14]. Nesse caso, será interessante propor atividades que empreguem Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem baseada em problemas. O professor pode apresentar uma situação em que é necessário contabilizar um número de unidades menores que correspondem a uma unidade maior (copo/garrafa, prato/panela, minuto/hora, quilograma/tonelada) e problematizar a necessidade de determinar o fator de equivalência entre as duas unidades e o número de unidades menores que cabe na unidade maior. Os estudantes devem resolver o problema em conjunto, debatendo as estratégias escolhidas a cada passo e, por fim, na sua composição para chegar à resolução.

[14] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FUnidades%20de%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

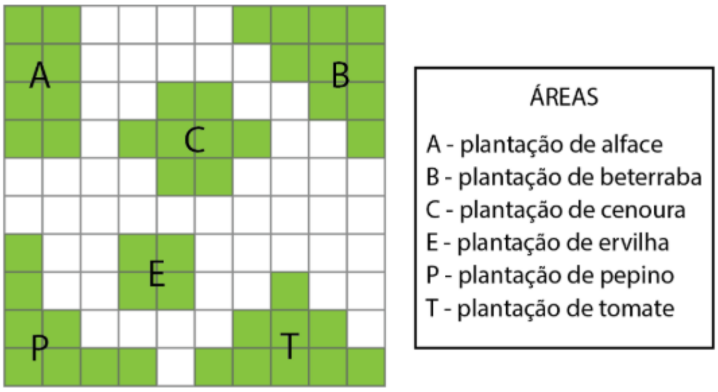
- Água é vida: as medidas de capacidade. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28371>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Medidas de capacidade e as relações entre litro e mililitro. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/988/medidas-de-capacidade-e-as-relacoes-entre-litro-e-mililitro>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas.

Questão 11

A área de plantio de uma fazenda está representada na malha quadriculada abaixo:



Sabendo que a malha quadriculada é formada por quadrados de mesmo lado, podemos afirmar que:

(A) as plantações de cenoura e pepino possuem mesma área e perímetro.

(B) as plantações de beterraba e tomate possuem mesma área e perímetro.

(C) a plantação de pepino possui o dobro da área da plantação de ervilha.

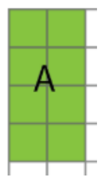
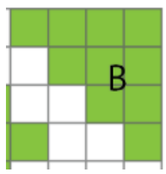
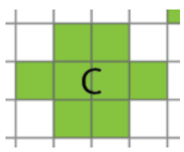
(D) a plantação de alface possui o dobro do perímetro da plantação de ervilha.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

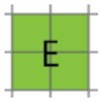
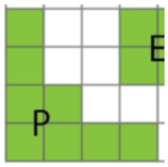
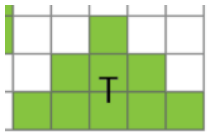
A questão apresentada requer que o estudante se lembre das definições de área e perímetro e das maneiras de calculá-los, para assim comparar as dimensões de diversas figuras e selecionar a alternativa que apresenta uma afirmação correta, mobilizando sua habilidade em comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas. Essa questão se enquadra na habilidade EF06MA29 do Currículo Paulista, que envolve analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

O uso combinado de poliminós (“figuras geométricas planas formadas por quadrados iguais, conectados entre si de modo que pelo menos um lado de cada quadrado coincida com um lado de outro quadrado”[15]) e malhas quadriculadas é um excelente recurso para trabalhar relações geométricas de maneira anterior aos formalismos analíticos. Empregando unidades informais de área e perímetro, essa abordagem permite fixar os aspectos relacionados à medição, comparação e produção de figuras geométricas sem se estender aos componentes cognitivos da conversão de unidades ou da operação de potenciação.

Ao resolver a questão, o estudante deve saber diferenciar os conceitos de área e perímetro, lembrando que área é a medida de uma superfície, e é representada pelo número de quadrados pintados na malha quadriculada; já o perímetro é a medida do comprimento que delimita uma figura, e será fornecido pelo número de lados de quadrado que delimitam cada área de plantio. Dessa maneira, para calcular as dimensões, deve-se contar a quantidade de elementos correspondentes a cada propriedade, da seguinte forma:

Figura	Cultura destinada	Área	Perímetro
	Plantação de alface	8 quadrados	12 lados de quadrado
	Plantação de beterraba	10 quadrados	16 lados de quadrado
	Plantação de cenoura	8 quadrados	14 lados de quadrado

[15] GOLOMB, S. W.; SOLOMON W. **Polyominoes**: puzzles, patterns, problems, and packings. [s.l.] Princeton University Press, 1994.

	Plantação de ervilha	4 quadrados	8 lados de quadrado
	Plantação de pepino	8 quadrados	16 lados de quadrado
	Plantação de tomate	9 quadrados	16 lados de quadrado

É possível, a partir daí, analisar cada alternativa separadamente e chegar à conclusão de que apenas a alternativa **C** ("a plantação de pepino possui o dobro da área da plantação de ervilha") apresenta uma afirmação correta.

A escolha da alternativa A ("as plantações de cenoura e pepino possuem mesma área e perímetro") está incorreta, pois embora as plantações de cenoura e pepino possuam a mesma área, seus perímetros são diferentes. Ela pode ser assinalada por estudantes que provavelmente calculam corretamente a área, mas ou não calculam o perímetro, inferindo incorretamente que áreas iguais implicam em perímetros iguais, ou se confundem ao calcular o perímetro, alcançando valores iguais para essas dimensões que são diferentes. Uma situação paralela é sinalizada pelos estudantes que escolhem a alternativa B ("as plantações de beterraba e tomate possuem mesma área e perímetro"), visto que as plantações de beterraba e tomate possuem de fato perímetros iguais, mas áreas diferentes.

O assinalamento da alternativa D ("a plantação de alface possui o dobro do perímetro da plantação de ervilha") sinaliza que possivelmente os estudantes que a escolhem têm dificuldade na conceitualização e diferenciação de área e perímetro, visto que, na verdade, a plantação de alface possui o dobro da área da plantação de ervilha, não do perímetro.

Quando o professor perceber que determinado grupo de estudantes demonstrou dificuldade nessa questão, ele pode – em um momento adequado do seu planejamento – propor atividades que trabalhem a sequência didática de **Perímetro e Superfície**[16]. Nesse caso, pode-se utilizar Metodologias Ativas de

[16] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%20%5F%20Per%C3%ADmetro%20e%20Superf%C3%ADcie%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenad

ensino, como a Gamificação, motivada pelo contexto da questão. O professor pode convidar os estudantes a participar de um jogo de demarcação de terrenos, onde, para pontuar, os estudantes terão que resolver vários problemas de divisão de um mesmo lote de terra em lotes menores de área predeterminadas. Dessa maneira, os estudantes são engajados e tendem a colaborar entre si para aumentar os ganhos de sua própria equipe.

Os materiais a seguir podem ser aproveitados para construção de planos de aula e atividades complementares que reforcem a habilidade avaliada na questão apresentada:

- De perímetros às áreas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=976>. Acesso em: 29 nov. 2019.

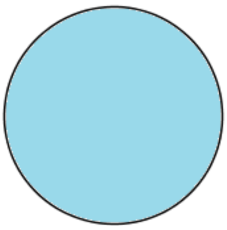
- De que forma o cálculo de área pode proporcionar situações que vão muito além da aplicação de uma fórmula simples? – Coleção de Aulas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=491>. Acesso em: 29 nov. 2019.

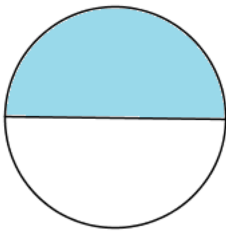
- Plano de aula - Quadrados e Tangram. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1051/quadrados-e-tangram>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade
Realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Questão 12

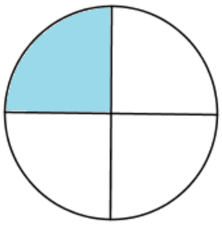
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

A) 

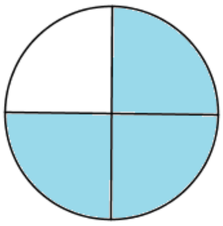
B) 

orias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

C)



D)



Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante efetue a subtração de duas frações com diferentes denominadores e selecione a alternativa que melhor representa o resultado na forma de pictograma. Para tal, deve utilizar sua habilidade de realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Essa questão se enquadra no descritor EF06MA10 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

As operações com frações permeiam as Ciências da Natureza, que exploram amplamente seus múltiplos significados, seja como quociente, razão, relação entre parte-todo e até mesmo probabilidade. É importante que o estudante seja capaz não só de realizar operações básicas com números de natureza fracionária, mas também de comunicar seu resultado por meio de diferentes linguagens (não só a matemática, mas também a literal e a pictográfica – como demanda a questão –, em suporte físico ou digital) e essa deve ser uma habilidade priorizada pelos professores ao longo de seus trabalhos nas etapas intermediárias do Ensino Fundamental.

Ao desenvolver a questão, o estudante poderá equalizar os denominadores de ambas as frações apresentadas utilizando o MMC entre seus denominadores, que é igual a 4. Ao aplicar adequadamente a equalização, o resultado da expressão será determinado:

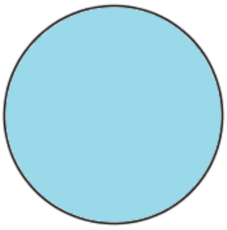
$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$$

Dentre os pictogramas apresentados, é possível determinar a fração representada, considerando que o denominador será equivalente ao número total de divisões exibidas, e o numerador equivalerá à quantidade de subdivisões pintadas. Essa percepção está muito alinhada com os trabalhos de Resnick

(1989)[17] sobre a construção de significados para frações ordinais, que pode servir como referência para aprofundamento nesse assunto.

A análise de cada pictograma apresentado está exposta a seguir:

Alternativa A

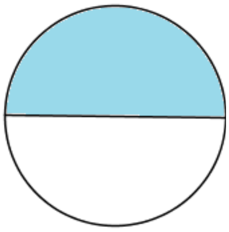


1 parcela pintada

1 parcela total

$\frac{1}{1}\ ou\ 1$

Alternativa B

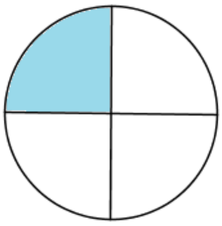


1 parcela pintada

2 parcelas totais

$\frac{1}{2}$

Alternativa C

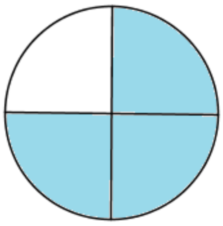


1 parcela pintada

4 parcelas totais

$\frac{1}{4}$

Alternativa D



3 parcelas pintadas

4 parcelas totais

$\frac{3}{4}$

Dessa forma, o pictograma que representa adequadamente a fração $\frac{1}{4}$ calculada é aquele mostrado na alternativa **C**.

A alternativa A é assinalada por estudantes que possivelmente subtraem as frações paralelamente (ou seja, subtraindo numeradores e denominadores), sem equalizar seus denominadores por meio de seu MMC, encontrando um resultado igual a $\frac{2}{2}$, que é equivalente a $\frac{1}{1}$ ou um inteiro.

Estudantes que escolhem a alternativa D entendem que a figura deve ser dividida em 4 partes iguais, porém falham ao compreender o comando, que diz "A figura *cuja parte colorida em azul* representa...", e identificam que o numerador deve ser representado pelas partes em branco, assinalando o complemento da fração $\frac{1}{4}$, que é $\frac{3}{4}$. Outra hipótese que deve ser considerada é que esses estudantes identifiquem o pictograma correspondente à parcela maior da subtração sugerida $\left(\frac{3}{4}\right)$. A partir dessa hipótese, é possível traçar um paralelo com os estudantes que assinalam a alternativa B, visto que ou não realizam corretamente a subtração de frações ou identificam a fração equivalente à parcela menor $\left(\frac{1}{2}\right)$.

Se o professor detectar que um grupo de estudantes sinalizou dificuldade com essa questão, sugere-se (dentro das possibilidades do seu planejamento)

[17] RESNICK, L. et al. **Conceptual Bases of Arithmetic Errors**: The Case of Decimal Fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 13 jan. 2020.

trabalhar a sequência didática de **Representações Numéricas**[18]. Ao fazê-lo, pode utilizar Metodologias Ativas de ensino nas atividades elaboradas, como a Aprendizagem entre Pares ou Times. Com esse tipo de metodologia, ao invés de percorrer individualmente as atividades propostas, os estudantes o fazem em equipes, discutindo suas respostas construindo em conjunto seus caminhos para resolução dos problemas, apresentando posteriormente seus resultados e debatendo com a classe suas conclusões.

As referências a seguir podem oferecer suporte à construção de alguns planos de aula nesse âmbito:

- Frações, construindo o conceito. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12831>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Representando frações com números. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/259/representando-fracoes-com-numeros>. Acesso em: 29 nov. 2019.

[18] Disponível em: <https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A7%C3%B5es%20num%C3%A9ricas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 27 dez. 2019.

Referências bibliográficas

GARDINER, A. **The Mathematical Olympiad Handbook**: An Introduction to Problem Solving Based on the First 32 British Mathematical Olympiads 1965-1996. [s.l.] Oxford University Press, 1997.

GOLOMB, S. W.; SOLOMON W. **Polyominoes**: puzzles, patterns, problems, and packings. [s.l.] Princeton University Press, 1994.

GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. S. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 31, p. 41-54, 2008. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, Brasil. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883004.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2020.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada**: influência de algumas variáveis. 141f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação. Recife, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3944/1/arquivo61_1.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

RESNICK, L. et al. **Conceptual Bases of Arithmetic Errors**: The Case of Decimal Fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 13 jan. 2020.

SANTANA, W. M. G. **O uso de recursos didáticos no ensino do conceito de área**: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4478/1/arquivo5348_1.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2019.

Sites pesquisados:

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=976. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=491. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1051/quadrados-e-tangram. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://casa.abril.com.br/casas-apartamentos/medida-certa-confira-as-dimensoes-de-10-quadras-esportivas. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1687. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/394/decompondo-areas-de-plantas-baixas. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%20%5F%20Per%C3%ADmetro%20e%20Superf%C3%ADcie%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 27 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FM%C3%BAltiplos%20e%20Divisores%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF>. Acesso em: 27 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=2084. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/778/descobrindo-multiplos. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/895/estudando-os-divisores. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1142/multiplos-e-divisores-no-cotidiano. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FRepresenta%C3%A

7%C3%B5es%20num%C3%A9ricas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 27 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12831. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/259/representando-fracoes-com-numeros. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57760. Acesso em: 02 dez. 2019.

https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F7%C2%BA%20ANO%20EF%5FUnidades%20de%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%207%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 27 dez. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1623. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1359. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/713/identificando-primos. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28371. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/988/medidas-de-capacidade-e-as-relacoes-entre-litro-e-mililitro. Acesso em: 29 nov. 2019.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED
Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE
Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP
Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF
Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM
Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular COPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material
Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Marcos José Traldi, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Juvenal de Gouveia, Márcia Soares de Araújo Feitosa, Soraia Calderoni Statonato, Sylvia Russiano Toledo Casari

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas
Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas
Diretora: Camila da Silva Alcazar
Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas