



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA
DE ENTRADA

MATERIAL DE APOIO PARA O PROFESSOR

6º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
1º Semestre de 2020

Avaliação Diagnóstica de Entrada

APRESENTAÇÃO

A política educacional da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo explicita em seu Plano Estratégico 2019-2022 a nossa missão: “garantir a todos os estudantes aprendizagem de excelência e a conclusão de todas as etapas da educação básica na idade certa”.

Para alcançar esse propósito, os processos avaliativos exercem um papel essencial. As avaliações diagnósticas e formativas se complementam com a finalidade de apoiar o trabalho dos professores, direcionando-o para as necessidades de aprendizagem dos estudantes. Aqui se inserem a Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE – e a Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP – que neste ano estão planejadas de forma articulada ao Calendário Escolar 2020, em momentos-chave do ano para utilização de seus resultados como apoio às escolas, oferecendo suporte às Semanas de Estudos Intensivos, às ações contínuas de recuperação, aprofundamento e replanejamento ao longo dos bimestres.

O desenho pedagógico das avaliações aplicadas a todos os anos/séries do ensino fundamental e do ensino médio, que inclui a ADE e a AAP, está articulado ao currículo, envolvendo ação integrada dos diferentes departamentos da Coordenadoria Pedagógica. Adota o Currículo Paulista como referencial no ensino fundamental, e no ensino médio o currículo oficial ainda vigente para esta etapa.

A **Avaliação Diagnóstica de Entrada – ADE** – que constitui o conteúdo deste primeiro documento – aplicada no início do ano letivo, **é focada exclusivamente nas habilidades de anos/séries anteriores essenciais para o percurso educacional dos estudantes**, necessárias à aquisição das habilidades do currículo previstas para o ano a ser iniciado. Permitirá a identificação, de forma mais precisa, das reais necessidades de aprendizagem dos estudantes, explicitando tanto as habilidades que mais dominam como aquelas que necessitam de maior atenção.

Já as AAP, enquanto avaliações formativas bimestrais, trarão majoritariamente habilidades previstas no currículo (Currículo Paulista para o ensino fundamental e currículo oficial ainda vigente no ensino médio) para os respectivos bimestres do ano em curso e, como inovação, incluirão também algumas habilidades de percurso - as anteriores que devem ser desenvolvidas ou consolidadas para a continuidade do processo de aprendizagem.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – Prova do Aluno – foram elaborados os correspondentes materiais de apoio ao docente, contendo os

quadros de habilidades, questões, gabaritos, orientações para aplicação (no caso dos anos iniciais do ensino fundamental) e recomendações pedagógicas para cada prova.

Ao contrário das avaliações de sistema em larga escala, as questões das avaliações ADE e AAP não são sigilosas. As provas impressas são enviadas para as Diretorias de Ensino em pacotes abertos, para entrega às escolas, e publicadas na Intranet ao final da sua aplicação. Isso porque é um material de apoio para o trabalho pedagógico. Sendo assim, é fundamental que todos os envolvidos no processo se conscientizem da importância de não divulgar os gabaritos enquanto durar a aplicação, pois isto apenas prejudica a fidedignidade dos diagnósticos e conseqüentemente o trabalho pedagógico a partir das necessidades dos estudantes.

Os registros resultantes da ADE, das AAP e do Saesp, inseridos na Secretaria Escolar Digital - SED e apresentados na Plataforma Foco Aprendizagem, agregados aos que a escola e o professor já possuem a partir de suas avaliações internas, oferecem informações preciosas para o planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação e aprofundamento.

Esperamos que as avaliações e orientações pedagógicas sejam efetivamente subsídios concretos à ação docente para a necessária intervenção pedagógica a favor da melhoria da aprendizagem de todos os nossos estudantes.

Coordenadoria Pedagógica (COPEd)

Avaliação Diagnóstica de Entrada - Matemática

A premissa básica a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o estudante no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas para a Avaliação Diagnóstica de Entrada 2020 de Matemática que subsidiarão o trabalho no ano letivo.

Assim, a avaliação haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o Currículo Paulista destaca que:

[...] a avaliação produz informações valiosas no que diz respeito à aprendizagem dos estudantes, às necessidades de recuperação e de reforço das aprendizagens, à própria prática em sala de aula, permitindo adequações e mudanças metodológicas.

Desta forma, avaliar demanda um olhar atento do professor em relação aos avanços, assim como pensar em instrumentos pelos quais possa, de fato, diagnosticar as aprendizagens dos estudantes e seus níveis de proficiência a respeito do que lhes foi ensinado e planejar ações necessárias para que todos possam aprender. SÃO PAULO, 2018, p. 42

É importante salientar que as observações que constam nos Comentários e Recomendações Pedagógicas deste caderno são pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos estudantes.

É importante o professor realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA

COPED – CEFAF e CEM

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE ENTRADA

Matriz de Referência – 6º ano do Ensino Fundamental

Questão	Habilidade
1	Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.
2	Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
3	Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
4	Reconhecer elementos de polígonos e círculos.
5	Reconhecer elementos de polígonos e círculos.
6	Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações do campo multiplicativo envolvendo números naturais.
7	Comparar e ordenar números racionais, de uso frequente, na representação fracionária ou na representação decimal.
8	Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações do campo multiplicativo envolvendo números naturais.
9	Reconhecer elementos de polígonos e círculos.
10	Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.
11	Reconhecer elementos de polígonos e círculos.
12	Comparar e ordenar números racionais, de uso frequente, na representação fracionária ou na representação decimal.

GABARITO

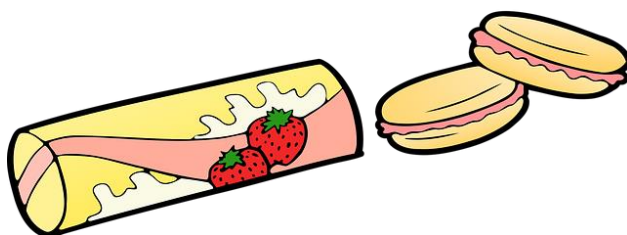
QUESTÃO	A	B	C	D
1	X			
2			X	
3			X	
4			X	
5			X	
6				X
7		X		
8				X
9		X		
10	X			
11			X	
12			X	

Habilidade

Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.

Questão 01

Camila e seu amigo Daniel resolveram comer um lanche no intervalo entre as aulas da escola.



© OpenClipart-Vectors/Pixabay

O tempo que eles tiveram para comer foi de 20:

- (A) minutos.
- (B) horas.
- (C) dias.
- (D) meses.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a unidade usual de medida de tempo adequada para mensurar a duração do intervalo entre as aulas, dado o fator multiplicativo fornecido no comando (20), de forma a avaliar a habilidade de reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA19 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema envolvendo medidas de diferentes grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, capacidade e área.

A expressão de grandezas dimensionais, como o tempo – no caso dessa questão – é sempre realizada por meio de um fator multiplicador e uma unidade de medida.

$$\frac{20}{\text{fator}} \frac{\text{minutos}}{\text{unidade de medida}}$$

multiplicador *medida*

Dessa forma, a questão propõe, por meio da fixação de um desses componentes (no caso, o fator multiplicador), que o estudante faça sua combinação com uma unidade de medida adequada para expressar a grandeza (componente a ser inferido).

Para responder corretamente à questão, assinalando a alternativa **A** (“minutos”), o estudante pode percorrer mais de uma estratégia de resolução. A possibilidade mais direta, que emprega informação adquirida do seu contexto, é conhecer a duração real do intervalo entre aulas em sua escola, perceber que essa duração é da ordem de algumas dezenas de minutos e assinalar, por correlação, a alternativa **A**.

Outra hipótese é que o estudante chegue à alternativa correta por inferência transitiva, comparando a duração de cada uma das possíveis respostas a fenômenos cuja duração, no seu raciocínio, é ordinal. Nessa situação, perceberá, por exemplo, que o intervalo corresponde a um evento de pequena duração dentro de todo o período letivo, e, dessa maneira, a unidade de medida mais apropriada para medir a duração do intervalo deve ser um submúltiplo da unidade utilizada para medir a duração do período letivo como um todo. Portanto, se o período letivo tem algumas horas, o intervalo deve ter – por inferência – alguns minutos.

Ao escolher as alternativas “dias” (C) ou “meses” (D), que não são unidades-padrão do SI, os estudantes sinalizam que não interpretaram corretamente a comparação entre as diferentes unidades de medida para uma mesma grandeza. Ou seja, esses estudantes possivelmente não percebem, por exemplo, que um mês corresponde a múltiplos dias, um dia corresponde a múltiplas horas e uma hora corresponde a múltiplos minutos, em nível decrescente de escala.

Os estudantes que selecionam a alternativa “horas” (B) compreendem adequadamente o objetivo da questão, realizam a etapa inicial da inferência proposta, reconhecendo que o período letivo é medido em horas, mas não sabem ou não se atentam para a existência de submúltiplos da unidade hora – a saber, o minuto e o segundo (sendo que o último é a unidade-padrão para medida de tempo no Sistema Internacional).

Caso o professor identifique que alguns de seus estudantes apresentaram dificuldades nessa questão, é possível trabalhar – conforme for apropriado dentro da programação para o ano letivo – a sequência didática de **Geometria e**

Medidas¹. Uma boa maneira de fazê-lo é empregar Metodologias Ativas como, por exemplo, a Aprendizagem em Pares ou Times.

Para tal, proponha à sala de aula um conjunto de eventos de escalas de tempo diferentes (a duração do dia letivo, o tempo necessário para se deslocar de uma sala de aula à outra, o tempo que demora o crescimento de uma flor, a duração das estações do ano) e um conjunto de unidades de tempo diferentes (segundo, hora, dia, mês). Em seguida, divida a sala em grupos, para que discutam entre si e alcancem um consenso sobre as correspondências entre evento e unidade adequada para sua medição. Essa atividade estimula o debate entre os estudantes, que pode inclusive incluir a realização de experimentos, e a síntese das conclusões ao final da aula, usando tabelas para comparar as respostas dadas por grupos diferentes.

Ao se preparar para essa atividade, é interessante trabalhar a ideia de inferência por meio de comparações com outros eventos que façam parte do contexto do estudante (duração de atividades usuais, programas de televisão, trajetos de realização diária, periodicidade de eventos como competições esportivas e eleições).

O seguinte material de referência pode ser útil na elaboração de atividades para reforço dessa habilidade:

- Sistema de Medidas – Tempo. Coleção de aulas. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=127>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade

Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.

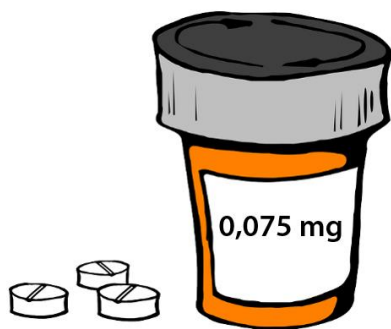
Questão 02

O frasco de comprimidos de Dona Lúcia indica a quantidade presente do componente.

¹ Disponível em:

<[https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf](https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf)>.

Acesso em: 15 jan. 2020.



© Clker-Free-Vector-Images/Pixabay

Qual é a fração que corresponde ao número decimal 0,075?

- (A) $\frac{1}{75}$
- (B) $\frac{75}{100}$
- (C) $\frac{75}{1000}$
- (D) $\frac{1000}{75}$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a representação fracionária adequada para o número decimal 0,075. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA01 do Currículo Paulista, que envolve relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.

Espera-se que o estudante relacione que esse número decimal está compreendido entre zero e um, e deve ser representado por meio de uma fração na qual o denominador é maior que o numerador; para descobrir a fração adequada, uma das maneiras de proceder é utilizar a notação decimal e o quadro de valor posicional como ferramenta para determinação da escrita fracionária, da seguinte forma:

0,075

unidade	décimo	centésimo	milésimo
0,	0	7	5

Percebendo que o número 0,075 corresponde a 0,75 décimos ($\frac{1}{10}$), 7,5 centésimos ($\frac{1}{100}$) ou 75 milésimos ($\frac{1}{1000}$), sendo que as seguintes representações são, portanto, equivalentes ao valor questionado:

$$\frac{0,75}{10}; \frac{7,5}{100}; \frac{75}{1000}$$

A única alternativa, dentre as apresentadas, que exibe uma dessas possibilidades é a alternativa C $\left(\frac{75}{1000}\right)$, que responde corretamente à questão.

Os estudantes que escolhem a alternativa A $\left(\frac{1}{75}\right)$ compreendem adequadamente que números decimais entre zero e um são resultados de divisões em que o divisor é maior que o dividendo, mas ignoram que a resposta selecionada deve ser uma fração decimal, o que pode sinalizar que os estudantes não compreendem a correspondência entre a ordem de grandeza de um número no quadro de valor posicional e a multiplicação ou divisão por um múltiplo de dez (Irwin, 1995)².

A alternativa B $\left(\frac{75}{100}\right)$ pode ser escolhida por estudantes que compreendem o objetivo da questão e utilizam o quadro de valor posicional, porém têm dificuldade na sua operacionalização (determinando, por exemplo, que o número é composto por sete décimos e cinco centésimos) ou não interpretam corretamente a representação fracionária - como fator multiplicativo - de cada posição nesse quadro (por exemplo, utilizando o milésimo como $\frac{1}{100}$), alcançando um valor de ordem de grandeza errada.

A alternativa D $\left(\frac{1000}{75}\right)$ apresenta uma fração cujo numerador é superior ao denominador, ou seja, que equivale a um número decimal superior a um. Nesse caso, o estudante confunde a relação entre numerador e denominador quando a fração tem significado de número, ou tem dificuldades em diferenciar as notações de dezena e décimo, centena e centésimo, unidade de milhar e milésimo.

A fim de endereçar essas habilidades em sala de aula, o professor pode, ao decorrer do ano letivo, exercitar a sequência didática de **Números Racionais**³ utilizando Metodologias Ativas de aprendizagem, como – por exemplo – a Gamificação. Ele pode propor, para isso, um jogo em que os estudantes, divididos em times, determinem sucessivamente as frações e os números decimais que representam certas quantidades dentro da sala de aula; cada etapa – determinação do denominador, numerador, composição da fração ordinal

² IRWIN, K. Students' images of decimal fractions. In: **Anais do PME 19** – Recife, julho de 1995.

³ Disponível em:

Acesso em: 15 jan. 2020.

correta e conversão a número decimal – deve ser apresentada à classe por um integrante diferente da equipe, que receberá um ponto ao acertar. As quantidades escolhidas devem ser simples (a fração de giz de determinada cor, a fração de livros de uma determinada disciplina, a fração de carteiras ocupadas). A sequência didática em questão é:

- Comparar ou ordenar números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Representar medidas não inteiras utilizando frações.
- Representar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.
- Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.
- Resolver problemas que envolvem diferentes representações de números racionais.

Alguns materiais já publicados podem ajudar a endereçar essa habilidade, tais como:

- Os números decimais e o sistema monetário brasileiro. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49095>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Porcentagens, frações e decimais. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.

Questão 03

Na casa de Juliano, a família possui uma garrafa de café de 1 L. Em certo dia, após o café da manhã, Juliano percebeu que a garrafa estava com $\frac{3}{4}$ de sua capacidade total.



© 240173/Pixabay

A quantidade de líquido na garrafa nesse instante é de:

- (A) 0,25 L
- (B) 0,34 L
- (C) 0,75 L
- (D) 3,40 L

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a representação fracionária adequada para o número fracionário $\frac{3}{4}$. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA01 do Currículo Paulista, que envolve relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.

Se o estudante, ao desenvolver a questão, já compreender a representação fracionária como a razão – ou divisão – entre dois números inteiros, poderá alcançar a resposta por meio da divisão euclidiana simples entre os dois números, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ -28 & \hline 20 & 0,75 \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Alcançando como resposta correta a alternativa **C** (0,75 L).

Não se deve ignorar, todavia, que o estudante pode perseguir uma estratégia similar à questão anterior dessa mesma prova, convertendo os números exibidos nas alternativas à representação fracionária irredutível e selecionando aquele que equivale a $\frac{3}{4}$, da seguinte forma:

Alternativa	Quadro de Valor Posicional			Representação Fracionária
	Unidade	Décimo	Centésimo	
0,25	0	2	5	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
0,34	0	3	4	$\frac{34}{100} = \frac{17}{50}$
0,75	0	7	5	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$
3,40	3	4	0	$\frac{34}{10} = \frac{17}{5}$

Alcançando também a alternativa C (0,75 L) como resposta.

As alternativas B (0,34 L) e D (3,40 L) apresentam números decimais nos quais aparecem explicitamente os numerais constituintes da fração original, separados pela vírgula (como em D) ou inteiramente transcritos à parte decimal (como em B). A escolha por uma dessas alternativas sinaliza que os estudantes possivelmente não compreenderam ainda que o denominador representa a quantidade total de partes pelas quais a unidade está dividida e o numerador representa o número dessas partes que se inclui para perfazer o número (Resnick, 1989)⁴. De fato, conforme afirmado por Bianchini (2001)⁵ apud Merlini (2005)⁶, “a troca da vírgula pelo traço de fração é um erro comum no ensino dos números decimais”, e requer que o professor reforce com os estudantes os conhecimentos conceituais da notação fracionária.

Os estudantes que escolhem a alternativa A (0,25 L) possivelmente dominam o processo de conversão entre a notação fracionária e decimal, mas têm problemas para concluir o encadeamento das ideias que levariam à resposta correta do

⁴ RESNICK, L. et al. Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 13 jan. 2020.

⁵ BIANCHINI, B.L. **Estudo sobre a aplicação de uma sequência didática para o ensino dos números decimais**. Tese (Doutorado em Psicologia da Educação) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/16347>>. Acesso em: 13 jan. 2020.

⁶ MERLINI, V. L. **O conceito de frações em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5a e 6a série do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111>>. Acesso em: 13 jan. 2020.

comando apresentado, escolhendo o número correspondente à fração de líquido faltante $\left(\frac{1}{4}\right)$, ao invés da fração de líquido restante $\left(\frac{3}{4}\right)$.

Se um conjunto de estudantes apresentar dificuldade nessa questão, pode-se sugerir que o professor desenvolva a sequência didática de **Números Racionais**⁷ em algum momento oportuno do período letivo, utilizando Metodologias Ativas de ensino, como um Estudo de Caso (dentro do próprio contexto da questão, utilizando exemplos do cotidiano em que se empregam essas frações usualmente, como instrumentos de medida culinária, por exemplo). O professor pode apresentar o caso e propor um conjunto de questões para serem discutidas pelos estudantes, como, por exemplo:

“Em que lugar ou situação, dentro do caso exposto, encontra-se um número racional?”

“Qual é o tipo de representação (fracionária, decimal ou percentual) utilizada para representar esse número?”

“Como esse número se compara à unidade (maior, menor ou igual)?”

“Que outros números, representados também fracionalmente, são equivalentes ao número envolvido?”

“Como é possível representar o número indicado na forma decimal? E percentual?”

A sequência didática de **Números Racionais** está apresentada a seguir:

- Comparar ou ordenar números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Representar medidas não inteiras utilizando frações.
- Representar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.

⁷ Disponível em:

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FN%C3%BAmeros%20Racionais%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>.>

Acesso em: 15 jan. 2020.

- Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.
- Resolver problemas que envolvem diferentes representações de números racionais.

Durante a elaboração dessa atividade, pode ser interessante consultar os materiais contidos nas seguintes referências:

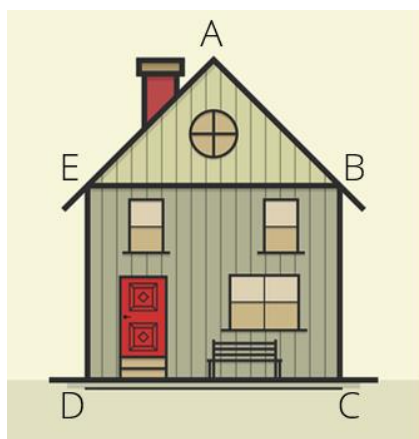
- Porcentagens, frações e decimais. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Plano de aula - Identificar frações maiores e menores que a unidade com o apoio de figuras. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1036/identificar-fracoes-maiores-e-menores-que-a-unidade-com-o-apoio-de-figuras>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Plano de aula - Calculando Frações I. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/851/calculando-fracoes-i>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Reconhecer elementos de polígonos e círculos.

Questão 04

Luana observou a sua casa e fez a seguinte ilustração:



© janjf93/Pixabay

Percebe-se que a casa foi desenhada a partir de uma combinação de polígonos. Alguns vértices estão indicados na figura. Os lados que formam o triângulo são:

(A) A, B e E

(B) \hat{A} , \hat{B} e \hat{E}

(C) AB, BE e EA

(D) BC, CD, DE e EB

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a representação adequada dos lados que formam o triângulo representado pelo telhado da casa, na figura. O objetivo é avaliar a habilidade de reconhecer elementos de polígonos e círculos. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA17 do Currículo Paulista, que envolve reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

O domínio da notação adequada dos elementos geométricos é fundamental para que seja possível comunicar as relações espaciais. Portanto, seria importante os estudantes dominarem e compreenderem as notações para:

- ponto ou vértice: letra latina maiúscula (A, B, C...);
- lado: duas letras latinas lado a lado (AB, BC, CD...), equivalentes a dois pontos extremos, representando a coleção de todos os pontos compreendidos na linha reta entre ambas as extremidades, inclusive;
- ângulo plano: letra latina com acento circunflexo (\hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , ...), representando o ponto no qual coincide a inclinação recíproca entre duas linhas retas, ou no qual ocorre a deflexão entre duas linhas retas). Vale ressaltar que, no caso da notação de ângulo, também se utiliza a representação que indica quais são as duas retas reciprocamente inclinadas, por meio de pontos nelas contidos (por exemplo, $A\hat{B}E$).

Dessa forma, o estudante deve perceber que, das quatro alternativas apresentadas, há apenas duas, C ("AB, BE e EA") e D ("BC, CD, DE e EB"), que apresentam representações de lados. Ao observar atentamente o desenho da casa apresentada, o estudante deve ser capaz de abstrair a informação estética e reduzi-la à justaposição entre o quadrilátero BCDE e o triângulo ABE, este último de lados AB, BE e EA.

O estudante que assinala a alternativa D ("BC, CD, DE e EB") reconhece a notação de lado, mas possivelmente não compreende os elementos discriminantes das

figuras planas triângulo (três lados) e quadrilátero (quatro lados). Já os estudantes que assinalam as alternativas A ("A, B e E") e B ("Â, B̂ e Ê") podem não reconhecer a notação para os diferentes elementos geométricos.

O professor que perceber dificuldade de seus estudantes nessa questão pode reforçar, quando possível dentro do período letivo, os componentes da sequência didática de **Poliedros e Polígonos**⁸, empregando Metodologias Ativas como a Aprendizagem entre Pares. Para fazê-lo, pode formar grupos de estudantes (procurando aproximar aqueles com níveis de conhecimento similares) e propor a identificação, em conjunto, de diferentes elementos (vértice, aresta/lado, ângulo interno) de um conjunto de polígonos. Dessa maneira, os estudantes deverão discutir as respostas e desenvolver caminhos para diferenciação desses elementos, apresentando suas conclusões ao final da atividade.

A sequência didática em questão compreende as seguintes habilidades:

- Reconhecer elementos e propriedades de polígonos e círculos.
- Compor e decompor figuras planas.
- Identificar ângulos retos.

As seguintes referências podem ser úteis nesse processo:

- Analisando polígonos. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=33392>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Estratégias eficientes para ensinar o conceito de ângulo. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/2703/estrategias-eficientes-para-ensinar-o-conceito-de-angulo>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Plano de aula - Nomeando os polígonos. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/399/nomeando-os-poligonos>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Conceitos Geométricos básicos – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/7v8q1lw7iuckk.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2019.

⁸ Disponível em:

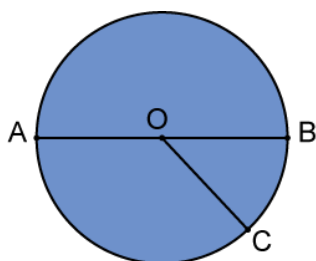
<<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FPoliedros%20e%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>>. Acesso em: 15 jan. 2020.

Habilidade

Reconhecer elementos de polígonos e círculos.

Questão 05

Em suas aulas de matemática, Pedro está estudando sobre círculos. Na última aula, sua professora propôs o seguinte desafio: a partir da figura abaixo, identificar um elemento do círculo, sabendo que O é o centro desse círculo.



Para ajudar o Pedro a acertar, marque a alternativa que responde corretamente ao desafio:

- (A) C é um raio do círculo.
- (B) \overline{AB} é um raio do círculo.
- (C) \overline{AB} é um diâmetro do círculo.
- (D) \overline{OC} é um diâmetro do círculo.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante identifique adequadamente um elemento do círculo e sua notação correspondente. Essa questão se relaciona (em partes) à habilidade EF05MA17 do Currículo Paulista, que envolve reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. Apesar de não trabalhar especificamente com polígonos, a questão trata do mesmo objeto do conhecimento dessa habilidade: "Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos."

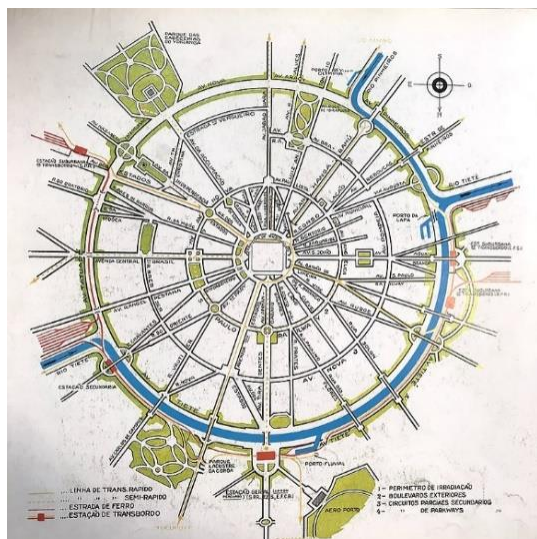
O raio do círculo é simbolizado por qualquer segmento de reta que tenha como extremidades, respectivamente, a origem do círculo e um ponto contido na circunferência que o delimita. Já o diâmetro do círculo é simbolizado por qualquer segmento de reta que possua como extremidades dois pontos da circunferência que delimita o círculo e que contenha, obrigatoriamente, o centro da

circunferência. Na figura apresentada, O é o centro do círculo; A , B e C são pontos da circunferência que delimita o círculo; \overline{OA} , \overline{OB} e \overline{OC} são raios do círculo e, por fim, \overline{AB} é um diâmetro. Logo, a alternativa correta é **C** (" \overline{AB} é um diâmetro do círculo"), a qual identifica adequadamente \overline{AB} como diâmetro do círculo.

A alternativa A (" C é um raio do círculo") apresenta a notação de um ponto para um segmento de reta. Estudantes que selecionam essa alternativa podem não compreender adequadamente as notações fundamentais da geometria euclidiana, segundo as quais uma letra latina maiúscula é utilizada para representar um ponto e duas letras latinas maiúsculas são utilizadas para representar um segmento de reta.

Já as alternativas B (" \overline{AB} é um raio do círculo") e D (" \overline{OC} é um diâmetro do círculo") relacionam incorretamente segmentos de reta da figura com seus significados. Nesse caso, caberá ao professor reforçar os elementos característicos do círculo com esses estudantes, dando especial ênfase à diferença entre raio e diâmetro.

Ao perceber a dificuldade dos estudantes nessa questão, o professor pode trabalhar a sequência didática de **Poliedros e Polígonos**⁹, quando for possível dentro do seu planejamento letivo, empregando Metodologias Ativas de ensino, como o Estudo de Caso. Nessa situação, pode-se apresentar aos estudantes o plano original de avenidas da cidade de São Paulo, concebido entre as décadas de 1920 e 1930 por Francisco Prestes Maia e João Florence Ulhôa Cintra¹⁰:



⁹ Disponível em:

<<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FPoliedros%20e%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>>. Acesso em: 15 jan. 2020.

¹⁰ TOLEDO, B. L. **Prestes Maia e as origens do Urbanismo moderno em São Paulo**. São Paulo: ABCP, 2005.

Sobre esse documento histórico e os elementos geométricos envolvidos, pode-se elaborar um conjunto de questões aos estudantes:

“Que tipo de geometria (poligonal ou circular) é exibida no plano de avenidas apresentado?”

“Quantos círculos diferentes podem ser observados no plano de avenidas?”

“Onde está o centro de cada um desses círculos? Qual é o tipo de representação que pode ser utilizada para identificá-lo?”

“Quais das avenidas apresentadas correspondem a raios dos círculos?”

“Há avenidas correspondentes a diâmetros?”

“Quais outras figuras planas podem ser observadas no plano de avenidas?”

A sequência didática de Poliedros e Polígonos compreende as seguintes habilidades:

- Reconhecer elementos e propriedades de polígonos e círculos.
- Compor e decompor figuras planas.
- Identificar ângulos retos.

As seguintes referências podem ajudar a complementar a atividade proposta:

- Plano de aula - Círculo e Circunferência (Elementos). Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/356/circulo-e-circunferencia-elementos>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Conceitos Geométricos básicos – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/7v8q1lw7iuckk.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações do campo multiplicativo envolvendo números naturais.

Questão 06

Para fazer uma jarra de suco de limão, Raquel usa 3 colheres de açúcar. Para fazer 18 jarras de suco de limão, a quantidade de açúcar que ela precisará será:

- (A) 6 colheres.
- (B) 21 colheres.

(C) 36 colheres.

(D) 54 colheres.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que o estudante indique a quantidade de açúcar a ser utilizada na preparação de uma receita de proporção conhecida entre quantidade desse ingrediente e a quantidade de suco preparada, com o intuito de avaliar a habilidade de resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações do campo multiplicativo envolvendo números naturais. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA12 do Currículo Paulista, que contempla resolver situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Vergnaud (1983¹¹, 1996¹², 2009¹³), essa questão se enquadra no Campo Multiplicativo, na categoria dos problemas de proporcionalidade. Dessa maneira, a fim de resolver a situação-problema proposta, estudante deve perceber uma relação de regularidade entre a receita original e a receita multiplicada, por exemplo: “3 colheres de açúcar estão para uma jarra de suco limão na mesma medida que certo número de colheres de açúcar está para 18 jarras de suco de limão”. A partir dessa relação de regularidade, poderá determinar o valor desconhecido da seguinte forma:



Chegando à conclusão de que 54 colheres de açúcar são necessárias para a preparação de 18 jarras de suco, levando à escolha da alternativa **D** (“54 colheres”), que responde à questão corretamente.

Estudantes que assinalam a alternativa A (“6 colheres”) chegam a identificar que se trata de um problema do campo multiplicativo da categoria da quarta proporcional, mas constroem incorretamente a relação de regularidade,

¹¹ VERGNAUD, G. Multiplicate structures. In: RESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.). **Acquisitions of mathematics: concepts and processes**. NewYork: AcademicPress, 1983.

¹² VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didática das matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: InstitutoPiaget, 1996. p.155-191.

¹³ VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas de ensino da matemática na escola elementar**. Tradução de Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

- Problemas de proporção. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/2731/problemas-de-proporcao>>. Acesso em: 02 dez. 2019.
- É hora de ensinar proporção. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>>. Acesso em: 02 dez. 2019.
- Plano de aula - Determinando valores desconhecidos em situações de multiplicação e divisão. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/404/determinando-valores-desconhecidos-em-situacoes-de-multiplicacao-e-divisao>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade

Comparar e ordenar números racionais, de uso frequente, na representação fracionária ou na representação decimal.

Questão 07

André, Bianca, Carla e Denis estavam jogando videogame, André ganhou $\frac{1}{2}$ dos pontos, Bianca $\frac{1}{6}$ dos pontos, Carla $\frac{2}{3}$ dos pontos, e Denis $\frac{4}{12}$ dos pontos.


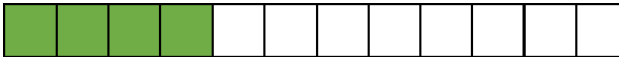


Qual a classificação final da partida ordem decrescente, sendo o primeiro aquele que fez mais pontos e por último quem fez menos pontos.

- A) André, Bianca, Carla e Denis
- B) Carla, André, Denis e Bianca**
- C) Denis, Carla, Bianca e André
- D) Carla, Denis, Bianca e André

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que o estudante indique a ordem decrescente das pontuações dos participantes, que estão indicadas por meio de frações ordinárias, de maneira que o estudante deve dominar a habilidade de comparar e ordenar números racionais. Essa questão se enquadra na habilidade EF04MA09B do Currículo Paulista, que envolve ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e decimal.

Uma possível estratégia de resolução emprega o conceito de fração como relação entre parte e todo, conforme mostrado a seguir:

Participante	Pontos	Representação pictográfica
Bianca	1/6	
Denis	4/12	
André	1/2	
Carla	2/3	

De modo que, a ordem crescente dos nomes de acordo com a pontuação é Carla > André > Denis > Bianca, conforme está expresso na alternativa **B** ("Carla, André, Denis e Bianca").

Já os estudantes que indicam a alternativa C ("Denis, Carla, Bianca e André") selecionam uma ordem decrescente apenas de numerador, ignorando a informação denotada pelo denominador e precisam reforçar os conceitos básicos da representação de frações ordinais. Esses estudantes não compreendem que o denominador representa a quantidade total de partes pelas quais a unidade está dividida, e o numerador representa a quantidade de partes que se inclui para perfazer o número (Resnick, 1989)¹⁵.

Os estudantes que escolhem a alternativa A ("André, Bianca, Carla e Denis") mostram que podem não ter compreendido o comando, visto que selecionam os nomes na mesma ordem em que são apresentados no enunciado da questão. Já a alternativa D ("Carla, Denis, Bianca e André"), que apresenta uma ordem aleatória, possivelmente é assinalado por estudantes que apresentam problemas na comparação de frações, ou nas próprias relações de ordenação (crescente ou decrescente), podendo inclusive ter dificuldade em interpretar o texto motivador no enunciado.

Ao identificar um grupo de estudantes que apresentou dificuldade nessa questão, o professor pode, conforme a disponibilidade de tempo durante o período letivo, trabalhar a sequência didática de **Números Racionais**¹⁶. Uma forma interessante

¹⁵ RESNICK, L. et al. Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 13 jan. 2020.

¹⁶ Disponível em: <<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPEP/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id>>

de fazê-lo é empregar Metodologias Ativas, a exemplo da Aprendizagem em Pares ou Times. O professor pode dividir os estudantes em equipes, respeitando o nível de conhecimento de cada um, e apresentar exemplos do cotidiano (receitas culinárias são bons exemplos) onde os números e notação fracionária devem ser identificados e ordenados. Os estudantes devem perceber, colaborativamente, que, para que as frações sejam comparáveis, elas devem ser expressas em uma forma que permita esse processo (denominador em comum ou notação decimal).

A sequência didática pertinente é a seguinte:

- Comparar ou ordenar números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Representar medidas não inteiras utilizando frações.
- Representar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.
- Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.
- Resolver problemas que envolvem diferentes representações de números racionais.

Dentre as possíveis referências que podem ser utilizadas no desenvolvimento de atividades estão as seguintes:

- Frações – Coleção de Aulas. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=243>>. Acesso em: 02 dez. 2019.
- Comparando frações. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7057>>. Acesso em: 02 dez. 2019.
- Plano de aula - Comparando Frações. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/938/comparando-fracoes>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FN%C3%BAmeros%20Racionais%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>.
Acesso em: 15 jan. 2020.

- Plano de aula - Comparação de números racionais. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1576/comparacao-de-numeros-racionais>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade

Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações do campo multiplicativo envolvendo números naturais.

Questão 08

Lara organizou seus livros em 12 prateleiras. Ela colocou 25 livros em cada prateleira.

O número de livros organizados por Lara foi:

- (A) 13
- (B) 37
- (C) 290
- (D) 300

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que o estudante indique a quantidade total de livros que foram organizados em prateleiras iguais, utilizando como informações de partida o número de prateleiras totalmente preenchidas e a capacidade de cada uma delas. Essa questão se enquadra na habilidade EF04MA06A do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema envolvendo diferentes significados da multiplicação: adição de parcelas iguais, organização retangular, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Nessa questão, que aborda o conceito de configuração retangular, o estudante deve absorver do enunciado que o número total de livros será fornecido pelo produto entre o número total de prateleiras e a quantidade de livros em cada uma. Portanto, sabendo que 12 prateleiras foram preenchidas com 25 livros cada:

$$12 \text{ prateleiras} \times 25 \frac{\text{livros}}{\text{prateleira}} = 300 \text{ livros}$$

Levando, portanto, à alternativa correta, **D** (300).

A alternativa C (290) é assinalada por estudantes que possivelmente compreendem a necessidade de utilizar algum significado da multiplicação, mas optam pela adição sucessiva de parcelas iguais (25 + 25 + 25 + ...) e, por conta da extensão do cálculo, incorrem em algum erro de aritmética (por exemplo, desconsiderar o acréscimo de uma dezena ao somar 5 + 5) que fornece um

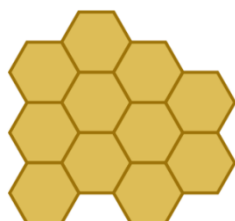
- Plano de aula - Determinando valores desconhecidos em situações de multiplicação e divisão. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/404/determinando-valores-desconhecidos-em-situacoes-de-multiplicacao-e-divisao>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Habilidade

Reconhecer elementos de polígonos e círculos.

Questão 09

O mel é o adoçante mais antigo usado pelo homem. As abelhas o armazenam em células que, unidas, formam o favo:



Cada uma dessas células tem o formato de um hexágono. A quantidade de diagonais que podem ser traçadas partindo de um único vértice de um hexágono é:

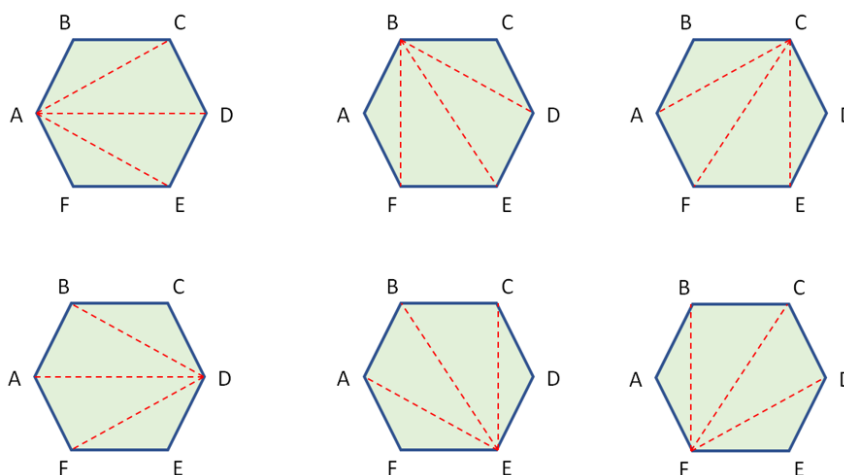
- (A) 1
- (B) 3**
- (C) 5
- (D) 6

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que o estudante indique o número de diagonais que podem ser traçadas de um único vértice de um hexágono regular. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA17 do Currículo Paulista, que envolve reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Para responder à questão, o estudante precisa mobilizar seu conhecimento de que a diagonal é um segmento de reta que conecta dois vértices não-adjacentes de um polígono. Existem várias maneiras de resolver esse problema: o estudante pode selecionar um dos vértices do hexágono e desenhar todas as diagonais possíveis. Mesmo que ele ignore que os vértices de um polígono regular são

indistinguíveis, dado que existem operações de simetria como rotações e reflexões que conservam a topologia do polígono, a repetição da operação para todos os seis vértices fornecerá sempre o mesmo resultado, correspondente a três diagonais:



Outro método é perceber que o hexágono possui seis vértices. Escolhendo um deles como origem das diagonais, sobram outros cinco candidatos para ser a outra extremidade do segmento. No entanto, dois desses vértices são adjacentes e os segmentos que ligam vértices adjacentes não são diagonais; portanto, restam três possíveis vértices que permitem, por fim, o traçado de três diagonais, conforme indica a alternativa **B** (3).

Os estudantes que assinalam a alternativa D (6) possivelmente confundem os conceitos de lado e diagonal, e precisam rever os elementos básicos dos polígonos regulares com maior urgência. Já os estudantes que assinalam a alternativa C (5) desconsideram que é impossível traçar diagonais com vértices adjacentes. Por fim, os estudantes que marcam a alternativa A (1) provavelmente identificam apenas a maior das diagonais do polígono, ignorando a existência das demais ou considerando que não são diagonais (possivelmente fazendo um paralelo com quadriláteros convexos, formas mais comumente abordadas em sala de aula).

Se um grupo de estudantes sinalizar dificuldade nessa questão, sugere-se ao professor que reserve parte do período letivo para dedicar ao trabalho da sequência didática de **Poliedros e Polígonos**¹⁸. Para fazê-lo, pode – por exemplo – empregar alguma Metodologia Ativa de ensino, como a Aprendizagem em

¹⁸ Disponível em:

<<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FPoliedros%20e%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>>. Acesso em: 15 jan. 2020.

Pares ou Times. Nessa proposta, dividirá a sala em grupos ou equipes (atentando para o nível de conhecimento dos componentes) e fornecerá um conjunto de polígonos – convexos, mas não necessariamente regulares. Os estudantes deverão então, em conjunto, determinar o número de diagonais e posteriormente traçá-las, comunicando e debatendo suas conclusões, ao final da atividade, com todos os participantes.

A sequência didática em questão compreende as seguintes habilidades:

- Reconhecer elementos e propriedades de polígonos e círculos.
- Compor e decompor figuras planas.
- Identificar ângulos retos.

Para elaboração de atividades conforme exemplificado, pode-se recorrer aos seguintes materiais de referência:

- Analisando polígonos. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=33392>>.

Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Nomeando os polígonos. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/399/nomeando-os-poligonos>>.

Acesso em: 29 nov. 2019.

- Conceitos Geométricos básicos – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/7v8q1lw7iuckk.pdf>.

Acesso em: 29 nov. 2019.

- Diagonais de Polígonos – OBMEP. Disponível em: <<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material/gwys79yjhmgwg.pdf>>.

Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.

Questão 10

Tássio precisa medir as dimensões de sua sala de aula.



© Kidaha/Pixabay

A unidade de medida padrão usada nessa tarefa é o

(A) metro.

(B) centímetro.

(C) passo.

(D) palmo.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada requer que o estudante selecione a unidade de medida de comprimento adequada para medir as dimensões de uma sala de aula, de modo a avaliar sua habilidade em reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura. Essa questão se enquadra na habilidade EF05MA19 do Currículo Paulista, que envolve resolver e elaborar situações-problema envolvendo medidas de diferentes grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, capacidade e área, reconhecendo e utilizando medidas como o metro quadrado e o centímetro quadrado, recorrendo a transformações adequadas entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Escolher a unidade de medida adequada para uma tarefa é uma combinação de diversos fatores: primeiro, é importante perceber que as unidades mais universais, como aquelas pertencentes ao Sistema Internacional de Unidades, são preferíveis àquelas menos usuais ou mais particulares, como o passo e o palmo, cujo comprimento varia de estudante para estudante. Essa questão é preponderante à vista da expressão “unidade de medida padrão”, no comando da questão. É fundamental que seja percebido que as unidades metro e centímetro são unidades-padrão, em contrapartida a passo e palmo que não são.

Outro elemento importante na determinação da unidade de medida adequada é o contexto da situação-problema, ou seja, qual é o conhecimento do estudante sobre a unidade de medida utilizada, usualmente, para expressar a grandeza aferida e outras grandezas de magnitude similar. Embora seja possível

determinar ou propor um fator de transformação entre cada unidade sugerida, é importante que o conjunto de experiências do estudante aponte para o uso preferencial da unidade metro para a expressão de dimensões arquitetônicas, como as dimensões de sua sala de aula.

Dessa maneira, a única unidade que pode ser escolhida para expressão das dimensões da sala de aula, que é ao mesmo tempo uma unidade-padrão e que encontra respaldo contextual na expressão de dimensões em construções é o metro, representado na alternativa **A** ("metro").

Os estudantes que selecionam a alternativa B ("centímetro") escolhem uma unidade-padrão sem se preocupar com o contexto da expressão da grandeza que se deseja medir, ou, em determinado grau, com a praticidade de manipular e comparar a medida final. Esses estudantes podem observar corretamente que o fator de conversão entre metro e centímetro é universalmente conhecido, mas falham na observância do domínio total da habilidade, que busca avaliar a capacidade de "reconhecer unidades de medida usuais" – termo esse que tem dois sentidos: significa não só que a unidade deve ser usual, mas também de que forma ela é usualmente empregada.

Por outro lado, as alternativas C ("passo") e D ("palmo") são escolhidas por estudantes que possivelmente falham na identificação de uma unidade-padrão usual. A dimensão do passo e do palmo é similar, de maneira que ambas as alternativas podem, supostamente, sinalizar o mesmo tipo de problema no domínio da habilidade avaliada.

Ao perceber que alguns estudantes apresentaram dificuldades com a questão, sugere-se que o professor trabalhe, no momento que achar mais adequado durante o ano letivo, a sequência de atividades sobre **Geometria e Medidas**¹⁹. Atividades para esse fim podem se valer de Metodologias Ativas de ensino, como a Aprendizagem baseada em Problemas. Nesse tipo de atividade, o professor pode – por exemplo – apresentar diferentes elementos da escola ou da sala de aula cujo comprimento deve ser determinado (os lados da carteira escolar, a ponta do lápis) e diferentes instrumentos de medida (a trena, a régua milimetrada, o palmo e a fita métrica), problematizando a necessidade de selecionar quais desses instrumentos podem ser utilizados e qual a unidade de medida (no caso de instrumentos com mais de uma escala) é a mais própria para

¹⁹ Disponível em:

<<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>>.

Acesso em: 15 jan. 2020.

expressar o resultado da medição. Os estudantes podem discutir entre si e até mesmo realizar alguns experimentos de medição por conta própria, e apresentar suas soluções ao final da atividade.

O professor pode sugerir a incorporação de conhecimentos próprios dos estudantes, exemplificando a inferência por meio de comparações com outras medidas de comprimento que façam parte do contexto do estudante para selecionar situações em que cada unidade é usualmente empregada.

Para auxiliar na elaboração dessas atividades, o professor pode utilizar as seguintes referências:

- Medidas de Comprimento: descobrindo medidas. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57134>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Compras e instrumentos de medidas: medidas de comprimento: descobrindo medidas. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49601>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Atividades de apoio à aprendizagem 3 - medidas e grandezas. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/gestar/aaamatematica/mat_aaa3.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Reconhecer elementos de polígonos e círculos.

Questão 11

A professora do 6º ano passou uma tarefa em que cada criança deve desenhar um polígono.

Observe as instruções de cada um e indique o nome do polígono que cada criança vai desenhar.

Alexandre



6 vértices

Priscila



8 lados

Ricardo



3 vértices

Gabriela



5 lados

© OpenClipart-Vectors/Pixabay

(A) Alexandre – octógono; Priscila – hexágono; Ricardo – triângulo; Gabriela – pentágono

(B) Alexandre – pentágono; Priscila – triângulo; Ricardo – hexágono; Gabriela – octógono

(C) Alexandre – hexágono; Priscila – octógono; Ricardo – triângulo; Gabriela – pentágono

(D) Alexandre – triângulo; Priscila – pentágono; Ricardo – octógono; Gabriela – hexágono

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que os estudantes associem os nomes dos polígonos aos personagens que deveriam tê-los desenhado, numa atividade em que receberam como instrução desenhar um polígono baseado no número de lados ou de vértices que ele possui. Essa questão envolve a habilidade de reconhecer elementos de polígonos e círculos, ou, dentro do Currículo Paulista, está relacionado à habilidade EF05MA17, “Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais”.

A propriedade número de lados de um polígono é uma das primeiras que é ensinada nos estudos de geometria plana, pois o próprio nome de cada polígono (palavra derivada da justaposição entre “poli”, muitos, e “gono”, ângulo) fornece, a partir do seu prefixo (“tri”, “quadri”, “penta”, “hexa”, “hepta”, “octo/a”...), o número de vértices e lados de cada figura. É resultado dessa propriedade que o número de lados e vértices de um polígono são iguais, e os estudantes devem perceber isso para responder à questão com mais eficácia. Portanto, a seguinte associação deve ser feita:

- Alexandre – polígono de 6 vértices – prefixo “hexa” - **hexágono**;
- Priscila – polígono de 8 lados - prefixo “octo/a” - **octógono**;
- Ricardo – polígono de 3 vértices - prefixo “tri” - **triângulo**;
- Gabriela – polígono de 5 lados - prefixo “penta” – **pentágono**

Não se pode ignorar, contudo, que os estudantes desenvolvam a questão realizando a atividade proposta no texto motivador e identificando posteriormente cada figura desenhada (sem compromisso com a regularidade das figuras ou sequer a restrição sobre a construção de polígonos convexos). O resultado, independente do caminho utilizado para a resolução, é o conjunto de associações apresentado na alternativa C (“Alexandre – hexágono; Priscila – octógono; Ricardo – triângulo; Gabriela – pentágono”).

Os estudantes que selecionam a alternativa A (“Alexandre – octógono; Priscila – hexágono; Ricardo – triângulo; Gabriela – pentágono”) identificam corretamente o triângulo e o pentágono, polígonos mais comumente abordados nas aulas de geometria plana, sem obter sucesso ao identificar o octógono e o hexágono. Já os estudantes que elegem as alternativas B (“Alexandre – pentágono; Priscila – triângulo; Ricardo – hexágono; Gabriela – octógono”) ou D (“Alexandre – triângulo; Priscila – pentágono; Ricardo – octógono; Gabriela – hexágono”) fazem associações aleatórias, sem acertar nenhum dos polígonos, e sinalizam menor domínio na atividade avaliada.

Ao perceber que certo grupo de estudantes sinalizou dificuldade com a questão apresentada, sugere-se que o professor reserve um período do seu planejamento para trabalhar a sequência didática de **Poliedros e Polígonos**²⁰. Uma forma de fazê-lo, tomando por inspiração o contexto motivador da questão apresentada, é empregar uma Metodologia Ativa tal qual a Aprendizagem entre Pares ou Times. O professor pode reproduzir a tarefa apresentada na questão, dividindo a turma em equipes e pedindo que desenhem e nomeiem, colaborativamente, um conjunto de polígonos a partir de um determinado número de lados ou vértices. As figuras elaboradas por cada equipe podem ser apresentadas à classe e discutidas em grupo na conclusão da atividade.

A sequência didática do assunto Polígonos e Círculos é

- Reconhecer elementos e propriedades de polígonos e círculos.
- Estudar características de figuras como a rigidez triangular.
- Compor e decompor figuras planas.
- Identificar ângulos retos.

Pode-se usar materiais das seguintes referências para a elaboração de outras atividades pertinentes, ou complementação da proposta oferecida:

- Analisando polígonos. Disponível em:
<<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=33392>>.
Acesso em: 29 nov. 2019.

²⁰ Disponível em:

<<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FPoliedros%20e%20Pol%C3%ADgonos%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>>. Acesso em: 15 jan. 2020.

- Estratégias eficientes para ensinar o conceito de ângulo. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/2703/estrategias-eficientes-para-ensinar-o-conceito-de-angulo>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Plano de aula - Nomeando os polígonos. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/399/nomeando-os-poligonos>>. Acesso em: 29 nov. 2019.

- Conceitos Geométricos básicos – OBMEP. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/7v8q1lw7iuckk.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2019.

Habilidade

Comparar e ordenar números racionais, de uso frequente, na representação fracionária ou na representação decimal.

Questão 12

Qual dos números abaixo é maior que 0,22 e menor que 0,4?

(A) 0,121

(B) 0,035

(C) 0,29

(D) 0,7

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada pede que o estudante selecione o número apresentado que se encontra no intervalo entre os números 0,22 e 0,4, de maneira que o estudante deve dominar a habilidade de comparar e ordenar números racionais. Essa questão se enquadra na habilidade EFo4MAo9B do Currículo Paulista, que envolve ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e decimal. Dado que vários números racionais se apresentam constantemente no cotidiano, geralmente associados a valores de produtos, a comparação entre esses números é fundamental para diversas tomadas de decisão no cotidiano.

Uma vez que todos os números apresentados nessa questão já estão na representação decimal, a maneira mais simples de resolvê-lo é utilizar o quadro de valor posicional para verificar as relações entre os números. O desenvolvimento da questão segundo essa estratégia está mostrado a seguir:

Número	Quadro de Valor Posicional			
	Unidade	Décimo	Centésimo	Milésimo
0,22 (limite inferior)	0	2	2	0
0,4 (limite superior)	0	4	0	0
0,121 (alternativa A)	0	1	2	1
0,035 (alternativa B)	0	0	3	5
Número	Quadro de Valor Posicional			
	Unidade	Décimo	Centésimo	Milésimo
0,29 (alternativa C)	0	2	9	0
0,7 (Alternativa D)	0	7	0	0

Como é possível perceber, os limites do intervalo designado pelo comando são compostos por 2,2 décimos ou 22 centésimos ou 220 milésimos (limite inferior) e 4 décimos ou 40 centésimos ou 400 milésimos (limite superior). Ao analisar adequadamente a posição dos algarismos de cada alternativa apresentada, é possível perceber que a única opção que se encontra no intervalo é 0,29 ou 29 centésimos (está entre 22 centésimos e 40 centésimos). Esse valor está indicado na alternativa C (0,29), que responde corretamente à questão. Todos os outros números apresentados (sinalizados em vermelho) estão fora do intervalo proposto.

A opção pela alternativa D (0,7) pode ocorrer quando os estudantes comparam apenas a parte decimal dos números propostos. Dessa forma, 7 (0,7) estaria entre 4 (0,4) e 22 (0,22), mas todos os outros números seriam superiores.

De maneira similar, os estudantes que elegem as alternativas A (0,121) e B (0,035) apresentam problemas na manipulação dos números racionais escritos na forma decimal, uma vez que podem ser oriundos não só da confusão atestada na alternativa D (0,7), como também de problemas na própria interpretação dos números. O estudante pode, por exemplo, compreender 0,035 como 0,35 – erro sistemático na ordenação de números decimais quando não se utiliza o quadro de

valor posicional, conforme observado por Sackur-Grisvard e Leonard (1985)²¹ e selecioná-la; ou, no caso de A, comparar 0,121 com 0,022 e 0,04.

Uma sugestão para o professor, ao perceber que alguns estudantes apresentaram dificuldade na solução da questão, é reforçar a sequência didática de **Números Racionais**²². dentro das possibilidades do seu planejamento para o período letivo. Uma abordagem possível, empregando Metodologias Ativas de ensino, é propor uma atividade empregando a Aprendizagem em Pares. Nesse caso, por exemplo, os estudantes podem ser divididos em grupos ou equipes, recebendo uma lista de compras de supermercado e o valor de cada produto em dois estabelecimentos diferentes, com o objetivo de compará-los (encontrando o mais vantajoso para cada produto) e calcular o valor total da compra mais econômica. Os estudantes devem ser estimulados a perceber a importância de comparar números racionais em situações do cotidiano, e devem debater suas conclusões com todos os participantes, ao final da atividade.

A sequência didática em questão é a seguinte:

- Comparar ou ordenar números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Representar medidas não inteiras utilizando frações.
- Representar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.
- Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.
- Resolver problemas que envolvem diferentes representações de números racionais.

As referências a seguir podem auxiliar na elaboração ou complementação da atividade proposta, ou no desenvolvimento de atividades alternativas:

²¹ SACKUR-GRISVARD, C., LÉONARD, F. **Intermediate Cognitive Organizations in the Process of Learning a Mathematical Concept**: The Order of Positive Decimal Numbers. *Cognition and Instruction*. 1985, v. 2. p. 157-174. Disponível em: <https://doi.org/10.1207/s1532690xci0202_3>. Acesso em: 07 jan 2020.

²² Disponível em:

<[Avaliação Diagnóstica de Entrada • Comentários e Recomendações Pedagógicas – 6º ano do Ensino Fundamental](https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FN%C3%BAmeros%20Racionais%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>.&br/>>. Acesso em: 15 jan. 2020.</p></div><div data-bbox=)

- Os números decimais e o sistema monetário brasileiro. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49095>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- O que é isso? Números com vírgulas? Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25781>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- VAMOS AO SUPERMERCADO!!! – contextualizando as operações fundamentais envolvendo números decimais. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49736>>. Acesso em: 29 nov. 2019.
- Plano de aula - Comparação de números racionais. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1576/comparacao-de-numeros-racionais>>. Acesso em: 02 dez. 2019.

Referências bibliográficas

BIANCHINI, B. L. **Estudo sobre a aplicação de uma sequência didática para o ensino dos números decimais**. Tese (Doutorado em Psicologia da Educação) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/16347>>. Acesso em: 13 jan. 2020.

MERLINI, V. L. O conceito de frações em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª série do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111>>. Acesso em: 13 jan. 2020.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

RESNICK, L. et al. Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 1989, 20. DOI: 10.2307/749095. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/245760694_Conceptual_Bases_of_Arithmetic_Errors_The_Case_of_Decimal_Fractions>. Acesso em: 13 jan. 2020.

SACKUR-GRISVARD, C., LÉONARD, F. **Intermediate Cognitive Organizations in the Process of Learning a Mathematical Concept: The Order of Positive Decimal Numbers**. *Cognition and Instruction*. 1985, v. 2, p. 157-174. Disponível em: <https://doi.org/10.1207/s1532690xcio202_3>. Acesso em: 07 jan 2020.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de matemática de 6º a 9º ano: Ensino Fundamental**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TOLEDO, B. L. **Prestes Maia e as origens do Urbanismo moderno em São Paulo**. São Paulo: ABCP, 2005.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas de ensino da matemática na escola elementar**. Tradução de Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p.155-191.

_____. Multiply structures. In: RESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.). **Acquisitions of mathematics: concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.

Sites pesquisados:

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FGeometria%20e%20Medidas%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 15 jan. 2020.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=127>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FN%C3%BAmeros%20Racionais%2Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 15 jan. 2020.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49095>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4860>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1036/identificar-fracoas-maiores-e-menores-que-a-unidade-com-o-apoio-de-figuras>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/851/calculando-fracoas-i>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FPoliedros%20e%2>

oPol%C3%ADgonos%20Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1. Acesso em: 15 jan. 2020.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=33392>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://novaescola.org.br/conteudo/2703/estrategias-eficientes-para-ensinar-o-conceito-de-angulo>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/399/nomeando-os-poligonos>. Acesso em: 29 nov. 2019.

https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/7v8q1lw7iuckk.pdf. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/356/circulo-e-circunferencia-elementos>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<https://seesp.sharepoint.com/sites/intranet/coordenadorias/COPED/Planejamento2018/Forms/AllItems.aspx?id=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1%2FSD%5FMATEM%C3%81TICA%5F6%C2%BA%20ANO%20EF%5FN%C3%BAmeros%20Naturais%20Epdf&parent=%2Fsites%2Fintranet%2Fcoordenadorias%2FCOPED%2FPlanejamento2018%2FMATERIAIS%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20PARA%20O%206%C2%BA%20ANO%20EF1>. Acesso em: 15 jan. 2020.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=26909>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://novaescola.org.br/conteudo/2731/problemas-de-proporcao>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/404/determinando-valores-desconhecidos-em-situacoes-de-multiplicacao-e-divisao>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaColecaoAula.html?id=243>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7057>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/938/comparando-fracoes>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1576/comparacao-de-numeros-rationais>. Acesso em: 02 dez. 2019.

<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material/gwys79yjhmgwg.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57134>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49601>. Acesso em: 29 nov. 2019.

http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/gestar/aaamatematica/mat_aaa3.pdf. Acesso em: 29 nov. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25781>. Acesso em: 29 nov. 2019.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49736>. Acesso em: 29 nov. 2019.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED

Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE

Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP

Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF

Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular COPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material

Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Marcos José Traldi, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED

Diretora: Patrícia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Juvenal de Gouveia, Márcia Soares de Araújo Feitosa, Soraia Calderoni Statonato, Sylvia Russiano Toledo Casari

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas

Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas

Diretora: Camila da Silva Alcazar

Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas