

APRENDER SEMPRE

Material do Professor

Matemática

9º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS FINAIS



Governo do Estado de São Paulo

Governador

João Doria

Vice-Governador

Rodrigo Garcia

Secretário da Educação

Rossieli Soares da Silva

Secretário Executivo

Haroldo Corrêa Rocha

Chefe de Gabinete

Renilda Peres de Lima

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica

Caetano Pansani Siqueira

Apresentação

A construção do **Aprender Sempre** foi motivada a partir do diagnóstico das aprendizagens dos estudantes da rede pública paulista, mensuradas pelas avaliações internas e externas do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, que mostram que muitos estudantes concluem essas etapas de ensino sem terem aprendido o que deveriam.

Nessa perspectiva, ele foi pensado com a finalidade de priorizar o trabalho com as habilidades de Língua Portuguesa e de Matemática, consideradas essenciais para o percurso educacional dos estudantes ao término dos Ensinos Fundamental e Médio.

Esse material destina-se a estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental e da 3ª Série do Ensino Médio e está alicerçado nas habilidades que, por diferentes circunstâncias ocorridas no percurso escolar, ainda se encontram em desenvolvimento e necessitam de apoio pedagógico para que as aprendizagens essenciais sejam asseguradas.

Sob essa concepção, ressalta-se a necessidade de fortalecer, em nossos estudantes, a confiança na capacidade de aprender, com o objetivo de que consolidem, com sucesso, o processo de escolarização.

O **Aprender Sempre** oferece ao docente sequências de atividades com metodologias pensadas para a sala de aula. Esse material, utilizado a partir das experiências pedagógicas dos professores, pretende contribuir para que as aprendizagens de todos os estudantes sejam asseguradas, de acordo com suas necessidades específicas.

Bom trabalho a todos!

Coordenadoria Pedagógica - COPED

ORIENTAÇÕES DE USO DAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES MATEMÁTICA

Caro Professor:

Os pressupostos que apoiam a elaboração das atividades que compõem as sequências foram as possibilidades de evolução do pensamento e linguagem matemáticos, focando em alguns conhecimentos matemáticos específicos, que embasarão aprendizagens cada vez mais amplas e inter-relacionadas.

Nas situações propostas os estudantes são incentivados a refletir, de modo a propiciar condições de processos potentes de aprendizagem. No entanto, cabe ressaltar a insubstituível ação do professor em sala de aula para tornar o proposto em experiências reais de vivência pelos alunos. A aprendizagem do aluno se concretiza a partir da intervenção do professor no cotidiano da sala de aula.

Nesta ação de recuperação e reforço em Matemática a proposição de sequências se dá numa perspectiva da construção dos saberes matemáticos através de atividades encadeadas, organizadas com objetivos bem definidos que contribuirão para que os estudantes construam seu conhecimento. Vale ressaltar que as atividades propostas podem ser antecedidas e/ou complementadas por outras atividades que estruturam as sugeridas.

A definição clara dos objetivos é ponto de relevância para todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, particularmente para o professor e alunos. A apresentação aos alunos das aprendizagens a ser construídas por eles em cada uma das sequências de atividades é condição necessária para que possam reconhecer suas dificuldades específicas. E, para você professor, a listagem clara das aprendizagens a ser adquiridas com as atividades propostas corresponde à sua pauta de observação para avaliar as dificuldades e progressos dos alunos, servindo de apoio às suas intervenções e questões para entender como o aluno está pensando. Desse modo, em cada uma das sequências será apresentada a habilidade correspondente e as aprendizagens esperadas.

Nesse movimento cabe ao professor solicitar explicações e/ou justificativas sobre as produções dos alunos, questionar sobre o que estão entendendo do solicitado, fornecer informações e indicar possíveis caminhos e/ou outros referenciais de pesquisa para suporte ao trabalho.

SUMÁRIO

Matemática

Sequência de atividades 1 – 3 aulas Números inteiros – Situações e problemas	5
Sequência de atividades 2 – 4 aulas Conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$	10
Sequência de atividades 3 – 5 aulas Aquecimento para a resolução de problemas com frações	15
Sequência de atividades 4 – 3 aulas Probleminhas e problemões	21
Sequência de atividades 5 – 5 aulas As ordens menores do que a unidade	23
Sequência de atividades 6 – 4 aulas Unidades de medidas - Transformações	27
Sequência de atividades 7 – 5 aulas Triângulos: seus lados e seus ângulos	32
Sequência de atividades 8 – 4 aulas Quadriláteros: algumas relações	37
Sequência de atividades 9 – 4 aulas Medidas de perímetro e de superfície	41
Sequência de atividades 10 – 5 aulas Proporcionalidade	45
Sequência de atividades 11 – 4 aulas Problemas de proporcionalidade	51
Sequência de atividades 12 – 4 aulas Generalização de padrões	54

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

NÚMEROS INTEIROS – SITUAÇÕES E PROBLEMAS (3 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação). Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos, identificando diferentes registros de representação empregados;
- identificação da(s) operação(ões) que resolve(m) o problema;
- aplicação de procedimentos e cálculos adequados para a resolução;
- validação do resultado encontrado para argumentar e justificar a solução dada.

Você já sabe que um bom começo para resolver problemas em Matemática é fazer uma leitura detalhada do seu enunciado, identificar qual é a pergunta a ser respondida e destacar quais as informações dadas que darão suporte para encontrar a resposta. Depois é só aplicar seus conhecimentos sobre representações matemáticas e cálculos. Discuta essas atividades em grupo.

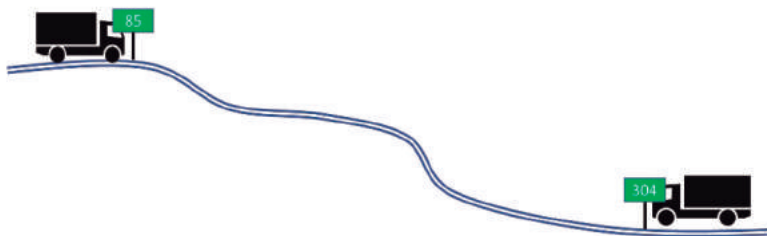
Professor, proponha que as atividades sejam sempre desenvolvidas em duplas ou quartetos para que as discussões necessárias entre os alunos ocorram. Peça que antes de começarem a resolver os problemas verifiquem o enunciado e conversem sobre o cada um entendeu sobre ele, verificando se todos do grupo entenderam a mesma coisa.



1.1 ATIVIDADE 1

DO TEXTO PARA A REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA (1 aula)

a) Dois caminhoneiros estão fazendo uma viagem pela mesma rodovia, em sentidos opostos como indicado no desenho abaixo. Um fez uma parada no quilômetro 85 e o outro parou no quilômetro 304.



- Quantos quilômetros de estrada os separa?

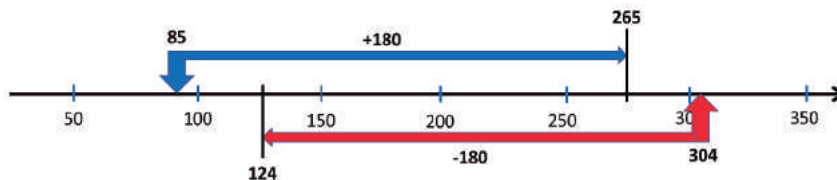
219 km. Os alunos poderão obter esse resultado pensando de diferentes modos, inclusive mentalmente. Peça que expliquem como pensaram.

Represente essa situação usando uma sentença matemática que possibilite a obtenção da resposta.

Solicitar a representação por meio de uma sentença matemática tem o propósito de verificar se para calcular distâncias eles empregam a subtração como recurso, além de avaliar seu conceito sobre essa operação.

- Antes de pararem novamente, os dois caminhoneiros viajaram mais 180km. Quantos quilômetros de estrada os separa agora?

Sugira que representem a situação usando reta numérica.



Teremos as novas posições dadas por: $85 + 180 = 265$ e $304 - 180 = 124$

Distância entre eles: $265 - 124 = 141$

Escreva uma única sentença matemática que possibilite responder essa questão.

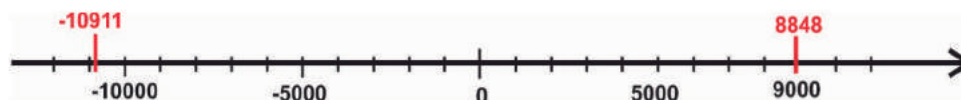
$$d = (85 + 180) - (304 - 180) = 141$$

Professor, esta situação vai requerer a escrita de uma subtração de outra subtração e, conseqüentemente, o emprego dos parênteses. Aproveite para discutir o significado dessa representação vinculando-o à representação na reta.

Pode também ser explorada a possibilidade de os caminhões estarem se afastando. Verifique com seus alunos as respostas a ser obtidas nesse caso.

b) Uma alpinista está no pico mais alto da superfície da Terra, o Monte Everest, cuja altura é de 8.848 m e um pesquisador está, em um submarino, estudando a Fossa das Marianas, o ponto mais profundo do oceano, a 10.911 m.

- Represente a posição de cada uma dessas pessoas numa reta numérica.



Professor, incentive os alunos a explicarem como pensam em fazer essa representação, pois é importante eles identificarem que a localização dessas posições numa reta só fará sentido se for estabelecido o zero como o nível do mar e determinação do lado positivo e do lado negativo dessa reta.

- Represente com uma sentença matemática a diferença de altura em que se encontram essas pessoas e calcule.

$$8.848 - (-10.911) = 19.759$$

As discussões sobre essa questão vão colocar em jogo o significado da subtração com número negativo. A observação da reta numérica explicita a necessidade da soma dos valores para se ter a distância entre eles.



1.2 ATIVIDADE 2

DA REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA PARA O TEXTO

Observe professor que a leitura aqui requerida é de representação matemática para a apreensão de regularidades presentes na multiplicação de números negativos. O trabalho em duplas é sempre interessante para que haja discussões sobre as descobertas que estão realizando.

Nesta atividade você vai observar as representações matemáticas apresentadas e escrever o que se pode ler delas.

a) Verifique a regularidade dos resultados das multiplicações e complete o que falta em cada quadro.

Quadro 1
$3 \times 2 = 6$
$2 \times 2 = 4$
$1 \times 2 = 2$
$0 \times 2 = 0$
$(-1) \times 2 = -2$
$(-2) \times 2 = -4$
$(-3) \times 2 = -6$
$(-4) \times 2 = -8$

Quadro 2
$3 \times (-3) = -9$
$2 \times (-3) = -6$
$1 \times (-3) = -3$
$0 \times (-3) = 0$
$(-1) \times (-3) = 3$
$(-2) \times (-3) = 6$
$(-3) \times (-3) = 9$
$(-4) \times (-3) = 12$

Observando os quadros, escreva o que ocorre com o resultado de uma multiplicação de acordo com os sinais dos fatores envolvidos.

Se os alunos apenas “recitem” a regra a que estão acostumados, não deixe de contrapor-la com a adição e com a subtração, de modo que fique bem destacado que ao operar com números inteiros é preciso entender o significado de cada uma das operações e não apenas tentar decorar regras.

b) Analise estas representações matemáticas envolvendo a multiplicação e sua inversa, a divisão.

$$-10 \times (-7) = 70 \leftrightarrow 70 : (-7) = -10$$

$$20 \times (-3) = -60 \leftrightarrow -60 : (-3) = 20$$

$$-15 \times 2 = -30 \leftrightarrow -30 : 2 = -15$$

$$45 \times 10 = 450 \leftrightarrow 450 : 10 = 45$$

Professor, não deixe de comentar que pelo fato de a multiplicação ter a propriedade comutativa é possível escrever outra divisão, também inversa da multiplicação.

O que podemos afirmar sobre o resultado de uma divisão de acordo com os sinais dos números envolvidos?

Seguem o mesmo padrão da multiplicação

c) Quando encontramos uma representação como esta: $(-2)^3$, o que temos que calcular?

$$(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

Usando o que você já sabe sobre multiplicação, apenas escreva se o resultado das potenciações será positivo ou negativo.

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 (+)$$

$$(-1)^{15} = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1 (-)$$

$$4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024 (+)$$

$$(-16)^{40} (+)$$

$$(-2)^{2019} (-)$$

d) A mudança feita nestas representações $(-1)^4$ e -1^4 , muda o resultado? Muda o resultado Por quê? A representação com parênteses significa que o número considerado na potenciação é o -1 . Sem o parênteses significa que se pede a potenciação de 1 e, depois, se tome o seu oposto.

E a feita nestas: $(2)^3$ e 2^3 , muda o resultado? Não há mudança no resultado. Por quê? Para números positivos a presença dos parênteses não muda a representação.

e) Complete cada expressão matemática e escreva como deve ser lida.

Se $x > 0$ e $y > 0$, então $xy > 0$

Se x e y são números positivos, então o produto dos dois também será positivo

Se $x < 0$ e n é par, então $x^n > 0$

Se x é um número negativo e n é um número par, então a potência x elevado a n será positiva.

Se $x > 0$, $y < 0$ e $z > 0$, então $xyz < 0$

Se x e z são números positivos e y é um número negativo, então o produto dos três será um número negativo.



1.3 ATIVIDADE 3 APLICANDO O CONHECIMENTO

As respostas aqui apresentadas correspondem a uma possibilidade de resolução. Lembre-se de que os alunos devem resolver em duplas ou quartetos, buscando modos próprios de fazer. Ao final, solicite que alguns apresentem suas soluções à classe. Não deixe de solicitar que validem suas respostas e justifiquem seu procedimento. Após a apresentação de diferentes caminhos de resolução discuta qual seria o mais curto e eficiente.

a) Numa adição com três parcelas, o total era 58. Somando-se 13 à primeira parcela, 21 à segunda e subtraindo-se 10 da terceira, qual será o novo total?

$$x + y + z = 58$$

$$(x+13)+(y+21)+(z-10) = w, \text{ assim temos } (x+y+z)+(13+21-10) = w, \text{ logo}$$

$$w = 58 + 24 = 82$$

b) Tome o número -1 , multiplique-o por 3, subtraia 6, divida o resultado por 3, some 7 e subtraia o número com o qual começou. Quanto dá?

$$x = \frac{(-1) \times 3 - 6}{3} + 7 - (-1) \rightarrow x = -3 + 7 + 1 = 5$$

c) Considerando a divisão $x : y = z$, complete cada caso:

Se $x < 0$ e $y < 0$, então $z > 0$

Se $x = y$ e $y \neq 0$, então $z > 0$

Se $x = 0$ e $y < 0$, então $z = 0$

Se $x > 0$ e $y = 0$, então z não é determinado, não existe a divisão por zero.

d) Qual número é maior 4^3 ou $(-3)^4$?

Sabe-se que os dois são positivos, assim temos que efetuar o cálculo:

$$4^3 = 64$$

$$(-3)^4 = 81$$

Logo $(-3)^4$ é maior que 4^3

e) Em Vostock, na Antártida, pela manhã os termômetros indicavam -68°C , ao meio dia os termômetros indicavam 20°C a menos. Qual a temperatura marcada?

$$T_f = -68^\circ - 20^\circ = -88^\circ$$

f) Determine o valor $P = (-3)^2 - 3^2$.

$$P = (-3)^2 - 3^2 = 9 - 9 = 0$$



Sugestões de Leitura

- OBMEP: Probleminha-so-vale-usar-inteiros,

Desafio do tipo “Area Maze”

Envolve diversas operações na descoberta do valor de uma região da figura

Problema para ser resolvido em sala de aula com os alunos;

- Números Inteiros

Diversos vídeos da MultiRio sobre números inteiros, inclusive potenciação e radiciação;

- KA: Porque é que o produto de dois números negativos é positivo

Vídeo e exercícios da Khan Academy com discussão sobre o resultado da multiplicação de dois números negativos;

- BBC: História da Matemática

Vídeos da BBC sobre a origem dos números;

- Sem medo dos números negativos

Confecção de material didático - Régua para soma e subtração de números inteiros para ajudar na compreensão dos números inteiros;

- Dominó de números inteiros

Aula do portal do professor do MEC sobre o jogo de dominó com números inteiros.

Existe no Laboratório da Matemática da USP jogo semelhante.

Dá suporte a atividade para sala de aula.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

CONJUNTOS NUMÉRICOS $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ E $\mathbb{Q}$ (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Reconhecer as diferentes representações de um número racional. Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- identificação das relações entre os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$;
- estabelecimento das equivalências entre representações fracionárias e entre elas e as decimais;
- identificação das características de um número racional e as de um número irracional, para diferenciá-los;
- localização de números racionais na reta.

Saber classificar os números com os quais temos de trabalhar nas mais diversas situações, tanto escolares como as de fora da escola, nos ajuda a termos mais sucesso nas soluções e maior economia de trabalho. Descubra os números!



2.1 ATIVIDADE 1 REVENDO BONS COMPANHEIROS

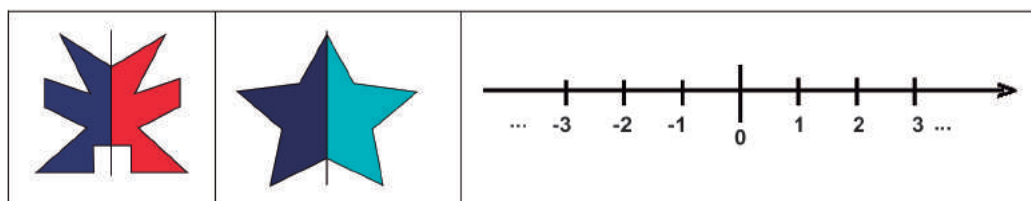
Estimule os alunos a se habituarem a observar semelhanças e diferenças entre as representações numéricas, alertando-os que o reconhecimento do tipo de número com o qual se vai trabalhar nas diferentes situações, tanto escolares como no mundo, nos prepara para os procedimentos específicos com cada um deles.

Você pode até ter algumas coisas contra os números, mas também já deve ter percebido que sem eles não dá para ficar. Em todo momento eles se fazem presente, então vamos tentar olhá-los de um modo diferente e fazer algumas descobertas sobre eles.

a) O conjunto dos Números Naturais ($\mathbb{N}$) você conhece desde pequenininho. O conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$) é uma ampliação dele e esta ampliação veio com algumas novidades. Quais diferenças você reconhece entre os números naturais e os números inteiros quanto ao:

- “tipo” do número? *Espera-se que o aluno comente a presença dos números negativos.*
- modo de fazer cálculos com eles? *Espera-se que o aluno aponte modificações causadas pelos números negativos.*

b) Você sabia que a ampliação do $\mathbb{N}$ para o $\mathbb{Z}$ trouxe a ideia de números simétricos? Agora você deve estar pensando: *nossa!! Piorou!!!* Calma aí! Isso é simples e ajuda muito. Observe as figuras abaixo.



A partir de sua observação responda:

Qual é o simétrico de 2? -2 E de -1 ? 1 . E de 23? -23

Qual é o simétrico do simétrico de 15? -15 . E de -20 ? 20

Qual é o simétrico do simétrico do simétrico de -2018 ? 2018

Com esta ideia o sinal “ $-$ ” passou a ser lido também como simétrico. O número -2 pode ser lido como o simétrico de 2, o número $-(-2)$ pode ser lido como o simétrico do simétrico de 2. Pensando assim, determine de qual número estamos falando quando escrevemos:

$$-(-15) = 15 \quad -[-(-5)] = -5 \quad -(-9) = 9$$



2.2 ATIVIDADE 2

UMA AMPLIAÇÃO PRÁ LÁ DE GRANDE!

O foco aqui continua nos processos investigativos dos alunos para que analisem as representações numéricas para destacar suas características e ampliem sua percepção para as representações equivalentes

O conjunto dos Números Inteiros (**Z**) também foi ampliado e novos números com diferentes representações começaram a fazer parte de sua vida. Você conheceu o conjunto dos Números Racionais (**Q**).

a) Quais diferenças você reconhece entre os números inteiros e os números racionais quanto ao:

- “tipo” do número? *Espera-se que o aluno se refira às frações e aos números decimais*
- modo de fazer cálculos com eles? *Espera-se que o aluno comente as diferenças nos cálculos com frações.*

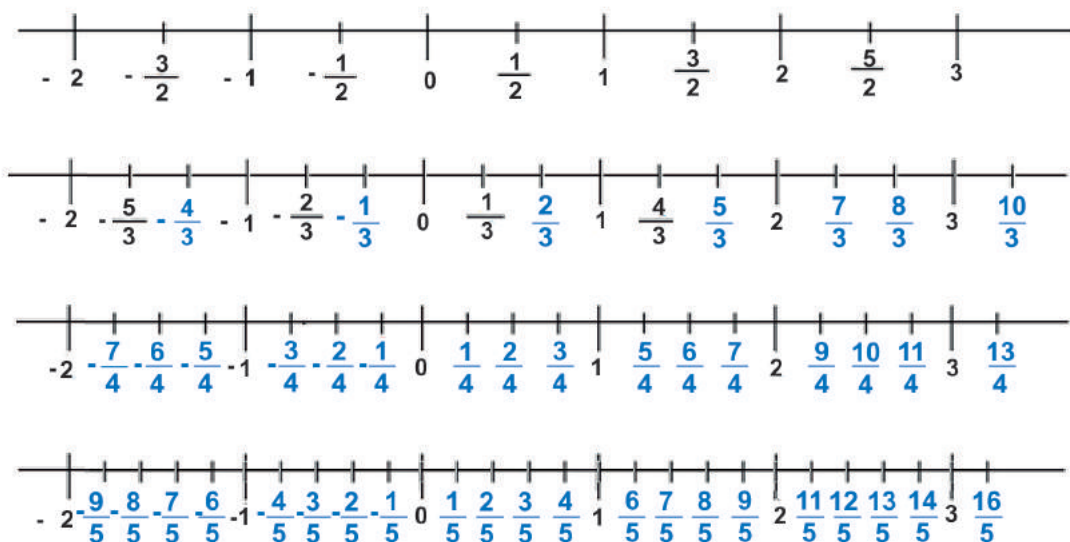
b) Ao estudar esses novos números você tem a possibilidade de imaginar o quão próximos dois números podem estar e, mesmo assim, ainda ser possível pensar em outro entre eles. Isso foi possível quando se pensou em dividir inteiros.

- Quando falamos em dividir inteiros, qual tipo de número você já imagina? *Espera-se que o aluno se refira às frações*
- Um número inteiro pode ser escrito nesta forma que você imagina para representar divisões em partes iguais? _____.

Justifique sua resposta. *Espera-se que o aluno reconheça a possibilidade de um número inteiro ser representado na forma fracionária.*

Professor, aproveite as discussões para pedir exemplos dessas possibilidades. Questione-os também sobre a representação decimal.

c) Observe as retas abaixo e complete com as representações fracionárias que faltam.



• Complete com > (maior), = (igual) ou < (menor) a partir do que observou nas retas acima.

$$-\frac{1}{2} > -\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} > \frac{2}{5} \quad -\frac{5}{4} < -\frac{4}{5} \quad \frac{9}{3} = \frac{15}{5} \quad \frac{13}{6} < \frac{11}{5} \quad -\frac{14}{3} > -\frac{19}{4}$$

• Ainda observando as retas, complete com frações que tornem as sentenças verdadeiras:

Respostas pessoais

$$\underline{\hspace{2cm}} < \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} > \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} > \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} < \underline{\hspace{2cm}}$$

d) Outro aspecto que a ampliação para os números racionais colocou em evidência foi o emprego das infinitas representações que todo número possui. Dentre elas algumas são mais usadas e precisamos ser capazes de as reconhecer rapidamente, principalmente as representações fracionárias e decimais equivalentes.

• Observe as conversões feitas entre duas representações de números racionais.

$\frac{2}{10} = 0,2$	$\frac{45}{10} = 4,5$	$\frac{70}{10} = 7,0 = 7$
$\frac{2}{100} = 0,02$	$\frac{45}{100} = 0,45$	$\frac{70}{100} = 0,70 = 0,7$
$\frac{2}{1000} = 0,002$	$\frac{45}{1000} = 0,045$	$\frac{70}{1000} = 0,070 = 0,07$
Quadro 1	Quadro 2	Quadro 3

Professor, oriente os alunos a observarem o que se mantém e o que muda em cada um dos quadros e que se perguntem “o que será que está acontecendo?”

- Escreva o que descobriu observando o Quadro 1.

Espera-se que os alunos identifiquem a relação entre o número de ordens decimais na escrita decimal e o número de zeros no denominador da fração. Essa relação deve ser depois ressaltada por você como a mudança de ordens decimais no quadro de ordens e classes.

- Observando o Quadro 2, complete as conversões:

$\frac{74}{10} = \underline{7,4}$	$\frac{15}{10} = \underline{1,5}$	$\frac{69}{10} = \underline{6,9}$
$\frac{74}{100} = \underline{0,74}$	$\frac{15}{100} = \underline{0,15}$	$\frac{69}{100} = \underline{0,69}$
$\frac{74}{1000} = \underline{0,074}$	$\frac{15}{1000} = \underline{0,015}$	$\frac{69}{1000} = \underline{0,069}$

Observando o Quadro 3, faça as conversões da representação decimal para a fracionária.

• $9,0 = \frac{90}{10} = 9$	$0,6 = \frac{6}{10}$	$0,001 = \frac{1}{1000}$
• $20 = \frac{20}{1} = \frac{200}{10}$	$0,036 = \frac{36}{1000}$	$0,252 = \frac{252}{1000}$



2.3 ATIVIDADE 3 EM BUSCA DA EQUIVALENTE (1 aula)

E se a fração não tiver denominador 10, 100, 1000? É preciso escrever uma equivalente a ela que tenha um desses denominadores!

Escrever uma fração equivalente a outra significa representar o mesmo número de com outra fração. Existem infinitas frações equivalentes a uma fração dada.

Por exemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \underline{\hspace{1cm}}$

Observe que a fração assinalada é uma fração decimal equivalente a $\frac{1}{2}$.

a) Encontrar frações equivalentes a cada uma das frações dadas.

b) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} \dots$

$$c) -\frac{3}{5} = -\frac{6}{10} = -\frac{9}{15} = -\frac{12}{20} = -\frac{15}{25} = -\frac{18}{30} \dots$$

$$d) \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} \dots$$

Dentre as frações acima só uma não tem fração decimal equivalente a ela. Que fração é essa? $\frac{2}{3}$. Por que não é possível escrever a fração decimal equivalente a ela?

Espera-se que o aluno reconheça que 3 não possui múltiplos como 10, 100, 1.000 etc.

e) Dê outros exemplos de frações que não possuem frações decimais equivalentes a elas.

Os alunos poderão apresentar outras frações com denominador 3, mas poderão surgir também as de denominador 7, 9, 11 etc.

Uma fração que não possui fração decimal equivalente a ela é chamada de fração geratriz de uma dízima periódica.

f) Para entender o que é uma dízima periódica observe exemplos de cálculo feito com frações geratrizes.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1,3333\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 11} \\ 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 11 \\ 3,090909\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 6} \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \\ 8,1666\dots \end{array}$$

- O que você observa sobre o resultado dessas divisões? **Espera-se que os alunos falem da repetição de algarismos no quociente e na repetição dos restos**
- O que causa esse resultado? **Sobrar sempre o mesmo resto, o que torna a divisão infinita.**

Todos esses números fazem parte do conjunto dos Números Racionais (**Q**), pois tanto os decimais como as dízimas periódicas podem ser representados na forma $\frac{a}{b}$, sendo que a e b são números inteiros e $b \neq 0$.

Proponha que explorem outras dízimas periódicas com o uso da calculadora, questionando-os sobre a limitação da representação no visor da calculadora.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AQUECIMENTO PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM FRAÇÕES (5 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação). Nesta sequência o foco está na retomada do trabalho com frações para dar suporte aos alunos na aplicação de procedimentos de cálculos necessários para a resolução de problemas. Desse modo essa sequência prevê as seguintes aprendizagens:

- reconhecimento da possibilidade de mudar a representação de um número para facilitar cálculos;
- identificação de representações equivalentes para um número fracionário;
- reconhecimento de que para a representação fracionária os procedimentos de cálculo são diferentes dos conhecidos para os números inteiros.

Proponha sempre que os alunos discutam as atividades em grupo e, depois, que eles próprios apresentem suas soluções à classe e que os próprios colegas discutam se consideram as respostas adequadas ou não.

Você já parou para pensar na quantidade de formas diferentes que existem para representar os números? Pois é sobre isso que vamos conversar um pouco!



3.1 ATIVIDADE 1

O NÚMERO É O MESMO, MAS AS REPRESENTAÇÕES... (1 aula)

Professor uma das maiores dificuldades dos alunos é a de reconhecer que um mesmo número possui infinitas representações e que se pode falar de um número de muitas formas diferentes e cada uma delas é usada de acordo com a situação que se tem. Por isso é que abordaremos um pouco mais esse assunto.

a) Pense em pelo menos cinco representações diferentes para o número 12 (essa já não vale!) e escreva-as aqui. Espera-se que os alunos deem seus exemplos, mas se forem pouco variados você poderá perguntar se também é possível dizer: 1 dúzia, 3×4 , $36:3$, XII, MMC(3,4) etc.

Confira com seus colegas de classe se fizeram as mesmas que você. Provavelmente algumas serão iguais, mas outras não! Pois um número pode ser representado de infinitas formas diferentes.

b) Alguma das representações do 12 foi usando fração? Se sim, qual foi? **resposta pessoal**. Se não, escreva uma. $24/2$ (por ex.).

c) Agora que já pensou em uma representação fracionária para o 12, dá para pensar em infinitas. Complete as representações fracionárias para o 8:

$$8 = \frac{8}{1} = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} = \frac{32}{4} = \frac{40}{5} = \frac{48}{6} = \dots$$

d) Indique as representações fracionárias para o 12.

$$12 = \frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{36}{3} = \dots$$

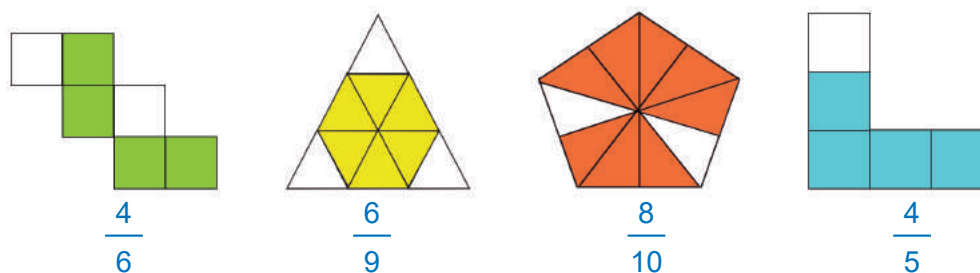
As representações fracionárias para o mesmo número são chamadas de frações equivalentes.

e) Complete as frações equivalentes de:

$$\bullet \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \dots$$

$$\bullet \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \dots$$

f) Outra representação para as frações é a geométrica. Indique a fração representada pela parte pintada em cada situação.



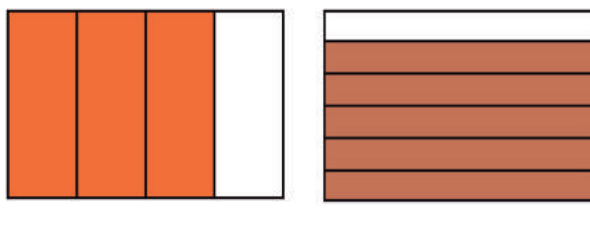
3.2 ATIVIDADE 2

CALCULANDO COM FRAÇÕES (2 aulas)

Nesta atividade dê tempo aos estudantes para investigarem procedimentos possíveis e, ao final, apresentarem como pensaram para resolver.

Vamos pensar agora sobre a necessidade das frações equivalentes para o cálculo de adições e subtrações.

a) Escreva as frações correspondentes às partes pintadas nas figuras abaixo.



Professor, chame a atenção dos alunos para o fato de se tratar de inteiros iguais que foram divididos de forma diferente.

b) Olhando para as partes pintadas percebemos que se juntarmos essas frações como estão não vamos ser capazes de saber a fração resultante. Por quê?

Espera-se que os alunos reconheçam a impossibilidade de adicionar elementos diferentes.

c) Pesquise possibilidades de, a partir da representação geométrica, chegar a frações equivalentes que permitam juntarmos as duas e determinarmos a fração resultante. Descreva o que será necessário fazer e qual será o resultado da junção das duas.

Espera-se que o aluno discuta com os colegas as possibilidades de obtenção de equivalentes que tenham o mesmo denominador, isto é, cujas partes do inteiro serão iguais para ambas.

Professor, estimule os alunos a analisarem as representações geométricas e pensarem em como fazer novas divisões para chegar ao que se quer.

d) Agora, pense em como resolver a adição $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ e descreva como proceder.

Espera-se que o aluno reconheça a necessidade de buscar frações equivalentes que possuam o mesmo denominador.

e) Use o procedimento que descreveu para calcular:

$$\bullet \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12}$$

$$\bullet \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

$$\bullet \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$$

$$\bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$$

Professor, neste item aproveite para explorar a transformação de fração imprópria em número misto e vice-versa, para que os alunos possam desenvolver o senso numérico diante de uma fração, isto é, ao olhar para $31/30$, por exemplo, reconhecer que esse número é um “pouco” maior que 1.

f) Continue calculando:

$$\bullet \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\bullet \frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\bullet \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\bullet \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{0}{6} = 0$$



3.3 ATIVIDADE 3

UMA MULTIPLICAÇÃO QUE DIMINUI (1 aula)

a) Se em um game você tiver que decidir entre pegar um baú que vai somar alguns pontos e pegar uma coroa que vai multiplicar seus pontos, qual você pegaria? **Resposta pessoal.** Por quê? **Espera-se que o aluno responda que ao multiplicar os pontos aumentam mais do que somar.**

b) Cuidado com suas escolhas! Depois que aprendemos outros tipos de números, além dos naturais, é preciso mais atenção. Imagine que no game a proposta era somar $\frac{1}{2}$ ponto ou multiplicar seus pontos por $\frac{1}{2}$. Vamos pensar sobre isso!

- Você está com 40 pontos e pegou o baú.

$$40 + \frac{1}{2} = \frac{80+1}{2} = \frac{81}{2} = 40,5$$

- Você está com 40 pontos e pegou a coroa.

$$40 \times \frac{1}{2}$$

Como calcular essa multiplicação?

Você pode pensar em calcular:

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{40} = \frac{40}{2} = 20$$

O que não é nada econômico, mas permite uma observação importante.

$$40 \times \frac{1}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

Explique o que aconteceu nesta multiplicação.

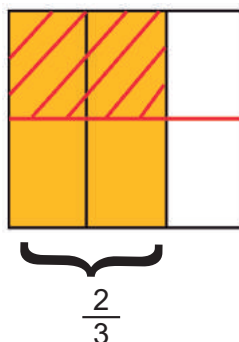
Espera-se que o aluno perceba que multiplicar por meio foi o mesmo que dividir por 2.

Vale a pena escolher a multiplicação neste caso? **não**

c) Vamos olhar para outra multiplicação com frações.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

Usando a explicação que deu acima, represente essa multiplicação na figura abaixo. Marque $\frac{1}{2}$ da parte pintada.



Em quantas partes iguais ficou dividido o inteiro? 6

Qual a fração que representa a parte marcada por você, considerando essa nova divisão? $\frac{2}{6}$.

Nessa situação o aluno poderá indicar também o $\frac{1}{3}$ como a metade pedida. Discuta a igualdade das respostas nas duas formas de se obter a metade nesse caso.

Este é o resultado da multiplicação dessas frações. Observe esse resultado e responda: Afinal, como fazer uma multiplicação de frações?

Espera-se que o aluno perceba que o 2 foi obtido de 2×1 e o 6 de 3×2 .

Professor, só depois de terem reconhecido como foi feita a multiplicação é que você poderá discutir a possibilidade de simplificar a resposta escrevendo uma fração equivalente à obtida.

d) Calcule:

$$\bullet \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\bullet \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$\bullet \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$



3.4 ATIVIDADE 4 POR QUE PARA DIVIDIR FRAÇÕES MULTIPLICAMOS? (1 aula)

a) Calcule as multiplicações:

$$\bullet \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$$

$$\bullet \frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = \frac{14}{14} = 1$$

$$\bullet \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ab} = 1$$

Por que o resultado de todas é o mesmo? Espera-se que o aluno perceba que ao multiplicar uma fração pela sua inversa obtém-se 1.

b) Qual é o resultado da divisão de qualquer número por 1? É o próprio número.

$$\bullet (-5) : 1 = -5$$

$$\bullet 348.567 : 1 = 348.567$$

$$\bullet \frac{3}{8} : 1 = \frac{3}{8}$$

c) Observe a sequência de quadros e, usando as descobertas feitas nos itens a e b, explique porque para dividir frações fazemos uma multiplicação.

$\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = ?$	$\left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} : \frac{2}{7} \times \frac{7}{2} \right) =$	$\left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} \right) : 1 =$	$\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$
---------------------------------	--	---	--

Espera-se que o aluno perceba que usa o recurso de transformar a divisão dada numa equivalente em que se divide por 1 e, assim ter para resultado o dividendo, que na transformação para o divisor 1 se tornou na multiplicação indicada.

d) Calcule as divisões.

- $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$
- $\frac{1}{5} : \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{10}{1} = \frac{10}{5} = 2$
- $\frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{10}$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

PROBLEMINHAS E PROBLEMÕES (3 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação). Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos, identificando diferentes registros de representação empregados;
- identificação da(s) operação(ões) que resolve(m) o problema;
- aplicação de procedimentos e cálculos adequados para a resolução;
- validação do resultado encontrado para argumentar e justificar a solução dada.

Proponha sempre que os alunos discutam as atividades em grupo e, depois, que eles próprios apresentem suas soluções à classe e que os próprios colegas discutam se consideram as respostas adequadas ou não.



4.1 ATIVIDADE 1

PROBLEMINHAS

Professor(a) convide alguns alunos para falarem sobre o que entenderam do enunciado de cada problema e indicar quais trechos do texto apontam para o que deve ser feito para ser resolvido. Ao final de cada resolução apresentada à classe, peça ao aluno que a apresentou que justifique o que fez por meio de uma explicação e validação de sua resposta.

a) Numa caixa existem 80 bombons. Dei $\frac{1}{4}$ desses bombons à minha mãe e $\frac{2}{5}$ à minha namorada. Com quantos bombons fiquei?

Não há uma só maneira de se chegar à resposta, este é um exemplo.

$$\frac{1}{4} \text{ de } 80 = 20 \quad 80 - 20 - 32 = 28$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 80 = 32$$

b) O comprimento de uma peça de tecido é de 42 m. Quantos pedaços de $\frac{3}{4}$ m conseguirei cortar dessa peça?

Um modo de resolver é:

$$42 : \frac{3}{4} = 42 \times \frac{4}{3} = 56$$

Os alunos também poderão pensar em determinar quantos centímetros correspondem a $\frac{3}{4}$ do metro e trabalhar com as unidades de medida.

c) Depois que percorri $\frac{3}{5}$ de uma estrada de 600 km, parei no posto de gasolina e abasteci meu carro ficando com $\frac{3}{4}$ do tanque. Ao chegar no final dessa estrada estava com $\frac{1}{2}$ tanque. Quantos quilômetros percorri depois que saí do posto? Que fração do tanque de gasolina foi gasto nesse trecho?

$$\frac{3}{5} \text{ de } 600 = 360 \quad 600 - 360 = 240$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

d) Dona Maria tem R\$ 24,00 para comprar um tipo de carne que custa R\$ 9,60 o quilo. Quantos quilos dessa carne ela poderá comprar?

$$24,00 : 9,60 = 2,5$$

Professor aproveite para verificar como os alunos estão fazendo a divisão com decimais. Sugira que representem na forma de fração decimal para efetuar esse cálculo e, a partir dessa representação da divisão sugira que comparem com o processo usual de divisão de decimais.

e) Carlão foi abastecer seu carro. Para encher o tanque foram exatamente 20,4 litros. O preço do litro de gasolina neste posto é R\$ 4,25. Quanto pagou?

$$20,4 \times 4,25 = 86,70$$

f) Qual é a soma da quinta parte de 1,75 com a sexta parte de 0,3?

$$1,75 : 5 = 0,35$$

$$0,3 : 6 = 0,05$$

$$0,35 + 0,05 = 0,4$$



4.2 ATIVIDADE 2 PROBLEMÕES (1 aula)

Neste grupo de problemas é fundamental que os alunos falem sobre o que entenderam do enunciado e façam uma representação geométrica para identificarem a fração que deve ser calculada.

a) Meu avô tem um pequeno terreno em que vai fazer uma horta. Ele preparou $\frac{5}{12}$ desse terreno para plantar, mas acabou plantando em apenas $\frac{3}{4}$ da parte preparada. Qual fração do terreno corresponde à parte plantada?

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{12} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$$

b) Estou repintando a parede de meu quarto. Vou pintar metade de amarelo e, da parte restante vou deixar $\frac{2}{3}$ para pintar de preto para eu usar de lousa. Que fração da parede vai ocupar a minha lousa?

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Seu Akira plantou 72 novos pés de verduras em sua horta. 5 em cada 8 deles são pés de alface. Os pés restantes são de escarola. Quantos pés de alface seu Akira plantou?

$$\frac{5}{8} \text{ de } 72 = \frac{5}{8} \times 72 = 45$$

d) Mário trouxe um tablete de chocolate todo repartido em partes iguais. Pegou $\frac{1}{3}$ para ele e passou as outras partes para que seus três amigos repartissem igualmente entre eles. Sabendo que cada um recebeu mais de uma parte, quantas partes pode ter esse tablete? Que fração cada amigo recebeu?

$$\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

O tablete pode ter 9 partes e cada amigo recebeu $\frac{2}{9}$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

AS ORDENS MENORES DO QUE A UNIDADE (5 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos. Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- leitura e escrita de números com representação decimal até a ordem dos milésimos;
- identificação das ordens decimais do sistema de numeração decimal;
- reconhecimento das regras de agrupamento do sistema de numeração decimal;
- associação da multiplicação por 10, 100 e 1.000 com o aumento da ordem de grandeza do número e da divisão por 10, 100 e 1.000 com sua redução.



5.1 ATIVIDADE 1 UM OLHAR ATENTO PARA AS REPRESENTAÇÕES DECIMAIS (1 aula)

O foco nessas atividades é a discussão sobre a função do zero à direita nas representações decimais. Questione-os sobre o zero à esquerda na escrita dos números naturais.

a) Escolha números do quadro ao lado de modo a tornar as sentenças verdadeiras:

$$1,05 = 1,050; 1,5 = 1,500$$

$$10,5 = 10,50; 10,05 = 10,050$$

$$1,005 < 1,50; 10,500 > 10,005$$

Para esta última linha existem várias respostas corretas

10,5	10,05	1,500
1,005	10,50	
1,05	1,5	1,050
1,50	10,500	10,005

Os zeros presentes nas representações decimais do exercício anterior atrapalharam? Então vamos entender quando um zero é significativo ou não nas representações numéricas.

Você se lembra do quadro de ordens e classes do nosso sistema de numeração decimal? É ele que estrutura toda a escrita numérica e sua leitura.

b) Observe os números escritos no quadro para decidir quando um zero é significativo ou não para um número.

...	Classe dos bilhões			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades			Classe dos decimais			...
	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	d	c	m	
												0,	3	5	0	
											0	3,	0	5	0	
										0	3	5,	0	0	5	
										3	5	0,	5	0	0	
							0	0	3	5	0	0,	0	0	0	

Complete: O zero só é significativo quando altera o valor do número. Depois da solução dada pelos alunos, discuta a leitura de cada um dos números do quadro e aproveite para colocar vários outros números como 2,5 bilhões, 1,7 milhões etc.

c) Apoiado pelo quadro de ordens e classes, escreva como se lê :

0,5 cinco décimos

0,05 cinco centésimos

0,005 cinco milésimos

d) Quantos milésimos são necessários para formar um centésimo? 10

e) Quantos centésimos são necessários para formar um décimo? 10

f) Quantos décimos são necessários para formar uma unidade? 10

Professor faça perguntas como quantos milésimos para formar uma unidade ou décimos, quantos centésimos para formar uma unidade ou 10 unidades.



5.2 ATIVIDADE 2 MULTIPLICAÇÃO POR 10, 100 E 1.000 (1 aula)

Multiplicar números inteiros por 10, 100 e 1.000 você já sabe! Mas, e quando são números com representação decimal?

a) Complete as multiplicações e explique como pensou.

$$23 \times 10 = 230 \quad 45 \times 100 = 4.500 \quad 18 \times 1.000 = 18.000$$

A números inteiros adicionamos zeros à direita, um se for uma multiplicação por 10, 2 zeros se for por 100, 3 zeros se for por 1000, e assim por diante.

E se fossem estas multiplicações? Complete-as.

$$2,3 \times 10 = 23 \quad 4,5 \times 100 = 450 \quad 1,8 \times 1.000 = 1.800$$

O modo como pensou antes, funcionou aqui? Não Por quê? Acrescentar zeros a direita nesses números não altera seu valor ou podemos dizer que nesse caso o zero adicionado não é significativo.

b) Vamos entender o que acontece de fato!

O sistema de numeração que usamos é decimal, o que significa que cada grupo de 10 elementos de uma ordem pode ser agrupado para formar uma ordem superior.

Complete: 10 unidades = 1 dezena

10 dezenas = 1 centena

10 centenas = 1 milhar

10 unidades de milhar = 1 dezena de milhar

Assim, ao multiplicar um número inteiro por 10 você está fazendo com que ele aumente uma ordem. Assim, ao multiplicar um número por 10, se ele era da ordem da dezena ele passa a ser da ordem da centena.

d) Retome as multiplicações do exercício a) desta atividade e explique:

- o que acontece quando multiplicamos um número por 100?

Se o número é da ordem da dezena passará para a ordem da unidade de milhar

- o que acontece quando multiplicamos um número por 1.000?

Se o número é da ordem da dezena passará para a ordem da dezena de milhar

e) Agora, retome o exercício b) e verifique se há aumento da ordem de grandeza do número após as multiplicações. Complete:

$2,3 \times 10 = 23$ passou da ordem da unidade para a ordem da dezena

$4,5 \times 100 = 450$ passou da ordem da unidade para a ordem da centena

$1,8 \times 1.000 = 1800$ passou da ordem da unidade para a ordem da unidade de milhar

Professor, discuta essas respostas apoiado no quadro de ordens e classes para que seja possível aos estudantes verificarem essas mudanças de ordens. Chame a atenção para o fato de que a vírgula não muda de lugar, isto é, ela sempre fica posicionada na unidade, como mostra o quadro. É a ordem de grandeza do número que muda.



5.3 ATIVIDADE 3 DIVISÃO POR 10, 100 E 1.000 (1 aula)

Você sabia!

Uma operação ser inversa da outra significa que uma desfaz o que a outra fez!

a) Sendo assim, se ao multiplicar por 10, 100 ou 1.000 ocorre um aumento da ordem de grandeza do número, então ao dividir deve ocorrer a diminuição da ordem de grandeza do número.

b) Complete:

$30,4 : 10 = 3,04$ $250 : 100 = 2,50$ $1345 : 1.000 = 1,345$

$7,6 : 10 = 0,76$ $54 : 100 = 0,54$ $3,2 : 1.000 = 0,0032$

c) Monte uma divisão cujo resultado seja:

$45,09 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ $0,403 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$

$1,003 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ $120 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$

As possibilidades de resposta são várias. Proponha que os alunos apresentem suas respostas e justifiquem porque umas são diferentes das outras, se todas estiverem certas.



5.4 ATIVIDADE 4 DESENVOLVER UM INFOGRÁFICO. (2 aulas)

Professor esta proposta tem o propósito de colocar os alunos em situação na qual deverá empregar os conhecimentos sobre os números decimais e suas relações com medidas e suas transformações. Você poderá também sugerir temas que envolvam outras áreas de modo interdisciplinar.

A ser desenvolvido como trabalho em grupo de 4 a 5 alunos.

Faça consultas na Internet para saber o que são os Infográficos e como desenvolvê-los. Consulte exemplos de infográficos como os da revista Super Interessante, eles foram premiados internacionalmente. Existem aplicativos na Internet que ajudam a desenvolver infográficos. Escolha um e siga as instruções. Escolha um tema que envolva medidas que você possa obter como:

- Distâncias interplanetárias.
- Dimensões de 5 menores e 5 maiores animais mamíferos.
- Dimensões de 5 menores e 5 maiores insetos.
- Tempo de viagens no universo.
- Tamanho de partículas de átomos até moléculas.
- Etc.

Todas as medidas apresentadas no infográfico devem ser dadas em duas unidades de medida. Por exemplo, se o infográfico tem como tema as dimensões de 5 menores e 5 maiores insetos, apresente as medidas de comprimento em milímetros e em seguida em metros.

Peça ajuda ao seu professor na escolha de seu tema e na determinação das unidades a serem utilizadas.

Professor, na Internet existem diversos sites discutindo como fazer um bom infográfico e outros que indicam ferramentas de software que ajudam as pessoas a desenvolverem infográficos. Conduza pesquisas com os alunos para definir como fazer um bom infográfico e se for necessário escolha com eles uma ferramenta para desenvolvimento de infográficos. Ajude na escolha do tema pelas equipe e na determinação das unidades a serem adotadas, de modo que os alunos empreguem conhecimentos sobre as ordens de grandeza dos números.



Sugestões para consulta e atividades

- **Tempo da Natureza e Tempo da Sociedade**

Infográfico mostrando a duração em anos, séculos, milhares e milhões de anos para atingirmos desde os períodos pré-históricos à sociedade atual;

- **Como desenvolver um Infográfico**

Página da Internet que comenta os principais tipos de infográficos e dá uma receita de como desenvolvê-los.

- **Ferramenta online para desenvolvimento de Infográficos**

Aplicativo que auxilia no desenvolvimento de infográficos.
Existem outras gratuitas na Internet.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

UNIDADES DE MEDIDAS - TRANSFORMAÇÕES (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida. Além das aprendizagens relativas à resolução de problemas já descritas anteriormente e que devem ser também consideradas aqui, as relações entre as diferentes unidades de medida requerem as aprendizagens:

- reconhecimento de que as medidas usuais de comprimento, massa e capacidade seguem a estrutura do sistema de numeração decimal;
- identificação das ordens decimais dos sistemas de medidas de comprimento; massa e capacidade;
- associação da multiplicação ou divisão por 10, 100 e 1.000 para as transformações entre as unidades de medida estudadas.

Muitas vezes nos enganamos no momento de transformar uma certa unidade de medida em outra, como miligramas em gramas ou centímetros em metros. Para isso não ocorrer precisamos pensar em representações equivalentes.

Vamos praticar um pouco desse tipo de pensamento!



6.1 ATIVIDADE 1

UMA UNIDADE DE MEDIDA MUDA MUITA COISA! (1 aula)

a) Vamos recordar o quadro de ordens e classes do nosso sistema de numeração decimal. Escreva neste quadro os seguintes números:

0,3

2,46

18,9

2.768,001

4.500.201,05

Milhões			Milhares			Unidades			Decimais		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
								0,	3		
								2,	4	6	
							1	8,	9		
					2	7	6	8,	0	0	1
		4	5	0	0	2	0	1,	0	5	

Professor, discuta com os alunos o modo de leitura desses números, enfatizando que a vírgula sempre indica a unidade.

b) Agora, escreva essas medidas de comprimento no quadro abaixo.

3 km 3 m 3 cm 3 mm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3						
			3			
					3	
						3

Professor, proponha que os alunos pesquisem sobre as unidades de medida que não conhecem, provavelmente hm, dam e dm, pois assim terão mais suporte para a explicação solicitada na sequência. Além disso, comente que o quadro não está completo, uma vez que ele pode ser estendido para as micro unidades.

Explique o que aconteceu. Espera-se que o aluno perceba a variação do posicionamento do número na tabela para atender a unidade de medida indicada.

c) Se quisermos fazer a transformação de todas essas medidas para metros o que será necessário? Espera-se que os alunos concluam que a tabela precisará ser preenchida com zero, a partir do número já colocado, até chegar na coluna correspondente ao metro.

d) Complete, observando o quadro:

- 3 km = 3.000 m
- 3 m = 3 m
- 3 cm = 0,03 m
- 3 mm = 0,003 m

e) Há semelhanças entre os dois quadros que você preencheu. Quais são elas?

Espera-se que o aluno reconheça que a organização é a mesma, isto é, as regras do SND para a escrita numérica são as mesmas para as relações entre as unidades de medida.

f) Pensando no quadro de medidas de comprimento, complete com as unidades que tornam as igualdades verdadeiras:

Professor, aqui as possibilidades são várias, as respostas são exemplos.

- 14 mm = 1,4 cm
- 14 cm = 0,14 m
- 14 m = 0,014 km
- 14 km = 14.000 m
- 14 m = 1.400 cm
- 14 cm = 140 mm

Professor, não deixe de comentar que todas essas unidades de medida devem ser sempre grafadas com letras minúsculas. Só se usa letra maiúscula quando a unidade tem o nome de seu criador, como é o caso da unidade de medida de temperatura, o grau Celsius (C) ou grau Kelvin (K).



6.2 ATIVIDADE 2

DO COMPRIMENTO PARA A MASSA (1 aula)

a) Observe o quadro montado com as unidades de medida de massa.

Aqui também peça aos alunos que pesquisem sobre as unidades de medida que não conhecem. Comente que também esse quadro não está completo uma vez que se tem também a tonelada como unidade de massa.

		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
						2	5	0
					0,	2	5	
		3,	7	5				
			4	0	0			
2	5	0,	5					

Escreva no quadro acima as medidas:

250 mg

0,25 g

3,75 kg

400 g

250,5 kg

Chame a atenção dos alunos sobre o fato de que a vírgula sempre indica a unidade de medida a ser considerada no posicionamento do número no quadro.

a) O que foi preciso fazer para adequar a escrita ao quadro? Espera-se que o aluno reconheça a necessidade de ampliação do quadro para a escrita do último número.

b) Observando o quadro, escreva como se deve ler as medidas:

Professor, essa proposta tem o objetivo de o aluno perceber que será conveniente preencher com zeros o que faltar para chegar ao miligrama, para o 0,25, e para chegar ao grama, nos outros dois cuja unidade é o kg, pois teria que se fazer referência ao centigrama, decagrama ou ao hectograma, que não são usuais. Retome a discussão do zero significativo.

3,75 kg: três quilos, setecentos e cinquenta gramas

0,25 g duzentos e cinquenta miligramas

250,5 kg duzentos e cinquenta quilos e quinhentos gramas ou duzentos e cinquenta quilos e meio.

Destaque o fato de que a unidade de medida grama é masculino, por isso as referências são para o grama.

c) Faça as transformações de unidade:

- 0,46 kg = 460 g
- 5.200 mg = 5,2 g
- 1,412 kg = 1.412.000 mg
- 2 g = 0,002 kg
- 5.375 mg = 0,005375 kg

e) Pensando no quadro de medidas de massa, complete com as unidades que tornam as igualdades verdadeiras:

- 2.000 mg = 2 g
- 20 kg = 20.000 g
- 20 mg = 0,02 g



6.3 ATIVIDADE 3

UNIDADES DE MEDIDA DE CAPACIDADE (1 aula)

a) Para as unidades de medida de capacidade também podemos montar um quadro como os já montados para o comprimento e para a massa. Então, complete as unidades que faltam neste quadro:

kl	hl	dal	L	dL	cL	mL
				1	2	0
		3	2,	5	0	
			0,	0	3	
			3	4	7	5

As unidades acima do litro não são usadas, mas elas existem e mantêm a mesma estrutura das unidades de medida de comprimento e de massa.

b) Posicione na tabela as seguintes medidas:

120 mL

32,50 L

0,03 L

3.475 mL

c) Faça as transformações de unidade:

- 0,46 L = 460 mL
- 5.200 mL = 5,2 L
- 1,412 L = 1.412 mL
- 2 mL = 0,002 L

e) Pensando no quadro de medidas de capacidade, complete com as unidades que tornam as igualdades verdadeiras:

- 20 mL = 0,02 L
- 200 mL = 0,2 L
- 20 L = 20.000 mL



6.4 ATIVIDADE 4

PROBLEMAS (1 aula)

Professor, sempre diante de problemas com enunciado habitue os alunos a discutirem o texto apresentado, apontando quais os termos presentes que indicam o que deve ser feito para solucioná-lo. Essas discussões devem ser feitas em duplas ou quartetos e, depois apresentadas à classe, com justificativas das soluções dadas.

a) Uma fábrica de refrigerantes precisa distribuir 2.320 L de refrigerante em garrafas de 290 mL. Quantas garrafas serão necessárias?

É preciso transformar ou litros em mL, ou mL em litros.

$$2.320.000 \div 290 = 8.000 \text{ garrafas}$$

b) Para as festas de final de ano estima-se que, aproximadamente, 1.000.000 de carros foram para o litoral. Se cada carro tem, em média, 4,10 m de comprimento, quantos quilômetros teria uma fila com todos os carros que foram ao litoral, encostados um no outro?

$$1.000.000 \times 4,10 = 4.100.000 \text{ m} = 4.100 \text{ km}$$

c) De acordo com o Instituto Agrônomo de Campinas (IAC,) para um certo tipo de arroz, 100 grãos têm massa de 2,5 g, em média. Quantos grãos desse arroz, em média, estarão em um pacote de 5kg?

$$5 \text{ kg} = 5.000 \text{ g}$$

$$5.000 : 2,5 = 2.000$$

$$2.000 \times 100 = 200.000 \text{ grãos de arroz}$$

d) Um jogador de futebol após os 90 minutos de jogo perdeu 2.235 g de peso. Se ele terminou o jogo com 82,768 kg, qual era seu peso inicial?

$$2.235\text{g} = 2,235 \text{ kg}$$

$$82,768 + 2,235 = 85,003 \text{ kg}$$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

TRIÂNGULOS : SEUS LADOS E SEUS ÂNGULOS (5 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos. Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- identificação de que um triângulo só existe mediante condições para as medidas de seus lados e de seus ângulos;
- reconhecimento de que há modos experimentais de validar propriedades do triângulo – soma dos ângulos internos e soma dos ângulos externos.
- leitura da representação geométrica como fonte de informações sobre as formas, seus lados e seus ângulos.



7.1 ATIVIDADE 1 QUAISQUER TRÊS SEGMENTOS FORMAM UM TRIÂNGULO? (1 aula)

Brincar com palitos de dente sobre uma mesa é bastante comum. Muita gente, em algum momento, já montou um triângulo como o abaixo.

a) O que podemos afirmar sobre a medida dos lados desse triângulo?

Espera-se que o aluno perceba que são iguais e você pode ressaltar que se trata de um triângulo equilátero.

b) O que você acha que aconteceria se para montar um triângulo você tivesse dois palitos de dente e um palito para churrasco? O aluno deve perceber que neste caso não é possível construir um triângulo.

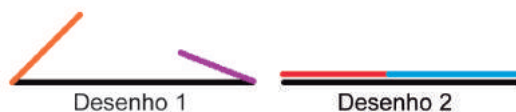
c) Desenhe como ficaria sua montagem.



d) Olhando para seu desenho, explique por que o resultado foi esse.

Professor, a intenção aqui é que o aluno use sua imaginação, desenvolvendo a visualização geométrica, porém se perceber que alguns têm dificuldade de fazê-lo disponibilize os dois tipos de palitos ou canudos plásticos para essa verificação.

e) Ao tentar montar triângulos com palitos um estudante chegou aos seguintes desenhos:



O que é possível afirmar sobre as medidas de comprimento dos palitos coloridos em relação ao palito preto, em cada caso?

Desenho1: Espera-se que o aluno perceba que as linhas laranja e roxa não se interceptam e, portanto, não é possível obter um triângulo.

Desenho 2: Nesse desenho embora as linhas azul e vermelha se toquem, ficam com o mesmo comprimento da linha preta. Neste caso o aluno deve perceber que não há possibilidade de obter um triângulo.

DESAFIO 1: A partir de sua descoberta anterior, analisando apenas as medidas de comprimento apresentadas, assinale com quais dos grupos de segmentos é possível desenhar um triângulo.

Peça que justifiquem a classificação que fizeram. Aproveite para retomar os sinais de desigualdade.

Grupo 1: 10,5 cm , 8,2 cm e 7,5 cm.

Triângulo possível: $10,5 < 8,2 + 7,5$; $8,2 < 10,5 + 7,5$; $7,5 < 10,5 + 8,2$

Grupo 2: 9 cm , 4 cm e 3,7 cm.

Triângulo impossível: $9 \geq 4 + 3,7$; $4 < 9 + 3,7$; $3,7 < 9 + 4$

Grupo 3: 2,4 cm , 3,6 cm e 6 cm.

Triângulo impossível

Grupo 4: 3 cm , 4 cm e 5 cm.

Triângulo possível

Grupo 5: 6 cm, 10 cm e 12 cm.

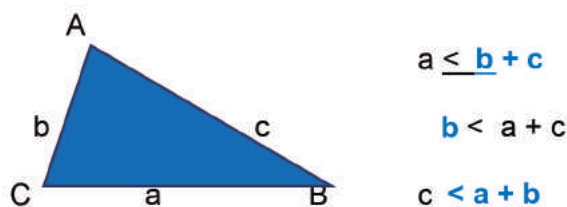
Triângulo possível

Grupo 6: 8 cm , 20 cm e 10 cm.

Triângulo possível

DESAFIO 2: Você acabou de descobrir uma relação muito importante entre as medidas dos lados de um triângulo, conhecida como **Condição de Existência de um Triângulo**. Seu desafio agora é, usando a linguagem matemática, completar essa propriedade dos triângulos.

Em qualquer triângulo ABC, a medida de cada lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois.



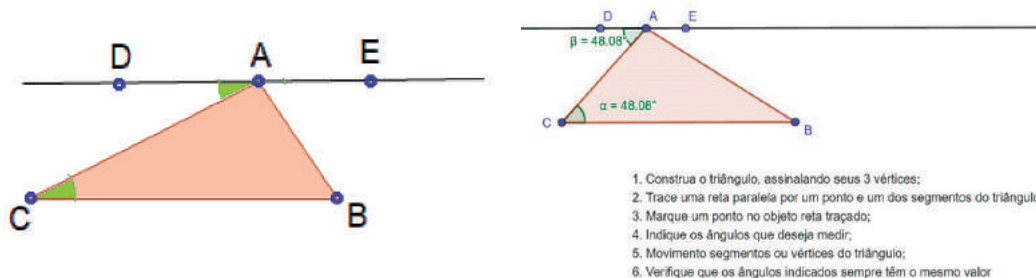


7.2 ATIVIDADE 2

QUAISQUER TRÊS ÂNGULOS PERTENCEM AO MESMO TRIÂNGULO? (2 aulas)

Para fazer algumas descobertas sobre os ângulos de triângulos você deverá utilizar o software Geogebra. Pode ser em um computador ou no celular.

a) Usando os recursos dessa ferramenta faça uma construção de modo a obter a seguinte representação.



b) Obtenha as medidas dos ângulos assinalados. Movimente os vértices do triângulo. O que você observa quanto às medidas dos dois ângulos assinalados?

O aluno deve notar que os ângulos têm o mesmo valor, para qualquer movimento que se faça nos elementos do triângulo.

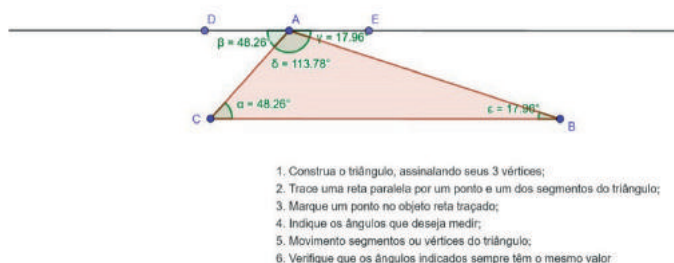
c) Você acha que se os ângulos assinalados fossem o B e o EÂB isso também teria acontecido? O aluno pode inferir afirmando que a regra é válida para esses dois ângulos. Por quê? O aluno deve indicar que os ângulos indicados são iguais por construção. Você, professor, pode propor uma leitura do teorema das paralelas cortadas por transversais e do teorema de Tales.

d) Obtenha as medidas desses ângulos e verifique se sua hipótese se confirma.

O aluno deve voltar ao Geogebra, definir esses dois ângulos e verificar a igualdade.

Deve também definir o ângulo interno relativo ao vértice A.

Peça para o aluno somar os ângulos DAC, A e EAB para alguns movimentos nos elementos do triângulo.

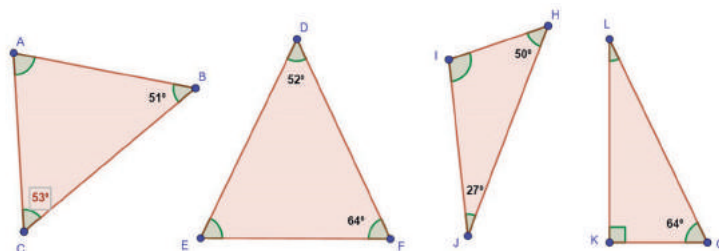


e) Note que podemos ver três ângulos com vértice em A. Qual a soma das medidas desses três ângulos? O aluno deve responder 180° .

f) Quanto vale a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo?

O aluno deve indicar 180° , e você professor deve enfatizar que essa é uma das formas de provar sem palavras que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

DESAFIO 3: Complete, em cada caso, a medida do ângulo que falta.



$180^\circ = A + 51^\circ + 53^\circ$ $A = 180^\circ - 51^\circ - 53^\circ = 76^\circ$	$E = 180^\circ - 52^\circ - 64^\circ = 64^\circ$	$I = 180^\circ - 50^\circ - 27^\circ = 103^\circ$	$L = 180^\circ - 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$
---	--	---	--

DESAFIO 4: Qual desses grupos de ângulos não corresponde aos ângulos internos de um triângulo?
O aluno deve pela soma distinguir se os ângulos podem pertencer ou não a um triângulo.

Grupo 1: $45^\circ, 35^\circ, 115^\circ$ – Soma: $45 + 35 + 115 = 195^\circ$ - Não correspondem aos ângulos internos de um triângulo
Grupo 2: $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ – Soma: $30 + 60 + 90 = 180^\circ$ - Correspondem aos ângulos internos de um triângulo
Grupo 3: $45^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ – Soma: $45 + 45 + 45 = 135^\circ$ - Não correspondem aos ângulos internos de um triângulo
Grupo 4: $118^\circ, 34^\circ, 28^\circ$ – Soma: $118 + 34 + 28 = 180^\circ$ - Correspondem aos ângulos internos de um triângulo
Grupo 5: $50^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ – Soma: $50 + 60 + 75 = 185^\circ$ - Não correspondem aos ângulos internos de um triângulo



7.3 ATIVIDADE 3

UM POUCO MAIS SOBRE OS TRIÂNGULOS (1 aula)

Agora que você já sabe a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo vamos pensar sobre os ângulos externos e suas medidas.

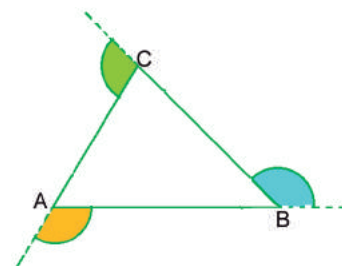
a) Observe os ângulos externos indicados no triângulo abaixo.

Usando o conhecimento que já tem sobre a soma das medidas dos ângulos internos, descubra qual é a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo. Chame essas medidas de x , y e z para representar essa soma na linguagem matemática.

Professor, é importante que seu aluno saiba que 180° corresponde ao ângulo interno do triângulo somado ao ângulo externo (ou seja o ângulo raso).

Assim a soma dos ângulos $(A+x)$, $(B+y)$ e $(C+z) = 3 \times 180^\circ$

Temos então: $(A+B+C) + (x+y+z) = 540$, logo $x+y+z = 540 - (A+B+C) = 540 - 180 = 360^\circ$



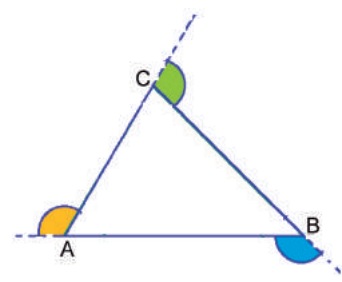
b) Os ângulos externos também podem ser indicados como na figura abaixo. O que mudou nessa representação dos ângulos externos?

A partir dos vértices do triângulo prolongou-se a semireta utilizando-se o sentido horário. No exemplo anterior foi utilizado o sentido anti-horário.

Essa mudança vai mudar a medida da soma dos ângulos externos? Não, porque o procedimento para obtenção da soma é idêntico em qualquer dos sentidos.

Explique como pensou para responder.

Espera-se aqui que o aluno indique o raciocínio que adotou para obter a solução.



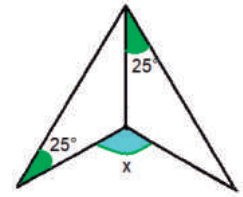


7.4 ATIVIDADE 4 APLICANDO O CONHECIMENTO

DESAFIO 5: Este é um protótipo de um novo tipo de drone. Foram usados dois triângulos isósceles para seu formato. Descubra a medida do ângulo entre as caudas.

O aluno deve utilizar os conhecimentos: a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , que um triângulo isósceles tem dois lados e dois ângulos iguais e que um círculo tem 360° .

O ângulo y e z que enxergam os lados maiores dos triângulos é determinado por $180 - 2 \times 25 = 130^\circ$. Temos que $x + y + z = 360$, logo $x = 360 - 260 = 100^\circ$.



DESAFIO 6: Uma área de preservação ambiental foi planejada para ter forma triangular. No planejamento desta proposta foram sugeridas as seguintes medidas para seu contorno: 1,5 km, 2,4 km e 4 km. Explique por que ao cercar essa área foi preciso mudar uma das medidas propostas. Indique qual das medidas foi alterada.

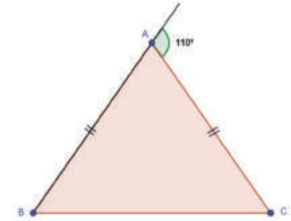
Professor, nesse exercício podemos ter 3 soluções possíveis, pois a condição de existência do triângulo não foi obedecida.

O aluno pode escolher aumentar o lado 1,5 km ou 2,4 km para que a soma dos dois seja maior que 4 km.

Pode diminuir o lado 4 km de forma que a soma dos outros dois lados seja maior que o valor escolhido.

DESAFIO 7: Num triângulo isósceles o ângulo externo relativo ao vértice oposto a um dos vértices da base mede 110° . Quais os ângulos internos desse triângulo?

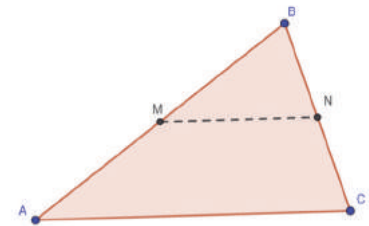
- a) 110° , 40° , 30°
- b) 110° , 35° , 35°
- c) 70° , 70° , 40°
- d) 70° , 55° , 55°
- e) 60° , 60° , 60°



DESAFIO 8: Um triângulo isósceles foi recortado numa folha, os segmentos AB, AC e BC (base) medem respectivamente 8, 8 e 5 cm.

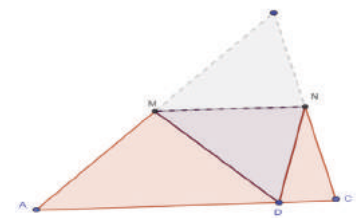
Professor este problema traz um elemento muito importante em relação à representação desse triângulo. É usual que triângulos isósceles sejam apresentados sempre com sua base voltada para baixo. Aqui a posição do triângulo isósceles exige que os alunos o visualizem em outra posição.

Marcaram-se os pontos médios M, do segmento AB, e N, do segmento BC. Dobrou-se o triângulo pela segmento MN e obteve-se a figura abaixo.



Quantos triângulos isósceles existem na figura. Considere apenas os triângulos definidos com linhas cheias?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

QUADRILÁTEROS: ALGUMAS RELAÇÕES (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades. Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- identificação de que há grupos de quadriláteros que apresentam características comuns;
- reconhecimento de que essas características são os elementos determinantes de classificação de quadriláteros;
- leitura da representação geométrica como fonte de informações a partir da classificação do quadrilátero.



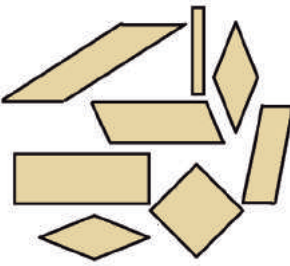
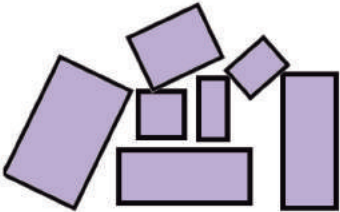
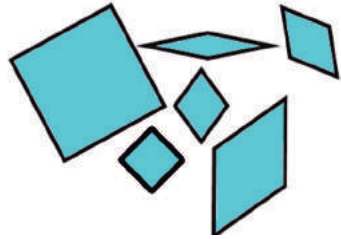
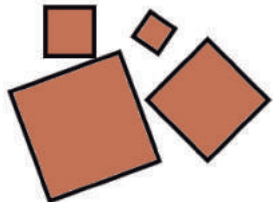
8.1 ATIVIDADE 1

UM QUADRILÁTERO QUE PODE SE PASSAR POR OUTROS (1 aula)

Professor, incentive seus alunos a formarem pequenos grupos para resolverem as questões abaixo.

a) Use sua capacidade de observação e descubra qual é o quadrilátero que se mistura a todos os grupos apresentados abaixo.

O aluno deve perceber que o quadrado atende as propriedades de cada grupo e está presente em todos eles.

Grupo 1 - Paralelogramos	Grupo 2 - Retângulos
	
Grupo 3 - Losangos	Grupo 4 - Quadrados
	

b) Observando lados e ângulos internos das figuras do grupo 1, assinale as características geométricas presentes em todas elas:

O aluno deve discutir em seu grupo cada uma das afirmações feitas em a) a partir de suas observações no item a). Incentive-os a verbalizarem o que caracteriza cada agrupamento da questão inicial.

- Não têm lados paralelos.
- Dois pares de lados paralelos.
- Pares de lados com mesma medida.
- Nenhum par de lados com mesma medida.
- Todos os ângulos retos.
- Nenhum ângulo reto.
- Ângulos de mesma medida, dois a dois.

As características geométricas que todas apresentam são as que determinam quando um quadrilátero pode ser chamado de paralelogramo.

DESAFIO 1: Completar o quadro abaixo.

Paralelogramo é um **quadrilátero** que possui lados paralelos **dois a dois**, de mesma **medida dois a dois** e pares de ângulos com **mesma medida**.

Os alunos podem preencher as lacunas usando expressões semelhantes aos da resposta acima.

DESAFIO 2: Descrever as características geométricas comuns a todas as figuras do quadro 2.

Quadrilátero com pares de lados com mesma medida e todos os ângulos internos retos.

Complete o quadro abaixo.

Retângulo é um **quadrilátero** que possui **lados** paralelos **dois a dois**, de mesma medida e com quatro **ângulos** retos.

DESAFIO 3: Considerando o que escreveu nos desafios anteriores como você descreveria um losango?

Quadrilátero com todos os lados de mesma medida e ângulos de mesma medida dois a dois.

Professor, a resposta dos alunos pode ser dada com outras expressões, no entanto, observe que quando comparamos lados e ângulos essa comparação é sempre feita pelas suas medidas.

AFINAL, qual é o quadrilátero que possui todas as características geométricas descritas acima?

Quadrado



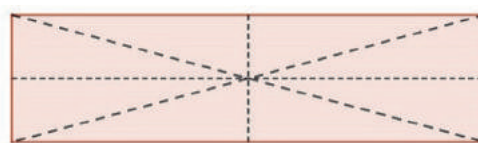
8.2 ATIVIDADE 2

MAIS ALGUMAS CARACTERÍSTICAS COMUNS (2 aulas)

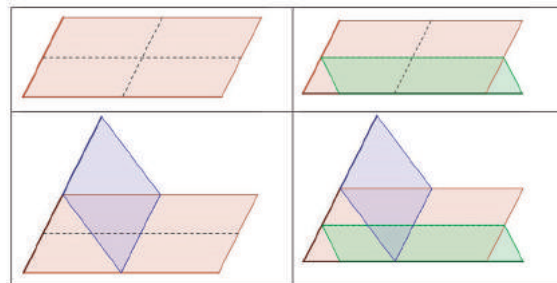
Para descobrir outras características geométricas comuns aos quadriláteros vamos fazer algumas dobraduras. Para isso você vai precisar de folhas de papel sulfite, régua, cuidado e precisão nas dobras e recortes.

a) Vamos começar marcando as diagonais do retângulo. Dobre com precisão uma folha de papel sulfite de modo a vincar as duas diagonais. Tendo as diagonais marcadas descubra um modo de validar, com dobradura, a seguinte afirmação: *As diagonais de um retângulo se cruzam em seu ponto médio.*

Explique como fez sua validação. **Dobrando o retângulo ao meio pelo lado maior e depois pelo lado menor. O centro das diagonais irá coincidir com estas dobras.**



b) Usando outra folha de papel sulfite, faça algumas dobras para obter um paralelogramo. Atenção para manter o paralelismo dos lados e as mesmas medidas para lados paralelos. Como convencer a todos que isto está garantido pelas dobras que fez? **Pelos pontos médios dos lados dobre o papel e verifique que os lados estão alinhados.**



c) Marque as diagonais do paralelogramo e verifique se vale para elas o mesmo que para as diagonais do retângulo. **Sim as diagonais obedecem as mesmas propriedades do retângulo.**



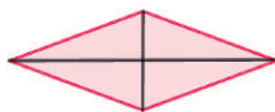
d) Em outra folha de papel sulfite obtenha um quadrado a partir de uma dobra. Sem usar a régua, como provar a todos que obteve um quadrado? **Usando as dobras pelos pontos médios deve acontecer a coincidência dos lados. A dobra também pode ser feita pela diagonal.**



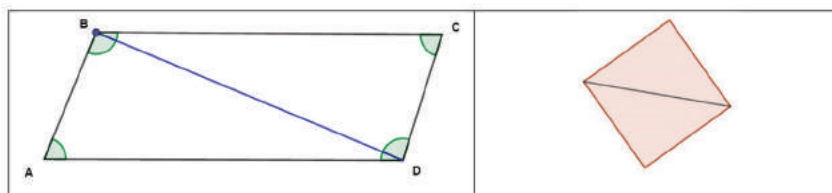
e) Marque as diagonais do quadrado. Compare com as diagonais do retângulo e do trapézio. Em que elas são semelhantes e em que elas são diferentes? **As diagonais formam ângulos iguais dois a dois. O quadrado tem diagonais que formam ângulos de 90° . As medidas das diagonais do retângulo são iguais, as do quadrado também, mas as do paralelogramo não.**



f) O que você acha que acontecerá com as diagonais do losango? **As diagonais dos losangos também formam ângulos de 90° .**



DESAFIO 4: Você notou que uma diagonal divide um quadrilátero em dois triângulos? Então, a partir desse fato, calcule a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero. Escreva sua conclusão em linguagem matemática.



Soma dos ângulos do triângulo ABD: 180° .

Soma dos ângulos do triângulo BCD: 180° .

Soma dos ângulos do paralelogramo ABCD: $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.



8.3 ATIVIDADE 3 APLICANDO O CONHECIMENTO (1 aula)

a) Se um colega de turma disser que um quadrilátero que tem todos os lados de mesma medida terá também todos os ângulos internos de mesma medida, qual dos quadriláteros você usaria para convencê-lo de que essa afirmação é falsa? **Losangos têm ângulos iguais dois a dois. O quadrado, que é um caso de losango, tem ângulos internos iguais a 90° . Losangos mostram que a afirmação é falsa.**

b) Assinale V ou F nas seguintes afirmações, mas justifique cada uma delas.

Professor, é importante que os alunos justifiquem suas respostas. Deverão existir diversas maneiras de exprimir a resposta dada.

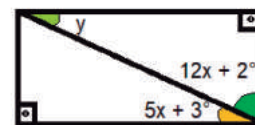
- I. Todo quadrado é um losango. (**V**)
- II. Todo quadrado é um retângulo. (**V**)
- III. Todo retângulo é um paralelogramo. (**V**)
- IV. Todo losango é um quadrilátero. (**V**)
- V. Todo retângulo é um quadrado. (**F**)
- VI. Todo paralelogramo é um retângulo (**F**)

c) Calcule o valor de x e y em cada caso:

A soma dos ângulos $(12x+2)$ e $(5x+3) = 90^\circ$, dado que a figura mostrada é um retângulo. Logo

$$(12x+2) + (5x+3) = 90 \rightarrow 12x+5x = 90-5 \rightarrow 17x = 85 \rightarrow x = \frac{85}{17} = 5$$

$$90+y + 12x + 2 = 180 \rightarrow y = 180-90 -12 \cdot 5 + 2 \rightarrow y = 2$$

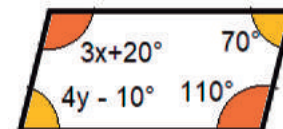


Considerando que os ângulos opostos têm a mesma medida temos:

$$(3x+20) = 110 \rightarrow 3x = 110-20 \rightarrow 3x = 90 \rightarrow x = 30$$

$$(4y-10) = 70 \rightarrow 4y = 70+10 \rightarrow 4y = 80 \rightarrow y = 20$$

Os ângulos do paralelogramo são: 110° , 70° , 110° , 70° .



d) Um terreno tem a forma de um paralelogramo no qual um lado é 30 m maior que outro. Sabendo que terreno foi totalmente cercado e que foram usados 300m de cerca, determine a medida dos lados desse terreno.

O terreno tem dois lados com o comprimento x e dois lados com o comprimento $(x+30)$. Foram usados 300 m de cerca, então podemos escrever:

$2x + 2(x+30)$, assim

$$2x + 2(x+30) = 300 \rightarrow 2x + 2x + 60 = 300 \rightarrow 4x = 300 - 60 \rightarrow x = \frac{240}{4} = 60$$

Os lados desse paralelogramo são, 60m, 90m, 60m e 90m.

e) Uma artesã fez um caminho de mesa na forma de um losango. Ela gastou 2,80 m de fita para o contorno da toalha. Determine o comprimento dos lados desse artesanato.

Sabemos que os losangos têm os 4 lados mesma medida, assim

$$4x = 2,80 \rightarrow x = \frac{2,80}{4} = 0,70$$

Cada lado do losango mede 0,70 m ou 70 cm

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 9

MEDIDAS DE PERÍMETRO E DE SUPERFÍCIE (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. Essa habilidade se apoia nas seguintes aprendizagens:

- identificação de que a área corresponde à medida de uma superfície;
- identificação de que a medida do perímetro corresponde à medida do contorno da figura;
- distinguir as duas medidas para evitar relação de dependência entre elas.

Você está convidado a se tornar um investigador matemático. Para isso você deve observar com detalhe as representações matemáticas que lhe forem apresentadas e buscar o que elas têm de semelhante e no que se diferenciam. Assim, você obterá as pistas para chegar às soluções que precisa.



9.1 ATIVIDADE 1

QUEBRA-CABEÇA (1 aula)

Professor o foco dessa proposta está no desenvolvimento da visualização da possibilidade de mudanças na forma sem mudar a área. Sugira que os alunos construam outras formas usando todas as peças e questione-os sobre a área da superfície que criaram.

Aqui estão algumas peças de um quebra-cabeças. Observe-as com seu olhar de detetive matemático, discuta com seus colegas de grupo e responda:

a) Estas peças têm uma característica comum que faz com que recebam o nome de **Pentaminós**. O que todas elas têm em comum?

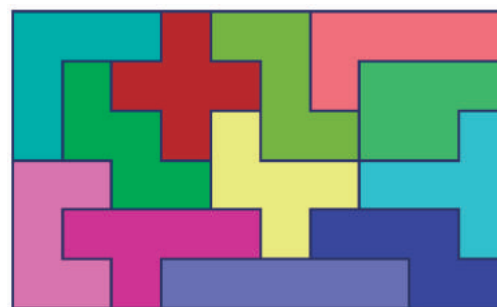
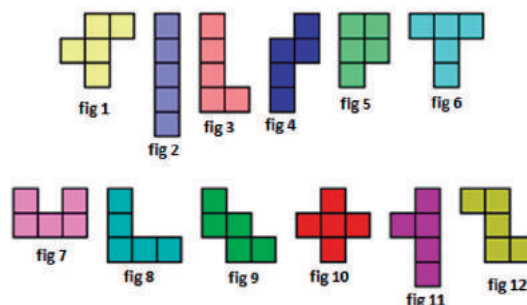
Espera-se que os alunos percebam que todas são formadas por 5 quadradinhos e, daí o nome Pentaminós

b) Para mostrar que já descobriu o enigma acima, observe o quadro abaixo e responda, apenas fazendo um cálculo mental: Qual a área do quadro sabendo que a área de cada quadradinho é 1 cm^2 ? **60 cm^2**

Explique como descobriu: **resposta pessoal, no entanto espera-se que os alunos expliquem que calcularam $12 \times 5 = 60$, uma vez que todas as peças foram usadas para compor o quadro.**

c) Volte a observar os Pentaminós. Qual o único que tem a medida do perímetro diferente da dos outros? **Fig 5.** Qual é essa medida? **10 cm .**

d) Qual a medida do perímetro de todos os outros? **12 cm**
Ressalte que o perímetro é a linha que contorna a figura.



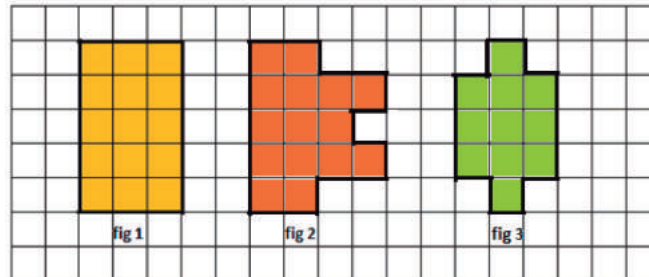


9.2 ATIVIDADE 2

ALGUNS EXPERIMENTOS! (1 aula)

Na atividade anterior você descobriu que é possível manter a área de uma figura e mudar a medida do seu perímetro. Vamos experimentar fazer algumas outras mudanças!

a) No quadriculado abaixo, desenhe ao lado da figura 1, a figura 2, que tenha a mesma área, mas com perímetro diferente.



b) Ao lado da figura 2, faça outra, a figura 3, agora mudando a área e mantendo a medida do perímetro, em relação à figura 1. **As figuras representadas acima são exemplos do que se pede. Os alunos poderão fazer outras.**

c) Complete a tabela, considerando que a medida do lado de cada quadradinho seja 1 cm:

	Fig 1	Fig 2	Fig 3
Área	15 cm ²	15 cm ²	11 cm ²
Medida do Perímetro	16 cm	20 cm	16 cm

d) Quais seriam as medidas da área e do perímetro de cada uma das figuras acima se a medida do lado de cada quadradinho fosse 2 cm? E se fosse 5 cm?



9.3 ATIVIDADE 3

NOVOS EXPERIMENTOS! (1 aula)

Continue observando figuras, suas superfícies e as medidas de seus perímetros.

Professor os alunos poderão perguntar por que ora falamos em superfície e perímetro e ora falamos área e medida do perímetro. Explique que superfície e perímetro são objetos geométricos (indique esses objetos nas figuras) e que área é o nome que se dá à medida da superfície e, por falta de um nome específico, usamos medida do perímetro. Não se deve confundir o objeto geométrico com sua medida.

a) Preencha a tabela com as informações colhidas nas figuras. Continue considerando que a medida do lado de cada quadradinho é 1 cm.

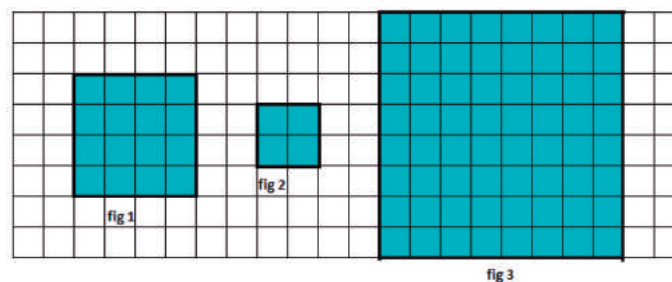


	Fig 1	Fig 2	Fig 3
Medida do lado	4 cm	2 cm	8 cm
Medida do Perímetro	16 cm	8 cm	32 cm
Área	16 cm ²	4 cm ²	64 cm ²

b) Explique as mudanças feitas na figura 1 para formar as figuras 2 e 3.

Resposta pessoal, mas espera-se que os alunos percebam que a figura 2 é uma redução da figura 1 e que a figura 3 é uma ampliação da figura 1. Estimule os alunos a observarem que relações existem entre as medidas, tanto na redução como na ampliação. Os próximos itens vão focar essas relações.

c) Imagine um quadrado com o lado medindo 6 cm. Complete a tabela considerando as alterações na medida do lado.

	Fig 1	Fig 2	Fig 3
Medida do lado	6 cm	2 cm	18 cm
Medida do Perímetro	24 cm	8 cm	72 cm
Área	36 cm ²	4 cm ²	324 cm ²

d) Imagine agora um quadrado com o lado medindo x cm. Complete a tabela considerando as alterações na medida do lado.

	Fig 1	Fig 2	Fig 3
Medida do lado	x cm	$\frac{x}{2}$ cm	2x cm
Medida do Perímetro	4x cm	2x cm	8x cm
Área	x ²	$\frac{x^2}{4}$	4x ²



9.4 ATIVIDADE 4

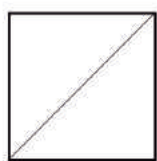
EM BUSCA DA ÁREA – OUTRAS PISTAS (1 aula)

Imagine-se recortando e remontando quadrados. Que figuras poderá obter?

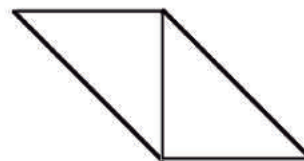
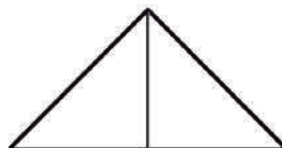
Se perceber que os alunos estão com dificuldade de visualização, proponha que recortem triângulos para realizarem as montagens.

O traço no quadrado indica o corte feito.

a) Se a área do quadrado é 4 cm², escreva a área das figuras montadas:



4 cm²

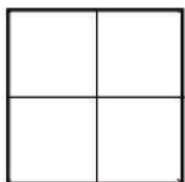


4 cm²

b) Observe novos cortes do mesmo quadrado. Desenhe figuras que poderá montar usando todas as partes. Qual a área de cada parte? 1 cm^2

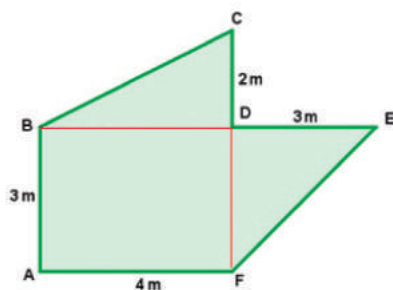


c) Outros cortes, outras formas, a mesma área. Desenhe figuras que poderá montar usando todas as partes. Qual a área de cada parte? 1 cm^2

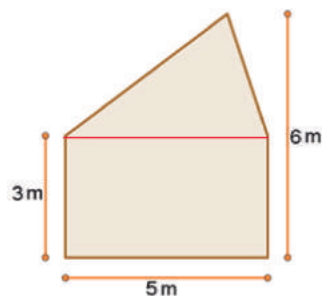


Professor, aqui também as possibilidades são várias. Sugira aos alunos que lembrem as formas dos Pentaminós para pensar nessas.

d) Pensando na possibilidade de composição e decomposição de figuras para o cálculo de áreas, determine a área a ser ladrilhada em cada um dos salões representados abaixo.



A área total será dada por:
 $3 \times 4 + (4 \times 2) : 2 + (3 \times 3) : 2$
 $AT = 12 + 4 + 4,5 = 20,5 \text{ m}$



A área total será dada por:
 $3 \times 5 + (5 \times 3) : 2$
 $AT = 22,5 \text{ m}$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 10

PROPORCIONALIDADE (5 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas. O sucesso do aluno na resolução de problemas, como já comentado em outras sequências, depende, além dos aspectos voltados à leitura e interpretação, de seu conhecimento conceitual e dos recursos de procedimentos e cálculo que possui. Desse modo, esta sequência trata desses conhecimentos, tendo em vista o desenvolvimento da habilidade prevista. Assim, nesta sequência pretende-se que os alunos desenvolvam as seguintes aprendizagens:

- identifiquem situações que envolvem relações de proporcionalidade, direta ou inversa;
- reconheçam que a proporcionalidade é um conceito de ampla aplicação, tanto em matemática como em outras áreas;
- identifiquem que a razão de proporcionalidade entre duas grandezas pode ser obtida pela observação do padrão de alteração de uma em relação à outra;
- resolvam situações diversas envolvendo probabilidade.

Você já pensou em questões matemáticas como algo a ser investigado? Algo que precisa ser observado com cuidado para colher pistas e seguir rastros, como fazem os investigadores, os cientistas? É assim que você poderá agir ao realizar essas atividades!



10.1 ATIVIDADE 1

PROPORCIONALIDADE- O QUE É? PRÁ QUE SERVE? (1 aula)

a) Observe as figuras abaixo. Elas correspondem às tentativas de ampliação da figura 1, feitas por um iniciante neste trabalho.

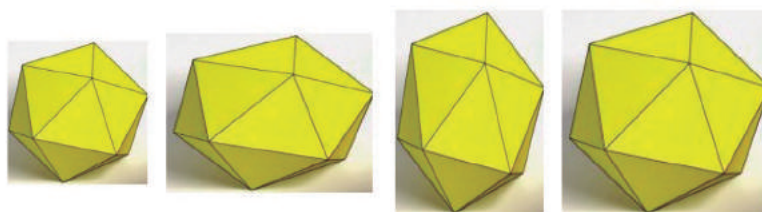


Fig 1

Fig 2

Fig 3

Fig 4

Qual delas é a ampliação correta? Fig. 4. Por quê?

Espera-se que o aluno observe que esta figura não apresenta deformações em relação à Fig 1.

b) Compare como duas pessoas pensaram na preparação de 6 L de um suco a partir das indicações da embalagem da polpa concentrada.

Use 500 mL
para fazer
1,5L de suco

Vou usar 4 L
de água e 2 L
de suco

Pessoa1

Vou usar 4,5 L
de água e 1,5 L
de suco

Pessoa2

Qual das duas pessoas seguiu exatamente as instruções da embalagem?

A pessoa 1. Espera-se que o aluno perceba que se com 500 mL se produz 1,5 L de suco é porque se adicionou 1 L de água.

Professor quando se trata de reconhecer a proporcionalidade é interessante propor aos alunos que montem uma tabela para que observem a sequência de valores obtidos. Neste caso teríamos:

Polpa concentrada	Água	Suco
500 mL	1 L	1,5 L
1.000 mL = 1 L	2 L	3 L
2 L	4 L	6 L

c) Para fazer concreto uma das possibilidades é usar um traço 1:2:3, isto quer dizer que a cada parte de cimento serão adicionadas duas partes de areia e três partes de brita, sempre nessa ordem. Se um pedreiro usar um saco de 50 kg de cimento, então ele deverá usar 100 kg de areia e 150 kg de brita.

d) Duas pessoas fazem um mesmo percurso de 250 km, sem paradas. A primeira gasta 2,5 horas e a segunda 5 horas. O que você pode afirmar sobre a velocidade de cada uma neste percurso?

Espera-se que o aluno perceba que ao aumentar o tempo do percurso houve uma diminuição na velocidade.

e) Uma máquina produz 80 peças por hora de funcionamento, se forem postas 4 máquinas, desse mesmo tipo, em funcionamento, em quanto tempo serão produzidas as 80 peças? $\frac{1}{4}$ de hora ou 15 minutos.

f) Ao fazer comparações entre as situações apresentadas anteriormente pode-se notar semelhanças e diferenças entre elas. Quais semelhanças você notou? Espera-se que o aluno perceba que em todas há a presença da proporcionalidade

E quais diferenças? Espera-se que o aluno reconheça que em algumas situações ao multiplicar um dos elementos o outro também será multiplicado pelo mesmo fator, o que caracteriza a proporcionalidade direta. Em outros casos tem-se a proporcionalidade inversa, na qual enquanto um é multiplicado o outro será dividido pelo mesmo fator.

g) Quais operações estiveram presentes nas diversas situações? A multiplicação e sua inversa - a divisão.

A ideia que está por trás de todas as situações apresentadas é a de **proporcionalidade**, direta ou inversa

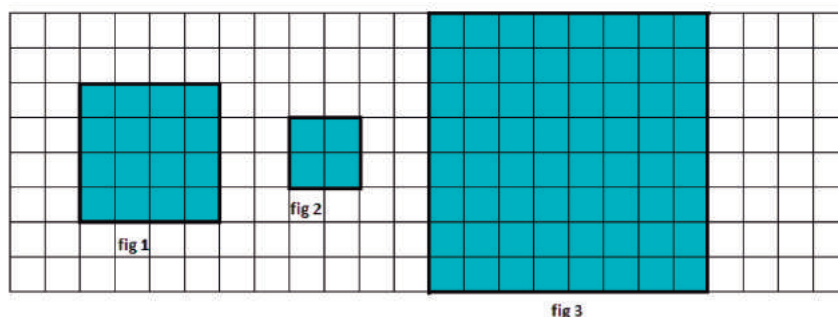


10.2 ATIVIDADE 2

PROPORCIONALIDADE E RAZÃO – A DUPLA PERFEITA (1 aula)

Na atividade anterior você fez algumas descobertas sobre a proporcionalidade, nesta você vai investigar o que a proporcionalidade tem a ver com as frações.

a) Observe as figuras abaixo e complete.

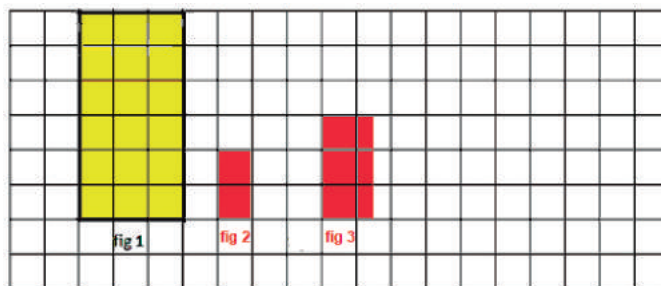


- As figuras 1 e 3 são ampliações da figura 2 porque as medidas de seus lados são proporcionais às medidas dos lados da figura 2 e a forma foi mantida.
Na figura 1 as medidas dos lados correspondem ao **dobro** das medidas dos lados da figura 2.
Um outro modo de dizer a mesma coisa é que a relação entre a figura 1 e a figura 2 é de 2:1 (leia *de dois para um*), isto é, a cada 2 quadradinhos que formam os lados da figura 1 correspondem a 1 quadradinho na figura 2.
- Na figura 3 as medidas dos lados correspondem ao **quádruplo** das medidas dos lados da figura 2. Então podemos escrever que a relação entre a figura 3 e a figura 2 é de **4 : 1**, porque **cada 4 quadradinhos da figura 3 corresponde a 1 da figura 2**.
- Continuando a pensar do mesmo jeito, o que você pode afirmar sobre as medidas dos lados das figuras 1 e 3? **Espera-se que o aluno reconheça que a figura 3 também pode ser considerada uma ampliação da figura 1 na razão de 2 : 1.**
- Se quisermos pensar que a figura 2 é uma redução da figura 1, como escrever a relação entre elas? **Espera-se que o aluno perceba a inversão da situação e, portanto, também a inversão da operação multiplicação para a divisão e a inversão da razão para 1 : 2**

As relações 2:1, 4:1, 1:2 que escrevemos para as figuras são chamadas de **razão de proporcionalidade** e também podem ser expressas na forma de fração

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{a}{b}, \text{ com } b \neq 0$$

b) Na malha abaixo desenhe a figura 2, proporcional à figura 1, na razão de 1:3 e a figura 3, também proporcional à figura 1, na razão de 1:2.



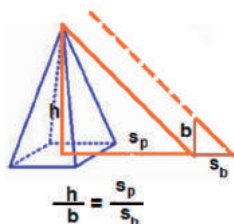
- Ao comparar a figura 2 com a figura 1, a razão de proporcionalidade entre as medidas dos lados é:
 $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
- Ao comparar a figura 3 com a figura 1, a razão de proporcionalidade é $\frac{1,5}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



10.3 ATIVIDADE 3 UMA PROPORCIONALIDADE HISTÓRICA (2 aulas)

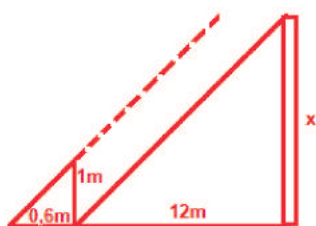
a) A observação da proporcionalidade de segmentos está presente na história da Matemática. Foi usando esse conhecimento que Tales de Mileto conseguiu medir a altura da Pirâmide de Quéops no Egito, imaginando os raios solares que provocam a sombra. Veja que ideia genial!

Ele colocou um bastão no limite da sombra lançada pela pirâmide, imaginando o raio de sol tangente aos dois triângulos, demonstrou que a relação entre a primeira sombra e a segunda era a mesma que entre a pirâmide e o bastão e que as medidas dos lados dos dois triângulos são proporcionais.



Disse o filósofo e matemático Michel Serres que “*medir o inacessível consiste em reproduzi-lo ou imitá-lo no acessível.*”

- Use a ideia de Tales para resolver a seguinte questão: A sombra de um poste vertical, projetada pelo sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra, de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. Qual a altura do poste?

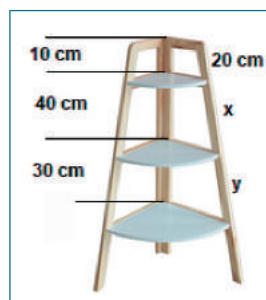


$$\frac{x}{1} = \frac{12}{0,6}$$

$$x = \frac{12}{0,6} = \frac{120}{6} = 20$$

b) O teorema de Tales é hoje assim enunciado: “Se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais, então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais.”

- Usando esse teorema, imagine que você queira uma estante como a abaixo.



Você passa ao marceneiro as distâncias que quer entre as prateleiras e a primeira medida da haste externa. Como o marceneiro poderá obter as medidas x e y indicadas? **Espera-se que o aluno reconheça o Teorema de Tales.**

Encontre essas medidas. $\frac{20}{10} = \frac{x}{40} = \frac{y}{30}$

$x = 80 \text{ cm}$ e $y = 60 \text{ cm}$

c) Em muitas situações o Teorema de Tales pode estar “escondido” e é preciso que o façamos “aparecer”, para depois fazermos os cálculos pretendidos.

- Destaque, em cada caso, as paralelas cortadas por transversais.

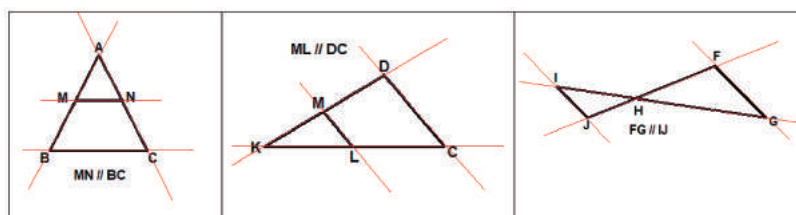


Fig 1

Fig 2

Fig 3

- Na fig 1 determine x sabendo que $AM = 2$, $MB = 4$, $AN = 3$, $NC = x$.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{x} \rightarrow x = 6$$

- Na fig 2, determine y sabendo que $KM = 3$, $KD = 7$, $KC = 5,5$, $ML = 2$ e $DC = y$.

$$\frac{3}{7} = \frac{2}{y} \rightarrow y = \frac{14}{3}$$

- Na fig 3, encontre os valores de w e z sabendo que $IJ = 2$, $HJ = 3$, $HF = 5$, $HG = 4$, $HI = z$ e $FG = w$.

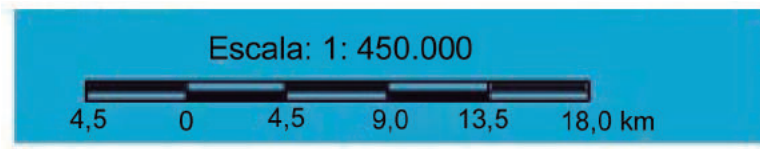
$$\frac{3}{5} = \frac{2}{w} \rightarrow w = \frac{10}{3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{z}{4} \rightarrow z = \frac{12}{5}$$



10.3 ATIVIDADE 3 RAZÕES POR TODA PARTE (1 aula)

a) As escalas de mapas são razões que indicam a relação de proporcionalidade entre a medida no mapa e a medida real do espaço representado. Veja um exemplo de escala presente em mapas.



Neste exemplo aparecem dois tipos de representação da escala: numérico e gráfico. O numérico apresenta a razão, que deve ser lida como “1 centímetro no mapa representa 450.000 cm na realidade”.

- Como é difícil imaginar uma distância de 450.000 cm transforme essa medida em km.
 $1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$ $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ $1 \text{ km} = 100.000 \text{ cm}$ $450.000 \text{ cm} = 4,5 \text{ km}$
- Observando o que obteve acima, explique a escala gráfica. **Espera-se que o aluno reconheça que na escala gráfica o espaço de 1 cm está representando os mesmos 4,5km obtidos na transformação feita.**
- Determine a distância real entre dois pontos de um mapa que apresenta essa escala, sabendo que a distância no mapa é de 2,5 cm.
 $2,5 \times 4,5 = 11,25$ **A distância real é de 11,25 km**

b) Na arquitetura as escalas também são muito importantes e as plantas que os arquitetos e engenheiros desenham seguem normas determinadas por lei. Estas são as escalas que eles usam:

1:2; 1:5; 1:10; 1:20; 1:25;
 1:50; 1:75; 1:100; 1:200;
 1:250; 1:500

- Se as medidas de um salão de festas são 10m x 20m, então sua representação na escala 1 : 100 terá as medidas de **10 cm x 20 cm**
- Se as medidas reais de um terreno são 12m x 35m e sua representação na planta está com 24cm x 70cm, então qual a escala utilizada? **1:50**

A velocidade é outra razão com a qual convivemos sempre. Se você percorre um trajeto de 250 km em 2,5 horas, qual sua velocidade média? **100 km/h**. Qual é a razão que expressa essa velocidade?

$$\frac{250}{2,5} = \frac{50}{0,5} = \frac{100}{1} = \frac{s}{t}$$

c) Ao cobrar uma falta em um jogo de futebol, alguns jogadores chegam a imprimir à bola uma velocidade de 108 km/h. Em um chute desse tipo, sabendo que a bola gasta 1,5 s até atingir as redes, determine a distância percorrida pela bola.

$$108 \text{ km/h} = 108.000 \text{ m}/3.600 \text{ s} = 30 \text{ m/s}$$

$$1,5 \times 30 = 45 \text{ m}$$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 11

PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas. Assim, nesta sequência pretende-se que os alunos desenvolvam as seguintes aprendizagens:

- leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos, identificando diferentes registros de representação empregados;
- identificação da(s) operação(ões) que resolve(m) o problema;
- aplicação de procedimentos e cálculos adequados para a resolução;
- validação do resultado encontrado para argumentar e justificar a solução dada.



11.1 ATIVIDADE 1 IDENTIFICANDO O TIPO DE RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS (1 aula)

Antes de resolver um problema de proporcionalidade é necessário reconhecer se a relação entre as grandezas envolvidas é direta ou inversa ou não proporcional.

a) Analise cada uma das situações e assinale a alternativa correta:

- A tabela relaciona a quantidade de pão francês com a quantidade de farinha.

Nº de pães	Farinha (kg)
24	1 kg
48	2 kg
72	3kg

(☒) diretamente proporcional

(☐) inversamente proporcional

(☐) não proporcional

A quantidade de pães aumenta proporcionalmente à quantidade de farinha.

O tempo para encher uma banheira e a vazão de água da torneira.

(☐) diretamente proporcional (☒) inversamente proporcional (☐) não proporcional

Quanto mais vazão na torneira, o tempo para encher a banheira será proporcionalmente menor

O número de pintores de um prédio e a quantidade de tinta para pintá-lo.

(☐) diretamente proporcional (☐) inversamente proporcional (☒) não proporcional

A quantidade de tinta a ser utilizada não depende do número de pintores e sim da área a ser pintada.

A velocidade de um veículo e o tempo gasto para percorrer certa distância.

(☐) diretamente proporcional (☒) inversamente proporcional (☐) não proporcional

Quanto maior a velocidade menor o tempo gasto para percorrer a distância. Quanto menor a velocidade maior o tempo para percorrer a distância.

A quantidade de notas de dinheiro com a quantia de dinheiro.

(☐) diretamente proporcional (☐) inversamente proporcional (☒) não proporcional

Não há correlação entre a quantidade de notas e a quantia, já que o valor das notas pode variar. Se fixado o valor das notas então teríamos a proporcionalidade direta: 10 notas correspondem a R\$ 200,00 (notas de R\$ 20,00), 100 notas correspondem a R\$ 2.000,00.

O número de máquinas para certa produção e a quantidade de produtos.

(☒) diretamente proporcional () inversamente proporcional () não proporcional

Aumentando o número de máquinas, o número de produtos aumenta proporcionalmente.

Professor não deixe de destacar que para a verificação da proporcionalidade não basta dizer “aumentou um o outro também aumenta”, ou “quando aumenta um o outro diminui”. É preciso que observem que há uma razão de proporcionalidade que se mantém entre os valores das grandezas envolvidas.



11.2 ATIVIDADE 2 RESOLVENDO PROBLEMAS (2 aulas)

Professor proponha que os alunos, em duplas ou quartetos, resolvam os problemas e preparem-se para fazer uma apresentação à classe de suas soluções, mas com justificativa de suas respostas.

a) A planta de uma escola foi desenhada numa escala em que cada 4 cm na planta equivalem a 5m no real. A representação frontal do prédio ficou com 10 cm de altura. Qual será a altura real da escola?

• A relação entre as medidas do desenho e as medidas reais são diretamente ou inversamente proporcionais? **diretamente proporcionais**

• Preencha a tabela a partir das informações do problema e da relação entre as grandezas.

Medida na planta	Medida real
2 cm	2,5 m
4 cm	5 m
8 cm	10 m
10 cm	12,5 m

• Este não é o único modo de resolver este problema. Discuta com seus colegas e professor(a) outras possibilidades de resolução.

Professor, você poderá propor que eles pensem na razão de proporcionalidade e trabalhem com a equivalência de frações, porém evite apresentar a “regra de três” como algo a ser aplicado, é importante que os estudantes se habituem a pensar na obtenção da fração equivalente.

b) Pense em três quadrados com medidas de lados 2,5 cm; 5 cm e 10 cm, respectivamente. A medida do perímetro de um quadrado é diretamente proporcional à medida de seu lado? A medida da superfície de um quadrado é diretamente proporcional à medida de seu lado?

• Faça duas tabelas, uma com as medidas dos lados e as respectivas medidas dos perímetros, outra com as medidas dos lados e as medidas de superfície correspondentes.

Lado	Perímetro
2,5	10
5	20
10	40

Lado	Área
2,5	6,25
5	25
10	100

• A partir das análises das tabelas construídas pode-se afirmar que:

○ a medida do perímetro de um quadrado e a medida de seu lado **são diretamente proporcionais na razão de 1 para 4**. Chame a atenção para o fato de que ao dobrar a medida do lado, a medida do perímetro também dobra.

○ a medida da superfície de um quadrado e a medida de seu lado **não são diretamente proporcionais**. Você poderá discutir que neste caso há outro tipo de proporcionalidade dada entre a área e o quadrado da medida do lado.

- c) Uma fábrica deve produzir uma certa quantidade de peças de automóvel num prazo de 45 horas. Sabendo que a fábrica possui 2 máquinas que levam 180 horas para produzir a quantidade estabelecida, quantas dessas máquinas serão necessárias para atender o prazo estipulado?
- Preencha a tabela a partir das informações do problema.

Nº de máquinas	Tempo (horas)
2	180
4	90
6	60
8	45

Esta é uma relação **inversamente proporcional**, porque ao **aumentar** o número de máquinas, o tempo **diminui** proporcionalmente.

- Além da regularidade que você usou para preencher a tabela e chegar à resposta do problema, é possível encontrar outra regularidade considerando os dois números de cada linha. Descubra essa regularidade e escreva-a: **Professor destaque que para a proporcionalidade inversa temos que a multiplicação dos valores das grandezas envolvidas é constante: $2 \times 180 = 360$; $4 \times 90 = 360$; $6 \times 60 = 360$ e $8 \times 45 = 360$. Esta é uma relação a ser utilizada na resolução de problemas envolvendo proporcionalidade inversa**



11.3 ATIVIDADE 3 APLICANDO O CONHECIMENTO (1 aula)

Resolva os problemas em seu caderno.

- a) Uma impressora gráfica imprime 7.000 cópias a cada 90 min. Ela trabalhou por 7h30min sem parar, quantas cópias foram produzidas?

Temos neste caso a proporcionalidade direta. A construção de uma tabela para a determinação do número de cópias é interessante, mas você também deverá estimular os alunos a buscarem processos próprios mais econômicos de solução. Discuta os diferentes modos que surgirem na sala.

Serão produzidas 35.000 cópias

- b) Para ler um livro em 25 dias preciso ler 12 páginas por dia. Se quiser lê-lo em 15 dias quantas páginas terei de ler por dia?

Este é um caso de proporcionalidade indireta.

Será preciso ler 20 páginas por dia.

- c) Imagine que você vai fazer uma prova com 18 questões, todas com igual valor, cuja nota máxima é 10. Você precisa tirar nota 7,5, quantas questões terá de acertar?

Proporcionalidade direta.

Como não sabemos se a prova admite questões meio certas, o aluno deverá acertar 14 questões.



Sugestões de consulta e atividades com os alunos

- **Jogo sobre proporções**

Jogo com diversos desafios sobre razão e proporção

Deve ser executado no navegador IE-Internet Explorer da Microsoft;

- **OBMEP – Textos e atividades sobre razão e proporção;**

- **KA – Razão e Proporção**

Vídeos da Khan Academy sobre razão e proporção;

- **KA- Problemas de Proporção**

Diversos problemas sobre razão e proporção da Khan Academy;

- **Unicamp- Um certo fator de escala**

Vídeo que apresenta o uso de escalas por um arquiteto;

- **UFF-Razão e Porcentagem**

Jogo desenvolvido pela UFF sobre razões, proporções e porcentagens.

Deve ser executado no navegador IE-Internet Explorer da Microsoft.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 12

GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES (4 aulas)

As atividades propostas nesta sequência contribuem para o desenvolvimento da habilidade: Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). Assim, nesta sequência pretende-se que os alunos desenvolvam as seguintes aprendizagens:

- identificação do que varia e do que se mantém constante em sequências de números ou figuras;
- levantamento de padrões presentes em sequências diversas;
- reconhecer a possibilidade de generalização do padrão observado;
- representação na forma algébrica do padrão determinado;
- validação do resultado encontrado para argumentar e justificar a solução dada.



12.1 ATIVIDADE 1 UM NOVO OLHAR SOBRE VELHAS CONHECIDAS

Sequências numéricas já são velhas conhecidas de todos! Veja como você conhece várias delas. Professor a intenção é de colocar o aluno em terreno conhecido para propor a ampliação de seu modo de ver e fazer em matemática. Proponha sempre que eles trabalhem em grupo para poderem discutir as possibilidades de respostas. Sugira que eles próprios criem sequências para trocarem entre eles para a determinação das regularidades.

Seu papel deve ser de estimulador para a busca de respostas e não o de validar ou não as respostas dos alunos.

a) Escreva a sequência de números naturais pares.

0, 2, 4, 6, 8, 10, ...

O que todos os números pares têm em comum? Espera-se que os alunos percebam que são todos múltiplos de 2 ou que são divisíveis por 2.

b) Se todos os números pares apresentam essa característica, então ela pode ser colocada na linguagem algébrica.

Verifique se a expressão $2n$, com n natural de fato gera a sequência de números pares que você escreveu acima.

$2 \times 0 = 0$; $2 \times 1 = 2$; $2 \times 2 = 4$; $2 \times 3 = 6$; $2 \times 4 = 8$; $2 \times 5 = 10$, ...

Professor destaque o fato de que a expressão algébrica evidencia a característica comum a todos os números pares.

c) O que você faria na expressão dos números pares para que ela se transforme na expressão dos números ímpares? Espera-se que os alunos percebam que um ímpar se transforma em par pela adição de 1 ao par: $2n + 1$. Eles poderão referir-se também à subtração de 1. Neste caso, deixe-os fazer o teste de validação que logo perceberão que para $n = 0$ o resultado será -1, que não é natural.

Teste sua proposta verificando se ela gera a sequência de números ímpares. $2 \times 0 + 1 = 1$, $2 \times 1 + 1 = 3$; $2 \times 2 + 1 = 5$, ...

d) Pense na sequência dos números naturais múltiplos de 3. Escreva uma expressão algébrica que gere essa sequência. **Espera-se que o aluno utilize aqui o que fez para os múltiplos de 2: $3n$, com n natural.** Teste a expressão que escreveu para verificar se ela de fato gera a sequência dos múltiplos de 3. $3 \times 0 = 0$; $3 \times 1 = 3$; $3 \times 2 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$; ...

e) Apenas observando as expressões algébricas a seguir, escreva a sequência de números naturais que ela representa.

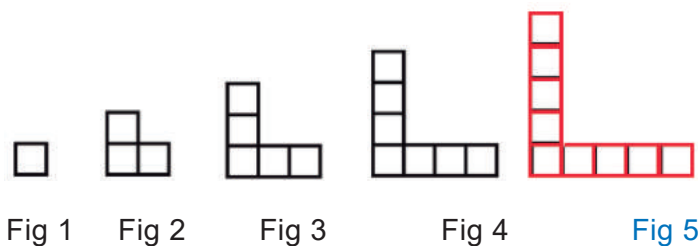
- $5n$, com n natural. 0, 5, 10, 15, 20, ...
- n^2 , com n natural. 0, 1, 4, 9, 16, 25, ...
- $n + 1$, com n natural. 1, 2, 3, 4, 5, ... (sequência de naturais sem o zero).



12.2 ATIVIDADE 2 O QUE SE MANTÉM E O QUE MUDA. (1 aula)

Descobrir o padrão de uma sequência de figuras exige observar com atenção, de uma figura para outra, o que mudou e o que não mudou. Quando buscamos escrever uma expressão algébrica que a represente, pensamos também em números.

a)



- O que mudou da figura 1 para a figura 2? **Foram acrescentados 2 quadradinhos.**
- O que permaneceu da figura 1 para a figura 2? **O quadradinho da figura 1.**
- O que mudou da figura 2 para a figura 3? **Aumento de 2 quadradinhos.**
- O que permaneceu da figura 2 para a figura 3? **Os quadradinhos e a forma.**
- O que mudou da figura 3 para a figura 4? **Aumento de 2 quadradinhos**
- Desenhe a figura 5 da sequência.
- Quantos quadradinhos terá a figura 6? **11 quadradinhos.**
- Qual sequência numérica está representada por esta sequência de figuras? **1, 3, 5, 7, 9, 11, ...**
- Qual a expressão algébrica que a representa? **$2n + 1$, com n natural.**

Espera-se que os alunos percebam tratar-se da sequência dos números naturais ímpares, para os quais já escreveram a expressão algébrica.

b)

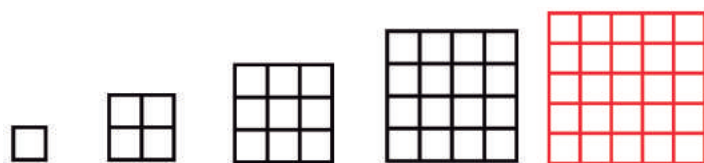


Fig 1 Fig 2 Fig 3 Fig 4 Fig 5

- O que mudou da figura 1 para a figura 2? O número de quadradinhos.
- O que permaneceu da figura 1 para a figura 2? A forma quadrada.
- O que mudou da figura 2 para a figura 3? O número de quadradinhos.
- O que permaneceu da figura 2 para a figura 3? A forma quadrada.
- O que mudou da figura 3 para a figura 4? O número de quadradinhos.
- Desenhe a figura 5 da sequência.
- Quantos quadradinhos terá a figura 6? $6 \times 6 = 36$.
- Qual sequência numérica está representada por esta sequência de figuras? $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; 5^2; \dots$
- Qual a expressão algébrica que a representa? $(n + 1)^2$, com n natural ou n^2 , com n natural e $n > 0$. Professor, é comum o uso do n como o número da figura ou do termo na sequência, mas no modo apresentado aqui a referência é sempre o conjunto dos Números Naturais. Professor discuta o cuidado necessário na escrita da expressão algébrica para que de fato ela represente a sequência de modo correto.

c)

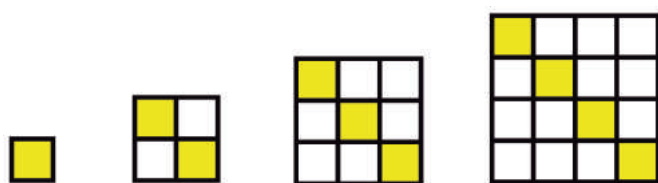
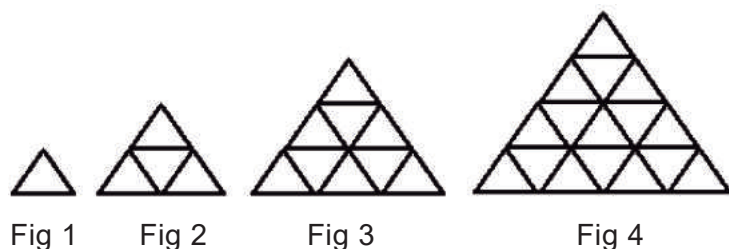


Fig 1 Fig 2 Fig 3 Fig 4

- Escreva a sequência numérica correspondente à quantidade de quadradinhos brancos em cada figura. 0, 2, 6, 12.
- Quantos quadradinhos brancos terá a Fig 5? 20 E a Fig 6? 30.
- Qual a expressão algébrica que a representa? $n^2 - n$, com n natural e $n > 0$, ou $(n + 1)^2 - (n + 1)$ com n natural.

d)



• Quantos triângulos formarão a figura 5? 25

• Quantos triângulos formarão a figura n ? n^2

Professor, observe que neste caso não foi pedida a expressão que representa a sequência, por isso não foi preciso fazer a menção ao tipo de número que está sendo representado.

e) Elabore uma sequência numérica e uma sequência de figuras e peça para um colega descobrir como continuar cada uma delas.

Professor, aproveite para colocar os alunos para explicarem as sequências que montaram.



12.3 ATIVIDADE 3 TEXTOS E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS (1 aula)

Não são só nas sequências que precisamos reconhecer qual expressão algébrica escrever, na resolução de problemas com enunciados também!

Então, vamos ler problemas e desvendar a expressão algébrica do enunciado.

a) A idade de um pai é o triplo da idade de seu filho. Sabendo que juntos têm 60 anos, calcule essas idades.

• O que o problema pede para ser encontrado? As idades do pai e do filho

Então, esses são os desconhecidos a serem descobertos! Para não ficar escrevendo por extenso “a idade do pai é...” vamos representá-la por p e “a idade do filho é...” vamos representar por f .

• Quais as informações do problema sobre as idades? Uma é o triplo da outra e juntas somam 60.

Usando p e f escreva as operações que correspondem às informações dadas. $p = 3f$ e $p + f = 60$.

Observe as expressões que escreveu e verifique a possibilidade de, a partir das duas, escrever uma só que represente as duas ao mesmo tempo. $3f + f = 60$

• Resolva essa expressão, que pode ser chamada de equação, porque apresenta uma igualdade, para encontrar o que foi pedido.

$$3f + f = 60 \quad 4f = 60 \quad f = 60 : 4 \quad f = 15$$

Como $p = 3f$, então tem-se $p = 3 \times 15$, logo $p = 45$.

• Verifique se as respostas encontradas são adequadas ao problema, validando os números encontrados com as condições propostas.

As idades juntas devem somar 60: $45 + 15 = 60$

b) Leia o problema abaixo e compare-o ao anterior.

Num estacionamento há carros e motos, totalizando 78. O número de carros é igual a 5 vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?

- Aponte semelhanças e diferenças entre eles. *Espera-se que o aluno perceba que os problemas são do mesmo tipo, apenas as idades foram trocadas por carros e motos.*

- A partir das semelhanças, escreva a equação que expressa o problema e resolva-a. $C = 5 \times M$ e $C + M = 78$ $5 \times M + M = 78$ $6 \times M = 78$ $M = 13$

c) Alice foi ao shopping e fez algumas compras. Na primeira compra gastou $\frac{1}{4}$ do dinheiro que levou, na segunda gastou $\frac{1}{3}$ do dinheiro que levou, ficando com R\$ 25,00. Qual a quantia de dinheiro que ela levou?

- O que o problema pede para ser encontrado? *uma quantia inicial de dinheiro.*

- Quais as informações dadas que devem ser usadas para a descoberta? *Os dois gastos feitos.*

- Represente com uma letra o número que quer descobrir. *Resp. pessoal.*

- Escreva uma equação que indique os cálculos a serem feitos para determinar o número que procura e resolva-a.

$$d - \frac{1}{4}d - \frac{1}{3}d = 25 \qquad \frac{12d - 3d - 4d}{12} = 25$$

$$5d = 300 \qquad d = 300 : 5 = 60$$

$$\text{Validação da resposta: } 60 - 60/4 - 60/3 = 60 - 15 - 20 = 25$$

d) Os alunos da turma do 9º ano de uma escola estão assim divididos para a prática de esportes: 40% praticam vôlei, 30% praticam basquete, 20% praticam futebol de salão e 12 alunos praticam ginástica. Qual o total de alunos dessa turma?

- Compare esse problema com o anterior e aponte semelhanças e diferenças. *Espera-se que os alunos reconheçam que a estrutura do problema é a mesma, mudando apenas o contexto. O procedimento de solução é o mesmo. Verifique como trabalham com as porcentagens. Nas discussões finais proponha as frações correspondentes a cada uma delas.*

- A partir das semelhanças escreva a equação que expressa o problema e resolva-a.

Chamando o número de alunos de n tem-se:

$$n - \frac{4}{10}n - \frac{3}{10}n - \frac{2}{10}n = 12$$

$$n - \frac{9}{10}n = 12$$

$$n = 120$$

- Valide sua resposta verificando se ela de fato se adequa ao problema.

$$40\% \text{ de } 120 = 48 \qquad 30\% \text{ de } 120 = 36 \qquad 20\% \text{ de } 120 = 24$$

$$48 + 36 + 24 + 12 = 120$$

e) Uma professora estabeleceu o seguinte critério para correção de uma prova de 16 questões. A cada questão correta ela dava 5 pontos e a cada questão errada ela tirava 3 pontos. Paulo ficou com zero pontos, quantas questões ele acertou?

- O que o problema pede para ser encontrado? **número de acertos na prova por Paulo**
- Quais as informações dadas que devem ser usadas para a descoberta?
Número total de questões, pontos ganhos por acerto e perdidos por erro e o total de pontos de Paulo.
- Represente com uma letra o número que quer descobrir. **Resp pessoal.**
- Escreva uma equação que indique os cálculos a serem feitos para determinar o número que procura e resolva-a. **Chamando de p o número de acertos de Paulo, podemos escrever:**

Acertos: p

Erros: $16 - p$

Pontos ganhos: $5p$

Pontos perdidos: $3(16 - p)$

$5p - 3(16 - p) = 0$

$8p = 48$ $p = 6$

Validação: Ganhos $5 \times 6 = 30$ $3 \times 10 = 30$

$30 - 30 = 0$

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO
COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenador

Caetano Pansani Siqueira

Assessor Técnico

Vinicius Gonzalez Bueno

**Diretora do Departamento de Desenvolvimento
Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP**

Valéria Arcari Muhi

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM

Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

**Diretora do Centro de Anos Finais do Ensino
Fundamental – CEFAF**

Carolina dos Santos Batista Murauskas

Equipe Curricular de Matemática

Ilana Brawerman

João dos Santos Vitalino

Otávio Yoshio Yamanaka

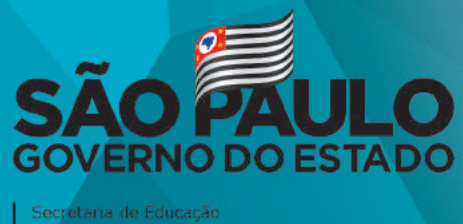
Vanderley Aparecido Cornatione

COLABORADORES

Redatora de Matemática

Silvia Sentelhas





APRENDER SEMPRE

Material do Professor