



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

**AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
EM PROCESSO**

Caderno do Professor

8º Ano do Ensino Fundamental

Matemática

São Paulo

3º Bimestre de 2019

24ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria Pedagógica e a Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos e formas de registro.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, passaram a ter como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela COPED e já disponibilizada à rede. Nas edições de 2019 prossegue esse mesmo referencial assim como, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e juntamente com as informações incorporadas na Plataforma Foco Aprendizagem, a partir dos dados inseridos pelos docentes no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
COPED

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
TECNOLOGIA, EVIDÊNCIA E MATRÍCULA - CITEM

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA - 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP12	Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.
02		
03 <i>Cancelada</i>	MP13	Realizar transformações geométricas no plano usando operações com as coordenadas cartesianas.
04		
05	MP14	Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.
06		
07	MP15	Resolver sistemas de equações lineares.
08		
09	MP16	Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.
10		
11	MP17	Resolver problemas de contagem com o uso de tabelas e regularidades.
12		

GABARITO

	A	B	C	D
01	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
02	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
03	<input type="checkbox"/>	Cancelada	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
04	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
05	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
06	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
07	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
08	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
09	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 3º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- ▶ *(MP12) – Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.*

No Material de Apoio ao Currículo, 8º Ano, página 11, os autores indicam que a continuidade do ensino da Álgebra, necessita de uma retomada do conhecimento dos alunos, referentes à transposição de problemas da língua escrita para a Álgebra (e vice-versa) e ao tipo de equação que o aluno consegue resolver por um método que não seja apenas o de tentativa e erro.

Após a retomada, o objetivo do trabalho será a retomada do repertório da transposição entre linguagens e a ampliação de estratégias de resolução mais complexas, neste caso com suporte das equações de 1º grau.

Desta forma, a leitura atenta de um problema é o primeiro passo no caminho da transposição para a linguagem algébrica, mas estudos indicam que apenas a boa leitura não é garantia para a transposição correta, pois há a necessidade da averiguação se tal generalização é válida para qualquer situação, ou seja, é importante que haja a validação, substituindo um valor numérico e assim comprove que tal resultado assegure a escrita algébrica.

- ▶ *(MP13) – Realizar transformações geométricas, no plano usando operações com as coordenadas cartesianas.*

O conhecimento do sistema de coordenadas cartesianas também é importante para a continuidade dos estudos em Álgebra. A representação de pares ordenados $(x; y)$ correspondentes a uma equação com duas variáveis possibilita a análise gráfica da solução de um sistema de equações. No Ensino Médio, o gráfico cartesiano será utilizado para a representação de diferentes tipos de função, da linear à exponencial.

- ▶ *(MP14) – Identificar o sistema de operações que resolve um problema.*

A utilização de mais de uma incógnita para organizar as informações de um problema mais complexo é um recurso que deve ser compreendido, bem como devem ser entendidas as estratégias de resolução de sistemas de equações de sistemas lineares tornam-se fatores preponderantes para que o aluno reforce o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

- ▶ *(MP15) – Resolver sistemas de equações lineares.*

Neste caso é importante que a resolução de sistemas lineares, seja atrelada sempre por meio da análise de situações problema, neste caso deve-se evitar a simples memorização ou automatização dos procedimentos, pois isto acaba por gerar um aprendizado precário da álgebra.

- ▶ *(MP16) – Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.*

Outro aspecto importante na resolução de sistemas de equações lineares, é a representação de um sistema de equações no plano cartesiano e a análise e discussão de um sistema de equações lineares por meio de investigações sobre sua representação no plano cartesiano.

A construção do gráfico das equações de um sistema linear ajudará o aluno a compreender melhor quando o sistema é possível e determinado ou indeterminado e impossível.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CEM-COPED

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 3º BIMESTRE

Habilidade	Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.
MP12	

Questão 1

Haroldo, o tigre, está tentando ajudar Calvin a fazer sua tarefa de casa, traduzindo algumas frases:



(Bill Watterson, *As aventuras de Calvin e Haroldo*)

Assinale a alternativa que representa matematicamente a frase apresentada no quadrinho:

- (A) $2x = 185 - 59$
- (B) $2x = 185 + 59$
- (C) $2x = 59 - 185$
- (D) $185 - 59 = x$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno quanto à leitura e interpretação de enunciados e da transposição das linguagens escrita e algébrica.

Nessa atividade o aluno deve relacionar o enunciado à representação algébrica.

O dobro de um número: representamos como $2x$

É igual: usamos o sinal de =

E a diferença entre 185 e 59 representamos por: $185 - 59$

Assim representamos a comanda desta atividade como $2x = 185 - 59$

Portanto, A é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$2x = 185 - 59$	Resposta correta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente.
-----------------	-------------------	---

(B)

$2x = 185 + 59$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente, porém não relaciona a palavra “diferença” como sendo a operação de subtração.
-----------------	---------------------	---

(C)

$2x = 59 - 185$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente, porém equivocou-se ao inverter os valores envolvidos na subtração.
-----------------	---------------------	--

(D)

$x = 185 - 59$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente não faz a relação do dobro como sendo o número 2, indicando esta alternativa.
----------------	---------------------	--

Habilidade	Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.
MP12	

Questão 2

Carlos ganhou um celular de sua mãe, agora precisa pagar um plano de telefonia. Ligou na operadora “Fale Mais” para fazer uma pesquisa de preços e foi informado dos seguintes planos:

Plano “S”	Pagará R\$ 25,00 fixo (até 200 minutos) e mais R\$ 0,25 por minuto que exceder o plano.
Plano “W”	Pagará R\$ 0,10 por minuto usado.

Assinale a alternativa que representa a expressão matemática de cada plano.

- (A) Plano “S” = $0,10 \cdot x$ e Plano “W” = $0,25 \cdot x + 25$
- (B) Plano “S” = $0,25 \cdot x + 25$ e Plano “W” = $0,10 \cdot x$.**
- (C) Plano “S” = $25 \cdot x + 0,25$ e Plano “W” = $0,10 \cdot x$
- (D) Plano “S” = $0,25 \cdot x + 25$ e Plano “W” = $10 \cdot x$.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno quanto à leitura e interpretação de enunciados e da transposição das linguagens escrita e algébrica.

Interpretando e registrando a situação proposta.

Descrevendo os planos:

No plano “S”, considere “x” os minutos excedidos.

No texto do plano diz-se que terá que pagar R\$ 25,00 fixo e pagará R\$0,25 por minutos excedidos, então a equação do plano “S” será: $25,00 + 0,25 \cdot x$.

No plano “W”, considere “x” os minutos utilizados.

Então a equação do plano “W” será: $0,25 \cdot x$.

Logo, as equações dos planos são: “S” = $0,25 \cdot x + 25$ e Plano “W” = $0,25 \cdot x$.

Portanto, B é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Plano "S" = $0,10 \cdot x$ e Plano "W" = $0,25 \cdot x + 25$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente, porém não se atentou ao nome dos Planos, trocando-os.
--	------------------------	---

(B)

Plano "S" = $0,25 \cdot x + 25$ e Plano "W" = $0,10 \cdot x$.	Resposta correta.	O aluno interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente.
--	--------------------------	---

(C)

Plano "S" = $25 \cdot x + 0,25$ e Plano "W" = $0,10 \cdot x$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente não interpretou o enunciado corretamente do plano "S", confundindo o valor do plano com o valor do minuto excedido.
--	---------------------	--

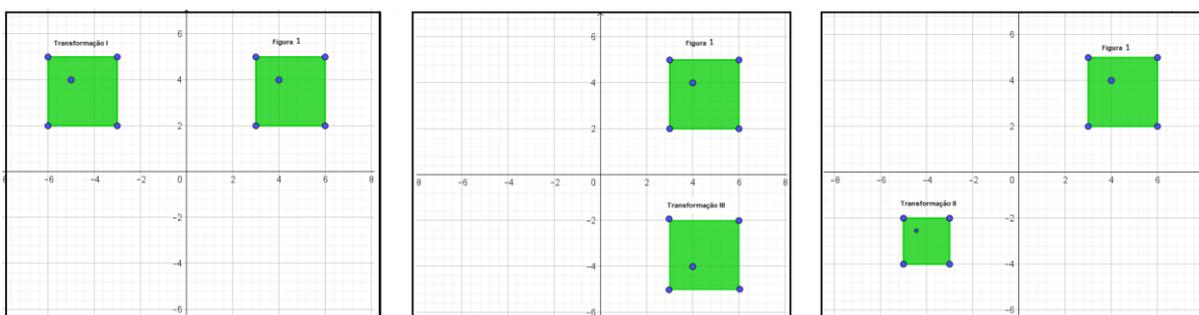
(D)

Plano "S" = $0,25 \cdot x + 25$ e Plano "W" = $10 \cdot x$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente interpretou o enunciado e fez a transposição da linguagem escrita para a algébrica corretamente do plano S, porém não se atentou ao valor expresso pelo plano "W".
--	---------------------	---

Habilidade	Realizar transformações geométricas no plano usando operações com as coordenadas cartesianas.
MP13	

Questão 3 **Cancelada**

Observe a **Figura 1** desenhada no plano cartesiano e assinale a alternativa que representa corretamente as transformações I, II e III respectivamente, realizadas nesta figura.



- (A) Translação, redução e reflexão.
- (B) Translação com redução, translação e reflexão.
- (C) Translação, reflexão e translação com redução.**
- (D) Translação com redução, reflexão e translação.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em identificar a realização das transformações geométricas no plano cartesiano.

Na primeira transformação ocorre o deslocamento horizontal da figura o que caracteriza a translação horizontal.

Na segunda transformação a figura é deslocada para baixo de maneira invertida o que caracteriza a reflexão em torno do eixo x.

Na terceira transformação as dimensões da figura são diminuídas o que caracteriza a translação com redução.

Portanto, C é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Translação, redução e reflexão.	Resposta incorreta.	Ao indicar essa alternativa o aluno possivelmente tem pleno domínio do movimento de translação, porém não domina o movimento de reflexão e redução.
---------------------------------	---------------------	---

(B)

Translação com redução, translação e reflexão.	Resposta incorreta.	Ao indicar essa alternativa o aluno possivelmente tem pleno domínio do que é o movimento de reflexão, porém não domina o movimento de translação e redução.
--	---------------------	---

(C)

Translação, reflexão e translação com redução.	Resposta correta.	Ao indicar essa alternativa o aluno mostra que interpretou corretamente o enunciado da questão o que possibilitou a ele a correta identificação dos movimento realizados pela figura.
---	--------------------------	--

(D)

Translação com redução, reflexão e translação.	Resposta incorreta.	Ao idicar essa alternativa o aluno possivelme tem pleno domínio do que é o movimento de reflexão, porém não domina o movimento de translação e redução.
--	---------------------	---

Habilidade	Realizar transformações geométricas no plano usando operações com as coordenadas cartesianas.
MP13	

Questão 4

A tabela abaixo representa as movimentações do ponto $P = (2,3)$ num plano.

P= (2,3)	I - Translação horizontal de 3 unidades positivas.
	II - Reflexão em relação ao eixo x.
	III - Translação vertical de 5 unidades para baixo.
	IV - Reflexão em relação ao eixo y.

A alternativa que reflete a correta movimentação deste ponto de acordo com o transcrito na tabela é?

A)

I) (5,3)
II) (-2,-3)
III) (2, 8)
IV) (2,-3)

B)

I) (2, 8)
II) (2,-3)
III) (7, 3)
IV) (-2,3)

C)

I) (5,6)
II) (-2,-3)
III) (-3,-2)
IV) (-2,-3)

D)

I) (5,3)
II) (2,-3)
III) (2,-2)
IV) (-2,3)

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em realizar transformações geométricas no plano cartesiano fazendo uso de operações com as coordenadas cartesianas.

P = (2,3)	I - Translação horizontal de 3 unidades	I - Para que ocorra este movimento deve-se somar 3 unidades na abscissa. Então $P' = (2 + 3, 3)$, $P' = (5, 3)$, mantendo-se a ordenada inalterada.
	II - Reflexão em torno do eixo x	II - Para que ocorra este movimento o eixo x é tomado como o de simetria, assim, a ordenada terá seu sinal alterado, então $P' = (2, -3)$.
	III - Translação vertical de 5 unidades para baixo.	III - Para que ocorra este movimento deve-se descer 5 unidades na ordenada. Logo, $P' = (2, 3 - 5)$, $P' = (2, -2)$, mantendo-se a abscissa inalterada.
	IV - Reflexão em torno do eixo y.	Para que ocorra este movimento o eixo y deve ser tomado como o de simetria, sendo assim, a abscissa terá seu sinal alterado. Logo $P' = (-2, 3)$.

Portanto, **D é a alternativa correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

I) (5,3)	Resposta incorreta.	Ao indicar essa alternativa o aluno possivelmente tem pleno domínio do que é o movimento de translação, porém não domina o movimento de reflexão.
II) (-2,-3)		
III) (2, 8)		
IV) (2,-3)		

(B)

I) (2, 8)	Resposta incorreta.	Ao indicar essa alternativa o aluno possivelmente tem pleno domínio do que é o movimento de reflexão, porém não domina o movimento de translação.
II) (2,-3)		
III) (7, 3)		
IV) (-2,3)		

(C)

I) (5,6)	Resposta incorreta.	Ao indicar essa alternativa o aluno possivelmente considera que para a realização dos movimentos é necessário alterar os valores das duas coordenadas ao mesmo tempo.
II) (-2,-3)		
III) (-3,-2)		
IV) (-2,-3)		

(D)

I) (5, 3)	Resposta correta.	Ao indicar essa alternativa o aluno mostra que interpretou corretamente o enunciado da questão o que possibilitou a ele a correta identificação dos movimentos de realizados pelo ponto, traduzindo assim a correta translação vertical e horizontal e a reflexão.
V) (2, -3)		
VI) (2, -2)		
VII) (-2, 3)		

Habilidade	Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.
MP14	

Questão 5

Carolina e Ricardo são irmãos. Todos os dias eles saem de casa juntos para irem à escola. Sabendo que a soma do trajeto percorrido pelos dois é igual a 4 km e que por não estudarem na mesma escola Ricardo caminha 1 km a mais que Carolina.



Fonte: Gráficos de "https://pt.pngtree.com/freepng/cartoon-boy-and-girl-walking-to-school_2711679.html">pngtree.com
https://pt.pngtree.com/freepng/cartoon-boy-and-girl-walking-to-school_2711679.html Acesso em 30/05-2019.

Assinale a alternativa a que traz o sistema de equações que representa corretamente o cenário apresentado.

(A)
$$\begin{cases} c + r = 4 \\ c - r = 1 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} c + r = 4 \\ r - c = 1 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} c - r = 4 \\ c + r = 1 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} c + r = 5 \\ 5 - 1 = 4 \end{cases}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em identificar o sistema de equações relativa a uma determinada situação.

Adotando “**c**” para Carolina e “**r**” para Ricardo, o aluno terá que estabelecer as devidas relações.

- O trajeto que Carolina e Ricardo percorrem juntos, isto é, $c + r = 4$
- A diferença da distância percorrida por Ricardo em relação a Carolina é: $r - c = 1$

Escrevendo as duas equações de modo a formar o sistema procurado temos:

$$\begin{cases} c + r = 4 \\ r - c = 1 \end{cases}$$

Portanto, B é a alternativa correta.

Grade de Correção

(A)

$\begin{cases} c + r = 4 \\ c - r = 1 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente interpretou corretamente a distância percorrida pelos dois juntos, tanto, que escreve corretamente a equação que traduz a distância percorrida por eles. No entanto, comete o equívoco de considerar que Carolina percorre 1 km a mais que Ricardo, o que o leva a escrever de forma equivocada a segunda equação.
--	---------------------	--

(B)

$\begin{cases} c + r = 4 \\ r - c = 1 \end{cases}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.
--	--------------------------	---

(C)

$\begin{cases} c - r = 4 \\ c + r = 1 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não interpretou corretamente o enunciado do problema. A forma como o aluno escreve as equações dá indícios de que possivelmente ele não tenha conseguido se apropriar dos conceitos abordados pelo professor.
--	---------------------	---

(D)

$\begin{cases} c + r = 5 \\ 5 - 1 = 4 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente considera que Carolina e Ricardo fazem uma parte do percurso juntos, tanto, que ele evidencia a soma descrita no enunciado do problema, porém ele comete o equívoco de achar que um dos dois caminha 4 km e o outro caminha 1 km, o que o leva a escrever a primeira equação. Este aluno possivelmente, interpreta também que um caminha 1 km a mais em relação ao outro, considerando assim a subtração, o que o leva a escrever equivocadamente a operação $5 - 1$.
--	---------------------	--

Habilidade	Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.
MP14	

Questão 6

Paulo e Rodrigo foram a uma papelaria. Chegando lá Paulo comprou duas canetas e um apontador, gastando em sua compra R\$ 17,60. Rodrigo comprou uma caneta e um apontador, exatamente iguais aos materiais comprados por Paulo, gastando com sua compra R\$ 11,60. Para saber o preço das canetas e dos apontadores que eles compraram nessa papelaria pode-se utilizar um sistema de equações.



O sistema que resolve algebricamente o problema apresentado é:

(A)
$$\begin{cases} 2x + y = 17,60 \\ x - y = 11,60 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} 2x + y = 11,60 \\ x + y = 17,60 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} 2x + y = 17,60 \\ x + y = 11,60 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} 2x - y = 17,60 \\ x + y = 11,60 \end{cases}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em identificar sistemas de equações lineares relativo a uma determinada situação.

Adotando, “**x**” para o valor de uma caneta e “**y**” para o valor de um apontador.

O aluno deverá considerar os dados fornecidos pelo problema, ao fazer isto ele concluirá que:

- Paulo comprou duas canetas e um apontador o que o fez gastar R\$ 17,60, isto é, $2x + y = 17,60$
- Rodrigo comprou uma caneta e um apontador, gastando com isso R\$ 11,60, isto é, $x + y = 11,60$

Portanto, C é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{cases} 2x + y = 17,60 \\ x - y = 11,60 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não identifica corretamente os valores relativos às despesas, inclusive a operação da equação que a resolve.
---	---------------------	--

(B)

$\begin{cases} 2x + y = 11,60 \\ x + y = 17,60 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente troca os valores referentes a cada despesa.
---	---------------------	---

(C)

$\begin{cases} 2x + y = 17,60 \\ x + y = 11,60 \end{cases}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão.
---	--------------------------	---

(D)

$\begin{cases} 2x - y = 17,60 \\ x + y = 11,60 \end{cases}$	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente se equivocou quanto ao sinal da primeira equação e não relacionou corretamente a relação dos valores a serem pagos.
---	---------------------	---

Habilidade	Resolver sistemas de equações lineares.
MP15	

Questão 7

Joana e seu sobrinho compraram salgados para o lanche da tarde. Na lanchonete foram atendidos pelo garçom que anotou os pedidos, conforme descrito abaixo:

- Joana: 2 coxinhas e 1 empada;
- Sobrinho de Joana: 1 coxinha e 2 empadas.



FONTE: <https://queroimagem.blogspot.com/2013/09/caderno-de-anotacoes-em-png.html> Acesso em 29/05/19.

Após receberem os pedidos, Joana se dirigiu ao caixa para efetuar o pagamento da comanda, e observou que pagaria ao todo R\$ 13,50, sendo R\$ 6,50 referente ao seu pedido e R\$ 7,00 referente ao pedido de seu sobrinho. O valor pago por cada coxinha e por cada empada foi respectivamente:

- (A) R\$5,50 e R\$ 6,00.
- (B) R\$ 2,40 e R\$ 4,10.
- (C) R\$ 3,00 e R\$ 3,50.
- (D) R\$ 2,00 e R\$ 2,50.**

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em resolver um sistema de equações lineares. Em que para isso ele terá que fazer uso de um dos métodos de resolução de sistemas de equações. Aqui iremos nos ater ao método da substituição.

Adotando, "c" para coxinha e "e" para empada.

O aluno poderá escrever as duas equações montando assim, o sistema de equações lineares que descreve o cenário. Fazendo isso, o aluno terá:

$$\begin{cases} 2c + e = 6,5 \\ c + 2e = 7 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema pelo método já mencionado, temos:

$$2(7 - 2e) + e = 6,5 \text{ fazendo os cálculos conclui-se que } 3e = 7,5,$$

$$\text{Logo, } e = 2,5.$$

Substituindo o valor encontrado para **e** na 2ª equação, o aluno terá:

$$c = 7 - 5$$

$$c = 2.$$

Portanto, **D é a alternativa correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

R\$5,50 e R\$ 6,00.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não aplicou corretamente a propriedade da distributiva. A solução pode ter sido $2c+e = 6,5$ e $c+2e = 7$. Substituindo a letra “e” na equação obtemos $c + 2(6,5 - 2c) = 7$, mas o aluno fez $c + 13 - 2c = 7$, e concluiu que $c = 13 - 7 = 6$. Substituindo o valor encontrado na primeira equação $2.6 + e = 6,5$, então $e = -5,5$. Como não poderia ter uma resposta negativa, tomou $c = 5,5$ não observando que as respostas não satisfazem a equação.
---------------------	---------------------	--

(B)

R\$ 2,40 e R\$ 4,10.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente ao resolver as expressões algébricas não aplicou corretamente a propriedade distributiva. Pensando o seguinte, se “c” é o preço da coxinha e “e” o preço da empada, temos duas equações: $2c+e = 6,5$ e $c+2e = 7$. O aluno pode ter feito $(-2)(c + 2e = 7)$ mas obtido $-2c + 4e = 14$. Assim ao somar com a outra equação obteve $5e = 20,5$, o que o leva a errar os demais cálculos.
----------------------	---------------------	--

(C)

R\$ 3,00 e R\$ 3,50.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não interpretou corretamente o enunciado do problema. Isso dá indícios de que possivelmente ele não tenha conseguido se apropriar dos conceitos abordados pelo professor.
----------------------	---------------------	---

(D)

R\$ 2,00 e R\$ 2,50.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não
----------------------	-------------------	---

Habilidade	Resolver sistemas de equações lineares.
MP15	

Questão 8

Dado o sistema abaixo, assinale a alternativa que satisfaça sua solução.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 \\ 3x + y = 9,1 \end{cases}$$

- (A) $x = 2,5$ e $y = 1,6$.
- (B) $x = 6,5$ e $y = 2,4$.
- (C) $x = 2,8$ e $y = 1,1$.
- (D) $x = 3,2$ e $y = 0,9$.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em resolver um sistema de equações lineares. Em que para isso ele terá que fazer uso de um dos métodos de resolução de sistemas de equações.

Denominando a 1ª equação como (I) e a segunda equação como (II).

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 & (I) \\ 3x + y = 9,1 & (II) \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, pelo método da multiplicação, temos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 & (I) \\ -6x - 2y = 9,1 & (II) \end{cases}$$

Como podemos notar a 2ª equação foi multiplicada por (-2).

Fazendo a adição entre as equações (I) e (II), temos que:

$$-4x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-4}$$

$$x = 2,5$$

Encontrado o valor de x, podemos substituí-lo em uma das duas equações, neste caso faremos esta substituição na equação (I). Fazendo isso, temos:

$$2x + 2y = 8,2$$

$$y = \frac{8,2 - 2 \cdot (2,5)}{2}$$

$$y = 1,6$$

Portanto, **A é a alternativa correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$x = 2,5$ e $y = 1,6$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.
-----------------------	-------------------	--

(B)

$x = 6,5$ e $y = 2,4$	Resposta incorreta	<p>Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente ao resolver o sistema não considera o sinal negativo na parcelas referentes ao segundo membro da equação errando na adição.</p> $\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 \\ 3x + y = 9,1 \end{cases}$ <p>Multiplicando a 2ª equação por 2:</p> $\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 \\ -6x - 2y = 18,2 \end{cases} \Rightarrow -4x = -26 \text{ logo, } x = 6,5$ <p>Substituindo o valor de x na equação (I), temos que:</p> $y = \frac{8,2 - 2 \cdot (6,5)}{2} \Rightarrow \frac{13 - 8,2}{2} = \frac{4,8}{2} \text{ logo,}$ $y = 2,4$
-----------------------	--------------------	--

(C)

$x = 2,8$ e $y = 1,1$.	Resposta incorreta.	<p>Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente, transcreveu de forma equivocada o sistema de equações indicado e concluiu que $y = 1,1$ a partir da diferença entre 9,2 e 8,1, ficando com:</p> $\begin{cases} 3x + y = 9,2 \\ 2x + 2y = 8,1 \end{cases}$ <p>Soma todos os membros do sistema chegando a: $5x + 3y = 17,30$. Se $y = 1,1$, então, $3y = 3,3$. Prosseguindo, faz a substituição de maneira equivocada, chegando a: $5x + 3,3 = 17,3$ e concluindo que $5x = 14$, logo, $x = 2,8$</p>
-------------------------	---------------------	---

(D)

$x = 3,2$ e $y = 0,9$.	Resposta incorreta.	<p>Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente elimina corretamente o termo y, multiplicando a equação por (-2), mas, erra o sinal do produto (-2) por 3x, erra também o sinal do produto: (-2) · 9,1, e falha na soma dos últimos termos das equações, o que o leva a resolver o sistema da seguinte forma:</p> $\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 \\ 3x + 2y = 9,1 \end{cases}$ <p>Multiplicando a 2ª equação por 2:</p>
-------------------------	---------------------	---

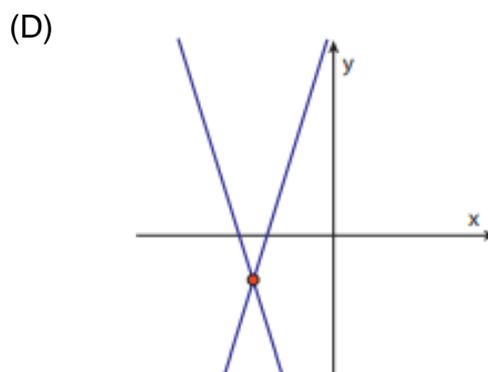
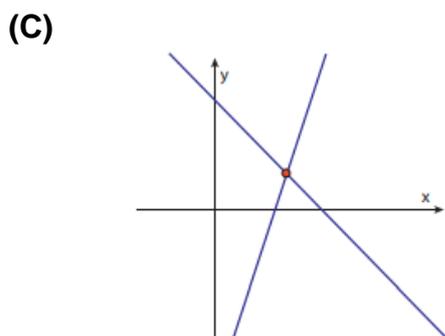
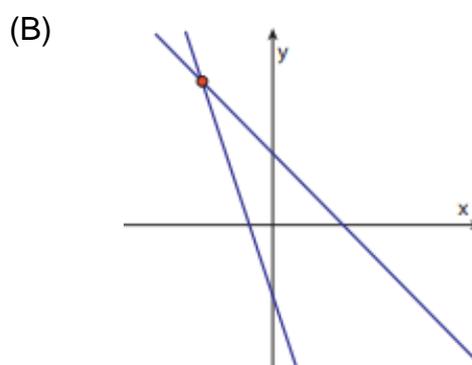
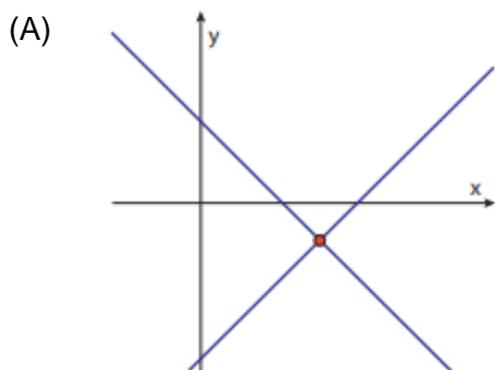
		$\begin{cases} 2x + 2y = 8,2 \\ 6x - 2y = 18,2 \end{cases}$ $8x = 26,2$ $x = 3,2$ <p>Substituindo o valor de x na 1ª equação, temos:</p> $y = \frac{8,2 - 2 \cdot (3,2)}{2} = \frac{8,2 - 6,4}{2} = \frac{1,8}{2}$ $\text{logo } y = 0,9$
--	--	---

Habilidade	Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.
MP16	

Questão 9

Das alternativas abaixo, qual delas representa graficamente a solução do sistema:

$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$



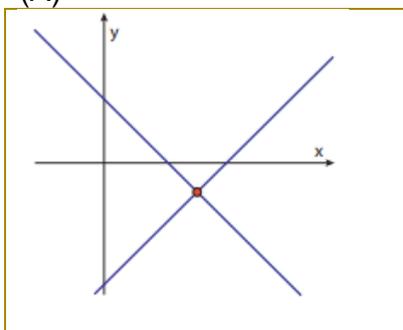
CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é que o aluno analise as equações e a solução do sistema. Ao relacionar equação linear com equação de reta e representá-la no plano cartesiano a solução do sistema ganha um significado geométrico, o que facilita a compreensão. Também pode auxiliar num melhor entendimento do processo de resolução. Nessa questão, o aluno pode resolver o sistema por substituição. Ao resolver o sistema se obtém como solução o par $(2,1)$ e deve encontrar o gráfico correspondente.

Portanto, **C é a alternativa correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

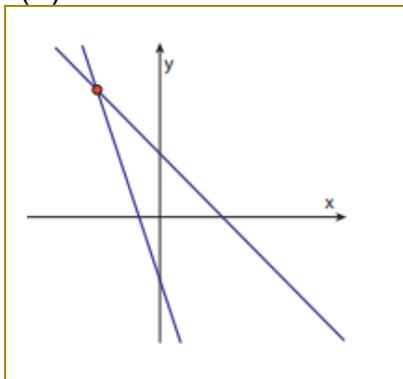
(A)



Resposta incorreta.

Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente identificou corretamente os tipos de retas que representam as equações do sistema, no entanto, pode ter errado na resolução, obtendo uma solução com ordenada negativa.

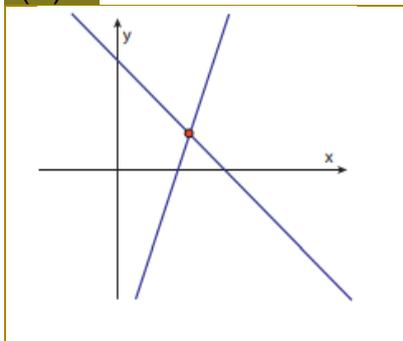
(B)



Resposta incorreta.

Ao indicar esta alternativa aluno possivelmente, errou ao resolver o sistema, pois a solução não tem abscissa negativa. O aluno também não reconheceu corretamente os tipos de retas que representam as equações do sistema, pois nessa alternativa ambas têm a inclinação negativa.

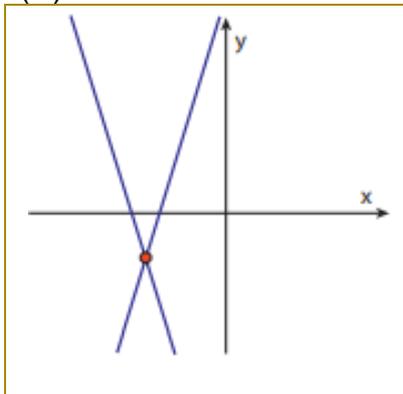
(C)



Resposta correta.

O aluno, possivelmente, obteve a solução $(2, 1)$ para o sistema e a identificou no sistema de coordenadas. O aluno também poderia chegar na resposta correta desenhando as retas.

(D)



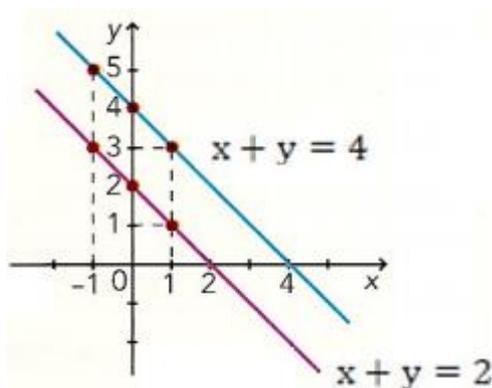
Resposta incorreta.

Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente, obteve a solução $(-2, -1)$ para o sistema e a identificou no sistema de coordenadas.

Habilidade	Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.
MP16	

Questão 10

O sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$, tem sua representação descrita no seguinte gráfico:

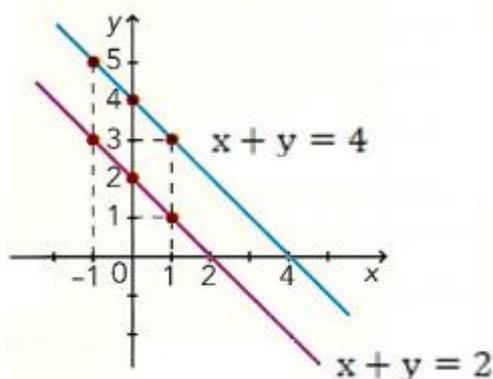


Assinale a alternativa que traz a correta classificação do sistema.

- (A) Sistema possível e determinado
- (B) Sistema impossível e determinado
- (C) Sistema possível e indeterminado
- (D) Sistema impossível.**

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar se o aluno identifica o sistema representado e o associa a uma solução. Uma particularidade dos sistemas lineares de duas equações é que eles podem gerar diversos tipos de resultados.



Na representação gráfica do sistema dado, nota-se que as retas descritas pelas equações $x + y = 4$ e $x + y = 2$ são paralelas, ou seja, não têm nenhum ponto em comum.

Logo, quando nos deparamos com situações deste tipo o sistema é classificado como de solução impossível.

Portanto, **D é a alternativa correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Sistema possível e determinado	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente não reconhece que um sistema para receber esta classificação é necessário que as retas descritas por suas equações sejam concorrentes.
--------------------------------	---------------------	---

(B)

Sistema impossível e determinado	Resposta incorreta.	Ao indicar por esta alternativa, o aluno possivelmente mostra que ainda não ampliou seu repertório referente às diversas soluções de um sistema linear.
----------------------------------	---------------------	---

(C)

Sistema possível e indeterminado.	Resposta incorreta.	Ao indicar por esta alternativa, o aluno possivelmente não reconhece que um sistema para receber esta classificação é necessário que as retas descritas por suas equações sejam coincidentes
-----------------------------------	---------------------	--

(D)

Sistema impossível.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.
----------------------------	-------------------	---

Habilidade	Resolver problemas de contagem com o uso de tabelas e regularidades.
MP16	

Questão 11

Um caixa eletrônico disponibiliza para saque apenas notas de R\$ 10,00 e R\$ 20,00. Um cliente deseja sacar R\$ 250,00. Analise se todas as possibilidades que ele poderá receber suas notas descritas na tabela abaixo estão corretas?

	x representa o número de notas de R\$10,00.	y representa o número de notas de R\$ 20,00.
I	2	12
II	3	11
III	5	10
IV	7	9
V	8	8
VI	12	1
VII	13	6

- (A) São corretas II; III; IV; VII.
- (B) São corretas I; V; VI.
- (C) São corretas I, II, III, IV.
- (D) Todas as maneiras apresentadas na tabela estão corretas.

CORREÇÃO COMENTADA

O aluno deverá realizar os cálculos do valor da nota pela quantidade x que representa o número de notas de R\$10,00 e y que representa o número de notas de R\$ 20,00.

Então:

	x representa o número de notas de R\$10,00.	y representa o número de notas de R\$ 20,00.	Total
I	$2 * 10 = 20$	$12 * 20 = 240$	$20 + 240 = 260$
II	$3 * 10 = 30$	$11 * 20 = 220$	$30 + 220 = 250$
III	$5 * 10 = 50$	$10 * 20 = 200$	$50 + 200 = 250$
IV	$7 * 10 = 70$	$9 * 20 = 180$	$70 + 180 = 250$
V	$8 * 10 = 80$	$8 * 20 = 160$	$80 + 160 = 240$
VI	$12 * 10 = 120$	$1 * 20 = 20$	$120 + 20 = 140$
VII	$13 * 10 = 130$	$6 * 20 = 120$	$130 + 120 = 250$

Sendo assim, as quantidades de notas de 10 e de 20 que multiplicando pelo valor e somando resultem em R\$250,00 são $(x,y) = (3,11); (5, 10); (7,9)$ e $(13,6)$,

Portanto, A é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

São corretas II, III, IV e VII.	Resposta correta.	O aluno interpretou o enunciado, compreendeu a regularidade e resolveu o problema de contagem com o uso de tabela corretamente, percebendo o número de notas de 10 e 20 que somando-as resultaria em R\$ 250,00.
---------------------------------	-------------------	--

(B)

São corretas I, V e VI.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente interpretou o enunciado, porém resolveu o problema proposto incorretamente chegando nos valores cuja soma não resulta em R\$ 250,00.
-------------------------	---------------------	--

(C)

São corretas I, II, III, IV.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente interpretou o enunciado, porém equivocou-se com as multiplicações e os resultados das somas nos casos I e VII.
------------------------------	---------------------	--

(D)

Todas as maneiras apresentadas na tabela estão corretas.	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não interpretou o enunciado e nem a tabela, pois não conseguiu perceber que as somas das quantidades de notas de 10 com as quantidades de notas de 20 não resultem em R\$ 250,00.
--	---------------------	---

Habilidade	Resolver problemas de contagem com o uso de tabelas e regularidades.
MP16	

Questão 12

O Professor de Educação Física organizou os pares de times de *handball* e de futsal para o campeonato interclasses que ocorrerá nos jogos da primavera. Considerando que cada time de *handball* possui 07 jogadores e que cada time de futsal possui 05 jogadores, analise a tabela abaixo e responda qual o total de alunos que está correto conforme o número de pares apresentados nos times.

Número de pares de times de <i>handball</i>	Número de pares de times de futsal	Total de jogadores (14h + 10f).
0	0	0
1	0	24
2	1	38
3	2	62
1	2	34

- (A) 24, 38; 62; 34.
- (B) 0, 38, 62, 34.**
- (C) 0, 44, 24, 38.
- (D) Todas as alternativas estão corretas.

CORREÇÃO COMENTADA

Para o aluno analisar se o número total de jogadores está correto, conforme o número de pares apresentados nos times ele deverá realizar os cálculos sobre o padrão de regularidade oferecido na tabela: Total de alunos = $(14h + 10f)$.

Então:

Número de pares de times de <i>handball</i> (h)	Número de pares de times de futsal (f)	Total de jogadores = $(14h + 10f)$
$0 * 14 = 0$	$0 * 10 = 0$	0
$1 * 14 = 14$	$0 * 10 = 0$	$14 \neq 24$
$2 * 14 = 28$	$1 * 10 = 10$	38
$3 * 14 = 42$	$2 * 10 = 20$	62
$1 * 14 = 14$	$2 * 10 = 20$	34

Portanto, B é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

24, 38; 62; 34	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente interpretou o enunciado, a tabela, porém errou nos cálculos de $1 \cdot 14 + 0 \cdot 10$ resultando em 24, sendo o correto 14.
----------------	---------------------	--

(B)

0, 38, 62, 34	Resposta correta.	O aluno interpretou o enunciado, compreendeu a regularidade e resolveu o problema de contagem com o uso de tabela corretamente.
----------------------	--------------------------	--

(C)

0, 44, 24, 38	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não interpretou o enunciado e nem a tabela, pois não conseguiu perceber a regularidade citada na terceira coluna da tabela, citando quantidade 0 e valores.
---------------	---------------------	---

(D)

Todas as alternativas estão corretas	Resposta incorreta.	Ao indicar esta alternativa o aluno possivelmente não interpretou o corretamente o enunciado, pois não conseguiu perceber a regularidade citada na terceira coluna da tabela, errou nos cálculos de $1 \cdot 14 + 0 \cdot 10$ resultando em 24, sendo o correto 14, não percebendo que a quantidade 44 nem aparece a tabela.
--------------------------------------	---------------------	--

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED

Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE

Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP

Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF

Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular CoPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material

Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Marcos José Traldi, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Autoria do material

Benedito de Melo Longuini, Edson dos Santos Pereira, Erika Aparecida Navarro Rodrigues, Fernanda Machado Pinheiro, Ines Chiarelli Dias, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Lilian Silva de Carvalho, Luciene Ramos Americo, Malcon Pulvirenti, Marques, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares da Silva, Rodrigo Soares de Sá, Rosilaine Sanches Martins, Simoni Renata e Silva Perez, Sueli Aparecida Gobbo Araujo, Willian Casari de Souza.

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED

Diretora: Patrícia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Márcia Soares de Araújo Feitosa, Soraia Calderoni Statonato, Sylvia Russiano Toledo Casari

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Moraes Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas

Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas

Diretora: Camila da Silva Alcazar

Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas

Representantes do CAPE

Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais

Tânia Regina Martins Resende