



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

9º Ano do Ensino Fundamental

Matemática

**São Paulo
2º Bimestre de 2019
23ª Edição**

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria Pedagógica e a Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos e formas de registro.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, passaram a ter como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela COPED e já disponibilizada à rede. Nas edições de 2019 prossegue esse mesmo referencial assim como, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e juntamente com as informações incorporadas na Plataforma Foco Aprendizagem, a partir dos dados inseridos pelos docentes no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
COPED

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
TECNOLOGIA, EVIDÊNCIA E MATRÍCULA -
CITEM

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA - 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP06	Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema,
02		
03	MP07	Resolver equações de 2º grau.
04		
05	MP08	Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.
06		
07	MP09	Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.
08		
09	MP10	Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.
10		
11	MP11	Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.
12		

GABARITO

	A	B	C	D
01	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
02	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
03	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
04	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
05	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
06	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
07	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
08	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
09	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- ▶ *(MP06) – Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.*

A ideia principal, ao diagnosticar esta habilidade consiste em verificar a tradução por meio de equações de 2º grau, a fim de discutir alguns modos possíveis de resolvê-las. Antes de introduzir qualquer técnica para a resolução de uma equação de 2º grau, é importante que os alunos utilizem seus conhecimentos já construídos para encontrar as raízes de equações ou solucionar o problema em questão.

- ▶ *(MP07) – Resolver equações de 2º grau.*

Quanto à resolução da equação quadrática, sugere-se que sejam enfatizados os procedimentos que envolvam conhecimentos sobre fatoração, exponenciação e radiciação.

A chamada fórmula de Bhaskara, para as equações de 2º grau, também deverá ser desenvolvida, porém é fundamental que os alunos tenham uma visão mais abrangente dos processos de resolução, tendo em vista que, no Ensino Médio, eles precisarão resolver equações de grau superior a dois.

- ▶ *(MP08) – Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.*

Além da proposição de problemas, o desenvolvimento desta habilidade tem como objetivo a apresentação de uma síntese dos diversos procedimentos utilizados para a obtenção das raízes de uma equação quadrática.

- ▶ *(MP09) – Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.*

Neste caso a apresentação de situações envolvendo a variação de duas grandezas em que seja necessária a identificação dessa variação em relação à proporcionalidade, ou seja, pretende-se explorar o significado das expressões “x e y são diretamente proporcionais”, “x e y são inversamente proporcionais” e “x e y não são proporcionais”, incluindo quando for o caso, a tradução desses significados em linguagem algébrica: $y = kx$, sendo k constante (y é diretamente proporcional a x); e $xy=k$, sendo k constante (y é inversamente proporcional a x).

- ▶ *(MP10) – Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.*

A continuidade do desenvolvimento da habilidade anteriormente descrita ocorre por meio da exploração de situações-problema envolvendo a variação de grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, sobretudo por meio de suas representações gráficas.

- ▶ *(MP11) – Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.*

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativo ao 2º bimestre, inserimos o trabalho com a leitura e construção de gráficos cartesianos que representam a variação de duas grandezas, de modo que uma seja, por exemplo, diretamente proporcional ao quadrado da outra, em contextos significativos que envolvam grandezas cuja variação é expressa por mais de uma sentença.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 2º BIMESTRE

Habilidade	Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.
MP06	

Questão 1 (Adaptada da Revista Nova Escola)

1) Adriana alugou um espaço de 100 m^2 e dividiu essa área, conforme a figura:



A equação que corresponde à área total alugada por Adriana é:

(A)	$x^2 + 3^2 = 100$
(B)	$x + 3^2 = 100$
(C)	$x^2 + 3x + 9 = 100$
(D)	$(x + 3)^2 = 100$

CORREÇÃO COMENTADA

O espaço alugado por Adriana é de formato quadrado cujo lado é $(x + 3)$ e área 100 m^2 .

Podemos então escrever que:

$(x + 3)^2 = 100$; essa equação representa a área total.

Logo, a alternativa correta é a de letra (D).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$x^2 + 3^2 = 100$	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno ao elevar $(x + 3)$ ao quadrado, elevou separadamente cada termo, evidenciando possível dificuldade em desenvolvimento de produto notável.
-------------------	----------------------------	--

(B)

$x + 3^2 = 100$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao elevar o lado ao quadrado esqueceu-se de colocar os parênteses.
-----------------	----------------------------	--

(C)

$x^2 + 3x + 9 = 100$	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno calculou a área da figura separadamente, espaço a espaço e como tinha dois espaços com a mesma área $(3x)$ deixou de somar um deles.
----------------------	----------------------------	--

(D)

$(x + 3)^2 = 100$	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
-------------------	--------------------------	---

Habilidade	Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.
MP06	

Questão 2

O produto das idades de dois irmãos, Antônio e Rafael é 70. Sabe-se que Antônio é três anos mais velho que Rafael.

A equação que nos permite calcular a idade de Rafael é:

(A) $x(x + 3) = 70$

(B) $x(x + 3) + 70 = 0$

(C) $x(3x) = 70$

(D) $x + x^3 = 70$

CORREÇÃO COMENTADA

Podemos dizer que Rafael tem x anos e o enunciado nos diz que Antônio é 3 anos mais velho, então tem $(x + 3)$ anos e que o produto das idades é 70.

Logo, podemos escrever que $x(x + 3)$ é igual a 70, que nos fornece como alternativa correta a letra (A).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$x(x + 3) = 70$	Resposta correta.	<p><i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</i></p> <p><i>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i></p>
-----------------	--------------------------	---

(B)

$x(x + 3) + 70 = 0$	Resposta incorreta.	<p>O aluno provavelmente pensou correto, mas ao armar a equação equivocou-se, colocando o 70 antes da igualdade.</p>
---------------------	----------------------------	--

(C)

$x(3x) = 70$	Resposta incorreta.	<p>O aluno ao expressar a idade de Antônio, apresenta dificuldade em distinguir 3 anos mais velho com o triplo da idade.</p>
--------------	----------------------------	--

(D)

$x + x^3 = 70$	Resposta incorreta.	<p>O aluno ao expressar a idade de Antônio, mostra dificuldade em distinguir o acréscimo de 3 a um número com o número elevado ao cubo.</p>
----------------	----------------------------	---

Habilidade	Resolver equações de 2º grau.
MP07	

Questão 3

A soma das raízes da equação $4x^2 + 4x - 8 = 0$, é igual a:

(A)	- 4
(B)	- 1
(C)	1
(D)	4

CORREÇÃO COMENTADA

As Relações de Girard para resolução da equação $4x^2 + 4x - 8 = 0$, pode ser um dos métodos utilizados para obter rapidamente a resposta.

$$\text{Soma das raízes} = \frac{-b}{a} \rightarrow \mathbf{S} = \frac{-4}{4} \rightarrow \mathbf{-1}.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra (B).

Muitos alunos provavelmente utilizam a Fórmula de Bháskara para resolver a equação

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$4x^2 + 4x - 8 = 0, \quad a = 4 \quad b = 4 \quad c = -8$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot 4} \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{8} \rightarrow x = \frac{-4 \pm 12}{8} \rightarrow x' = 1 \text{ e } x'' = -2$$

Somando as raízes: $-2 + 1 = -1$

Portanto, a alternativa correta é a letra (B).

Outra maneira de resolver:

Na equação $4x^2 + 4x - 8 = 0$, os seus coeficientes são múltiplos de 4, podendo ser simplificada, ficando:

$$x^2 + x - 2 = 0$$

Utilização da Fórmula de Bháskara, temos: $a = 1 \quad b = 1 \quad c = -2$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow x' = 1 \text{ e } x'' = -2$$

Temos que, **a soma das raízes: $-2 + 1 = -1$**

Portanto, a alternativa correta é a letra (B).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

- 4	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno utilizou a Fórmula de Bháskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ na equação $4x^2 + 4x - 8 = 0$, e ao dividir por $2a$ equivocou-se e considerou o coeficiente $a = 1$.
-----	----------------------------	--

(B)

- 1	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
-----	--------------------------	--

(C)

1	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno resolveu a equação corretamente obtendo as raízes -2 e 1 e ao somá-las equivocou-se com o sinal do resultado obtido.
---	----------------------------	--

(D)

4	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno utilizou a Relação de Girard de Produto $= \frac{c}{a}$, para a Soma, fazendo erradamente $S = \frac{-c}{a}$, o que pode sinalizar dificuldade em reconhecer os coeficientes de uma equação do segundo grau.
---	----------------------------	--

Habilidade	Resolver equações de 2º grau.
MP07	

Questão 4

As raízes da equação $(x + 2)^2 = 9$, são:

(A)	-3 e 3
(B)	-1 e 1
(C)	1 e - 5
(D)	7 e - 11

CORREÇÃO COMENTADA

Para a resolução da equação $(x + 2)^2 = 9$, alguns alunos conseguem fazer a seguinte pergunta: que número $(x + 2)$ que ao ser elevado ao quadrado resulta em 9? A resposta a sua pergunta será 3 ou -3 e resolvem as igualdades:

$$x + 2 = 3 \rightarrow x = 3 - 2 \rightarrow x = 1$$

$$x + 2 = -3 \rightarrow x = -3 - 2 \rightarrow x = -5$$

Obtendo as raízes 1 e -5 , portanto a alternativa correta é a de letra (C).

A maioria dos alunos desenvolvem o produto notável e utilizam a Fórmula de Bháskara ou as Relações de Girard para a resolução:

$$(x + 2)^2 = 9 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 9 \rightarrow x^2 + 4x + 4 - 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

Utilizando a Fórmula de Bháskara: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow x = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x' = \frac{-4 + 6}{2} \rightarrow x' = \frac{2}{2} \rightarrow x' = 1$$

$$x'' = \frac{-4 - 6}{2} \rightarrow x'' = \frac{-10}{2} \rightarrow x'' = -5$$

Obtendo as raízes 1 e -5 .

Logo a alternativa correta é a de letra (C).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

-3 e 3	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pensou: “Que número (x) elevado ao quadrado é igual a 9?”, não observando que o número em questão era (x + 2).
--------	----------------------------	--

(B)

-1 e 1	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerou $x=1$ na expressão $(x + 2)^2$, para obter 3^2 e chegar no 9. Equivocadamente pode ter imaginado que, se o 1 é raiz, o -1 também o é. Porém não fez a verificação.
--------	----------------------------	--

(C)

1 e - 5	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</i> <i>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
---------	--------------------------	--

(D)

7 e - 11	Resposta incorreta.	O aluno, ao optar por essa alternativa, possivelmente buscou um resultado cuja soma fosse igual a 9 desconsiderando o expoente. Ou tenha feito uma escolha aleatória.
----------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.
MP08	

Questão 5

Luis quer cercar sua horta de formato retangular com duas voltas de arame. As dimensões da horta são expressas por $(x - 5)$ e $(x + 5)$ e sua área total é 56 m^2 .

A metragem de arame que Luis precisa comprar é de:

(A)	81 m
(B)	72 m
(C)	36 m
(D)	18 m

CORREÇÃO COMENTADA

Com as informações que temos da horta: formato retangular de dimensões $(x - 5)$ por $(x + 5)$ e área 56 m^2 , podemos afirmar que: $(x - 5)(x + 5) = 56$.

Utilizando a propriedade distributiva ou o produto da soma pela diferença, temos:

$$x^2 - 25 = 56$$

Resolvendo:

$$x^2 = 56 + 25 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = \pm \sqrt{81} \rightarrow x = \pm 9$$

Com isto podemos encontrar as dimensões da horta.

Se $x = 9$

$$\text{O lado } (x - 5) \rightarrow (9 - 5) = 4 \text{ m}$$

$$\text{O lado } (x + 5) \rightarrow (9 + 5) = 14 \text{ m}$$

Se $x = -9$

$$\text{O lado } (x - 5) \rightarrow (-9 - 5) = -14 \text{ m (absurdo!)}$$

Para Luis cercar a sua horta de dimensões 4 por 14 precisamos encontrar o perímetro.

$$\text{Perímetro} = 4 + 4 + 14 + 14 = 36 \text{ m}$$

Como Luis deseja contornar a horta com duas voltas de arame, precisará de:

$$36 \times 2 = 72 \text{ m}$$

A alternativa correta é a letra (B)

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

81 m	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno resolveu parcialmente o problema, encontrando $x^2 = 81$. Não se atentou ao que era pedido e não concluiu o cálculo dessa equação.
------	----------------------------	---

(B)

72 m	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
------	--------------------------	--

(C)

36 m	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno não se atentou que Luis queria passar duas voltas de arame.
------	----------------------------	---

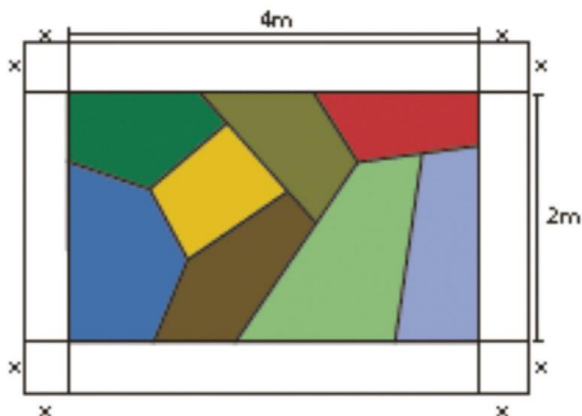
(D)

18 m	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno resolveu parcialmente o problema, encontrando: $x^2 = 81 \rightarrow x = \pm \sqrt{81} \rightarrow x = \pm 9$ Como são duas voltas, concluiu que $2x=18$
------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.
MP08	

Questão 6

Um vitral retangular colorido de dimensões 2m por 4m será emoldurado conforme indica a figura a seguir.



Sabendo que a área total da moldura é de 7 m², calcule a medida x do lado dos quadrados nos cantos da moldura, tendo em vista que os quatro cantos da moldura são quadrados idênticos.

- (A) 0,2 m.
- (B) 0,3 m.
- (C) 0,4 m.
- (D) 0,5 m.**

CORREÇÃO COMENTADA

Tem-se inicialmente que, a área do vitral ($4m \cdot 2m$) é $8m^2$.

A dimensão dos lados da figura retangular com a moldura ficará acrescida de $2x$. Sendo $(4 + 2x)$ e $(2 + 2x)$. A outra informação é que a área da moldura é $7m^2$.

Ao subtrair a área do vitral ($8m^2$) da área total da figura $(4 + 2x) \cdot (2 + 2x)$, tem-se a área da moldura que é $7m^2$.

Assim: $[(4 + 2x) \cdot (2 + 2x) - 8] = 7 \Rightarrow 8 + 12x + 4x^2 - 8 = 7 \Rightarrow 4x^2 + 12x = 7 \Rightarrow x^2 + 12x - 7 = 0$

Na equação, temos que: $a = 4$, $b = 12$ e $c = -7$ $\Delta = \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} = \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7)} = \sqrt{144 + 112} = \sqrt{256} = 16$

As raízes da equação serão: $x = \frac{-12 \pm 16}{8} \Rightarrow x_1 = 0,5$ e $x_2 = \frac{-28}{8} = -3,5$ (neste caso não se considera esta raiz)

A medida x , do lado do quadrado, conforme figura, é $x = 0,5m$.

Portanto, **(D)** é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

0,2 m	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno optou por esta resposta levando em consideração a dimensão 2m indicada na figura, ou uma escolha aleatória.
-------	----------------------------	--

(B)

0,3 m	Resposta incorreta.	Alguns possíveis usos inadequados dos números que aparecem no problema: Adicionar 4m com 2m e dividir por 2 para justificar a resposta 0,3m, ou subtrair 4 m de 7m ² e encontrar equivocadamente 0,3 m.
-------	----------------------------	--

(C)

0,4 m	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno optou por esta resposta levando em consideração a dimensão 4m indicada na figura, ou foi uma escolha aleatória de resposta.
-------	----------------------------	--

(D)

0,5 m	Resposta Correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
-------	--------------------------	--

Habilidade MP09	Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.
--------------------	---

Questão 7	
Analise as afirmações.	
<p>a) A quantidade de questões erradas em uma prova (prova formada por questões de mesmo valor) e a nota obtida são grandezas inversamente proporcionais.</p> <p>b) A massa de uma pessoa e a sua idade são grandezas que não envolvem proporcionalidade.</p> <p>c) A quantidade de litros de combustível e o valor pago são grandezas inversamente proporcionais.</p> <p>d) A velocidade de um automóvel e o tempo gasto em um determinado percurso são grandezas diretamente proporcionais.</p>	
Classifique-as, respectivamente, em Verdadeira (V) ou Falsa (F).	
(A)	F, F, V, V
(B)	V, F, V, F
(C)	F, V, F, V
(D)	V, V, F, F

CORREÇÃO COMENTADA

a) Quanto mais questões estiverem erradas, menor será a nota obtida e as questões possuem o mesmo valor (constante proporcionalidade), temos então grandezas inversamente proporcionais.

Logo, o item a) é verdadeiro (V).

b) Não existe proporcionalidade entre massa de uma pessoa e a sua idade.

Logo, o item b) é verdadeiro (V).

c) Quanto mais litros de combustível maior será o valor a ser pago e a constante de proporcionalidade é o preço do litro do combustível, temos então grandezas diretamente proporcionais.

Logo, o item c) é falso (F).

d) Se dobrarmos a velocidade de um automóvel ele chegará ao seu destino na metade do tempo. Do mesmo modo, se reduzirmos a velocidade desse automóvel pela metade ele levará o dobro do tempo para chegar ao mesmo destino. A constante de proporcionalidade em questão é o determinado percurso, temos então grandezas inversamente proporcionais.

Logo, o item d) é falso (F).

Portanto a alternativa correta é a letra (D)

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

F, F, V, V	Resposta incorreta.	<p>Item a) Possivelmente o aluno relacionou a nota de prova com quantidade de questões corretas no lugar de questões erradas, conforme enunciado.</p> <p>Item b) Possivelmente o aluno não atentou, que a massa de uma pessoa pode variar dia a dia (para mais ou para menos) ou não variar, e, a idade desta mesma pessoa sempre aumenta.</p> <p>Item c) Provavelmente o aluno não entendeu o que vem a ser grandezas inversamente proporcionais, que além da constante de proporcionalidade que é o preço do litro de combustível, deveria ocorrer que quanto mais combustível se coloca menos se paga (O que na realidade não ocorre).</p> <p>Item d) Provavelmente o aluno não entendeu o que vem a ser grandezas diretamente proporcionais, que além da constante de proporcionalidade que é a distância a ser percorrida, deveria ocorrer que quanto maior a velocidade maior tempo gastará no percurso (O que na realidade não ocorre).</p>
------------	----------------------------	--

(B)

V, F, V, F	Resposta incorreta.	<p>Item a) correto.</p> <p>Item b) Possivelmente o aluno não atentou, que a massa de uma pessoa pode variar dia a dia (para mais ou para menos) ou não variar, e, a idade desta mesma pessoa sempre aumenta.</p> <p>Item c) Provavelmente o aluno não entendeu o que vem a ser grandezas inversamente proporcionais, que além da constante de proporcionalidade que é o preço do litro de combustível, deveria ocorrer que quanto mais combustível se coloca menos se paga (O que na realidade não ocorre).</p> <p>Item d) correto.</p>
------------	----------------------------	---

(C)

F, V, F, V	Resposta incorreta.	<p>Item a) Possivelmente o aluno relacionou a nota de prova com quantidade de questões corretas no lugar de questões erradas, conforme enunciado.</p> <p>Item b) correto.</p> <p>Item c) correto.</p> <p>Item d) Provavelmente o aluno não entendeu o que vem a ser grandezas diretamente proporcionais, que além da constante de proporcionalidade que é a distância a ser percorrida, deveria ocorrer que quanto maior a velocidade maior tempo gastará no percurso (O que na realidade não ocorre).</p>
------------	----------------------------	--

(D)

V, V, F, F	Resposta correta.	<p><i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</i></p> <p><i>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i></p>
------------	--------------------------	---

Habilidade	Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.
MP09	

Questão 8

Observe as tabelas abaixo e verifique se as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais (D), inversamente proporcionais (I) ou não são nem direta nem inversamente proporcionais (N):

a)

x	1	2	3	4
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

b)

x	1	2	3	4
y	12	6	5	3

c)

x	6	3	2	1
y	24	12	8	4

d)

x	5	10	15	20
y	10	5	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$

Escolha a alternativa que contemple, respectivamente, as suas respostas (utilizando a nomenclatura sugerida no enunciado).

(A) N, N, D, I

(B) N, D, I, N

(C) I, I, I, N

(D) I, D, N, I

CORREÇÃO COMENTADA

Para que haja proporcionalidade entre duas grandezas, devemos encontrar a constante de proporcionalidade entre elas.

Se forem diretamente proporcionais temos: $y = k \cdot x$, daí $k = \frac{y}{x}$;

e se forem inversamente proporcional temos: $y = \frac{k}{x}$ daí $k = x \cdot y$.

a) Como observamos, a grandeza x está aumentando enquanto a grandeza y está diminuindo, a fim de garantirmos se são grandezas inversamente proporcionais devemos verificar se existe a constante de proporcionalidade entre elas.

$$k = x \cdot y.$$

$$k = 1 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} \neq 3 \cdot \frac{1}{8}; \text{ não existe, portanto, constante de proporcionalidade}$$

Logo, no item a) as grandezas não são nem direta nem inversamente proporcionais. **(N)**.

b) Como observamos, a grandeza x está aumentando enquanto a grandeza y está diminuindo, a fim de garantirmos se são grandezas inversamente proporcionais devemos verificar se existe a constante de proporcionalidade entre elas.

$$k = x \cdot y.$$

$$k = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 \neq 3 \cdot 5; \text{ portanto, não existe a constante de proporcionalidade.}$$

Logo, no item b) as grandezas não são nem direta nem inversamente proporcionais. **(N)**.

c) Como observamos, as grandezas x e y estão diminuindo. A fim de garantirmos se são grandezas diretamente proporcionais devemos verificar se existe a constante de proporcionalidade entre elas.

$$k = \frac{x}{y}.$$

$$k = \frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} ; \text{ portanto, existe a constante de proporcionalidade.}$$

Logo, no item c) as grandezas são diretamente proporcionais. **(D)**

d) Como observamos, a grandeza x está aumentando enquanto a grandeza y está diminuindo, a fim de garantirmos que são grandezas inversamente proporcionais devemos verificar se existe a constante de proporcionalidade entre elas.

$$k = x \cdot y.$$

$$k = 5 \cdot 10 = 10 \cdot 5 = 15 \cdot \frac{10}{3} = 20 \cdot \frac{5}{2} ; \text{ portanto, existe a constante de proporcionalidade.}$$

Logo, no item d) as grandezas são inversamente proporcionais. **(I)**

Portanto, a alternativa correta é a de letra (A).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

N, N, D, I	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</i> <i>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
------------	--------------------------	--

(B)

N, D, I, N	Resposta incorreta.	Item a) correto Item b) Possivelmente o aluno não entendeu que para duas grandezas serem diretamente proporcionais, ambas devem aumentar ou diminuir (o que não ocorre nas grandezas deste item). Depois disto deve levar este aluno a compreender a existência da constante de proporcionalidade. Item c) O aluno possivelmente não entendeu que para duas grandezas serem inversamente proporcionais, enquanto uma delas aumenta a outra deve diminuir (o que não ocorre nas grandezas deste item). Depois disto deve levar este aluno a compreender a existência da constante de proporcionalidade. Item d) O aluno provavelmente está com dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua não existência.
------------	----------------------------	--

(C)

I, I, I, N	Resposta incorreta.	Item a) O aluno provavelmente apresenta dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua existência. Item b) O aluno possivelmente apresenta dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua existência. Item c) O aluno possivelmente não entendeu que para duas grandezas serem inversamente proporcionais, enquanto uma delas aumenta a outra deve diminuir (o que não ocorre nas grandezas deste item). Depois disto deve levar este aluno a compreender a existência da constante de proporcionalidade. Item d) O aluno possivelmente está com dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua não existência.
------------	----------------------------	---

(D)

I, D, N, I	Resposta incorreta.	Item a) O aluno provavelmente tem dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua existência. Item b) O aluno possivelmente não entendeu que para duas grandezas serem diretamente proporcionais, ambas devem aumentar ou diminuir (o que não ocorre nas grandezas deste item). Depois disto deve levar este aluno a compreender a existência da constante de proporcionalidade. Item c) O aluno provavelmente está com dificuldade em encontrar a constante de proporcionalidade e assumiu a sua não existência. Item d) correto
------------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.
MP10	

Questão 9

Uma máquina de xerox tira 280 cópias em 7 minutos.

Em um quarto de hora essa máquina tirará:

(A) 40

(B) 160

(C) 600

(D) 1 000

CORREÇÃO COMENTADA

A situação em questão nos leva a entender que quanto mais cópias forem tiradas, maior será o tempo gasto para isto. Portanto as grandezas, número de cópias (n) e tempo gasto (t) são grandezas diretamente proporcionais: $t = k \cdot n$, daí $k = \frac{t}{n}$.

Em 7 minutos (t) tira-se 280 cópias (n), $k = \frac{7}{280}$

Como um quarto de hora são 15 minutos, teremos:

$$15 = \frac{7}{280} \cdot n \rightarrow n = \frac{15 \cdot 280}{7} \rightarrow n = 15 \cdot 40 \rightarrow n = 600.$$

Onde concluímos que a alternativa correta é a de letra (C).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

40	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno utilizou os dados do enunciado e fez $\frac{280}{7}$ obtendo 40, o que pode evidenciar dificuldade na compreensão do conceito de proporcionalidade.
----	----------------------------	---

(B)

160	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerou um quarto de hora como 4, e, fez $n = \frac{4 \times 280}{7} \rightarrow n = 4 \times 40 \rightarrow n = 160$.
-----	----------------------------	--

(C)

600	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
-----	--------------------------	---

(D)

1 000	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerou um quarto de hora como 25 e fez $n = \frac{25 \times 280}{7} \rightarrow n = 25 \times 40 \rightarrow n = 1 000$.
-------	----------------------------	---

Habilidade	Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.
MP10	

Questão 10

Patrícia está programando viajar com o seu carro para a praia no próximo feriado. A cada 80 km rodados, seu carro consome 10 litros de combustível. A distância que Patrícia irá percorrer nesta viagem é de 480 km e o preço do litro de combustível é de R\$ 2,80.

O gasto que Patrícia terá com o combustível será de:

- | | |
|-----|--------------|
| (A) | R\$ 168,00 |
| (B) | R\$ 224,00 |
| (C) | R\$ 1 344,00 |
| (D) | R\$ 1 680,00 |

CORREÇÃO COMENTADA

A situação descreve que quanto mais km foram percorridos (**e**) maior será o consumo de combustível (**c**). Portanto as grandezas km percorridos e litros de combustível são grandezas diretamente proporcionais. Temos então:

$$c = k \cdot e, \text{ daí } k = \frac{c}{e}.$$

Ao percorrer 80 km (**e**) são consumidos 10 litros de combustível (**c**), $k = \frac{10}{80}$

Como ela irá percorrer 480 km, teremos:

$$c = \frac{10}{80} \cdot 480 \rightarrow c = 10 \cdot 6 \rightarrow c = 60$$

Como o consumo foi de 60 litros e o preço do litro de combustível em questão é R\$ 2,80; Patrícia gastou $2,80 \times 60 = 168,00$ reais.

A alternativa correta, portanto é a letra (A).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

R\$ 168,00	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
------------	-------------------	--

(B)

R\$ 224,00	Resposta incorreta.	O aluno possivelmente multiplicou 80 por 2,80 obtendo R\$ 224,00, entendendo que o consumo desse carro seja 1 litro de combustível a cada km rodado, e não observou que a viagem seria de 480km.
------------	---------------------	--

(C)

R\$ 1 344,00	Resposta incorreta.	O aluno possivelmente multiplicou 480 por 2,80 obtendo R\$ 1344,00, entendendo que o consumo desse carro seja 1 litro de combustível a cada km rodado, o que não ocorre de acordo com o enunciado.
--------------	---------------------	--

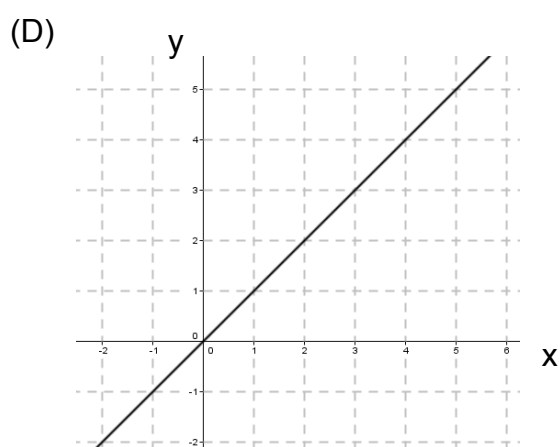
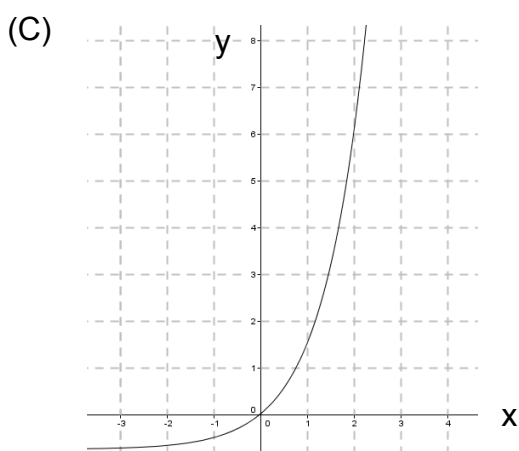
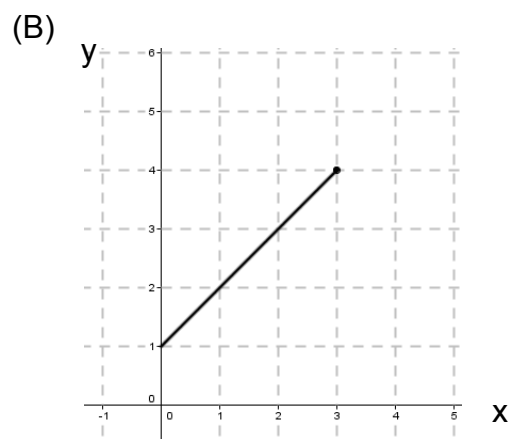
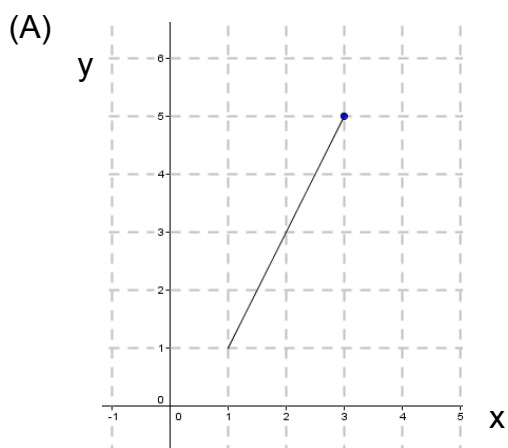
(D)

R\$ 1 680,00	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno ao calcular o consumo $c = \frac{10}{80} \cdot 480$, achou equivocadamente $c = 600$ e ao fazer $600 \times 2,80$ obteve R\$1680,00.
--------------	---------------------	---

Habilidade	Identificar situações de interdependência entre grandezas
MP11	através de gráficos e tabelas.

Questão 11

O gráfico que indica uma relação de proporcionalidade direta entre x e y é:



CORREÇÃO COMENTADA

Para um gráfico, no plano cartesiano apresentar proporcionalidade direta, entre uma grandeza e a outra, ele deve ser uma reta passando pela origem (0, 0).

A alternativa que possui em seu gráfico uma reta passando pela origem é a alternativa (D), logo essa é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno só observou que o gráfico é parte de uma reta, e deixou de observar que a reta não está passando pela origem $(0, 0)$.
--	----------------------------	---

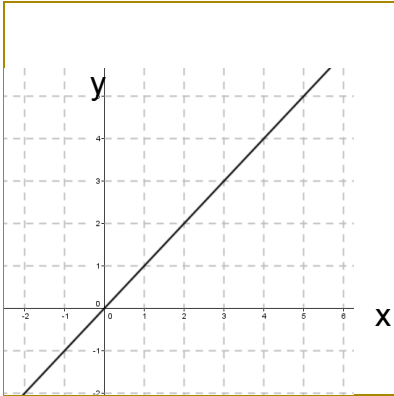
(B)

	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno só observou que o gráfico é parte de uma reta, e deixou de observar que a reta não está passando pela origem $(0, 0)$.
--	----------------------------	---

(C)

	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno observou que o gráfico passa pela origem, mas esqueceu de observar que este gráfico não é uma reta, não existindo, portanto a constante de proporcionalidade entre uma grandeza e a outra.
--	----------------------------	--

(D)



**Resposta
correta.**

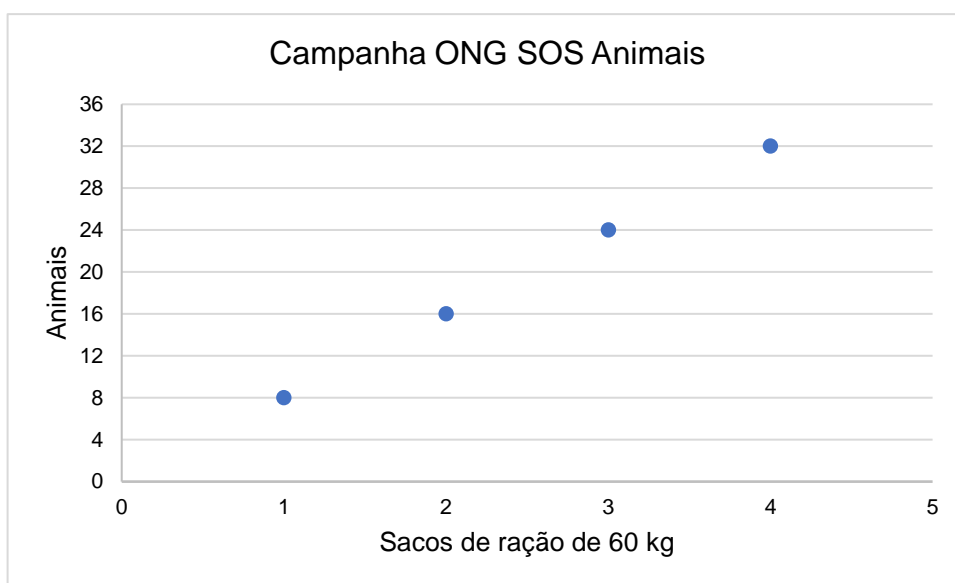
O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.

Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	Identificar situações de interdependência entre grandezas
MP11	através de gráficos e tabelas.

Questão 12 (Adaptada da Revista Nova Escola)

O gráfico abaixo nos fornece a quantidade de sacos de ração de 60 kg e a quantidade de animais que podem ser alimentados com essa ração durante um mês. Por meio de campanhas, a ONG “SOS Animais” cuida de animais abandonados.



Mantendo o padrão apresentado no gráfico, para alimentar 68 animais, durante um mês, a ONG precisa arrecadar:

(A)	5 sacos
(B)	8 sacos
(C)	9 sacos
(D)	13 sacos

CORREÇÃO COMENTADA

Observando o gráfico (se traçarmos uma reta, ela passará pela origem), podemos afirmar que os dados apresentados no gráfico (número de animais (**n**) e quantidade de sacos de 60 kg de ração (**r**)), são grandezas diretamente proporcionais, logo:

$$r = k \cdot n.$$

Utilizando dados do gráfico temos $\rightarrow 1 = K \cdot 8 \rightarrow k = \frac{1}{8}$; o problema em questão quer alimentar 68 animais, então:

$$r = \frac{1}{8} \cdot 68 \rightarrow r = \frac{68}{8} \rightarrow r = 8,5.$$

A ONG precisa arrecadar oito sacos e meio, mas os dados do problema nos levam a pensar que a quantidade se refere a sacos fechados, portanto precisará de 9 sacos.

A alternativa que trás esta resposta é a letra (C).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

5	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno olhou a maior quantidade de sacos expressa no gráfico e colocou 5, evidenciando assim dificuldade no conceito de proporcionalidade e em interpretação de gráficos.
---	----------------------------	--

(B)

8	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao efetuar a divisão ($68/8=8,5$), considerou a parte inteira do número.
---	----------------------------	--

(C)

9	Resposta correta.	<i>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</i> <i>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</i>
---	--------------------------	--

(D)

13	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao fazer os cálculos, pode ter apresentado fragilidade na leitura do gráfico, pensando que, com cada saco a mais ele alimenta mais quatro animais. A última quantidade de animais expressa no gráfico é 32 com 4 sacos de ração. Então $68 - 32 = 36$ animais a mais para serem alimentados, daí precisará de acordo com sua expectativa mais 9 sacos, totalizando 13.
----	----------------------------	--

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED

Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE

Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP

Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF

Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular CoPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material

Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Autoria do material

Benedito de Melo Longuini, Edson dos Santos Pereira, Erika Aparecida Navarro Rodrigues, Fernanda Machado Pinheiro, Ines Chiarelli Dias, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Luciene Ramos Americo, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares da Silva, Rodrigo Soares de Sá, Simoni Renata Silva Perez, Sueli Aparecida Gobbo Araujo. Willian Casari de Souza.

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED

Diretora: Patrícia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Soraia Calderoni Statonato, Márcia Soares de Araújo Feitosa

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas

Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas

Diretora: Camila da Silva Alcazar

Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas

Representantes do CAPE

Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais

Tânia Regina Martins Resende