



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO  
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

# **AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO**

## **Caderno do Professor**

**3ª Série do Ensino Médio**

**Matemática**

**São Paulo**  
**2º Bimestre de 2019**  
**23ª Edição**

## APRESENTAÇÃO

---

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria Pedagógica e a Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos e formas de registro.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, passaram a ter como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela COPED e já disponibilizada à rede. Nas edições de 2019 prossegue esse mesmo referencial assim como, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e juntamente com as informações incorporadas na Plataforma Foco Aprendizagem, a partir dos dados inseridos pelos docentes no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA  
COPED

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,  
TECNOLOGIA, EVIDÊNCIA E MATRÍCULA -  
CITEM

## MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

---

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP05	Identificar os coeficientes e raízes de uma equação algébrica e as relações entre eles.
02		
03	MP06	Resolver equações algébricas de terceiro grau, por meio da relação entre seus coeficientes e raízes.
04		
05	MP07	Resolver problemas que envolvam a soma, subtração e multiplicação de polinômios.
06		
07	MP08	Resolver problemas que envolvam a divisão entre um polinômio e um binômio $(x - k)$ .
08		
09	MP09	Calcular a divisão de polinômios por meio da utilização de algoritmos.
10		
11	MP11	Resolver operações com números complexos associados à transformação no plano.
12		

## GABARITO

---

	A	B	C	D	E
01	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
07	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
08	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
09	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

---

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

▶ *(MP05) – Identificar os coeficientes e raízes de uma equação algébrica e as relações entre eles.*

Em estudos anteriores, sobretudo nos Anos Finais do Ensino Fundamental, foram apresentados aos alunos diversos problemas, em diferentes contextos, cuja solução conduz a equações do primeiro e do segundo graus.

Desta forma, pressupõe-se que eles já estão acostumados a resolver equações de primeiro e do segundo grau, já no Ensino Médio, aprofunda-se este tratamento para situações mais complexas, que conduzem a equações de 3º grau ( $ax^3 + bx^2 + cx + d$ , com  $a \neq 0$ ), de 4º grau ( $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , com  $a \neq 0$ ) e assim por diante.

O caminho mais conveniente, nesses casos é uma análise qualitativa da pergunta que cada equação representa, extraindo da própria pergunta informações relevantes sobre as raízes.

Desta forma, sabemos que uma equação sempre representa uma pergunta envolvendo algum elemento desconhecido, uma incógnita. Resolver a equação é descobrir tal incógnita.

Finalmente o objetivo principal do diagnóstico desta habilidade é o entendimento da relação existente entre os coeficientes e as raízes de um polinômio qualquer.

- ▶ *(MP06) – Resolver equações algébricas de terceiro grau, por meio da relação entre seus coeficientes e raízes.*

Um dos objetivos principais do estudo das equações algébricas é o abandono da utilização de fórmulas que indicam as raízes de uma equação algébrica e potencializar a observação dos coeficientes de uma equação em busca de informações sobre suas raízes.

- ▶ *(MP07) – Resolver problemas que envolvam a soma, subtração e multiplicação de polinômios.*

O objetivo principal quando se destaca o diagnóstico de uma habilidade procedimental é a de verificar se o aluno já tem estruturado as competências relacionadas às operações com polinômios, conhecidas desde os Anos Finais do Ensino Fundamental.

Para somar, subtrair e multiplicar polinômios, basta operar com as expressões algébricas que compõe suas parcelas ou seus fatores, de acordo com a operação a ser utilizada.

- ▶ *(MP08) – Resolver problemas que envolvam a divisão entre um polinômio e um binômio  $(x - k)$ .*

A divisão de um polinômio por outro, exige uma atenção redobrada, pois exige a redução do grau de um polinômio inicial por um binômio do tipo  $(x - k)$ , onde  $k$  é a raiz conhecida.

- ▶ *(MP09) – Calcular a divisão de polinômios por utilização de algoritmos.*

Para realizar a divisão de polinômios, torna-se necessário a utilização do conceito de identidade de polinômios, que conduzem a uma maneira de efetuar os cálculos, resumida em algoritmos, conhecida como Algoritmo de Briot-Ruffini.

- ▶ *(MP11) – Resolver operações com números complexos associados a transformações no plano.*

Assim como na reta incluem-se todos os números reais, e com a inclusão de números que possam ser raízes quadradas de negativos, será necessário (e suficiente) todo o plano cartesiano, que servirá de inspiração para a construção do plano complexo, suporte para a representação de todos os números complexos. A unidade imaginária  $i$ , que representa o novo número cujo quadrado é  $-1$ , servirá de padrão para a representação no eixo vertical de números como  $2i$ ,  $6i$ ,  $7i$ ,  $-4i$  etc.

Neste sentido, as operações com complexos correspondem à realização de certos movimentos no plano. Por exemplo, se a um complexo  $z$  for somado o número real  $4$ , sua representação no plano será deslocada na direção do eixo  $x$  de  $4$  unidades.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

## QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 2º BIMESTRE

---

Habilidade	Identificar os coeficientes e raízes de uma equação algébrica e as
MP05	relações entre eles.

---

### Questão 1

Denomina-se equação algébrica ou polinomial toda equação que pode ser escrita na forma:  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + x_0 = 0$  (com  $a_n \neq 0$ )

em que os  $a_i$  ( $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ ) são elementos do conjunto dos números complexos,  $n \in \mathbb{N}^*$  e  $n$  é o grau da equação.

Dadas as equações polinomiais  $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$  e  $x^4 + x^3 - x^2 - 4 = 0$  é correto afirmar respectivamente que:

- (A) É uma equação algébrica do 3º grau; admite  $x = -2$  como raiz;
  - (B) É uma equação algébrica do 4º grau; admite  $x = -2$  como raiz;
  - (C) É uma equação algébrica do 3º grau; admite  $x = 1$  como raiz;
  - (D) Admite  $x = -2$  como raiz; É uma equação algébrica do 3º grau;
  - (E) É uma equação algébrica do 4º grau; admite  $x = 1$  como raiz.
-



### **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Nessa questão o aluno deve identificar o coeficiente com maior expoente para determinar o grau do polinômio e compreender que a raiz é o valor da incógnita  $x$  que torna a equação algébrica verdadeira. O aluno pode lançar mão da estratégia de testar as alternativas e verificar quais delas "zera" a equação demonstrando conhecimento do conceito de raiz, o professor deve ficar atento aos registros do aluno e propor atividades e exercícios e que possibilite de encontrar algebricamente essas raízes.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)		
É uma equação algébrica do 3º grau; admite $x = -2$ como raiz;	<b>Resposta correta.</b>	O aluno provavelmente compreende os elementos básico de uma equação algébrica.
(B)		
É uma equação algébrica do 4º grau; admite $x = -2$ como raiz;	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno só considerou o segundo polinômio, mas aparentemente mostra compreender a estrutura e o significado da raiz de uma equação algébrica. Verifique os registros do aluno.
(C)		
É uma equação algébrica do 3º grau; admite $x = 1$ como raiz;	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno só considerou o primeiro polinômio, mas aparentemente mostra compreender a estrutura e o significado da raiz de uma equação algébrica. Verifique os registros do aluno.
(D)		
Admite $x = -2$ como raiz; É uma equação algébrica do 3º grau;	<b>Resposta incorreta.</b>	Provavelmente o aluno não se atentou a palavra “respectivamente” e trocou a ordem das respostas, mas aparentemente mostra compreender a estrutura e o significado da raiz de uma equação algébrica. Verifique os registros do aluno.
(E)		
É uma equação algébrica do 4º grau; admite $x = 1$ como raiz.	<b>Resposta incorreta.</b>	Provavelmente o aluno não se atentou a palavra “respectivamente” e trocou a ordem das respostas, mas aparentemente mostra compreender a estrutura e o significado da raiz de uma equação algébrica. Verifique os registros do aluno.

Habilidade	Identificar os coeficientes e raízes de uma equação algébrica e as
MP05	relações entre eles.

---

### Questão 2

Toda equação algébrica  $p(x) = 0$  de grau  $n$  ( $n \geq 1$ ) possui pelo menos uma raiz complexa (real ou não). Esse teorema foi demonstrado em 1799 pelo matemático Carl F. Gauss, então com 21 anos, em sua tese de doutorado.

Dada a equação algébrica  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$  é correto afirmar que:

- (A) É uma equação do 2º grau de raízes  $s = \{-2, -1, 2\}$
  - (B) É uma equação do 3º grau de raízes  $s = \{-2, -1, 2\}$**
  - (C) É uma equação do 3º grau de raízes  $s = \{0, 1, 2\}$
  - (D) É uma equação do 4º grau de raízes  $s = \{-2, -1, 2\}$
  - (E) É uma equação do 5º grau de raízes  $s = \{1, 3, -4\}$
-

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*Nessa questão o aluno deve identificar o coeficiente com maior expoente para determinar o grau do polinômio e compreender que a raiz é o valor da incógnita  $x$  que torna a equação algébrica verdadeira. O aluno pode lançar mão da estratégia de testar as alternativas e verificar quais delas "zera" a equação demonstrando conhecimento do conceito de raiz, o professor deve ficar atento aos registros do aluno e propor atividades e exercícios e que possibilite de encontrar algebricamente essas raízes.*

## Grade de Correção

(A)		
É uma equação do 2º grau de raízes $s = \{-2, -1, 2\}$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou fez uso dos conhecimentos sobre equação quadrática explorada nos anos anteriores ao identificar o coeficiente $x^2$ considerando-a como 2º grau.
(B)		
É uma equação do 3º grau de raízes $s = \{-2, -1, 2\}$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno provavelmente compreende os elementos básicos de uma equação algébrica.
(C)		
É uma equação do 3º grau de raízes $s = \{0, 1, 2\}$	<b>Resposta incorreta.</b>	Provavelmente o aluno já é capaz de identificar o grau do polinômio, mas ainda não compreende a ideia de raiz.
(D)		
É uma equação do 4º grau de raízes $s = \{-2, -1, 2\}$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter confundido o número de monômios com o grau do polinômio, mas aparenta reconhecer as raízes da equação polinomial.
(E)		
É uma equação do 5º grau de raízes $s = \{1, 3, -4\}$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não compreende o conceito de raiz de uma equação e aparentemente tem dificuldade em determinar o grau do polinômio.

Habilidade	Resolver equações algébricas de terceiro grau, por meio da relação
MP06	entre seus coeficientes.

---

### Questão 3

Determine o valor de  $k$  na equação algébrica  $2x^3 - 4x^2 - 2x + k = 0$  sabendo que uma de suas raízes é igual a 1.

- (A) -4
  - (B) 0
  - (C) 1
  - (D) 4
  - (E) 9
-

### **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Essa questão exige que o aluno mobilize seus conhecimentos sobre o conceito de raiz de uma equação algébrica para determinar a constante  $k$ , nela o educando deve fazer a devida substituição de "x" por 1 e determinar o valor de  $k$ . O professor deve ficar atento aos registros do aluno identificando se as possíveis dificuldades do aluno estão relacionadas ou não com a habilidade em questão.*

## GRADE DE CORREÇÃO

(A)			
	-4	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno possivelmente se equivocou com o sinal ao isolar “k” na igualdade $-4 + k = 0$ após substituir corretamente “x” por 1 e executar os cálculos.
(B)			
	0	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter se equivocado ao fazer a adição de $2 - 4 - 2 + k = 0$ após substituir corretamente “x” por 1, chegando a $0 + k = 0$ .
(C)			
	1	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou a raiz dada com resposta para k, ou desconsiderou os coeficientes de cada monômio escrevendo $1^3 - 1^2 - 1 + k = 0$ $1 - 1 - 1 + k = 0$ $-1 + k = 0 \quad k = 1$
(D)			
	4	<b>Resposta correta.</b>	O aluno faz a devida substituição de “x” por 1 e aparentemente não tem maiores dificuldades com a execução.
(E)			
	9	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter equivocadamente feito alguma operação (adição, subtração, ...) entre os coeficientes de cada monômio e a raiz dada.



Habilidade	Resolver equações algébricas de terceiro grau, por meio da relação
MP06	entre seus coeficientes e raízes.

---

#### Questão 4

Dada a equação do 3º grau  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$  a adição de suas três raízes é igual a:

- (A) -3
  - (B) -1
  - (C) -2
  - (D) 0
  - (E) 1
-

### **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Neste caso o aluno não pode lançar mão da estratégia de testar as alternativas e verificar quais delas "zera" a equação. Apesar de duas das alternativas (A) e (B) serem raízes da equação é necessário calcular a terceira raiz ( $x=2$ ) para realizar a soma, o professor deve ficar atento aos registros do aluno e propor atividade e exercícios e que o possibilite aluno encontrar essas raízes.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

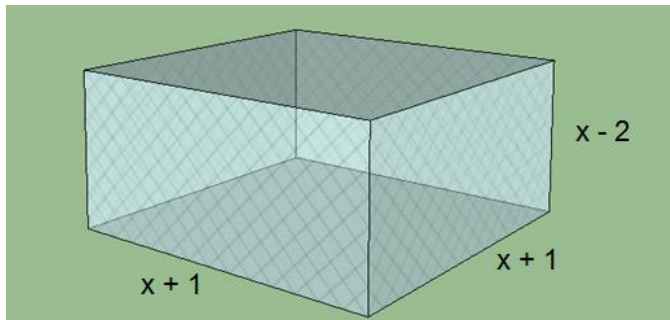
(A)		
-3	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno determinou uma das raízes da equação e não se atentou que era necessário determinar as outras duas para realizar a soma das três raízes da equação com solicitado no problema.
(B)		
-1	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno determinou uma das raízes da equação e não se atentou que era necessário determinar as outras duas para realizar a soma das três raízes da equação com solicitado no problema.
(C)		
-2	<b>Resposta correta.</b>	Além de calcular corretamente as três raízes da equação o aluno compreendeu o que foi solicitado na questão.
(D)		
0	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter calculado as raízes incorretamente ou ter dificuldade em compreender qual operação deveria ser realizado com as raízes encontradas.
(E)		
1	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter calculado as raízes incorretamente ou ter dificuldade em compreender qual operação deveria ser realizado com as raízes encontradas.

Habilidade	Resolver problemas que envolvam a soma, subtração e multiplicação de polinômios.
MP07	

---

### Questão 5

Calcule o volume do sólido representado na figura abaixo



- (A)  $x^3 - 3x - 2$
- (B)  $x - 3x^3 - 2$
- (C)  $x^3 - 3x^2 - 2$
- (D)  $x^2 - 3x^3 - 2$
- (E)  $x^3 - 3x + 2$

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*Deve-se fazer o produto entre as três dimensões do paralelepípedo representado na figura  $(x+1)$   $(x+1)$   $(x-2)$  obtendo  $x^3 - 3x - 2$ , o aluno pode organizar os monômios do polinômio em diferentes posições resultando em uma diferente ordem na escrita final, isso pode fazer com que o aluno fique confuso em relação as alternativas, recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.*

## GRADE DE CORREÇÃO

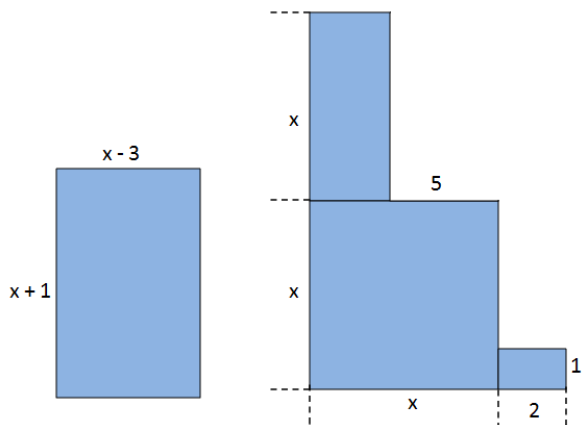
---

(A)	$x^3 - 3x - 2$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno realizou corretamente o produto das três dimensões do paralelepípedo.
(B)	$x - 3x^3 - 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno liga o fato do número “x” aparecer nas três dimensões do paralelepípedo com o monômio $3x^3$ .
(C)	$x^3 - 3x^2 - 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter a falsa ideia de que uma equação do 3º grau precisa necessariamente ter um monômio $x^2$ .
(D)	$x^2 - 3x^3 - 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno liga o fato do número “x” aparecer nas três dimensões do paralelepípedo com o monômio $3x^3$ e a falsa ideia de que uma equação do 3º grau precisa necessariamente ter um monômio $x^2$ .
(E)	$x^3 - 3x + 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter se equivocado com o sinal durante o produto dos fatores.

Habilidade	Resolver problemas que envolvam a soma, subtração e multiplicação de polinômios.
MP07	

### Questão 6

Determine o polinômio que representa a soma das duas áreas das figuras abaixo.



- (A)  $-4x^2 - 1$
- (B)  $10x^2 - 1$
- (C)  $x^2 - 2x - 3$
- (D)  $2x^2 - 5x + 2$
- (E)  $3x^2 - 7x - 1$

### **CORREÇÃO COMENTADA**

*Para responder essa questão o aluno deve ter domínio do produto de monômios por monômios e de polinômios por polinômios podendo calcular as áreas separadamente e adicionando-as ao final, recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.*



## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

$-4x^2 - 1$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno adicionou monômios não semelhantes em alguma etapa do processo.
-------------	----------------------------	---

(B)

$10x^2 - 1$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno adicionou monômios não semelhantes em alguma etapa do processo.
-------------	----------------------------	---

(C)

$x^2 - 2x - 3$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter calculado somente a área de uma das figuras ignorando a área da outra figura.
----------------	----------------------------	--

(D)

$2x^2 - 5x + 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter calculado somente a área de uma das figuras ignorando a área da outra figura.
-----------------	----------------------------	--

(E)

$3x^2 - 7x - 1$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno demonstra ter domínio tanto do produto quanto da adição entre polinômios.
-----------------	--------------------------	---

Habilidade	Resolver problemas que envolvam a divisão entre um polinômio e um binômio $(x - k)$ .
MP08	

---

### Questão 7

O polinômio obtido pela divisão do polinômio  $2x^2 - 5x - 12$  pelo binômio  $x - 4$  é:

- (A)  $0,5x - 4,25$
  - (B)  $2x - 9$
  - (C)  $2x + 3$
  - (D)  $2x^2 - 4x - 16$
  - (E)  $2x^2 - 6x - 8$
-

### **CORREÇÃO COMENTADA**

*O aluno deve ter consolidado que dados dois polinômios,  $p(x)$  e  $h(x)$ , com  $h(x)$  não nulo, dividir  $p(x)$  por  $h(x)$  significa encontrar dois polinômios  $q(x)$  e  $r(x)$  que satisfaça a seguinte condição:  $p(x) = h(x) \times q(x) + r(x)$ . Em que  $p(x)$  é o dividendo,  $h(x)$  é o divisor,  $q(x)$  é o quociente,  $r(x)$  é o resto. De posse desse conceito o aluno pode utilizar o método mais conveniente para solução, entre eles o método da chave, Briot-Ruffini ou Teorema do fator.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

$0,5x - 4,25$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno dividiu cada um dos monômios do dividendo pelos monômios do divisor separadamente depois reduziu os termos semelhantes.
---------------	----------------------------	---

(B)

$2x - 9$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter efetuado a divisão de cada um dos monômios do dividendo pelo monômio semelhante do divisor e depois reduziu os termos semelhantes.
----------	----------------------------	---

(C)

$2x + 3$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno parece mostrar domínio de pelo menos uma técnica para divisão de polinômios, o professor deve ficar atento à solução proposta pelo aluno para uma análise mais detalhada.
----------	--------------------------	---

(D)

$2x^2 - 4x - 16$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno fez a soma dos dois monômios.
------------------	----------------------------	---

(E)

$2x^2 - 6x - 8$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno fez a subtração dos dois monômios.
-----------------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas que envolvam a divisão entre um polinômio e um binômio $(x - k)$ .
MP08	

---

**Questão 8**

O quociente do polinômio  $6x^3 - 2x^2 + x + 1$  pelo binômio  $3x - 6$  tem resto igual a:

- (A) 0
  - (B) 2
  - (C) 10
  - (D) 25
  - (E) **43**
-

### **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Esta questão pode se revolve usando o algoritmo de Briot-Ruffini, como proposto no caderno do aluno. Procedendo de maneira análoga nota-se que ao último coeficiente do polinômio correspondera, em vez do resto zero, o valor do resto da divisão em questão.*

## GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
0	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda tem dificuldades em desenvolver o algoritmo da divisão de polinômios.

(B)		
2	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda tem dificuldades em desenvolver o algoritmo da divisão de polinômios.

(C)		
10	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda tem dificuldades em desenvolver o algoritmo da divisão de polinômios.

(D)		
25	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda tem dificuldades em desenvolver o algoritmo da divisão de polinômios.

(E)		
43	<b>Resposta correta.</b>	O aluno aparentemente apropria-se das técnicas de divisão de polinômios, cabe ao professor ficar atento a solução proposta pelo aluno para obter um diagnóstico mais detalhado.

Habilidade	Calcular a divisão de polinômios por meio da utilização de algoritmos.
MP09	

### Questão 9

Em uma das questões da prova do 3º A no segundo bimestre da “Escola Saberes” a professora Andreia solicitou aos seus alunos que determinassem o resto da divisão do polinômio  $x^3 - x^2 - 2x + 3$  por  $x + 2$ . A seguir veremos a solução apresentada pelo aluno Raul.

Utilizando o dispositivo prático de Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -2 & 1 & -1 & -2 & 3 \\
 \hline
 & 1 & -3 & 4 & -5
 \end{array}$$

Analisando a solução proposta por Raul podemos afirmar que:

- (A) O procedimento está correto e o resto da divisão é 3;
- (B) **O procedimento está correto e resto da divisão é -5;**
- (C) O procedimento está correto e o resto da divisão é 2;
- (D) O procedimento não está correto, por isso não é possível determinar o resto da divisão analisando a solução proposta por Raul;
- (E) O dispositivo prático de Briot-Ruffini não se aplica a divisão de polinômios;



### **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Nesta questão o aluno deve revisar passo a passo a solução proposta certificando-se que ela está correta, sendo capaz de reconhecer o significado de cada número identificando o resto da divisão.*

## GRADE DE CORREÇÃO

(A)	O procedimento está correto e o resto da divisão é 3.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não se apropriou totalmente do dispositivo prático de Briot-Ruffini, talvez conseguindo realiza-lo, mas sem dar sentido aos dados resultados.
(B)	<b>O procedimento está correto e resto da divisão é -5.</b>	<b>Resposta correta.</b>	Aparentemente o aluno compreendeu tanto o dispositivo prático de Briot-Ruffini quanto compreende o a significado de dos valores encontrados.
(C)	O procedimento está correto e o resto da divisão é 2	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não se apropriou totalmente do dispositivo prático de Briot-Ruffini, talvez conseguindo realiza-lo, mas sem dar sentido aos dados resultados chegando ao valor 2 somando os coeficientes de cada monômio quociente.
(D)	O procedimento não está correto, por isso não é possível determinar o resto da divisão analisando a solução proposta por Raul.	<b>Resposta correta.</b>	O aluno pode ter se equivocado em alguma etapa do processo de verificação da respostada dada por Raul, a análise dos procedimentos do aluno pode trazer maiores informações de quanto esse aluno realmente compreendeu sobre o dispositivo prático de Briot-Ruffini.
(E)	O dispositivo prático de Briot-Ruffini não se aplica a divisão de polinômios	<b>Resposta correta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não se apropriou de forma satisfatória do dispositivo prático de Briot-Ruffini.

Habilidade	Calcular a divisão de polinômios por meio da utilização de algoritmos.
MP09	

### Questão 10

Determine os valores de  $a, b, c$  e  $d$  e escreva o polinômio dividendo da divisão a seguir

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2 & a & b & c & \vdots & d \\
 \hline
 & 1 & 3 & -2 & \vdots & 1
 \end{array}$$

- (A)  $a = 1; b = 3; c = -2; d = 1 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2x + 1$
- (B)  $a = 2; b = 1; c = 3; d = -2 \Rightarrow 2x^3 + x^2 - 3x - 2$
- (C)  $a = 1; b = -2; c = 3; d = 1 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - 3x - 1$
- (D)  $a = 1; b = 1; c = -8; d = 5 \Rightarrow x^3 + x^2 - 8x + 5$
- (E)  $a = -2; b = 3; c = 1; d = 2 \Rightarrow -2x^3 + 3x^2 + 1x + 2$

## **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*Nesta questão o aluno deve desenvolver o dispositivo prático de Briot-Ruffini partindo do polinômio quociente realizando as operações inversas e ao final escrever o polinômio dividendo sendo capaz de reconhecer o algoritmo de cada etapa do processo para obter o quociente e o resto por Briot-Ruffini.*

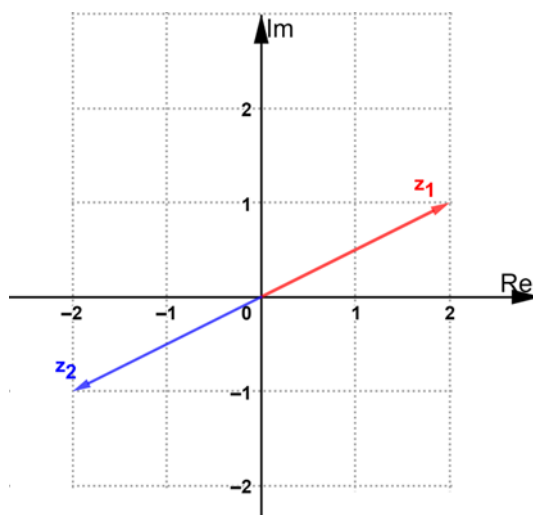
## GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$a = 1; b = 3; c = -2; d = 1$ $x^3 + 3x^2 - 2x + 1$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou os coeficientes do polinômio quociente e o resto da divisão para escrever o polinômio dividendo.
(B)	$a = 2; b = 1; c = 3; d = -2$ $2x^3 + x^2 - 3x - 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou a constante do polinômio divisor e os coeficientes do polinômio quociente divisão para escrever o polinômio dividendo.
(C)	$a = 1; b = -2; c = 3; d = 1$ $x^3 - 2x^2 - 3x - 1$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou o resto e os coeficientes do polinômio quociente da divisão da direita para a esquerda para escrever o polinômio dividendo.
(D)	$a = 1; b = 1; c = -8; d = 5$ $x^3 + x^2 - 8x + 5$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno provavelmente compreendeu o uso do dispositivo prático de Briot-Ruffini sendo capaz de terminar o dividendo a partir do quociente.
(E)	$a = -2; b = 3; c = 1; d = 2$ $-2x^3 + 3x^2 + 1x + 2$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno usou os coeficientes do polinômio quociente da divisão e a constante do polinômio divisor da direita para esquerda para escrever o polinômio dividendo.

Habilidade	Resolver operações com números complexos associados a transformações no plano.
MP11	

### Questão 11

Dados os números complexos  $z_1$  e  $z_2$  representados no plano de Argand-Gauss.



O número complexo:  $a + bi$ , resultado de  $z_1 + z_2$ , será dado por:

- (A)  $0 + 0i$
- (B)  $0 + 1i$
- (C)  $1 + 0i$
- (D)  $0 + 2i$
- (E)  $2 + 0i$

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*O aluno deve realizar a soma dos números complexos  $z_1$  e  $z_2$  adicionando a parte real do primeiro complexo a parte real do segundo complexo e adicionando a parte imaginária de  $z_1$  com a parte imaginária de  $z_2$  determinando as coordenadas do ponto "C" sendo a parte real apresentada pela abscissa e a parte imaginária representada pela ordenada.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

$0 + 0i$	<b>Resposta correta.</b>	O aluno possivelmente compreendeu a representação do complexo no plano de Argand-Gauss quanto a adição de complexos.
----------	--------------------------	--

(B)

$0 + 1i$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ainda não ter compreendido a representação de um complexo no plano de Argand-Gauss ou ainda não está familiarizado com as operações entre complexos. Recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.
----------	----------------------------	---

(C)

$1 + 0i$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ainda não ter compreendido a representação de um complexo no plano de Argand-Gauss ou ainda não está familiarizado com as operações entre complexos. Recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.
----------	----------------------------	---

(D)

$0 + 2i$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ainda não ter compreendido a representação de um complexo no plano de Argand-Gauss ou ainda não está familiarizado com as operações entre complexos. Recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.
----------	----------------------------	---

(E)

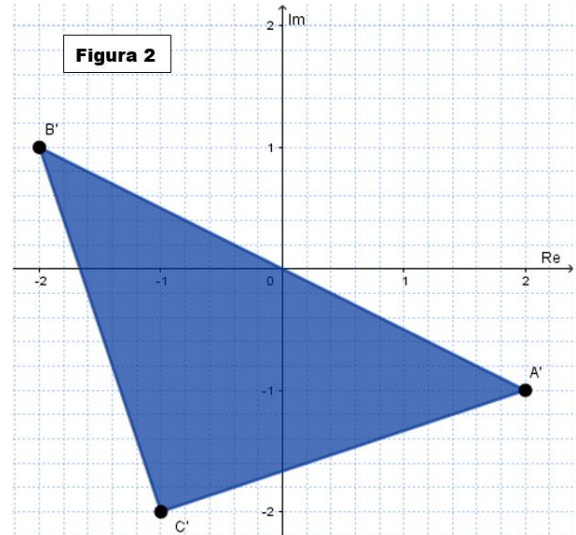
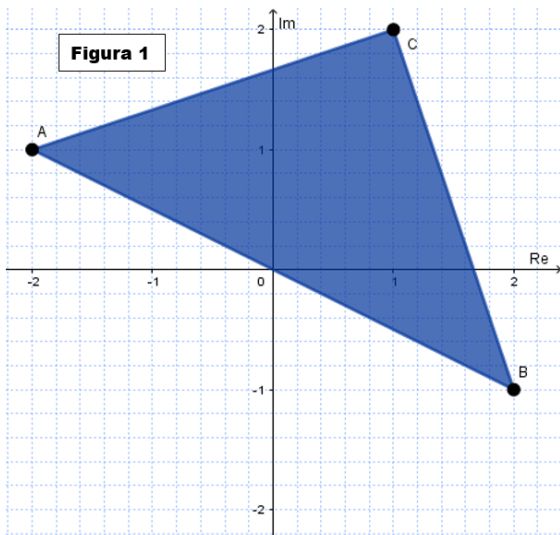
$2 + 0i$	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ainda não ter compreendido a representação de um complexo no plano de Argand-Gauss ou ainda não está familiarizado com as operações entre complexos. Recomenda-se que o professor analise os registros do aluno.
----------	----------------------------	---



Habilidade	Resolver operações com números complexos associados a
MP11	transformações no plano.

### Questão 12

Os números complexos  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  são representados respectivamente pelos pontos A, B e C, vértices da região triangular exibida na **figura 1**. Após sofrer uma transformação, os números complexos  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  geraram respectivamente os pontos A', B' e C', vértices da região triangular exibida na **figura 2**. Analisando a figura 1 e a figura 2 podemos afirmar que a transformação sofrida pelos números complexos  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  foi:



- (A) Cada ponto da região foi multiplicado pelo número real -2.
- (B) **Cada ponto da região foi multiplicado pelo número real -1.**
- (C) Cada ponto da região foi multiplicado pelo número imaginário -i.
- (D) A cada ponto da região foi somado o número imaginário 3i.
- (E) A cada ponto da região foi somado o número real 1.

## **CORREÇÃO COMENTADA**

---

*O aluno deve ser capaz de reconhecer as transformações sofridas quando um número complexo é multiplicado por um número real. Interpreta-los significativamente, bem como as operações que realizadas sobre eles. ampliamos nossa capacidade de expressão, de compreensão.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

Cada ponto da região foi multiplicado pelo número real $-2$ .	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter feito a adição das abscissas e usado sinal negativo devido troca de quadrante dos pontos.
---	----------------------------	--

(B)

<b>Cada ponto da região foi multiplicado pelo número real <math>-1</math>.</b>	<b>Resposta correta.</b>	Possivelmente o aluno se apropriou da habilidade em questão e foi capaz reconhecer a transformação.
--	--------------------------	---

(C)

Cada ponto da região foi multiplicado pelo número imaginário $-i$ .	<b>Resposta correta.</b>	O aluno pode ter se equivocando quanto ao valor de $-i$ o considerando igual a $-1$ .
---	--------------------------	---

(D)

A cada ponto da região foi somado o número imaginário $3i$ .	<b>Resposta correta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não se apropriou devidamente da habilidade em questão.
--	--------------------------	--

(E)

A cada ponto da região foi somado o número real $1$ .	<b>Resposta correta.</b>	Possivelmente o aluno ainda não se apropriou devidamente da habilidade em questão.
---	--------------------------	--

## AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

### COORDENADORIAS

#### **Coordenadoria Pedagógica - COPED**

Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

#### **Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE**

Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

### DEPARTAMENTOS

#### **Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP**

Diretor: Valéria Arcari Muhi

#### **Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF**

Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

#### **Centro de Ensino Médio - CEM**

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

#### **Equipe Curricular CoPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material**

Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

#### **Autoria do material**

Benedito de Melo Longuini, Edson dos Santos Pereira, Erika Aparecida Navarro Rodrigues, Fernanda Machado Pinheiro, Ines Chiarelli Dias, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Luciene Ramos Americo, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares da Silva, Rodrigo Soares de Sá, Simoni Renata Silva Perez, Sueli Aparecida Gobbo Araujo. Willian Casari de Souza.

#### **Departamento de Avaliação Educacional - DAVED**

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

#### **Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV**

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Soraia Calderoni Statonato, Márcia Soares de Araújo Feitosa

#### **Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA**

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

#### **Departamento de Tecnologia de Sistemas**

Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

#### **Centro de Planejamento e Integração de Sistemas**

Diretora: Camila da Silva Alcazar

Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas

#### **Representantes do CAPE**

**Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais**

Tânia Regina Martins Resende