GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

2ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
2º Bimestre de 2019
23ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria Pedagógica e a Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos e formas de registro.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, passaram a ter como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela COPED e já disponibilizada à rede. Nas edições de 2019 prossegue esse mesmo referencial assim como, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e juntamente com as informações incorporadas na Plataforma Foco Aprendizagem, a partir dos dados inseridos pelos docentes no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
COPED

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
TECNOLOGIA, EVIDÊNCIA E MATRÍCULA -
CITEM

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP05	Expressar algebricamente uma matriz.
02		
03	MP06	Identificar a matriz que representa uma situação-problema.
04		
05	MP07	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
06		
07	MP08	Calcular determinantes de 3ª ordem.
08		
09	MP09	Resolver sistemas de equações lineares.
10		
11	MP10	Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares.
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	○	○	○	●	○
02	●	○	○	○	○
03	○	○	○	○	●
04	○	○	●	○	○
05	○	●	○	○	○
06	○	●	○	○	○
07	●	○	○	○	○
08	○	○	○	●	○
09	○	○	○	○	●
10	○	○	○	●	○
11	○	○	●	○	○
12	○	●	○	○	○

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- *(MP05) – Expressar algebricamente uma matriz.*

A ideia principal, que se associa ao estudo das matrizes é o de uma tabela de dupla entrada contendo dados numéricos, desta forma, torna-se importante a correta interpretação destes dados, registrados em matrizes a partir de uma condição matemática, relacionando a posição de cada um de seus termos, associados a contextos significativos.

- *(MP06) – Identificar a matriz que representa uma situação-problema.*

Um dos objetivos principais do estudo das matrizes é representação através de matrizes, situações problemas, em que tal ferramenta pode auxiliar a resolução. Para exemplificar, podemos citar a utilização das matrizes na codificação de sequências de ligações entre pontos do plano com o objetivo de formar determinada imagem.

- *(MP07) – Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.*

A transformação da linguagem cotidiana para a linguagem matemática é realizada na maioria das vezes, por intermédio de uma equação. Uma situação problema que pode ser resolvida com cálculo mental não exige que equações sejam escritas, e não se trata, de forma alguma, de priorizar o cálculo mental em detrimento do cálculo algébrico. No entanto, são inúmeras as situações problema em que se evidencia a necessidade de escrever e resolver sistemas lineares. Neste sentido a utilização de matrizes para representar um sistema de equações pode auxiliar na busca da solução desejada.

- *(MP08) – Calcular determinantes de 3ª ordem.*

Neste caso a habilidade propõe a utilização dos diversos métodos para a obtenção do determinante de uma matriz de 3ª ordem. Sabendo-se que o determinante de uma matriz é um número que é obtido pela operação dos elementos que compõe uma matriz.

- *(MP09) – Resolver sistemas de equações lineares.*

Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações problemas, é importante a revisão dos métodos utilizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, isto é, os métodos de adição, substituição ou comparação. Salientamos a importância de o professor priorizar que a resolução dos sistemas seja feita com base nesses métodos, ou por escalonamento, em detrimento do método de Crammer com o uso de determinantes.

- *(MP10) – Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.*

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativo ao 2º bimestre, pretendemos verificar quais os métodos que os alunos utilizam, quando resolvem um sistema linear.

Todavia, ressaltamos que a aplicação de regras de cálculo, que exigem dos alunos apenas a mobilização da habilidade de memorização, e estas não podem ser priorizadas em detrimento de outras condutas e outros procedimentos que permitem aos alunos exercitarem de estratégias de raciocínio. Nesse sentido, chamamos a atenção do professor para que a resolução e a discussão de sistemas lineares por intermédio do escalonamento seja, se não o único procedimento apresentado, aquele que priorize a apresentação conceitual.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade	Expressar algebricamente uma matriz.
MP05	

Questão 1 - Sabendo que uma matriz pode ser gerada através de uma lei de formação, onde a_{ij} representa seus elementos na linha i e coluna j, então o valor da diferença entre soma dos elementos da diagonal principal e a soma dos elementos da diagonal secundária, respectivamente, da matriz A_{3x3} gerada pela lei de formação:

$$\begin{cases} i - j, se\ i \leq j; \\ 2ij, se\ i\ > j; \end{cases}$$

será:

(A) 0

(B) -8

(C) 4

(D) -4

(E) 8

CORREÇÃO COMENTADA

Primeiramente vamos encontrar os elementos das diagonais: principal e secundária.

$A_{3x3} = \begin{pmatrix} a_{11} & & a_{13} \\ & a_{22} & \\ a_{31} & & a_{33} \end{pmatrix}$, de acordo com a lei de formação temos os elementos da diagonal principal $\begin{cases} a_{11} = 1 - 1 = 0 \\ a_{22} = 2 - 2 = 0 \\ a_{33} = 3 - 3 = 0 \end{cases}$ e na diagonal secundária temos $\begin{cases} a_{13} = 1 - 3 = -2 \\ a_{22} = 2 - 2 = 0 \\ a_{31=} 2.3.1 = 6 \end{cases}$, obtendo assim a matriz $A_{3x3} = \begin{pmatrix} 0 & & -2 \\ & 0 & \\ 6 & & 0 \end{pmatrix}$.

Portanto, a diferença entre soma dos elementos da diagonal principal e a soma dos elementos da diagonal secundária, respectivamente, da matriz A_{3x3} será:

$(0 + 0 + 0) - (-2 + 0 + 6) = 0 - 4 = -4$

Professor, ao fazer a devolutiva da questão é importante enfatizar os elementos e nomenclaturas importantes de uma matriz, tais como: diagonal principal, diagonal secundária, linha, coluna, elemento na linha i e coluna j, a_{ij}, matriz transposta, matriz linha, matriz coluna, matriz identidade, entre outras.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
0	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno fez corretamente todos os cálculos e encontrou a matriz gerada pela lei de formação, porém calculou a diferença entre o produto dos elementos das diagonais ao invés da soma.

(B)		
-8	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno trocou as leis de formação, utilizando $\begin{cases} i-j, se\ i>j; \\ 2ij, se\ i\ \leq j; \end{cases}$. Outro equívoco poderia ocorrer se o aluno calcular $a_{13}=3-1=2$, invertendo linha e coluna.

(C)		
4	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno inverteu os conceitos de diagonal principal e diagonal secundária.

(D)		
-4	**Resposta correta.**	O aluno raciocinou corretamente, encontrou os elementos das diagonais: principal e secundária através da lei de formação e efetuou os cálculos da diferença entre o resultado da soma dos elementos da diagonal principal e secundária respectivamente.

(E)		
8	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno trocou as leis de formação, utilizando $\begin{cases} i-j, se\ i>j; \\ 2ij, se\ i\ \leq j; \end{cases}$ e inverteu os conceitos de diagonal principal e diagonal secundária.

Habilidade MP05	Expressar algebricamente uma matriz.

Questão 2 - A representação algébrica de uma matriz é dada pela expressão $A = (a_{ij})_{3x2}$. Sendo os elementos a_{ij} de A expressos algebricamente por $\boldsymbol{a_{ij} = 4i - j^2}$, indique qual das matrizes abaixo corresponde esta lei de formação.

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 7 & 11 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 6 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 4 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$

CORREÇÃO COMENTADA

Se a matriz é do tipo $A = (\boldsymbol{a_{ij}})_{3x2}$, ela possui três linhas e duas colunas, ou seja: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$. De acordo com a lei de formação temos que $\boldsymbol{a_{ij} = 4i - j^2}$, então:

$a_{11} = 4.1 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

$a_{12} = 4.1 - 2^2 = 4 - 4 = 0$

$a_{21} = 4.2 - 1^2 = 8 - 1 = 7$

$a_{22} = 4.2 - 2^2 = 8 - 4 = 4$

$a_{31} = 4.3 - 1^2 = 12 - 1 = 11$

$a_{32} = 4.3 - 2^2 = 12 - 4 = 8$

Portando a matriz é dada por $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$	**Resposta correta.**	O aluno possivelmente interpretou corretamente o enunciado representando uma matriz a partir de uma expressão algébrica. Cabe ao professor verificar nos registros do aluno, se as estratégias utilizadas são pertinentes ou não.

(B)

$\begin{bmatrix} 3 & 7 & 11 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O Aluno possivelmente representa uma matriz a partir de uma expressão algébrica, mas inverteu as posições das linhas e colunas.

(C)

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 6 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O Aluno possivelmente representa uma matriz a partir de uma expressão algébrica, mas não calculou a potência do elemento j, fazendo $\boldsymbol{aij = 4i - j}$.

(D)

$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O Aluno possivelmente representa uma matriz a partir de uma expressão algébrica, mas multiplicou 2 ao elemento j, fazendo $\boldsymbol{aij = 4i - 2j}$.

(E)

$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 4 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O Aluno possivelmente representa uma matriz a partir de uma expressão algébrica, porém se equivocou fazendo $\boldsymbol{a_{ij} = 4j - i^2}$, ao invés de $\boldsymbol{a_{ij} = 4i - j^2}$.

Habilidade MP06	Identificar a matriz que representa uma situação problema.

Questão 3 - Analise os quadros I e II, anunciados em uma concessionária de veículos.

Quadro I

	Quantidade	
	Tipo Luxo	**Tipo Básico**
Carro A	76	240
Carro B	50	180

Quadro II

	Preço (R$) x1000	
	Normal	**Promocional**
Tipo Luxo	72	44
Tipo básico	56	34

Supondo que todos os carros A foram vendidos ao preço normal e todos os carros B foram vendidos ao preço promocional, a quantidade arrecadada pela concessionária na venda de todos os carros foi:

(A) R$ 24.952.000,00.
(B) R$ 24.952,00.
(C) R$ 27.232,00.
(D) R$ 752.000,00.
(E) R$ 27.232.000,00.

Correção Comentada

Vamos organizar as informações de cada quadro em forma de matriz. Para encontrarmos o valor arrecadado na venda de todos os carros, basta multiplicarmos as duas matrizes geradas através dos quadros.

$$\begin{pmatrix} 76 & 240 \\ 50 & 180 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 72 & 44 \\ 56 & 34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76.72 + 240.56 & 50.44 + 180.34 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5472 + 13440 & 2200 + 6120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18912 & 8320 \end{pmatrix}$$

Portanto foram arrecadados R$ 18.912.000,00 com as vendas de carros A e R$ 8.320.000,00 com as vendas de carros B, totalizando R$ 27.232.000,00.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
R$ 24.952.000,00	**Resposta incorreta.**	Provavelmente o aluno errou ao multiplicar as matrizes $\begin{pmatrix} 76 & 240 \\ 50 & 180 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 72 & 44 \\ 56 & 34 \end{pmatrix}$ fazendo o produto dos elementos correspondente, um a um, gerando a seguinte matriz $\begin{pmatrix} 76.72 & 240.44 \\ 50.56 & 180.34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5472 & 10560 \\ 2800 & 6120 \end{pmatrix}$ e somou todos os elementos da matriz final.

(B)		
R$ 24.952,00	**Resposta incorreta.**	Possivelmente os alunos que assinalaram esta alternativa cometeram o mesmo equívoco do item (A) e não multiplicou o resultado por mil.

(C)		
R$ 27.232,00	**Resposta incorreta.**	O aluno raciocinou corretamente, fez corretamente os cálculos, porém, não multiplicou o resultado por mil.

(D)		
R$ 752.000,00	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno utilizou corretamente o algoritmo da multiplicação de matrizes, porém, somou ao invés de multiplicar. $\begin{pmatrix} 76 & 240 \\ 50 & 180 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 72 & 44 \\ 56 & 34 \end{pmatrix}$ $= (76 + 72 + 240 + 56 \quad 50 + 44 + 180 + 34)$ $= (444 \quad 308)$ Somando os dois elementos da matriz encontramos 444 + 308 = 752. Portando a concessionária teria arrecadado 752.000,00.

(E)		
R$ 27.232.000,00	**Resposta correta.**	O aluno interpretou corretamente o problema, organizou as informações dos quadros na forma de produto de matrizes, aplicou o algoritmo da multiplicação de matrizes multiplicou os resultados por mil e somou.

Habilidade	Identificar a matriz que representa uma situação-problema.
MP06	

Questão 4 - A sorveteria Dona Rosa prepara três tipos distintos de barquinha, utilizando três confeitos diferentes (A, B e C) em proporções variadas, Veja a tabela abaixo.

	INGREDIENTES		
Barquinhas	**A**	**B**	**C**
Tipo 1	2	4	6
Tipo 2	3	2	5
Tipo 3	4	3	5

Considerando o preço unitário dos confeitos:

A = R$ 0,90

B = R$ 1,20

C = R$ 1,50

Com base nestas informações, assinale a alternativa que representa a matriz com o valor de cada barquinha:

(A) $\begin{bmatrix} 0{,}90 \\ 1{,}20 \\ 1{,}50 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 10{,}80 \\ 12{,}00 \\ 18{,}00 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 15{,}60 \\ 12{,}60 \\ 14{,}70 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 11{,}40 \\ 13{,}50 \\ 18{,}90 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 11{,}40 \\ 12{,}00 \\ 13{,}00 \end{bmatrix}$

CORREÇÃO COMENTADA

Primeiramente é preciso organizar as informações da tabela e os valores de cada barquinha na forma de multiplicação de matrizes. Veja:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0{,}90 \\ 1{,}20 \\ 1{,}50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0{,}90 + 4.1{,}20 + 6.1{,}50 \\ 3.0{,}90 + 2.1{,}20 + 5.1{,}50 \\ 4.0{,}90 + 3.1{,}20 + 5.1{,}50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}80 + 4{,}80 + 9{,}00 \\ 2{,}70 + 2{,}40 + 7{,}50 \\ 3{,}60 + 3{,}60 + 7{,}50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15{,}60 \\ 12{,}60 \\ 14{,}70 \end{pmatrix}$$

Portanto, a matriz que representa o valor de cada barquinha é: $\begin{pmatrix} 15{,}60 \\ 12{,}60 \\ 14{,}70 \end{pmatrix}$.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{bmatrix} 0{,}90 \\ 1{,}20 \\ 1{,}50 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente não entendeu o enunciado e indicou a matriz que representa os preços individuais dos confeitos.

(B)

$\begin{bmatrix} 10{,}80 \\ 12{,}00 \\ 18{,}00 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente não entendeu corretamente o enunciado da questão e somou os valores dos confeitos da tabela e multiplicou com os seus valores unitários.

(C)

$\begin{bmatrix} 15{,}60 \\ 12{,}60 \\ 14{,}70 \end{bmatrix}$	**Resposta correta.**	O aluno possivelmente interpretou corretamente o enunciado da questão e aplicou seus conhecimentos para resolvê-lo. Cabe ao professor verificar nos registros do aluno, se as estratégias utilizadas são pertinentes ou não.

(D)

$\begin{bmatrix} 11{,}40 \\ 13{,}50 \\ 18{,}90 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente se equivocou ao fazer o produto entre as matrizes, trocando coluna por coluna ao aplicar o algoritmo da multiplicação.

(E)

$\begin{bmatrix} 8{,}10 \\ 10{,}80 \\ 24{,}00 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não aplicou corretamente o algoritmo da multiplicação de matrizes e somou os elementos da primeira coluna e multiplicou por 0,90. A soma da segunda coluna multiplicou por 1,20 e soma da terceira coluna multiplicou por 1,50, obtendo erroneamente a matriz indicada na alternativa.

Habilidade	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
MP07	

CANCELADA

Questão 5 - Um nutrólogo pretende desenvolver um produto misturando 3 tipos de alimentos (X, Y e Z) de maneira que esse produto contenha 550 unidades de vitaminas, 585 unidades de minerais e 576 unidades de gorduras. As unidades por gramas de vitaminas, minerais e gorduras dos alimentos são:

Tipo de Alimento	Vitaminas	Minerais	Gordura
X	20	15	12
Y	30	25	20
Z	10	20	25

Para identificarmos a quantidade em gramas de cada alimento que comporá essa mistura, podemos organizar as informações da tabela na seguinte expressão envolvendo matrizes:

$$\begin{pmatrix} 20 & 15 & 12 \\ 30 & 25 & 20 \\ 10 & 20 & 25 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 550 \\ 585 \\ 576 \end{pmatrix}$$

Para encontrarmos os valores de $x, y\ e\ z$ temos que encontrar a solução do sistema linear:

(A) $\begin{cases} 20x + 30y + 10z = 550 \\ 15x + 25y + 20z = 585 \\ 12x + 20y + 25z = 576 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 20x + 15y + 12z = 550 \\ 30x + 25y + 20z = 585 \\ 10x + 20y + 25z = 576 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 20x + 15y + 12z = 0 \\ 30x + 25y + 20z = 0 \\ 10x + 20y + 25z = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 12x + 15y + 20z = 550 \\ 20x + 25y + 30z = 585 \\ 25x + 20y + 10z = 576 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 20x + 30y + 10z = 550x \\ 15x + 25y + 20z = 585y \\ 12x + 20y + 25z = 576z \end{cases}$

Correção Comentada

Aplicando corretamente o algoritmo da multiplicação e igualdade de matrizes. Faremos o produto dos elementos de cada linha da primeira matriz 3x3, com cada elemento da segunda matriz coluna 3x1 e igualando aos valores correspondentes da terceira matriz coluna 3x1.

$$\begin{pmatrix} 20 & 15 & 12 \\ 30 & 25 & 20 \\ 10 & 20 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 550 \\ 585 \\ 576 \end{pmatrix}$$

Gerando o seguinte sistema: $\begin{cases} 20x + 15y + 12z = 550 \\ 30x + 25y + 20z = 585 \\ 10x + 20y + 25z = 576 \end{cases}$

Professor, lembramos que a habilidade é relacionar um sistema de equações lineares a uma matriz. Esta atividade traz uma situação problema que aborda a multiplicação e igualdade de matrizes e a partir disso gerar um sistema de três equações e três incógnitas. Na devolutiva da questão poderão ser retomadas algumas propriedades e o algoritmo do produto entre duas matrizes.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{cases} 20x + 30y + 10z = 550 \\ 15x + 25y + 20z = 585 \\ 12x + 20y + 25z = 576 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno se equivocou ao multiplicar as matrizes, fazendo o produto de cada elemento das colunas por x, y e z gerando o sistema linear.

(B)

$\begin{cases} 20x + 15y + 12z = 550 \\ 30x + 25y + 20z = 585 \\ 10x + 20y + 25z = 576 \end{cases}$	**Resposta correta.**	O aluno aplicou corretamente o algoritmo da multiplicação e igualdade de matrizes.

(C)

$\begin{cases} 20x + 15y + 12z = 0 \\ 30x + 25y + 20z = 0 \\ 10x + 20y + 25z = 0 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	O aluno aplicou corretamente o algoritmo da multiplicação de matrizes, porém, não se atentou a igualdade de matrizes, igualando todas as equações a zero.

(D)

$\begin{cases} 12x + 15y + 20z = 550 \\ 20x + 25y + 30z = 585 \\ 25x + 20y + 10z = 576 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno tomou como referência diretamente a tabela, e aplicou a ideia de multiplicação de matrizes ao contrário, cada linha da tabela com a coluna x, y e z, de trás para frente.

(E)

$\begin{cases} 20x + 30y + 10z = 550x \\ 15x + 25y + 20z = 585y \\ 12x + 20y + 25z = 576z \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	O aluno aplicou corretamente o algoritmo da multiplicação de matrizes, porém na igualdade considerou novamente as incógnitas x, y e z.

Habilidade	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
MP07	

Questão 6 - Dada a matriz $M_{2x3} = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 10 \\ -3 & 9 & -15 \end{bmatrix}$, assinale a alternativa que indica o sistema de equações lineares correspondente a M.

(A) $\begin{cases} 2x & -6y & +10 = 0 \\ -3x & +9y & -15 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} \mathbf{2x} & \mathbf{-6y} & \mathbf{= 10} \\ \mathbf{-3x} & \mathbf{+9y} & \mathbf{= -15} \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2 & -6 & +10 \\ -3 & +9 & -15 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x & -6y & +10 \\ -3x & +9y & -15 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x & +6y & = 10 \\ 3x & +9y & = 15 \end{cases}$

Correção Comentada

Inicialmente o aluno precisa compreender a construção de uma matriz a partir da organização de um sistema de equações. Para tanto, é necessário observar os elementos da matriz, verificando que há uma igualdade estabelecida e por fim montar o sistema.

$$\begin{bmatrix} 2 & -6 & 10 \\ -3 & 9 & -15 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} 2x - 6y = 10 \\ -3x + 9y = -15 \end{cases}$$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{cases} 2x & -6y & 10 = 0 \\ -3x & +9y & -15 = 0 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno reconhece as características da matriz em relação aos sistemas de equações, porém equivocou-se com o termo independente.

(B)

$\begin{cases} 2x & -6y & = 10 \\ -3x & +9y & = -15 \end{cases}$	**Resposta correta.**	Possivelmente o aluno compreende a organização do sistema de equações a partir da construção de uma matriz correspondente. Cabe ao professor verificar nos registros do aluno, se as estratégias utilizadas são pertinentes ou não.

(C)

$\begin{cases} 2 & -6 & +10 \\ -3 & +9 & -15 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não corresponde uma matriz a um sistema de equações. Ele representa os números, mas não indica as incógnitas e a igualdade que representa uma equação.

(D)

$\begin{cases} 2x & -6y & +10 \\ -3x & +9y & -15 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreende a organização do sistema, porém não observou que para representar uma equação deve haver uma igualdade estabelecida.

(E)

$\begin{cases} 2x & +6y & = 10 \\ 3x & +9y & = 15 \end{cases}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreende a organização do sistema de equações a partir da construção de uma matriz correspondente, porém não se atentou ao fato dos números 3,6 e 15 serem negativos.

Habilidade MP08	Calcular determinantes de 3ª ordem.

Questão 7 - Para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 4 \\ 6 & x & x-7 \end{pmatrix}$ tenha seu determinante nulo, os valores dos elementos a_{32} e a_{33} serão respectivamente:

(A) $\mathbf{13\ e\ 6}$

(B) $\frac{17}{25}\ e - \frac{158}{25}$

(C) $1\ e - 6$

(D) $13\ e\ 20$

(E) $6\ e\ -1$

CORREÇÃO COMENTADA

Se o determinante da matriz A é nulo, temos que:

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 4 \\ 6 & x & x-7 \end{bmatrix} = 0$, aplicando a Regra de Sarrus temos que $\left[\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 4 \\ 6 & x & x-7 \end{matrix}\right]\begin{matrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \\ 6 & x \end{matrix} = 0$

Então: $9.(x-7) + 48 + 4x - \big(54 + 4x + 8.(x-7)\big) = 0$

$\rightarrow 9x - 63 + 48 + 4x - 54 - 4x - 8x + 56 = 0$

$\rightarrow x - 13 = 0 \rightarrow x = 13$

Portanto $a_{32} = 13 \; e \; a_{33} = 13 - 7 = 6$

Na devolutiva desta questão é importante ressaltar que o resultado do produto dos elementos de cada diagonal secundária deverá ser multiplicado por (-1).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
$13\ e\ 6$	**Resposta correta.**	O aluno aplicou corretamente a Regra de Sarrus para achar a expressão que representa o determinante da matriz. Igualou a expressão à zero, encontrou o valor correspondente a x identificando os elementos: $a_{32} = 13\ e\ a_{33} = 13 - 7 = 6$.

(B)		
$\frac{17}{25}\ e - \frac{158}{25}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não multiplicou por -1 o produto dos elementos das diagonais secundárias. $$9.(x-7) + 48 + 4x + \left(54 + 4x + 8.(x-7)\right) = 0$$ $\rightarrow 9x - 63 + 48 + 4x + 54 + 4x + 8x - 56 = 0$ $\rightarrow 25x - 17 = 0 \rightarrow x = \frac{17}{25}$ Com isso, deduz-se que $a_{32} = \frac{17}{25}\ e\ a_{33} = \frac{17}{25} - 7 = -\frac{158}{25}$

(C)		
$1\ e - 6$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno somou os produtos da diagonal principal e secundária e não aplicou a Regra de Sarrus, igualou a zero e encontrou a solução da equação gerada. $9.(x-7) + 54 = 0 \rightarrow 9x - 63 + 54 = 0 \rightarrow 9x - 9 = 0 \rightarrow 9x = 9$ $\rightarrow x = 1$ Concluindo então que: $a_{32} = 1\ e\ a_{33} = -6$

(D)		
$13\ e\ 20$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno aplicou corretamente a regra de Sarrus, fez todos os cálculos e encontrou x = 13, porém ao encontrar os elementos da matriz se equivocou no a_{33} fazendo a operação $13 + 7$ ao invés de $13 - 7$.

(E)		
$6\ e\ -1$	**Resposta incorreta.**	O aluno iniciou a resolução da atividade corretamente aplicando a Regra de Sarrus, porém se equivocou algebricamente deixando de colocar a expressão $x - 7$ entre parênteses para efetuar a multiplicação dos elementos das diagonais nas quais a expressão está inserida.

		Obtendo a seguinte expressão: $9.x - 7 + 48 + 4x - (54 + 4x + 8.x - 7) = 0$ $\rightarrow 9x - 7 + 48 + 4x - 54 - 4x - 8x + 7 = 0$ $\rightarrow x - 6 = 0 \rightarrow x = 6$ Concluindo erroneamente que $a_{32} = 6$ e $a_{33} = 6 - 7 = -1$.

Habilidade	Calcular determinantes de 3ª ordem.
MP08	

Questão 8 - Uma pesquisa foi realizada com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio $p(x)$, em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A, em que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Como base na relação $p(x) = det\ A$, o peso médio de uma criança de 7 anos corresponde a:

(A) -10kg

(B) 17kg

(C) 18 kg

(D) 22kg

(E) 29kg

Correção Comentada

Inicialmente deve-se encontrar o $det\ A$:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{matrix} = 0$$

$det\ A = 0 + 0 + 6 - (0 - 2x - 2) = 2x + 8$

Como o "peso" (massa) médio, em quilogramas, é dado por $p(x) = det\ A$, onde x é a idade da criança temos que:

$p(x) = 2x + 8$

Como a criança tem 7 anos, $x = 7$, logo determinamos seu peso (massa) médio substituindo o valor de x em $p(x)$.

$p(x) = 2x + 8$
$p(7) = 2.7 + 8 = 14 + 8 = 22kg$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
-10kg	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não considerou o sinal negativo no cálculo da diagonal secundária e consequentemente obtém um peso negativo. Importante ressaltar com o aluno que em alguns casos não podemos utilizar medidas negativas, como por exemplo, o peso de uma pessoa.

(B)		
17kg	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreendeu o cálculo do determinante, porém soma 2 a 7 no cálculo do peso médio da criança, fazendo $2 + x + 8$.

(C)		
18kg	**Resposta incorreta**	Possivelmente o aluno sabe calcular o determinante de uma matriz, mas trocou o sinal do produto da terceira diagonal secundária da matriz, fazendo $det\ A = 6 + 2x - 2 = 2x + 4$.

(D)		
22kg	**Resposta correta.**	Possivelmente o aluno compreendeu o cálculo do determinante e calculou corretamente o peso médio da criança. Cabe ao professor verificar nos registros do aluno, se as estratégias utilizadas são pertinentes ou não.

(E)		
29kg	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno calcula corretamente o determinante de uma matriz de 3ª ordem, porém equivocou-se ao calcular a segunda diagonal, (2 + 1). (-x) = -3x.

Habilidade	Resolver sistemas de equações lineares.
MP09	

Questão 9 - Considere o sistema linear, com três equações e três incógnitas $\begin{cases} 8x + 4y - 6z = 6 \\ 4x - 2y + 10z = 20 \\ -10x - 4y + 4z = -14 \end{cases}$

A solução deste sistema é dada pelo termo ordenado:

(A) (2, -1, 1)

(B) (1, -2, -1)

(C) (1, 1, 0)

(D) (9, -5, 25)

(E) (-5, 25, 9)

CORREÇÃO COMENTADA

Professor, a técnica do escalonamento é a mais indicada para encontrarmos a solução de um sistema de equações com três equações e três incógnitas. Vale lembrar que poderão ser explorados outros meios de resolução como o método de Crammer por exemplo.

Veja uma possibilidade de resolução usando a técnica do escalonamento.

$$\begin{cases} 8x + 4y - 6z = 6 \\ 4x - 2y + 10z = 20 \\ -10x - 4y + 4z = -14 \end{cases} \quad -2.L_2 + L_1 \begin{cases} 8x + 4y - 6z = 6 \\ 4x - 2y + 10z = 20(-2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8x + 4y - 6z = 6 \\ \underline{-8x + 4y - 20z = -40} \end{array}$$

$$0x + 8y - 26z = -34$$

$$\begin{cases} 8x + 4y - 6z = 6 \quad (5) \\ -10x - 4y + 4z = -14(4) \end{cases} \quad 5L_1 + 4L_3 \quad \begin{cases} 40x + 20y - 30z = 30 \quad (5) \\ \underline{-40x - 16y + 16z = -56(4)} \end{cases}$$

$$0x + 4y - 14z = -26$$

Utilizando as duas equações encontradas, temos o sistema:

$$\begin{cases} 8y - 26z = -34 \\ 4y - 14z = -26 \end{cases} \quad -2L_2 + L_1 \quad \begin{cases} 8y - 26z = -34 \\ 4y - 14z = -26\ (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8y - 26z = -34 \\ -8y + 28z = 52\ (-2) \end{cases}$$

$$0y + 2z = 18$$

$$2z = 18$$

$$Z = 9$$

Para encontrarmos o valor de y substituiremos o valor encontrado para z na seguinte equação:

$4y - 14z = -26$

$4y = -26 + 126$

$y = 25$

Por fim, encontraremos o valor correspondente a x substituindo os valores encontrados para y e z

$8x + 4y - 6z = 6$

$8x + 4.(25) - 6.(9) = 6$

$8x = 6 - 46$

$8x = -40$

$x = -5$

Outra possibilidade é que o aluno analise as alternativas da questão e substitua uma a uma nas três equações do sistema, identificando a terna que satisfaz as três igualdades.

Grade de Correção

(A)

$(2, -1, 1)$.	**Resposta incorreta.**	Com base na segunda equação do sistema $4x - 2y + 10z = 20$, o aluno possivelmente admitiu como solução do sistema a terna $(2, -1, 1)$.

(B)

$(1, -2, -1)$	**Resposta incorreta.**	Com base na primeira equação do sistema $8x + 4y - 6z = 6$, o aluno possivelmente admitiu como solução do sistema a terna $(1, -2, -1)$.

(C)

$(1, 1, 0)$	**Resposta incorreta.**	Com base na terceira equação do sistema $-10x - 4y + 4z = -14$, o aluno possivelmente admitiu como solução do sistema a terna $(1, 1, 0)$.

(D)

$(9, -5, 25)$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno efetuou corretamente todas as passagens para determinar os valores das incógnitas, porém, não estabeleceu corretamente os valores das incógnitas x, y e z na ordem correta.

(E)

$(-5, 25, 9)$	**Resposta correta.**	O aluno possivelmente interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade MP09	Resolver sistemas de equações lineares.

Questão 10 – O valor do produto de $x, y\ e\ z$ que fazem parte da terna que é solução do sistema $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ -3x - 4y + z = 0 \\ 5x + 3y - 10z = 1 \end{cases}$ está indicado em qual das alternativas a seguir?

(A) -6

(B) -2

(C) 5

(D) 6

(E) 0

CORREÇÃO COMENTADA

Primeiramente vamos encontrar os valores de x, y e z que satisfazem as igualdades do sistema de equações:

$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ -3x - 4y + z = 0 \\ 5x + 3y - 10z = 1 \end{cases}$ $5l_1 - l_3$ $\begin{cases} 5x + 10y - 15z = 20 \\ -5x - 3y + 10z = -1 \end{cases}$ obtendo assim:

$7y - 5z = 19$ (I)

Continuando o escalonamento podemos fazer a seguinte operação $3l_1 + l_2$ gerando o seguinte sistema:

$\begin{cases} 3x + 6y - 9z = 12 \\ -3x - 4y + z = 0 \end{cases}$, temos então a equação (II) $2y - 8z = 12$.

Vamos agora resolver o sistema utilizando as questões (I) e (II) identificando os valores de $y\ e\ z$.

$\begin{cases} 7y - 5z = 19\ (-2) \\ 2y - 8z = 12\ (7) \end{cases} \approx \begin{cases} -14x + 10z = -38 \\ 14x - 56z = 84 \end{cases}$ então $-46z = 46 \rightarrow z = -1$

Para encontrarmos o valor de y podemos substituir na equação (I) $7y - 5.(-1) = 19 \rightarrow 7y + 5 = 19 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2$.

Encontraremos o valor de x, substituindo em qualquer uma das equações do sistema principal os valores encontrados para $y\ e\ z$.

Escolhendo a primeira equação do sistema principal temos:

$x + 2y - 3z = 4 \rightarrow x + 2.2 - 3.(-1) = 4 \rightarrow x + 4 + 3 = 4 \rightarrow x = -3$

Portando o produto de $x, y\ e\ z$ será: $x.y.z = (-3).2.(-1) = 6$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

-6	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno interpretou e encontrou a solução do sistema corretamente, identificando $x = -3, y = 2\ e\ z = -1$, porém se equivocou ao fazer o produto não se atentando a regra de sinais.

(B)

-2	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno interpretou e encontrou a solução do sistema corretamente, identificando $x = -3, y = 2\ e\ z = -1$, porém se equivocou e somou ao invés de multiplicar os resultados de $x, y\ e\ z$.

(C)

5	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não interpretou corretamente o problema e deduziu a partir da primeira equação que os possíveis valores para $x, y\ e\ z$ são $5, 1\ e\ 1$ respectivamente.

(D)

6	**Resposta correta.**	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(E)

0	**Resposta incorreta.**	Provavelmente o aluno não resolveu o sistema de equações e simplesmente fez o produto dos termos independentes de cada uma das equações do sistema linear $4.0.1 = 0$

Habilidade MP10	Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.

Questão 11 - A família de Carlinhos tem um consumo mensal de 47 litros de água mineral, com o custo total de R$ 32,50. Ele foi ao supermercado comprar água mineral, chegando lá observou que existem três tipos de embalagens: 10L, 5L e 1L com os respectivos preços R$5,00, R$3,00 e R$1,50 conforme mostra a tabela abaixo:

Preço água mineral	
Volume da embalagem (L)	**Preço (R$)**
10	5
5	3
1	1,5

Nesta compra, o número de embalagens de 5L corresponde ao dobro do número de embalagens de 10L, e a quantidade de embalagens de 1L corresponde a n. O valor de n é:

(A) 2
(B) 18
(C) 7
(D) 14
(E) 4

CORREÇÃO COMENTADA

Sejam x, y e z as quantidades de embalagens de água de 10L, 5L E 1L respectivamente. Considerando o total de litros consumidos e valor total gasto, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 10x + 5y + 1z = 47 \\ 5x + 3y + 1{,}5z = 32{,}50 \end{cases}$$

Se a quantidade de embalagens de 5L é o dobro da quantidade de embalagens de 10L temos que $y = 2x$, assim podemos reescrever o sistema desta forma:

$$\begin{cases} 10x + 5(2x) + 1z = 47 \\ 5x + 3(2x) + 1{,}5z = 32{,}50 \end{cases}$$

Organizando as informações, vamos obter um sistema com duas equações e duas incógnitas.

$$\begin{cases} 10x + 10x + 1z = 47 \\ 5x + 6x + 1{,}5\,z = 32{,}50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 1z = 47 \\ 11x + 1{,}5z = 32{,}50 \end{cases}$$

Vamos encontrar a solução sistema pelo método da adição. Lembramos que existem outras maneiras de encontrarmos a solução. Professor verifique e valide como o aluno resolveu o sistema de equações.

$$\begin{cases} 20x + 1z = 47\ (-11) \\ 11x + 1{,}5z = 32{,}50\ (20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -220x - 11z = -517 \\ 220x + 30z = 650 \end{cases}$$

$19z = 133$

$z = 7$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

2	**Resposta incorreta.**	O aluno que indicou esta resposta possivelmente resolveu a questão de modo correto, mas não identificou que o valor de n é da embalagem de 1L, encontrando x = 2.

(B)

18	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não interpretou o problema e escolheu aleatoriamente os valores da tabela para construir o sistema: $\begin{cases} 10x + 5y = 47 \\ 5x + 3y = 32{,}5 \end{cases}$ e encontrando y = 18.

(C)

7	**Resposta correta.**	O aluno que assinalou esta resposta interpretou corretamente o enunciado do problema, soube convertê-lo na linguagem algébrica, resolveu de modo correto o sistema e percebeu que o valor de n é da embalagem de 1L.

(D)

14	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não interpretou corretamente o que foi proposto na atividade. Uma possibilidade de raciocínio seria: - 01 embalagem de 10L = R$ 5,00 - 02 embalagens de 5L = R$ 6,00 (R$3,00 cada uma) Totalizando R$ 11,00 Como foram gastos R$ 32,50 na compra, temos ainda R$ 21,50 para comprar as embalagens de 1L. Cada embalagem de 1L custa R$1,50, então será possível comprar aproximadamente 14 embalagens de 1L.

(E)

4	**Resposta incorreta.**	O aluno raciocinou corretamente, interpretou o problema e ao fazer os cálculos concluiu que foram compradas 2 embalagens de 10L por R$10,00; 4 embalagens de 5L a por R$ 12,00 e 7 embalagens de 1L a R$10,50. Porém, associou o valor de n à quantidade de embalagens de 5L.

Habilidade	Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.
MP10	

Questão 12 - Em uma compra de 3 quilos de batata, 0,5 quilo de cenoura e 1 quilo de abobrinha, Arnaldo gastou R$ 14,45, porque não pediu desconto ao seu Manuel, dono da barraca na feira livre. Juvenal, por sua vez, comprou 2 quilos de batata, 1 quilo de cenoura e 2 quilos de abobrinha, pediu desconto de 50 centavos no preço do quilo da batata e de 20 centavos no preço do quilo da abobrinha, e gastou R$ 11,50. Rosa, conhecida antiga de seu Manuel, conseguiu desconto de 1 real no preço do quilo da batata, 50 centavos de desconto no preço do quilo da cenoura, e 20 centavos de desconto no preço da abobrinha, gastando, no total, 18 reais pela compra de 3 quilos de cada produto. Quanto seu Manuel cobra, sem descontos, pelo quilo da cenoura?

(A) R$ 1,20
(B) R$ 2,50
(C) R$ 4,00
(D) R$ 2,30
(E) R$ 2,00

Considere as incógnitas $a, b\ e\ c$ sendo:

- a: preço da abobrinha;
- b: preço da batata;
- c: preço da cenoura.

Temos: $\begin{cases} 3b + 0{,}5c + a = 14{,}45\ (Arnaldo) \\ 2(b - 0{,}50) + c + 2(a - 0{,}20) = 11{,}50\ (Juvenal) \\ 3(b - 1) + 3(c - 0{,}50) + 3(a - 0{,}20) = 18{,}00\ (Rosa) \end{cases}$

Organizando o sistema de equações lineares temos que:

$(I)\ 3b + 0{,}5c + a = 14{,}45$
$(II)\ 2b + c + 2a = 12{,}90$
$(III)\ 3b + 3c + 3a = 23{,}10$

Multiplicando a equação (I) por 6 e a equação (II) por 3, temos:

$(I)\ 18b + 3c + 6a = 86{,}70$
$(II)\ 6b + 3c + 6a = 38{,}70$
$(III)\ 3b + 3c + 3a = 23{,}10$

Subtraindo a equação (II) da equação (I) e subtraindo a equação (III) da equação (II), temos:

$(I)\ 18b + 3c + 6a = 86{,}70$
$\underline{(II)\ 6b + 3c + 6a = 38{,}70}$
$12b = 48$

e

$(II)\ 6b + 3c + 6a = 38{,}70$
$\underline{(III)\ 3b + 3c + 3a = 23{,}10}$
$3b + 3a = 15{,}60$

$12b = 48$
$3b + 3a = 15{,}60$

Então $b = 4{,}00, a = 1{,}20\ e\ c = 2{,}50$

Portanto, seu Manuel cobra R$ 4,00 pelo quilo de batatas, R$ 1,20 pelo quilo de abobrinhas e R$ 2,50 pelo quilo de cenouras sem desconto. Vale lembrar que a questão busca o valor do quilo da cenoura.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

R$ 1,20	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno interpretou corretamente a questão, escreveu o sistema de equações lineares, fazendo a transposição algébrica e encontrou a solução do sistema, porém se equivocou ao identificar a incógnita que representa o preço da cenoura e assinalou a alternativa que apresenta o preço do quilo da abobrinha.

(B)

R$ 2,50	**Resposta correta.**	O aluno interpretou corretamente a questão, escreveu o sistema de equações lineares e encontrou o valor do quilo da cenoura. É importante analisar e validar os registros feitos para verificar se são pertinentes ou não.

(C)

R$ 4,00	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno interpretou corretamente a questão, escreveu o sistema de equações lineares, fazendo a transposição algébrica e encontrou a solução do sistema, porém se equivocou ao identificar a incógnita que representa o preço da cenoura e assinalou a alternativa que apresenta o preço do quilo da batata.

(D)

R$ 2,30	**Resposta incorreta.**	Provavelmente o aluno interpretou corretamente a questão, escreveu o sistema de equações lineares e encontrou o valor do quilo da cenoura, porém se equivocou e considerou um desconto de R$ 0,20 que foi dado a Juvenal sobre o preço da abobrinha.

(E)

R$ 2,00	**Resposta incorreta.**	Provavelmente o aluno interpretou corretamente a questão, escreveu o sistema de equações lineares e encontrou o valor do quilo da cenoura, porém se equivocou e considerou o desconto dado à Rosa.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED
Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE
Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP
Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF
Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM
Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular CoPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material
Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Autoria do material
Benedito de Melo Longuini, Edson dos Santos Pereira, Erika Aparecida Navarro Rodrigues, Fernanda Machado Pinheiro, Ines Chiarelli Dias, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Luciene Ramos Americo, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares da Silva, Rodrigo Soares de Sá, Simoni Renata Silva Perez, Sueli Aparecida Gobbo Araujo. Willian Casari de Souza.

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Soraia Calderoni Statonato, Márcia Soares de Araújo Feitosa

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas
Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas
Diretora: Camila da Silva Alcazar
Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas

Representantes do CAPE
Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais
Tânia Regina Martins Resende