



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor **1ª Série do Ensino Médio** **Matemática**

São Paulo
2º Bimestre de 2019
23ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -
CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP07	Expressar a proporcionalidade, direta ou inversa, como função.
02		
03	MP08	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre grandezas.
04		
05	MP09	Identificar crescimento ou decréscimo de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
06		
07	MP10	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
08		
09	MP11	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
10		
11	MP12	Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e mínimos).
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
07	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
08	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
09	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- (MP07) – Expressar a proporcionalidade, direta ou inversa, como função.

A ideia principal, ao diagnosticar esta habilidade consiste retomar a noção de função, que traduz uma relação de interdependência entre duas grandezas, explorando-se especialmente as funções de 1º grau e de 2º grau, bem como suas aplicações em diferentes contextos. Estes assuntos já foram apresentados em séries anteriores. No 7º Ano do Ensino Fundamental, foram exploradas situações envolvendo a proporcionalidade direta e inversa com constante não nula. No 9º Ano, foram estudadas as funções $y = ax + b$ e $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, além da representação destas em gráficos.

- (MP08) – Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre grandezas.

Um dos objetivos principais do estudo das funções é a de fundamentar matematicamente todos os processos que envolvam relações de proporcionalidade direta (gráficos lineares), ou relações em que uma grandeza é proporcional ao quadrado de outra (gráficos com a forma de uma parábola).

- (MP09) – Identificar crescimento ou decréscimo de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.

Além da proposição de problemas, o desenvolvimento desta habilidade tem como objetivo o reconhecimento de relações de proporcionalidade direta em diversos contextos e a representação por meio de uma função de 1º grau é o objetivo primordial que deverá ter sido atingido.

É fundamental que os alunos associem a ideia de variação das grandezas diretamente proporcionais e a função de 1º grau, tendo compreendido que:

- quando y é diretamente proporcional a x e ambos os valores, de x e y , começam a ser medidos a partir do valor inicial zero, então $y = ax$, sendo a uma constante não nula;
 - quando há a proporcionalidade direta entre a variação de y medida a partir de certo valor inicial b e os valores de x , então $y - b = ax$, ou seja, $y = ax + b$;
 - de modo geral, em qualquer situação em que as variações de duas grandezas interdependentes são diretamente proporcionais, chegamos a uma expressão do tipo $f(x) = ax + b$, ou seja, a uma função do 1º grau.
 - sendo $f(x) = ax + b$, então o coeficiente a sempre representa a variação no valor da função por unidade a mais de x , ou, em outras palavras, a taxa de variação de $f(x)$ em relação a x .
- (MP10) – Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.

Neste caso a apresentação de situações envolvendo as funções polinomiais de 2º grau como a expressão de uma relação de proporcionalidade direta entre as variações de y (a partir de um valor inicial y_0) e o quadrado dos valores de x (a partir de um valor inicial x_0), ou seja, $y - y_0 = (x - x_0)^2$.

A partir da relação apresentada é possível avaliar que:

- o gráfico de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) é uma parábola com a concavidade para cima se $a > 0$, e com concavidade para baixo se $a < 0$;
- quanto maior o valor absoluto de a , mais “fechada” é a parábola: quando mais próximo de 0, mais “aberta” ela é;
- o vértice (x_v, y_v) da parábola pode ser determinado a partir dos coeficientes **a**, **b** e **c**, sendo:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4a} \text{ ou } y_v = f(x_v)$$

- as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são

$$x_1 = x_v - \sqrt{\frac{y_v}{a}} \text{ e } x_2 = x_v + \sqrt{\frac{y_v}{a}}$$

- os resultados anteriores traduzem a conhecida fórmula de Bhaskara para as raízes.
 - o estudo do sinal da função pode ser realizado a partir do conhecimento das raízes (dentro do intervalo das raízes, a função tem sempre sinal contrário ao de **a**; fora dele, tem sempre o sinal de **a**; quando não existe raízes a função tem sempre o mesmo sinal de **a**).
- (MP11) – Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.

A continuidade do desenvolvimento da habilidade anteriormente descrita ocorre por meio da exploração de situações-problema envolvendo as funções polinomiais de 2º grau, verificando a capacidade de identificar as interdependências envolvidas, e reconhecer as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra.

- (MP12) – Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e mínimos)

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativos ao 2º bimestre, inserimos a contextualização do estudo das funções polinomiais de 2º grau, por meio da identificação das interdependências envolvidas e no reconhecimento das situações de máximo ou de mínimo presentes, sabendo calcular as coordenadas dos pontos críticos (máximos ou mínimos) correspondentes.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 1º BIMESTRE

Habilidade	Expressar a proporcionalidade direta ou inversa como função
MP07	

Questão 1

Uma torneira comum de banheiro consome muitos de água por hora, conforme podemos observar na tabela abaixo:

Tempo (x)	10	20	30	60
Consumo (y)	20	40	60	120

Obs.: tempo em minutos e o consumo em litros.

A expressão que representa o consumo de água (em litros) em função do tempo (em horas) é:

(A) $y = 2x$

(B) $y = 10x$

(C) $y = 120x$

(D) $y = \frac{x}{120}$

(E) $y = \frac{x}{2}$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar o conhecimento do aluno sobre a função de proporcionalidade expressa em uma relação.

As funções são um subgrupo das relações. Nas funções, todo x (domínio), possui uma única imagem em $f(x)$ (contradomínio). Então, se uma determinada relação entre grandezas encontramos duas imagens, dizemos que não é uma função.

É importante ressaltar que uma determinada relação não seja classificada como função, esta continua sendo uma relação. Assim, podemos dizer que “Nem toda relação é função, mas toda função é relação”.

Na questão apresentada, a função que expressa o consumo de água pela torneira do banheiro é a alternativa C. O solicitado no problema era o consumo de água por hora, tornando necessária a transformação do consumo em minutos para consumo por hora, atividade simples, pois a última coluna trazia o consumo de água em 60 minutos, ou seja, em uma hora. Se a torneira consome 120 litros de água em uma hora, a função que descreve esse consumo é: $y = 120x$.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$y = 2x$	Resposta incorreta.	Houve um equívoco na interpretação da comanda do problema. Possivelmente o aluno percebeu a proporcionalidade expressa na tabela, mas não se atentou que deveria escrever a função considerando o tempo em horas.
----------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

$y = 10x$	Resposta incorreta.	O aluno não consolidou a ideia de proporcionalidade e não compreendeu que ao escrevê-la em forma de função está generalizando essa relação. Nesse caso uma simples verificação indicaria o erro, pois se substituirmos o x por 10, teremos que a torneira gasta 100 litros, o que é desmentido pela tabela.
-----------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

$y = 120x$	Resposta correta.	O aluno efetuou o raciocínio correto desde a transformação dos minutos em hora até o momento de expressar a regularidade por meio de uma função.
------------	--------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

$y = \frac{x}{120}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno percebeu que 60 minutos equivalem a uma hora, porém não consolidou a ideia de proporcionalidade e não conseguiu traduzir a regularidade por meio de uma função.
---------------------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

$y = \frac{x}{2}$	Resposta incorreta.	O aluno notou que há proporcionalidade entre o tempo (em minutos) e o consumo de água (em litros), porém, além de não considerar que a comanda do problema solicitava que a generalização fosse expressa com o tempo em horas, ainda inverteu a relação entre o tempo e o consumo de água.
-------------------	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Expressar a proporcionalidade direta ou inversa como função
MP07	

Questão 2

A atividade física cresceu 24,1% durante o lazer, segundo pesquisa da Vigitel em 2017. A caminhada é a atividade mais praticada, seguida de perto pelo futebol e pela musculação. Porém vemos constantemente o ciclismo crescente tomando conta das ruas. Um grupo de ciclismo percorreu 240 km em 12 horas.

Considerando a velocidade média do grupo nessa viagem, indique a expressão que representa o deslocamento desse grupo (em km) em função do tempo (em horas).

(A) $f(x) = 20x$.

(B) $f(x) = 2x$.

(C) $f(x) = \frac{1}{20}x$.

(D) $f(x) = \frac{1}{2}x$.

(E) $f(x) = 240x$.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a compreensão do aluno sobre o que é a constante de proporcionalidade.

A proposta expressa no problema atende ao conceito de função linear, $y = kx$.

Espera-se que o aluno encontre primeiramente a velocidade média do grupo de ciclismo:

Ao percorrer 240 km em 12 horas, significa que este grupo pedala 20 km em 1 hora ($\frac{240}{12} = 20$), ou seja, sua velocidade média é de 20 km/h.

Após essa constatação, basta expressar por meio de uma função esse deslocamento em relação ao tempo:

Considerando o tempo x em horas, tendo a constante $k=20$, pois eles percorrem 20km a cada hora, podemos escrever a relação da distância $f(x)$, em km, em função de x .

$$f(x)=20x$$

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$f(x) = 20x$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado da questão, encontrou a velocidade média do grupo de ciclistas e, utilizando seus conhecimentos de proporcionalidade, generalizou, por meio de uma função o deslocamento do grupo em relação ao tempo.
--------------	--------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

$f(x) = 2x$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno se equivocou no cálculo da velocidade média, realizando erroneamente a divisão de 240 por 12.
-------------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

$f(x) = \frac{1}{20}x$	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno encontrou corretamente a velocidade média do grupo, porém, na hora de representar a relação entre o espaço percorrido e o tempo gasto em forma de função, tenha se confundido.
------------------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

$f(x) = \frac{1}{2}x$	Resposta incorreta.	Neste caso, possivelmente o aluno tenha se equivocado tanto no cálculo da velocidade média (na divisão de 240 por 12, realizou apenas a divisão de 24 por 12), quanto na representação em forma de função.
-----------------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

$f(x) = 240x$	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno que elencou esta alternativa tenha apenas pego um dado constante no enunciado do problema, sem refletir na comanda pedida.
---------------	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

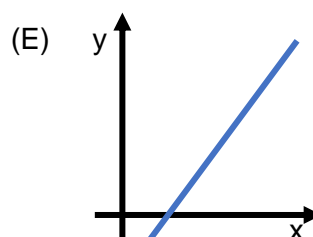
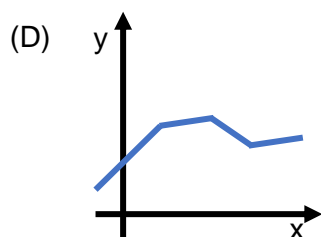
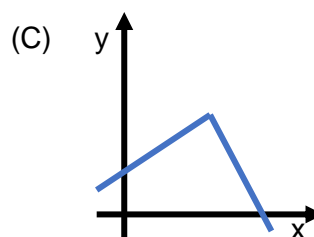
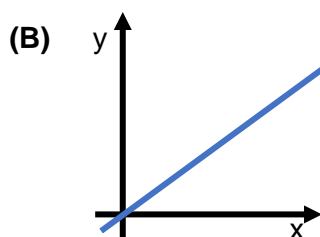
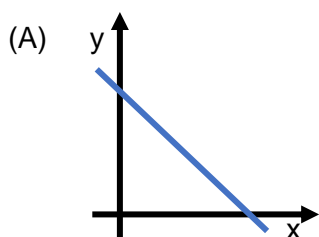
Habilidade
MP08

Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Questão 3

Quando duas grandezas (x e y) são diretamente proporcionais, podemos escrever tanto que x é diretamente proporcional a y , como y é diretamente proporcional a x .

Dos gráficos abaixo, indique qual representa uma relação de proporcionalidade direta entre as grandezas.



CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar se o aluno demonstra conhecimento de detalhes

relacionados à proporcionalidade direta.

Para que seja constatada a relação de proporcionalidade direta entre as grandezas x e y , é importante verificar se há reciprocidade entre a proporcionalidade direta de x para y e de y para x .

Numa análise gráfica dessa reciprocidade destacam-se alguns pontos:

- O gráfico deve ser de uma função do 1º grau, ou seja, uma reta.
- O gráfico deve passar pela origem (ponto 0,0).

Dos gráficos apresentados, observando o item 1 acima, eliminamos as alternativas C e D.

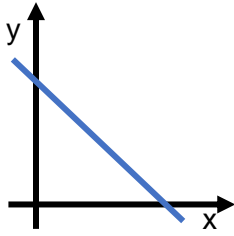
Considerando o requerido no item 2 acima, eliminamos as alternativas A e E, por não passarem pela origem.

A única alternativa que atende os dois itens acima citados é a alternativa B.

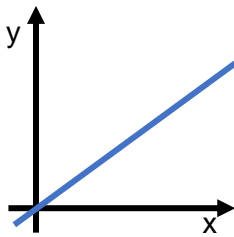
Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

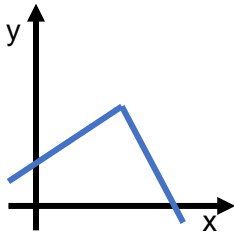
(A)

	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno compreende que para ocorrer um caso de proporcionalidade direta entre as grandezas x e y o gráfico representado deve ser de 1º grau (uma reta).
-----------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

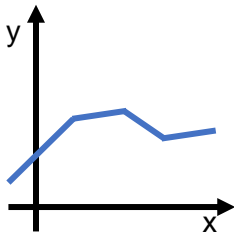
(B)

	Resposta correta.	O aluno compreende corretamente as características que implicam na definição de grandezas diretamente proporcionais, observando que sua representação gráfica é uma reta que passa pela origem.
-----------------------------------------------------------------------------------	--------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

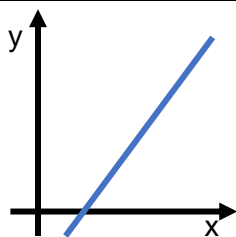
(C)

	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não tenha construído suas concepções acerca de proporcionalidade e proporcionalidade direta, pois neste caso não há proporcionalidade entre x e y .
-------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não tenha construído suas concepções acerca de proporcionalidade e proporcionalidade direta, pois neste caso não há proporcionalidade entre x e y .
-------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)



Resposta incorreta.

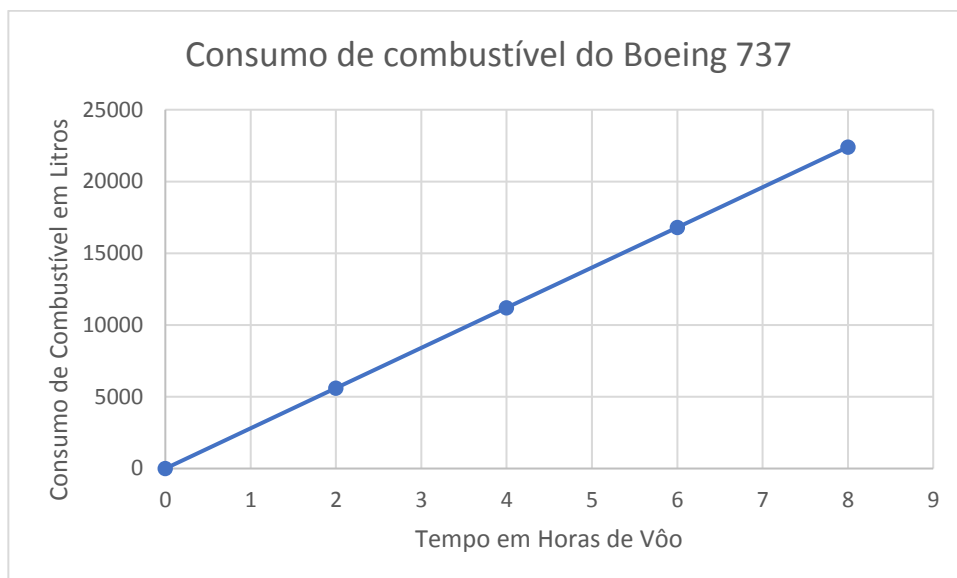
Possivelmente o aluno compreende que para ocorrer um caso de proporcionalidade direta entre as grandezas x e y o gráfico representado deve ser de 1° grau (uma reta).

Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta
MP08	entre duas grandezas.

Questão 4

O meio de transporte aéreo tem aumentado a cada ano e, nas linhas de transporte aéreo, o avião mais utilizado é o Boeing 737 que, desde seu primeiro voo em 9 de abril de 1967, já transportou mais de 7 bilhões de pessoas. Essa aeronave possui motores movidos à querosene de aviação que consomem 2800 litros de combustível por hora de voo.

Observe o gráfico do consumo de combustível de um Boeing 737 durante o voo:



O gráfico apresentado acima representa:

- (A) uma proporcionalidade inversa entre o consumo de combustível do avião e o tempo de vôo.
- (B) a irregularidade encontrada entre o consumo de combustível do avião e o tempo de vôo.
- (C) que o avião parado e desligado já está consumindo combustível.
- (D) uma proporcionalidade direta entre o consumo de combustível do avião e seu tempo de vôo.**
- (E) que a cada hora o avião consome, aproximadamente, 5000 litros de querosene de aviação.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão pretende verificar se o aluno compreende a relação de proporcionalidade direta entre duas grandezas em situações diversas. O consumo de combustível do avião é diretamente proporcional ao tempo de vôo do mesmo, o que pode ser observado no gráfico de apoio.

Nota-se no gráfico que no instante zero o consumo do combustível também é nulo e seu crescimento descreve uma função de 1º grau, ou seja, uma reta que passa pela origem.

Quando divide-se o consumo de combustível do avião pelo tempo de vôo, encontra-se a constante de proporcionalidade k .

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

uma proporcionalidade inversa entre o consumo de combustível do avião e o tempo de vôo.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não tem contituida a concepção de proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa entre grandezas.
-----------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

a irregularidade encontrada entre o consumo de combustível do avião e o tempo de vôo.	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno não reparou a reta formada no gráfico que indica um caso de proporcionalidade.
---------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

que o avião parado e desligado já está consumindo combustível.	Resposta incorreta.	O aluno que indicou esta alternativa não interpretou o gráfico adequadamente, pois não percebeu que o mesmo parte da origem.
----------------------------------------------------------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

uma proporcionalidade direta entre o consumo de combustível do avião e seu tempo de vôo.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o gráfico relacionando a reta que parte da origem com um caso de proporcionalidade direta entre as grandezas.
------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

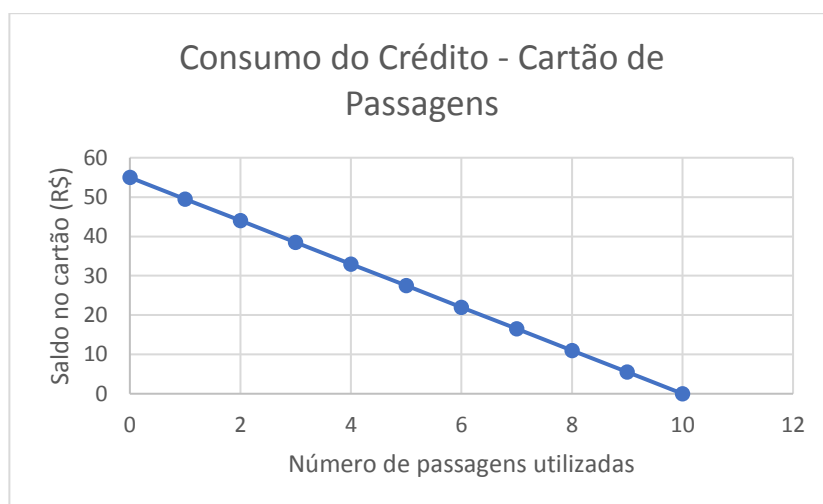
que a cada hora o avião consome, aproximadamente, 5000 litros de querosene de aviação.	Resposta incorreta.	Ocorreu uma possível desatenção no momento de calcular o consumo do avião, pois no gráfico podemos notar que os 5000 litros gastos ocorrem na 2ª hora de vôo.
----------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
MP09	

Questão 5

Nos ônibus suburbanos é cada vez mais raro encontrar uma pessoa com a função de cobrador de ônibus (pessoa responsável por vender ou receber a passagem comprada dos passageiros), pois está se tornando comum o cartão magnético pré-pago, onde o passageiro recarrega um valor em reais e vai utilizando, direto no leitor presente na catraca do ônibus, para debitar sua passagem até esgotar o saldo inserido.

Observe o gráfico de um passageiro que recarregou seu cartão com R\$ 55,00 e foi utilizando o ônibus suburbano de sua cidade para ir visitar a namorada.



- (A) A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é crescente, ou seja, quanto mais passagens utilizadas, maior o saldo no cartão.
- (B) A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é constante, ou seja, independente do número de passagens utilizadas, o saldo no cartão permanece o mesmo.
- (C) A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 5,50$.
- (D) A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 55$.
- (E) A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = -5,50$.**

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo dessa questão está em perceber se o aluno consolidou a ideia de função afim crescente e função afim decrescente, analisando o exposto no gráfico.

A primeira percepção esperada é de que quanto mais passagens ele utilizar, menor será o saldo em seu cartão, explicitando uma função decrescente. Com esse olhar as alternativas A, B e C são descartadas, restando apenas as alternativas D e E que indicam como função decrescente, porém trazem a constante k com valores diferentes.

Ao analisar o gráfico, torna-se notório que, ao utilizar dez passagens, o saldo do cartão é zerado, ou seja, cada passagem custou R\$ 5,50. Com essa percepção fica simples associar a constante K a $-5,50$, pois o valor do saldo diminui R\$ 5,50 a cada passagem utilizada.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

<p>A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é crescente, ou seja, quanto mais passagens utilizadas, maior o saldo no cartão.</p>	<p>Resposta incorreta.</p>	<p>Possivelmente o aluno confundiu o saldo do cartão com o gasto com passagens. Quando observamos o gasto com passagens, notamos que é diretamente proporcional ao número de passagens adquirido, porém, com relação ao saldo do cartão, a proporcionalidade é inversa.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

<p>A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é constante, ou seja, independente do número de passagens utilizadas, o saldo no cartão permanece o mesmo.</p>	<p>Resposta incorreta.</p>	<p>O aluno que marcou essa alternativa provavelmente não compreendeu o problema exposto, pois, no próprio enunciado é dito que o passageiro vai utilizando as passagens até “zerar” o saldo em seu cartão, contradizendo esta alternativa.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

<p>A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 5,50$.</p>	<p>Resposta incorreta.</p>	<p>Possivelmente o aluno percebeu que há uma constante de proporcionalidade e quando dividiu o R\$ 55,00 por 10 passagens encontrou o valor R\$ 5,50 que representa o preço pago por cada passagem, porém a constante de proporcionalidade é o oposto desse valor (-5,50), fato que justifica uma função decrescente.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

<p>A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 55$.</p>	<p>Resposta incorreta.</p>	<p>O aluno provavelmente percebeu que se trata de uma função decrescente ou meramente pelo gráfico, ou pela análise do decréscimo do valor creditado no cartão, porém calculou erroneamente a constante de proporcionalidade.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

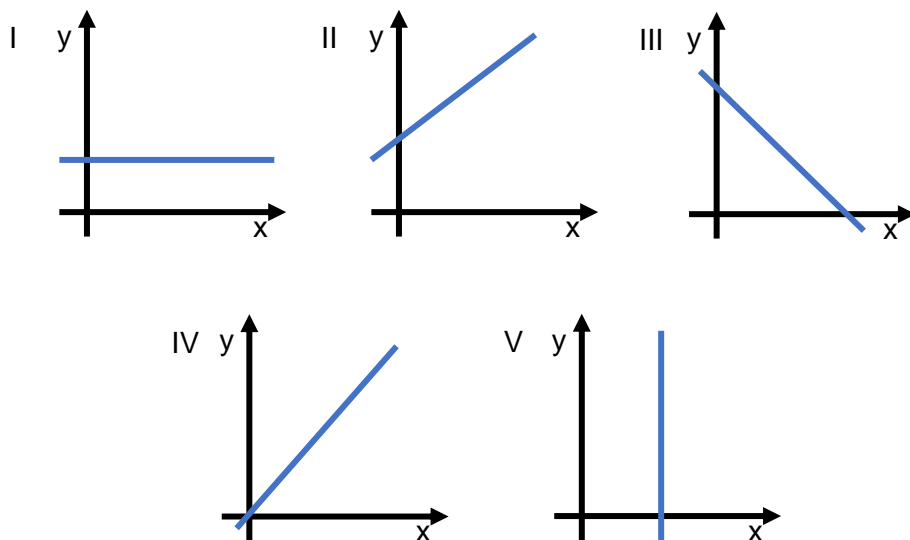
(E)

<p>A relação entre o número de passagens utilizadas e o saldo no cartão é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = -5,50$.</p>	<p>Resposta correta.</p>	<p>O aluno percebeu corretamente que se tratava de uma função decrescente e calculou corretamente a constante de proporcionalidade.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
MP09	

Questão 6

Observe os gráficos abaixo:



Dos gráficos acima, os que representam funções crescentes são:

- (A) I, II e IV.
- (B) Apenas o III.
- (C) II, IV e V.
- (D) Apenas II e IV.**
- (E) Apenas I e V.

CORREÇÃO COMENTADA

Essa questão avalia o reconhecimento de funções afim crescentes através de seus gráficos. Nos gráficos expostos acima existem casos de função constante (gráfico I), função decrescente (gráfico III), caso que não constitui uma função (gráfico V) e casos de funções crescentes (gráficos II e IV). Nos distratores são exploradas as percepções do aluno com relação à uma função afim crescente: a alternativa “A” traz dois gráficos que atendem a questão do problema (são crescentes) e um constante; a alternativa “B” apresenta o único gráfico exposto que representa uma função decrescente; a alternativa “C” traz dois gráficos que satisfazem a comanda do problema (são crescentes) e um que, apesar de dar a impressão que “cresce”, não constitui uma função por ter mais de uma imagem para o mesmo elemento do seu domínio; a alternativa “E” aborda um gráfico de função constante e um gráfico que não representa uma função. A alternativa “D” é a correta, pois traz os únicos dois casos, no exposto, de função afim crescente: II e IV.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

I, II e IV	Resposta incorreta.	O aluno, possivelmente, identificou o gráfico de uma função crescente nos itens II e IV, porém confundiu, no item I, a função constante com uma função crescente.
------------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

Apenas o III	Resposta incorreta.	Provavelmente o aluno confundiu a ideia de função crescente com a ideia de função decrescente.
--------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

II, IV e V	Resposta incorreta.	O aluno que marcou esta alternativa reconhece que, em uma função crescente, quanto mais uma grandeza aumenta, mais a outra grandeza aumenta também, porém não se atentou para o fato de que, apesar do gráfico V dar a sensação de que “cresce”, este caso não constitui uma função.
------------	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

Apenas II e IV	Resposta correta.	O aluno identificou corretamente os únicos dois gráficos, no exposto, que conjecturam uma função crescente.
----------------	--------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

Apenas I e V	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno que assinalou essa alternativa não tenha consolidado a ideia de uma função afim quando é crescente ou decrescente, pois os gráficos I e V são as exceções no estudo de funções crescentes ou decrescentes: um representa uma função constante (nem cresce, nem decresce) e o outro nem configura uma função.
--------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta
MP10	entre uma grandeza e o quadrado de outra.

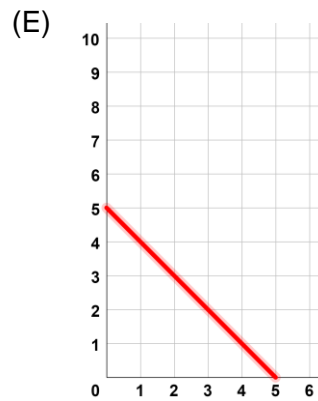
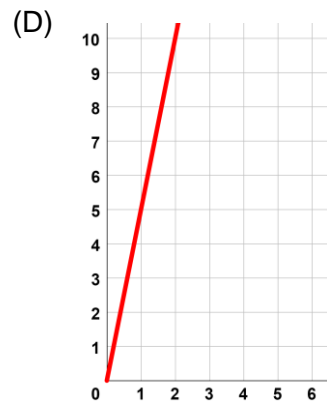
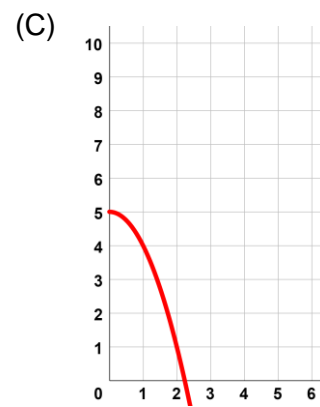
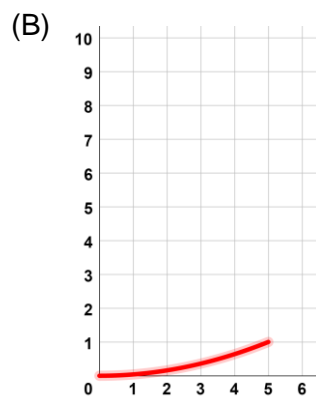
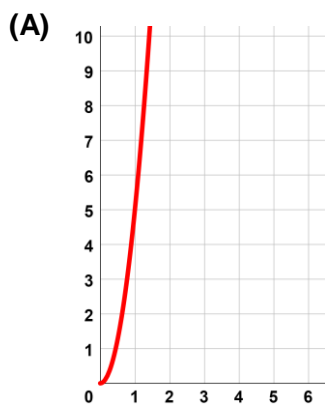
Questão 7

A aceleração da gravidade, na Terra, é de aproximadamente 10 m/s^2 . Para calcular a distância que um corpo percorre em queda livre utilizamos uma relação estabelecida por Galileu Galilei: $d = \frac{g \cdot t^2}{2}$, onde **d** é a distância percorrida em metros, **g** a aceleração da gravidade (aproximadamente 10 m/s^2) e **t** o tempo em segundos.

Observe a tabela abaixo que representa a distância **d** percorrida por uma gota de água de uma nuvem durante o tempo **t** de sua queda:

t (s)	1	2	3	4	5
$d = \frac{g \cdot t^2}{2}$	$d = \frac{10 \cdot 1^2}{2}$	$d = \frac{10 \cdot 2^2}{2}$	$d = \frac{10 \cdot 3^2}{2}$	$d = \frac{10 \cdot 4^2}{2}$	$d = \frac{10 \cdot 5^2}{2}$
d (m)	5	20	45	80	125

O gráfico que melhor representa a queda dessa gota de água é:



CORREÇÃO COMENTADA

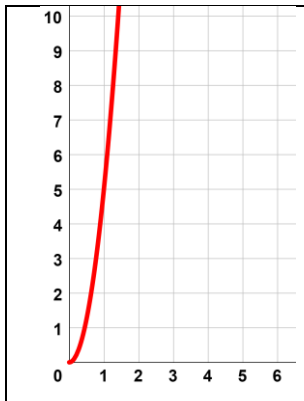
Esta questão tem por objetivo tornar evidente a habilidade do aluno na identificação por gráfico de características referentes à proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra.

Os distratores visam identificar o possível equívoco do aluno na resolução do problema. A alternativa “B” traz uma possível possibilidade, pois é uma parábola com a concavidade voltada pra cima, passando pela origem, porém não contempla o ponto $B = (2; 5)$ e sim o ponto $B' = (5; 2)$, invertendo as coordenadas do ponto. Na alternativa “C” encontra-se uma parábola, porém esta possui a concavidade voltada para baixo. As alternativas “D” e “E” trazem representações de funções afim, que apesar de contemplarem um ponto ou outro da tabela, não satisfazem o problema elencado. Ao substituir o valor da gravidade g por 10, encontra-se a função $f(t) = \frac{10.t^2}{2}$ ou, simplificando, $f(t) = 5t^2$. A representação gráfica dessa função deverá passar pela origem, pois quando $t = 0$, $f(t) = 0$. Será uma parábola por se tratar de uma função do 2º grau e terá sua concavidade voltada para cima, pois o coeficiente de t^2 é positivo e um ponto previsto na tabela que pode ser observado no gráfico é o ponto $B = (1; 5)$, restando apenas a alternativa “A” satisfazendo todas essas condições.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

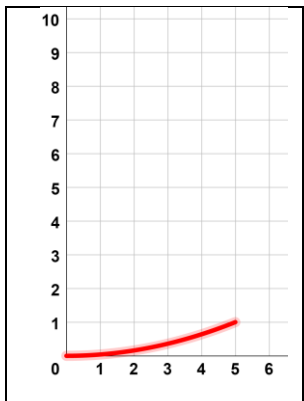
(A)



Resposta correta.

O aluno associou corretamente a função descrita na situação problema e na tabela com seu gráfico. Notou que trata-se de uma função do 2º grau que passa pela origem e possui um de seus pontos com as coordenadas $B = (1; 5)$.

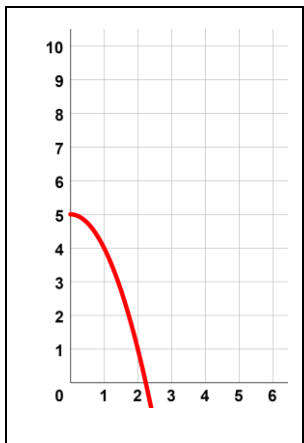
(B)



Resposta incorreta.

Apesar do aluno possivelmente ter percebido que se trata de uma parábola, por ser uma função do 2º grau e passar pela origem, não contém o ponto $B = (1; 5)$, apenas o ponto $B' = (5; 1)$ onde as coordenadas estão invertidas.

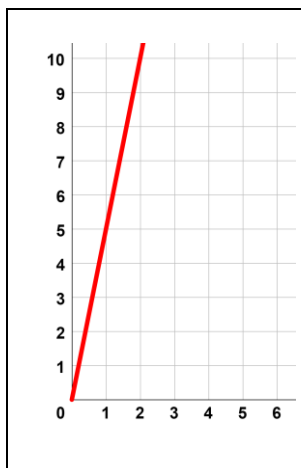
(C)



Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno percebeu que se trata de uma função do 2º grau, porém confundiu sua concavidade. Esse fator pode ter relação com a interpretação equivocada do enunciado que cita a “queda” da gota d’água, porém firma relação com a distância percorrida por ela.

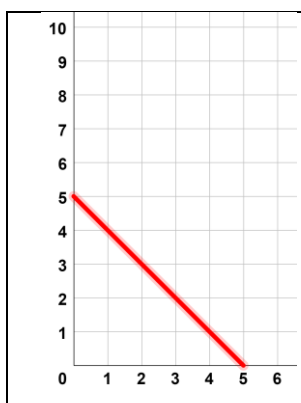
(D)



Resposta incorreta.

O aluno que marcou esta alternativa, possivelmente, encontrou a constante de proporcionalidade 5 e fez associação à função afim $f(t)=5t$. Essa satisfaz os pontos $A=(0,0)$ e $B=(1,5)$ da tabela, porém não satisfaz a função $f(t) = \frac{10 \cdot t^2}{2}$ ou, simplificando, $f(t) = 5t^2$, cujo gráfico é uma parábola.

(E)



Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno substituiu o 10 no lugar do g (da gravidade) e encontrou o valor 5 e, sem saber o que fazer com esse valor, assinalou esta por contemplar o 5 na abscissa e na ordenada.

Habilidade

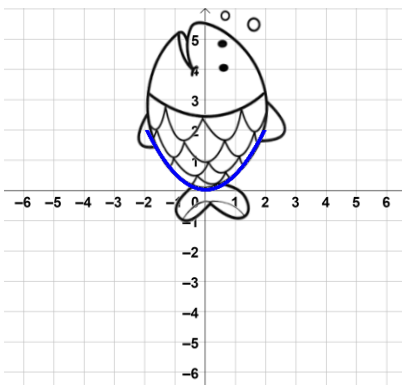
Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.

MP10

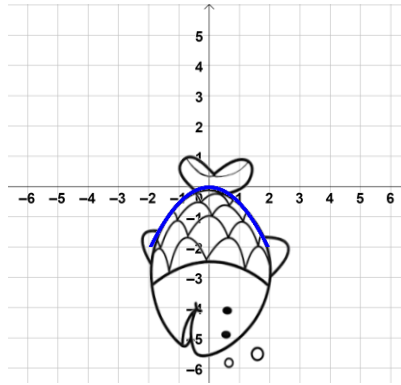
Questão 8

Observe cada um dos desenhos representados no plano cartesiano. Assinale a alternativa onde o arco de parábola destacado em azul no desenho é o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, definida no intervalo $[-2; 2]$ e que expressa uma proporcionalidade direta entre a grandeza x e seu quadrado.

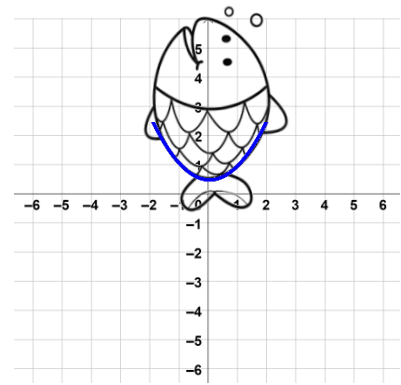
(A)



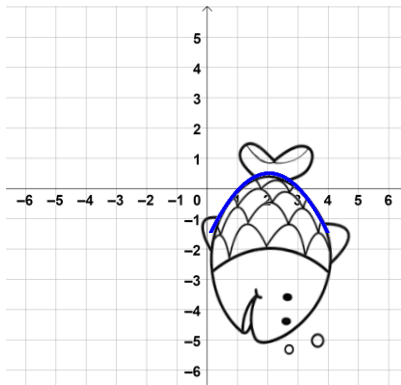
(B)



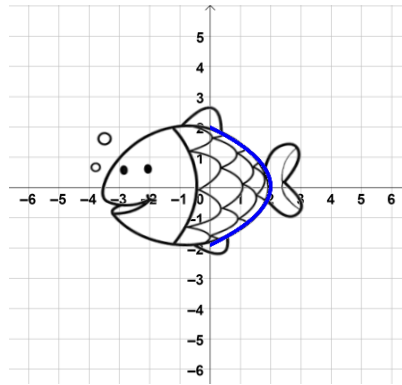
(C)



(D)



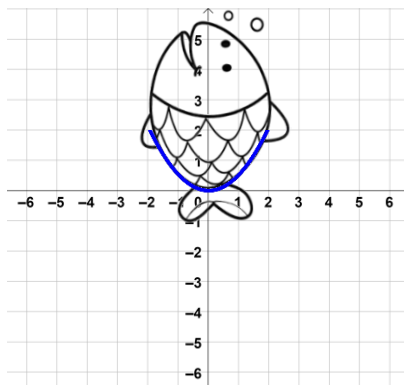
(E)



CORREÇÃO COMENTADA

Analisando as alternativas, observa-se que a parábola $y = \frac{1}{2}x^2$ possui concavidade voltada para cima (coeficiente $a = \frac{1}{2} > 0$) e por se tratar de proporcionalidade direta de x com seu quadrado, passa pela origem do sistema, ponto $(0,0)$. A única alternativa que satisfaz essas condições é a alternativa “A”.

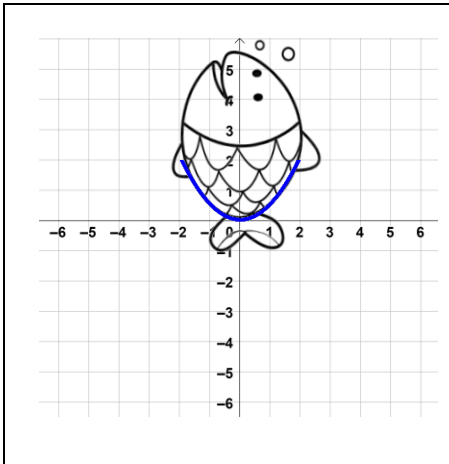
(A)



Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

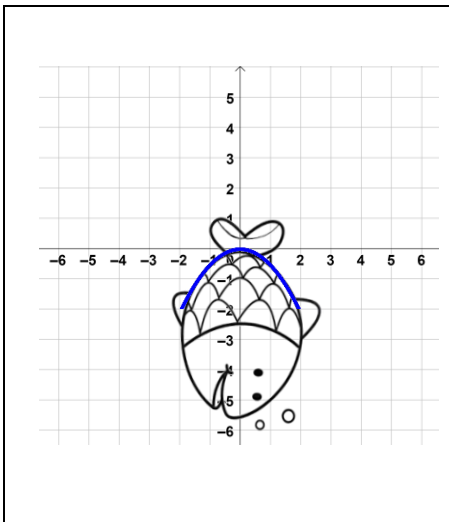
(A)



Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos identificando a concavidade da parábola voltada para cima (coeficiente $a = \frac{1}{2} > 0$) e que, quando se trata de proporcionalidade direta o gráfico toca a origem.

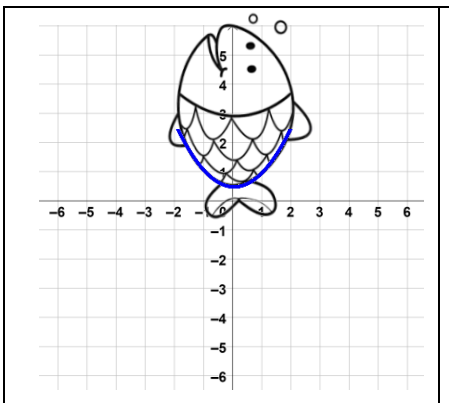
(B)



Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno identificou que quando ocorre a proporcionalidade direta o gráfico toca a origem (0; 0), porém não se atentou para o sinal do coeficiente de x^2 que, por ser positivo, determina a concavidade voltada pra cima.

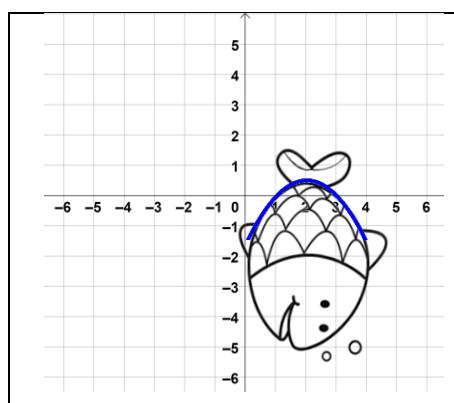
(C)



Resposta incorreta.

O aluno provavelmente percebeu o sinal do coeficiente do x^2 e identificou corretamente a concavidade da parábola, porém não se atentou que, por se tratar de proporcionalidade direta, o gráfico deveria tocar a origem.

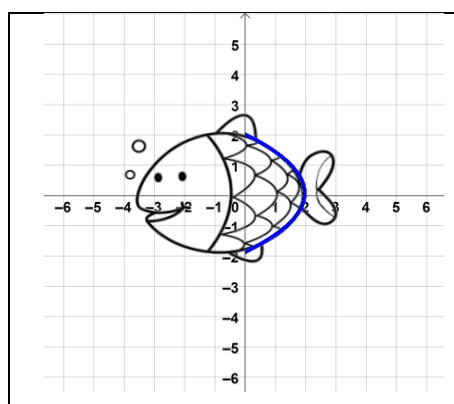
(D)



Resposta incorreta.

O aluno que assinalou essa alternativa possivelmente não observou nem a concavidade da parábola, nem a proporcionalidade direta.

(E)



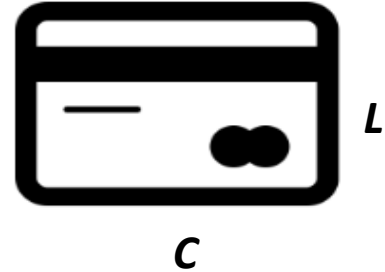
Resposta incorreta.

Provavelmente o aluno que marcou esta alternativa não compreendeu o enunciado do problema, pois assinalou um caso que não caracteriza uma função.

Habilidade	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP11	

Questão 9

Muitos retângulos que vemos em nosso cotidiano têm medidas cuja razão se aproxima da razão áurea. Um exemplo disso é o cartão de banco ou crédito, pois a razão entre seu comprimento C e sua largura L é, aproximadamente 1,6, ou seja, $C = 1,6 \cdot L$.



Sabendo-se que a área A de uma figura retangular é calculada multiplicando-se a medida de seu comprimento pela medida de sua largura, a expressão matemática que representa a área desse cartão é:

- (A) $C = 1,6L$.
- (B) $C = 1,6L^2$.
- (C) $A = L^2$.
- (D) $A = 3,2L$.
- (E) $A = 1,6L^2$.**

CORREÇÃO COMENTADA

Nesta questão, o que se quer determinar é a função que representa a área do cartão, que tem forma retangular.

O enunciado do problema indica que há uma relação de proporcionalidade entre o comprimento C e a largura L do cartão, que é aproximadamente $1,6$, ou seja, a razão áurea.

A expressão $C = 1,6 \cdot L$, que nos dá o comprimento C em função da largura L , também presente no enunciado, nos permite identificar a expressão matemática que representa a área do cartão, apenas em função de L , a partir da fórmula sugerida:

$$A = C \cdot L = 1,6 L \cdot L = 1,6L^2$$

Na expressão da área $A = 1,6L^2$, observamos a relação de proporcionalidade direta entre a grandeza L e seu quadrado, onde a aproximação tomada para a razão áurea ($1,6$), é a constante de proporcionalidade.

Assim, concluímos que a expressão que representa função é $A = 1,6L^2$.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$C = 1,6L$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o problema proposto porque assinalou esta alternativa simplesmente porque esta relação faz parte do enunciado.
------------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

$C = 1,6L^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o problema proposto porque a expressão apresentada nesta alternativa não representa a área do retângulo, embora envolva o quadrado de L .
--------------	----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

$A = L^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno desconsiderou o valor da constante k de proporcionalidade expressa no enunciado, a aproximação de 1,6 para a razão áurea, e assinalou a alternativa que expressa a área do quadrado, que talvez seja mais conhecida, mas onde a razão entre os lados é 1, pois no quadrado, comprimento e largura têm a mesma medida.
-----------	----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

$A = 3,2L$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tentou calcular a área como sugerido no enunciado mas errou ao fazer $L \times L = 2L$, obtendo a seguinte expressão, com erro: $A = C \cdot L = 1,6L \cdot L = 1,6 \times 2L = 3,2L$
------------	----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

$A = 1,6L^2$	Resposta correta.	O aluno compreendeu o enunciado do problema, assinalando a alternativa que expressa a área do retângulo envolvendo a proporcionalidade direta entre a grandeza L e o seu quadrado, com razão 1,6.
--------------	--------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP11	

Questão 10

Para construir o gráfico de uma função do segundo grau, Ana preencheu a seguinte tabela:

x	y
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18
4	32
5	50

Analisando os resultados escritos na tabela, Ana percebeu que havia uma relação de proporcionalidade direta entre a grandeza x e seu quadrado.

Qual é a função que representa a variação das grandezas estudadas por Ana?

(A) $y = 4x^2$

(B) $y = 2x^2$

(C) $y = \frac{1}{2}x^2$

(D) $y = -2x^2$

(E) $y = 2x$

CORREÇÃO COMENTADA

Nesta questão, o que se quer determinar é a função que representa a variação das grandezas estudadas por Ana.

O enunciado do problema indica que há uma relação de proporcionalidade direta entre a grandeza x e seu quadrado, o que pode ser verificado pelos resultados escritos na tabela, o que nos leva a concluir que a função que representa a variação entre as grandezas x e y é do tipo $y = kx^2$, onde k é a constante de proporcionalidade que precisa ser calculada para correta identificação da função.

Como $k = \frac{y}{x^2}$, para $x \neq 0$, podemos obter k a partir de qualquer linha da tabela, exceto a linha que envolve o valor 0, e ainda, o valor de k deve ser sempre o mesmo:

$$k = \frac{8}{(-2)^2} = \frac{2}{(-1)^2} = \dots = \frac{50}{5^2} = 2$$

Assim, concluímos que a função é $y = 2x^2$.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$y = 4x^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno desconsiderou o sinal negativo do 2 na primeira linha de valores da tabela, e assim, apenas observou que $8 = 4 \cdot 2$, concluindo equivocadamente que a função seria $y = 4x^2$.
------------	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

$y = 2x^2$	Resposta correta.	O aluno calculou corretamente o valor da constante de proporcionalidade direta k entre x e seu quadrado, identificando corretamente a função que representa a situação descrita no problema.
------------	--------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

$y = \frac{1}{2}x^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não conseguiu identificar o valor da constante k porque, ao fazer a simples relação entre os valores das variáveis x e y , não encontrou o mesmo valor, pensando assim que seria necessário algo a mais, como multiplicar pela fração $\frac{1}{2}$.
----------------------	----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

$y = -2x^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou corretamente o valor da constante de proporcionalidade direta k entre x e seu quadrado, mas julgou necessário o sinal negativo pelos valores observados nas primeiras linhas de valores da tabela.
-------------	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

$y = 2x$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado do problema, assinalando uma alternativa que não envolve a proporcionalidade direta entre a grandeza x e o seu quadrado.
----------	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e mínimos).
MP12	

Questão 11

Um arco de balões, em forma de parábola, será feito para a entrada de convidados em uma festa de aniversário infantil, como representa a figura ao lado.



Imagine que o arco de parábola formado pelos balões possa ser representado pela função do segundo grau $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$. Determine a altura máxima que ficará disponível para passagem dos convidados.

- (A) 16
- (B) 8
- (C) 4
- (D) 2**
- (E) -2

CORREÇÃO COMENTADA

Nesta questão, o que se quer determinar é a altura máxima que ficará disponível para passagem dos convidados., isto é, o valor máximo da altura atingida pela arco.

Dada a função $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$, que representa o arco de balões, o valor máximo da altura atingida pela arco é a **ordenada** do ponto máximo da função ou, em outras palavras, do **vértice da parábola** que representa graficamente a função dada.

Vamos, então, calcular a ordenada do vértice da parábola ($y_v = \frac{-\Delta}{4a}$) para a função $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$, que tem como coeficientes $a = -2$, $b = 8$ e $c = -6$.

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(8^2 - 4(-2)(-6))}{4 \cdot (-2)} = \frac{-(64 - 48)}{-8} = \frac{-16}{-8} = 2$$

Concluimos assim que **2m** será a altura máxima disponível para passagem dos convidados.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

16	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno assinalou esta alternativa simplesmente porque pensa que o maior valor possa ser a maior altura.
----	----------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

8	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou a ordenada do vértice da parábola usando a expressão algébrica $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, com erro no denominador porque fez a divisão $\frac{-16}{-4}$.
---	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

4	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou a ordenada do vértice da parábola usando a expressão algébrica $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, com erro no denominador porque fez a divisão $\frac{-16}{-2}$.
---	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

2	Resposta correta.	O aluno calculou a ordenada do vértice da parábola usando corretamente a expressão algébrica $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$.
---	--------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

-2	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno cometeu algum erro com os sinais envolvidos no cálculo da ordenada do vértice da parábola usando a expressão algébrica $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Destaca-se também que o aluno não se atentou ao fato de que, por representar a altura máxima atingida pelo arco, o valor de não poderia ser negativo.
----	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Habilidade	Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e
MP12	mínimos).

Questão 12

A administração de uma empresa concluiu que o custo diário C , em reais, para produzir uma quantidade x de determinado produto pode ser representado pela função $C(x) = x^2 - 60x + 1200$. Nestas condições, determine a quantidade do produto que deve ser produzida para que este custo seja minimizado.

- (A) - 30
- (B) 15
- (C) 30**
- (D) 60
- (E) 300

CORREÇÃO COMENTADA

Nesta questão, o que se quer determinar é a quantidade do produto que deve ser produzida para que o custo seja minimizado, isto é, qual é o valor de x que minimiza o custo C de produção.

Dada a função $C(x) = x^2 - 60x + 1200$ que representa o custo diário C em função da quantidade x de produtos, o valor de x que minimiza custo C de produção é a **abscissa** do ponto mínimo da função ou, em outras palavras, do **vértice da parábola** que representa graficamente a função dada.

Vamos, então, calcular a abscissa do vértice da parábola ($x_v = \frac{-b}{2a}$) para a função $C(x) = x^2 - 60x + 1200$, que tem como coeficientes $a = 1$, $b = -60$ e $c = 1200$.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-60)}{2 \cdot 1} = \frac{60}{2} = 30$$

Concluimos assim, que o custo diário será mínimo quando forem produzidas 30 unidades do produto.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

- 30	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou a abscissa do vértice da parábola sem considerar o sinal negativo da expressão algébrica $x_v = \frac{-b}{2a}$ ou o sinal do coeficiente b para a função $C(x) = x^2 - 60x + 1200$. Destaca-se também que o aluno não se atentou ao fato de que, por representar a quantidade de produtos, o valor de x não poderia ser negativo.
------	----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(B)

15	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou a abscissa do vértice da parábola usando a expressão algébrica $x_v = \frac{-b}{2a}$ com erro no denominador: $x_v = \frac{-b}{4a}$, fazendo confusão com a expressão algébrica para a ordenada do vértice da parábola $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Outro atrativo para este distrator é o fato de que 15 é o menor valor positivo entre as alternativas, e o aluno poderia simplesmente pensar que por ser o menor valor positivo, geraria o menor custo.
----	----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(C)

30	Resposta correta.	O aluno calculou a abscissa do vértice da parábola usando corretamente a expressão algébrica $x_v = \frac{-b}{2a}$.
----	--------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(D)

60	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou a abscissa do vértice da parábola usando a expressão algébrica $x_v = \frac{-b}{2a}$, com erro no denominador, porque esqueceu de fazer a divisão indicada.
----	----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(E)

300	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou corretamente as coordenadas do vértice da parábola usando as expressões algébricas $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, mas assinalou incorretamente a alternativa que indicava o valor da ordenada do vértice da parábola, isto é, o valor do custo mínimo.
-----	----------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COORDENADORIAS

Coordenadoria Pedagógica - COPED

Coordenador: Caetano Pansani Siqueira

Coordenadoria de Informação, Tecnologia, Evidência e Matrícula - CMITE

Coordenador: Thiago Guimarães Cardoso

DEPARTAMENTOS

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica - DECEGEP

Diretor: Valéria Arcari Muhi

Centro dos Anos Finais do Ensino Fundamental - CEFAF

Diretora: Carolina dos Santos Batista Murauskas

Centro de Ensino Médio - CEM

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Equipe Curricular COPED de Matemática – Leitura crítica e validação do material

Ilana Brawerman, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Autoria do material

Benedito de Melo Longuini, Edson dos Santos Pereira, Erika Aparecida Navarro Rodrigues, Fernanda Machado Pinheiro, Ines Chiarelli Dias, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Luciene Ramos Americo, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares da Silva, Rodrigo Soares de Sá, Simoni Renata Silva Perez, Sueli Aparecida Gobbo Araujo. Willian Casari de Souza.

Departamento de Avaliação Educacional - DAVED

Diretora: Patrícia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações - CEPAV

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Ilton Campos Cavalcanti, Soraia Calderoni Statonato, Márcia Soares de Araújo Feitosa

Centro de Aplicação de Avaliações - CEAPA

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Amanda Morais Cardoso, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Departamento de Tecnologia de Sistemas

Diretor: Marcos Aparecido Barros de Lima

Centro de Planejamento e Integração de Sistemas

Diretora: Camila da Silva Alcazar

Viviana Fernandes dos Santos – Analista de Sistemas

Representantes do CAPE

Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais

Tânia Regina Martins Resende