GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

ATUALIZADO EM 29/04/2016

Caderno do Professor

9º ano do Ensino Fundamental

Matemática

São Paulo
1º Bimestre de 2016
11ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas da plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

9º Ano do Ensino Fundamental

Habilidades da Matriz Processual de Matemática – 1º Bimestre.

Questão	Gabarito	Nível	Descrição da habilidade
1	*~~B~~*	~~Médio~~	Questão 1 Anulada *Identificar relações entre conjuntos numéricos* $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R})$
2	*B*	Difícil	
3	*B*	Fácil	
4	*A*	Médio	*Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.*
5	*A*	Difícil	
6	*C*	Fácil	*Diferenciar número racional de número irracional.*
7	*D*	Fácil	
8	*B*	Difícil	
9	*C*	Difícil	*Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas.*
10	*D*	Difícil	
11	*C*	Fácil	*Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.*
12	*D*	Médio	

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação SARESP-Foco Aprendizagem.

Questão	Gabarito	Nível	Código Habilidade/Ano	Descrição da habilidade
13	C	Médio	**H30– 7º Ano**	*Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.*
14	B	Fácil	**H01 – 9º Ano**	*Reconhecer as diferentes representações de um número racional*
15	D	Médio	**H02 – 9º Ano**	*Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.*

Comentários e Recomendações pedagógicas

A premissa da avaliação é considerá-la como instrumento que subsidia tanto o aluno, no seu desenvolvimento cognitivo, quanto o professor, no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser uma ferramenta que auxilia o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa - neste caso a avaliação é tomada na perspectiva diagnóstica como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, os 12 primeiros itens que constam deste caderno procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de Referência para a Avalição – SARESP.

Nesta edição, sugerimos uma classificação hipotética do nível de dificuldade para cada questão, que poderá ser ratificada ou não, de acordo com os resultados obtidos, na coleta de dados, após a aplicação da avaliação na rede.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caraterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. *Identificar relações entre conjuntos numéricos (*$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$*).*

A proposta de se diagnosticar os conhecimentos referentes à habilidade diz respeito à sistematização dos conjuntos numéricos, dos naturais aos irracionais, enfatizando não apenas as características de cada conjunto, mas a possibilidade de realização das operações aritméticas fundamentais sem restrições.

Outro tópico importante que resulta do desenvolvimento desta habilidade refere-se à existência dos segmentos incomensuráveis, que deram origem ao conjunto dos números irracionais.

2. *Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conceitos a respeito dos conjuntos numéricos, neste caso, fundamentar conceitualmente que todo número racional pode ser escrito como uma dízima periódica e, ainda, sempre é possível representar um racional como a soma de infinitas frações.

No Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, 8ª Série/9º Ano, p. 31, encontram-se os objetivos referentes à indicação do desenvolvimento deste tópico na Situação de Aprendizagem 2, do referido material:

- retomar a discussão de fração geratriz iniciada na 7ª série/8º Ano;
- reformular definições à luz de maior rigor e generalidade;
- recuperar ideias relacionadas com a estrutura do sistema decimal de numeração.

3. *Diferenciar número racional de número irracional.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem em detectar o domínio dos conhecimentos relativos à representação de uma fração irredutível, a qual pode ser finita ou infinita e periódica.

4. *Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas.*

Neste caso, a ideia central é a ampliação da ideia dos conjuntos numéricos, agora com suporte da noção de "preenchimento" da reta real. Tal situação constitui-se em um momento importante de articulação entre os eixos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria, porque existe a possibilidade de se discutir os números, suas representações e sua localização na reta real com o uso dos instrumentos clássicos de desenho, que são a régua e o compasso.

5. *Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.*

Neste caso, a ideia central é a apresentação de outra forma de escrita para representar números muito grandes ou muito pequenos, indicando adequadamente a quantidade de algarismos significativos, por exemplo, a maior distância observável do universo é de 740 000 000 000 000 000 000 000 000 metros e em notação científica pode ser representada como: $7{,}4 \times 10^{26}$ metros.

Adicionalmente, são propostas três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.[1]

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- *H30 (7º Ano) – Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.*

Os estudos geométricos de semelhança de figuras planas e semelhança de triângulos envolvem os conceitos de razão e de proporcionalidade.

- *H01 (9º Ano) – Reconhecer as diferentes representações de um número racional.*

Os estudos que se desenvolvem no 9º ano como equações, conjuntos numéricos, semelhança e estudo da circunferência necessitam a compreensão das diferentes representações dos números racionais.

- *H02 (9º Ano) – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.*

Os conceitos de razão e proporção, fundamentais no estudo de semelhança, necessitam de uma identificação, por parte do aluno, de que uma fração pode estar associada a diferentes significados.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, os PCN destacam que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
>
> (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas sugestões de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações

[1] Fonte: http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br – acesso: 27/11/2015

indicadas como norma padrão. O objetivo maior é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

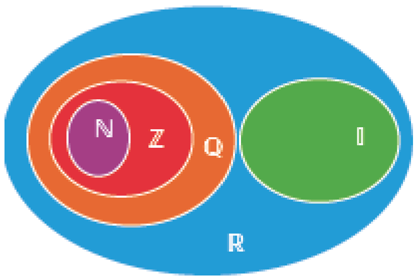
Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade	*Identificar relações entre conjuntos numéricos* $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R})$	**Questões**	01 a 03

Questão 01 Anulada

Médio

Considerando o diagrama seguir



$\mathbb{R}$	Conjunto dos Números Reais
$\mathbb{Q}$	Conjunto dos Números Racionais
$\mathbb{I}$	Conjunto dos Números Irracionais
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos Números Inteiros
$\mathbb{N}$	Conjunto dos Números Naturais

Pode-se afirmar que:

(A) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$

(B) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

(C) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{N}$

(D) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \mathbb{R}$

Resolução comentada

Resposta Correta: $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

Por definição, o conjunto dos números racionais é resultante da reunião do conjunto dos números naturais, e do conjunto dos números inteiros, e reunidos com os números irracionais, resultam no conjunto dos números reais.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não verificou que os números naturais (N) e os inteiros (Z) são subconjuntos dos racionais (Q), ou seja: $N \subset Z \subset Q \subset R$
(B) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{N}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não verificou que os números naturais (N) e os inteiros (Z) são subconjuntos dos racionais (Q), e que $N \not\subset Z \; e \; N \not\subset Q$
(D) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \mathbb{R}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno tenha inferido no diagrama três grandes grupos distintos; os Reais (R), Irracionais (I) e os Racionais (Q) e conclui que os números reais estão entre os racionais e os irracionais, se analisarmos a interseção entre os racionais e os irracionais, verifica-se que ela é vazia.

Questão 02

Difícil

Considere os conjuntos:

$\mathbb{N}$, dos números naturais

$\mathbb{Q}$, dos números racionais

$\mathbb{Q}_{+,}$ dos números racionais positivos

Indique a alternativa que expressa corretamente a utilização de um número qualquer pertencente a um destes conjuntos.

(A) O número que expressa a quantidade de pessoas de uma cidade é um elemento de $\mathbb{Q}_+$ e não de $\mathbb{N}$

(B) O número que expressa o valor pago, em reais por um sorvete é um elemento de $\mathbb{Q}_+$

(C) O número que expressa a altura de uma pessoa é um elemento de $\mathbb{N}$

(D) O número que expressa a medida de um dos lados de um triângulo é um elemento de $\mathbb{Q}$

Resolução comentada

Resposta correta: O número que expressa o valor pago, em reais, por um sorvete é um elemento de $\mathbb{Q}_+$

Neste caso, o conjunto dos números racionais positivos é o único que representa os valores monetários, pois se considerarmos os irracionais positivos, não teríamos condições de se pagar um objeto com infinitas casas decimais.

Grade de Correção		
Alternativa		Observação
(A)	O número que expressa a quantidade de pessoas de uma cidade é um elemento de $\mathbb{Q}_+$ e não de $\mathbb{N}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno tenha a percepção que o conjunto dos números naturais e inteiros são subconjuntos de $\mathbb{Q}$, porém não verificou que não existe a possibilidade de se contar frações de pessoas.
(B)	**O número que expressa o valor pago, em reais por um sorvete é um elemento de $\mathbb{Q}_+$**	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C)	O número que expressa a altura de uma pessoa é um elemento de $\mathbb{N}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno tenha a percepção de que as medidas de comprimento, em geral nem sempre são inteiras.
(D)	O número que expressa a medida de um dos lados de um triângulo é um elemento de $\mathbb{Q}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não tenha percepção de que dependendo do caso um lado de um triângulo pode ser também um número irracional, por exemplo: $\sqrt{7,5}$

Questão 03

Fácil

Das afirmações a seguir

I. O conjunto dos números inteiros é formado pelos números naturais positivos e negativos e também os números representados por frações.

II. Os números Irracionais são aqueles em que a representação decimal é finita ou infinita e periódica.

III. Os números reais representam a união dos conjuntos dos números racionais com os irracionais.

Escolha a alternativa correta.

(A) Somente a afirmação II é correta.

(B) Somente a afirmação III é correta.

(C) Somente a afirmação I é correta.

(D) Somente as afirmações II e III estão corretas.

~~Resolução comentada~~

~~Resposta correta: Somente as afirmações II e III estão corretas.~~

~~Na afirmação I, podemos tomar como exemplos os irracionais: 1,53 ou 1,530530530..., ou seja, existem números irracionais em que a representação decimal é finita ou infinita.~~

~~Na afirmação III, o diagrama de Venn, apresentado na Questão 1, comprova que ela é verdadeira.~~

Grade de Correção		
Alternativa		Observação
(A)	Somente a afirmação II é correta.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não tenha verificado a alternativa III, que também é verdadeira.
(B)	**Somente a afirmação III é correta.**	~~Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não tenha verificado a alternativa II, que também é verdadeira.~~
(C)	Somente a afirmação I é correta.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não tenha verificado que os números representados por frações não pertencem ao conjunto dos números inteiros.
~~(D)~~	~~Somente as afirmações II e III estão corretas.~~	~~Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.~~

Habilidade	*Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.*	Questões	04 e 05

Questão 04

Médio

Sabendo-se que 2,1666...= 2 + 0,1 + 0,0666..., então a fração geratriz deste número será

(A) $\mathbf{\frac{13}{6}}$

(B) $\frac{54}{25}$

(C) $\frac{2}{16}$

(D) $\frac{21}{6}$

Resolução comentada

Uma das possibilidades seria a decomposição dos números racionais e irracionais indicados na expressão, da seguinte maneira:

$0,1 = \frac{1}{10}$

No caso do irracional 0,06666..., determina-se sua fração geratriz.

x = 0,06666...

10x= 0,6666... (I)

100x = 6,6666...(II)

Realizando a diferença entre (II) e (I), tem-se que:

$100x - 10x = 6,6666... - 0,6666... \Rightarrow 90x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{90}$

Substituindo as frações obtidas na expressão numérica indicada no enunciado, temos:

$2+0,1+0,0666..=2 + \frac{1}{10} + \frac{6}{90} = \frac{180+9+6}{90} = \frac{195}{90} = \frac{13}{6}$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\mathbf{\frac{13}{6}}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) $\frac{54}{25}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno transforma incorretamente o decimal 0,06666... por $\frac{6}{100}$ e o substitui na expressão: $2+0{,}1+0{,}0666..=2+\frac{1}{10}+\frac{6}{100}=\frac{200+10+6}{100}=\frac{216}{100}=\frac{54}{25}$
(C) $\frac{2}{16}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno utiliza a regra de forma incorreta, considerando como fração geratriz a parte inteira do número irracional no numerador e a dízima periódica no denominador.
(D) $\frac{21}{6}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno utiliza a regra de forma incorreta, considerando como fração geratriz os números que não se repetem, e os números que se repetem no numerador.

Questão 05

Difícil

O número racional representado pela fração $\frac{1}{2{,}7777\ldots}$ equivale a

(A) $\mathbf{\frac{9}{25}}$

(B) $\frac{9}{17}$

(C) $\frac{9}{7}$

(D) $\frac{25}{9}$

Resolução comentada

Uma das possibilidades de cálculo utilizada pelo aluno seria:

$x = 2{,}7777\ldots (1)$

$10x = 27{,}7777\ldots (2)$

Fazendo (2) - (1), temos:

$9x = 25 \Longrightarrow x = \frac{25}{9}\ (3)$

Substituindo (3) na fração $\frac{1}{2{,}7777\ldots}$*, tem-se que*

$$\frac{1}{2{,}7777\ldots} = \frac{1}{\frac{25}{9}} = 1 \cdot \frac{9}{25} = \frac{9}{25}$$

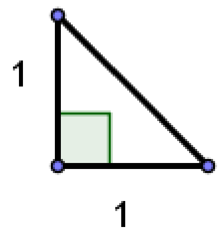
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\mathbf{\frac{9}{25}}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) $\frac{9}{17}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno utiliza a regra de forma incorreta, considerando que devem aparecer "noves" no denominador da fração geratriz na quantidade de dígitos que se repetem, encontrando a fração geratriz $\frac{17}{9}$ e posteriormente calcula $\frac{1}{\frac{17}{9}} = \frac{9}{17}$
(C) $\frac{9}{7}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno reconhece apenas 0,777.... e usa a regra (ou o procedimento) para obter a fração geratriz $\frac{9}{7}$. Posteriormente indica tal fração como resultado.
(D) $\frac{25}{9}$	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno determina a fração geratriz corretamente e não realiza o cálculo solicitado no enunciado.

Habilidade	*Diferenciar número racional de número irracional*	Questões	06 a 08

Questão 06

Fácil

Observando o triângulo retângulo a seguir:



A medida da hipotenusa deste triângulo pertencerá ao

(A) conjunto dos números racionais.

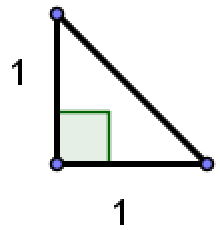
(B) conjunto dos números naturais.

(C) conjunto dos números irracionais.

(D) conjunto dos números inteiros.

Resolução comentada

Dado o triângulo retângulo:



Utilizando-se o teorema de Pitágoras, temos que:

$h^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow h = \sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887 24...$, *portanto, trata-se de um número irracional.*

Grade de Correção		
Alternativa		Observação
(A)	Conjunto dos números racionais.	**Resposta incorreta**: Ao aluno que optou por esta resposta provavelmente não consegue distinguir um número racional de um número irracional.
(B)	Conjunto dos números naturais.	**Resposta incorreta:** Provavelmente o aluno raciocinou da seguinte maneira: "se os catetos têm como medida números naturais, então a hipotenusa será um número natural".
(C)	**Conjunto dos números irracionais.**	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	Conjunto dos números inteiros.	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno não conseguiu relacionar a medida obtida com o conjunto numérico a qual a medida pertence e responde aleatoriamente o conjunto dos números inteiros.

Questão 07

Fácil

Dividir um número por 0,125 equivale multiplicar por:

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{5}{4}$

(C) 12,5

(D) 8

Resolução comentada

Dividir um número qualquer por uma fração é o mesmo que multiplicar este número pelo inverso desta fração.

Nesta questão utilizamos este raciocínio da seguinte maneira:

$$\frac{x}{0{,}125} = \frac{x}{\frac{125}{1000}} = x \cdot \frac{1000}{125} = x \cdot 8$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\frac{1}{8}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno transformou corretamente o número racional 0,125 na escrita fracionária: $\frac{125}{1000}$ e simplificou a fração obtendo o resultado $\frac{1}{8}$
(B) $\frac{5}{4}$	**Resposta incorreta:** O aluno realiza incorretamente a transformação do decimal 0,125, sendo $\frac{125}{100}$ e não verifica o restante do que é solicitado na questão.
(C) 12,5	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno concebe que o produto de números racionais se realiza da mesma maneira dos números naturais.
(D) 8	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 08

Difícil

Considerando M=$(\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)$ e N= $\sqrt{5}$, então:

(A) M é irracional e N é racional.

(B) M é racional e N é irracional.

(C) M é irracional e N é irracional.

(D) M é inteiro e N é inteiro.

Resolução comentada

Desenvolvendo o produto $(\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)$*, temos:*

M=$(\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)=(\sqrt{5})^2-1^2=5-1=4$

N= 2,2360679774997896964091736687313...

Portanto, $M \in \mathbb{Q}$ *e* $N \in \mathbb{I}r$

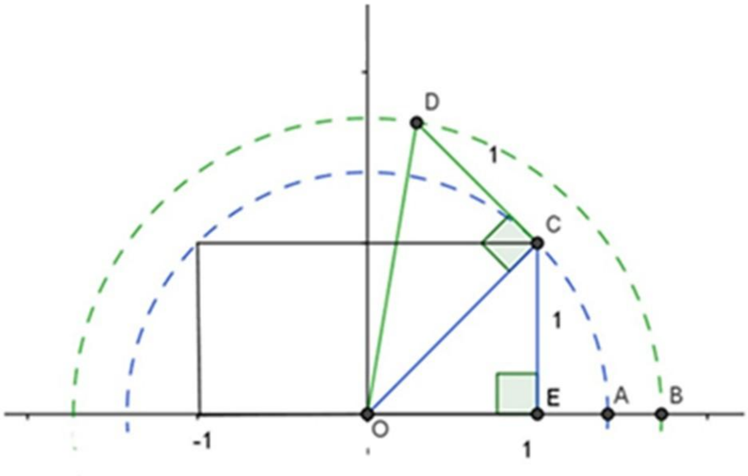
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) M é irracional e N é racional	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno verificou que a $\sqrt{5}$ pertence ao conjunto dos números irracionais.
(B) M é racional e N é irracional	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) M é irracional e N é irracional.	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno verificou que a $\sqrt{5}$ pertence ao conjunto dos números irracionais.
(D) M é inteiro e N é inteiro.	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno conseguiu verificar que $\left(\sqrt{5}+1\right)\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)=4$ e assim optou que o resultado é um número inteiro.

Habilidade	*Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas*	Questões	09 e 10

Questão 09

Difícil

Na figura a seguir:



Os pontos A e B representam os números reais:

(A) 2 e 3

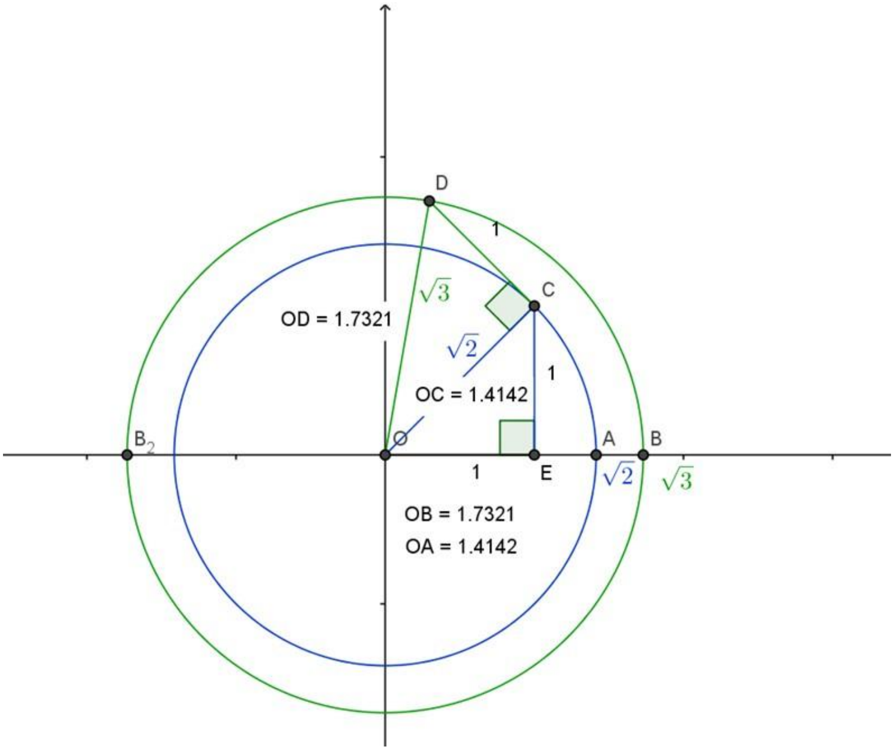
(B) $\sqrt{2}$ e 5

(C) $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$

(D) 1,7 e 1,9

Resolução comentada

Considerando a construção geométrica a seguir:



Temos que:

$\overline{OE} \perp \overline{EC}$, então o $\triangle OEC$ é retângulo.

A medida do segmento OC será dada por:

$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OE}^2 + \overline{EC}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\overline{OC}$ é o raio da circunferência que passa pelo ponto C e A, então $\overline{OA} = \sqrt{2}$

$\overline{OC} \perp \overline{CD}$, então o $\triangle$ OCD é retângulo.

A medida do segmento OB será dada por:

$\overline{OD} = \sqrt{\overline{OC}^2 + \overline{CD}^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

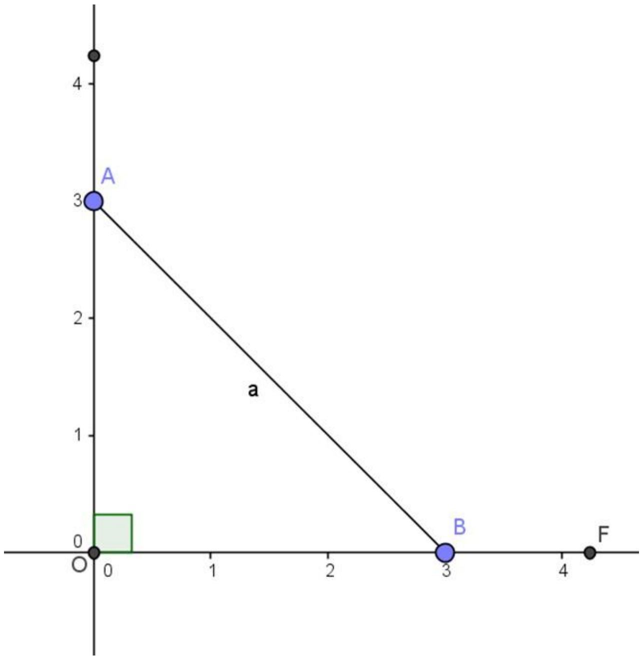
$\overline{OD}$ é o raio da circunferência que passa pelo ponto D e B, $\overline{OB} = \sqrt{3}$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 2 e 3	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno apenas inferiu que os valores de A e B são números inteiros, e não verificou a unidade de medida adotada, concluindo que os pontos correspondem aos inteiros 2 e 3.
(B) $\sqrt{2}$ e 5	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno detectou a necessidade da utilização do teorema de Pitágoras, porém não aplicou corretamente na medida da hipotenusa do segundo triângulo retângulo, ou seja, concluiu que: $\left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$
(C) $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) 1,7 e 1,9	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno verificou que os pontos A e B estão compreendidos entre 1 e 2, e estimou que o ponto A= 1,7 e o ponto B=1,9. Neste caso o aluno, provavelmente, não utilizou nenhum procedimento geométrico para verificar se a estimativa é realmente válida.

Questão 10

Difícil

Na figura a seguir o ponto F representa o número irracional:



(A) $\sqrt{6}$

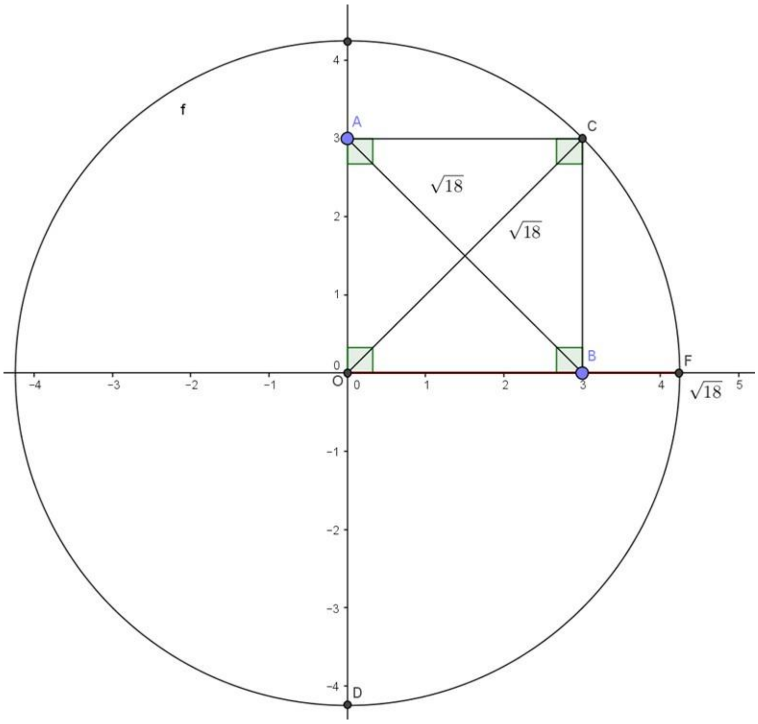
(B) $\sqrt{16}$

(C) $\sqrt{17}$

(D) $\mathbf{\sqrt{18}}$

Resolução comentada

Considerando a construção geométrica a seguir:



Se: $0\hat{B}C \perp \overline{OB}$, $B\hat{C}A \perp \overline{AC}$, $O\hat{A}C \perp \overline{AC}$ e $B\hat{O}A \perp \overline{OB}$, *então OBCA é um quadrado.*

A medida da diagonal $AB = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$\overline{AB} \equiv \overline{OC} = \sqrt{18}$

$\overline{OC}$ *é a medida do raio da circunferência, logo* $\overline{OF} = \sqrt{18}$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\sqrt{6}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno obteve erroneamente o valor da hipotenusa da seguinte maneira: $\overline{ED}=\sqrt{3+3}=\sqrt{6}$
(B) $\sqrt{16}$	**Resposta incorreta:** Pode-se considerar que ao indicar esta resposta, ele concebe que o segmento AF resulta da medida da hipotenusa do triângulo retângulo, porém não realiza corretamente a estimativa, ao considerar esta medida como 4 unidades e elevou este número ao quadrado.
(C) $\sqrt{17}$	**Resposta incorreta:** Pode-se considerar que ao indicar esta resposta, o aluno provavelmente concebe que o segmento AF resulta da medida da hipotenusa do triângulo retângulo, porém não realiza corretamente a estimativa, ao considerar que esta medida excede 4 unidades, não verificando seu valor pela aplicação do Teorema de Pitágoras.
(D) $\sqrt{\mathbf{18}}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	*Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.*	Questões	11 e 12

Questão 11

Fácil

Seja a expressão:

$N = (41000 \cdot 10^{-5}) + (3 \cdot 10^{-4})$

O valor de N será igual a

(A) 0, 41003

(B) 0,0413

(C) 0,4103

(D) 0,00044

Resolução comentada

Uma das possibilidades de resolução seria:

$$41000 \cdot 10^{-5} = 4100 \cdot 10^{-4}$$
$$(4100 \cdot 10^{-4}) + (3 \cdot 10^{-4}) = 4103 \cdot 10^{-4} = 0{,}4103$$

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 0,41003	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno somou os valores absolutos: 41000 e 3 e do resultado deslocou cinco casas decimais à esquerda.
(B) 0,0413	**Resposta incorreta:** Possivelmente o alunou converteu erroneamente as parcelas apresentadas na expressão da seguinte maneira: $41000 \cdot 10^{-5}=0{,}041(I)$ $3 \cdot 10^{-4}=0{,}0003\ (II)$ $I+II=0{,}0413$
(C) 0,4103	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) 0,00044	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno efetuou a soma dos algarismos significativos (41 e 3) e do resultado deslocou cinco casas decimais à esquerda.

Questão 12

Médio

Foi realizada uma campanha de vacinação em uma cidade com 5.000.000 de habitantes, sabendo-se que 1.750.000 desta população foram vacinadas 1.050.000 eram crianças.

Portanto, o número de crianças que tomaram a vacina em notação científica é igual a:

(A) $7,8 \cdot 10^6$

(B) $5 \cdot 10^6$

(C) $1,75 \cdot 10^6$

(D) $1,05 \cdot 10^6$

Resolução comentada

Representando a quantidade de crianças que foram vacinadas no quadro de valor posicional, temos que.

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		1	0	5	0	0	0	0
		10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1

Portanto, esta quantidade expressa em notação científica será dada por: $1,05 \cdot 10^6$ *crianças.*

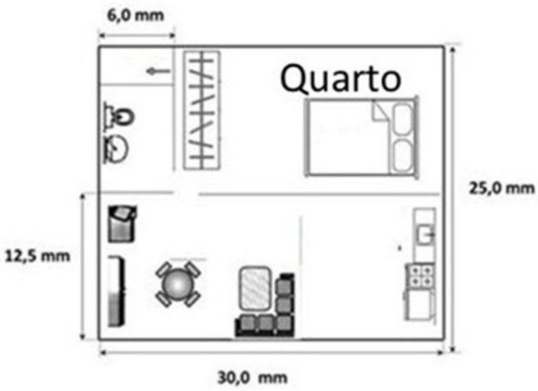
Grade de Correção	
Alternativa	**Observação**
(A) $7{,}8 \cdot 10^6$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno efetuou a soma de todos os valores que constam no enunciado e transformou em notação científica.
(B) $5 \cdot 10^6$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de habitantes do município em notação científica.
(C) $1{,}75 \cdot 10^6$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de pessoas que foram vacinadas em notação científica.
(D) $1{,}05 \cdot 10^6$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	*H30- 7º Ano – Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.*	**Questão**	13

Questão 13

Médio

A figura a seguir mostra a planta baixa de um apartamento. A planta foi confeccionada de forma que a cada 5 mm indicado na figura corresponde a 1 m na planta real do apartamento.



O comprimento e a largura do quarto em metros na planta real do apartamento equivalem a

(A) 24 e 12,5

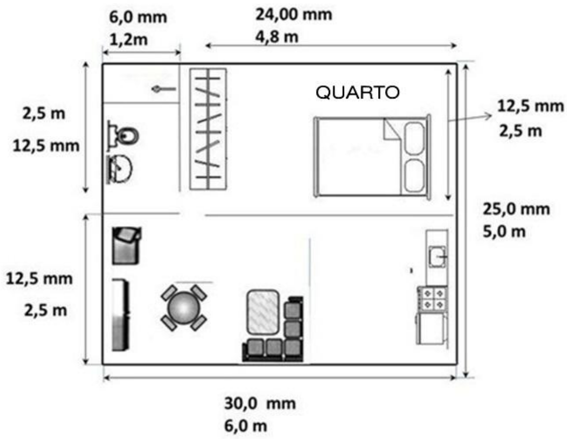
(B) 12,5 e 24

(C) 4,8 e 2,5

(D) 5,0 e 2,5

Resolução comentada

A figura a seguir indica as medidas com as devidas conversões, de acordo com a escala apresentada no enunciado.



Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 24 e 12,5	**Resposta incorreta.** A partir das medidas indicadas na planta baixa, o aluno, provavelmente, determinou apenas o comprimento e a largura do quarto.
(B) 12,5 e 24	**Resposta incorreta.** A partir das medidas indicadas na planta baixa, o aluno, provavelmente, determinou apenas a largura e o comprimento do quarto.
(C) 4,8 e 2,5	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) 5,0 e 2,5	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno tenha utilizado corretamente o raciocínio, porém, para ao calcular o comprimento do quarto, arredondou o resultado.

Habilidade	*H01- 9º Ano- Reconhecer as diferentes representações de um número racional*	Questão	14

Questão 14

Fácil

Em uma determinada receita de bolo de fubá, têm-se as seguintes medidas:

Na descrição da receita os números utilizados pertencem ao conjunto dos

(A) números inteiros positivos.

(B) números racionais.

(C) números irracionais.

(D) números naturais.

Resolução comentada

Na receita são encontrados elementos que pertencem ao conjunto dos números inteiros positivos, dos racionais, na qual encontramos frações próprias e impróprias (números mistos). Como o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais, pode-se concluir que todas as medidas informadas na receita pertencem ao conjunto dos números racionais.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) números inteiros positivos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno entendeu que todos os números apresentados representam medidas e estas não podem ser negativas.
(B) números racionais.	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) números irracionais.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou as frações mistas como números irracionais.
(D) números naturais.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou apenas as medidas exatas e não as fracionadas.

Habilidade	*H02- 9º Ano – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.*	Questão	14

Questão 15

Médio

Tendo como base as peças do Tangram, e apenas a região em destaque:

A fração que corresponde a região em destaque em relação a figura é:

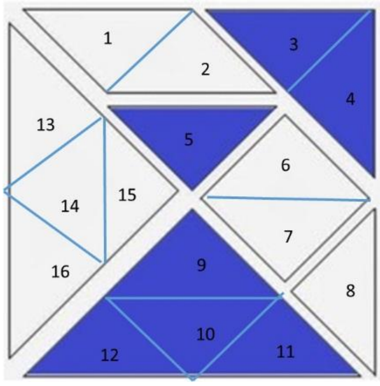
(A) $\frac{2}{16}$

(B) $\frac{5}{16}$

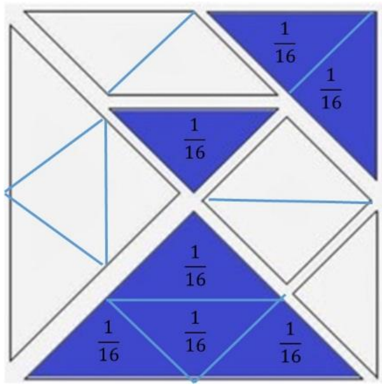
(C) $\frac{3}{7}$

(D) $\mathbf{\frac{7}{16}}$

Resolução comentada



Consideremos na figura o triângulo menor para estabelecer em quantas partes pode ser dividido o quadrado maior> Desta forma, a figura a seguir mostra que existem 16 partes identicas ao triângulo.



Então, a fração que representa cada figura colorida será:

Portanto, a fração que represenata a região será: $\frac{7}{16}$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\frac{2}{16}$	**Resposta incorreta.** Provavelmente o aluno considerou apenas a fração relativa ao triângulo médio em relação ao tangram.
(B) $\frac{5}{16}$	**Resposta incorreta.** Provavelmente o aluno considerou apenas a soma das frações do triângulo pequeno e do triângulo grande em relação ao tangram, ou seja: $\frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$
(C) $\frac{3}{7}$	**Resposta incorreta.** Provavelmente o aluno considerou que a figura compreendida pela região em destaque é formada por 7 triângulos pequenos e como esta figura é formada por três triângulos, concluiu que a fração correspondente seria: $\frac{3}{7}$
(D) $\mathbf{\frac{7}{16}}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material
Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, Sandra Maira Zen Zacarias e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Mário José Pagotto, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek e Rosana Jorge Monteiro Magni,