GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

3ª série do Ensino Médio

Matemática

ATUALIZADO EM 29/04/2016

São Paulo
1º Bimestre de 2016
11ª Edição

Apresentação

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas da plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica – CGEB

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

3ª Série do Ensino Médio

Habilidades da Matriz Processual de Matemática – 1º Bimestre.

Questão	Gabarito	Nível	Descrição da habilidade
01	*A*	Fácil	*Determinar a inclinação de uma reta.*
02	*D*	Difícil	
03	*D*	Médio	
04	*B*	Fácil	*Identificar a equação da reta por dois pontos ou por sua inclinação e um ponto.*
05	*D*	Médio	
06	*D*	Difícil	
07	*D*	Fácil	*Resolver problemas, visando situações de otimização (máximos e mínimos)*
08	*D*	Médio	
09	*B*	Médio	
10	*B*	Fácil	*Resolver problemas por meio das equações da circunferência e das cônicas, com centro na origem em situações simples.*
11	*A*	Difícil	
12	*B*	Médio	

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação SARESP-Foco Aprendizagem.

Questão	Gabarito	Nível	Código Habilidade/Ano	Descrição da habilidade
13	B	Médio	**H04 – 3º Série - EM**	*Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.*
14	C	Médio	**H08 – 3ª Série – EM**	*Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.*
15	A	Médio	**H17 – 3ª Série – EM**	*Identificar a localização de números reais na reta numérica.*

Comentários e Recomendações pedagógicas

A premissa da avaliação é considerá-la como instrumento que subsidia tanto o aluno, no seu desenvolvimento cognitivo, quanto o professor, no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser uma ferramenta que auxilia o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa - neste caso a avaliação é tomada na perspectiva diagnóstica como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, os 12 primeiros itens que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de Referência para a Avalição – SARESP.

Nesta edição, sugerimos uma classificação hipotética do nível de dificuldade para cada questão, que poderá ser ratificada ou não, de acordo com os resultados obtidos, na coleta de dados, após a aplicação da avaliação na rede.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caraterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

As habilidades destacadas para esta avaliação são:

1. *Determinar a inclinação de uma reta.*

A concepção básica da inclinação de um segmento, está relacionada diretamente à compreensão adequada da ideia de proporcionalidade, que podem ser explorados na caracterização de segmentos paralelos quanto na condição de alinhamento de três pontos (A, B e C), uma vez que para três pontos estarem alinhados, as inclinações das retas AB, BC e AC devem ser iguais.

Desta forma em relação as retas inclinadas em relação aos eixos OX e OY, a qualidade comum a todos os seus pontos é o fato de que, qualquer que seja o par de representantes que escolhamos, a inclinação do segmento correspondente é sempre a mesma.

Assim, facilmente se chega à equação **y= mx+h,** em que o coeficiente **m** representa a inclinação da reta, e **h** representa o ponto em que a reta corta o eixo OY.

2. *Identificar a equação da reta por dois pontos ou por sua inclinação e um ponto.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conhecimentos relativos ao tratamento algébrico da equação da reta, sabendo-se que para determinar a equação de uma reta, ou seja, a relação entre as coordenadas x e y que deve satisfazer todos os seus pontos, de modo que todos os segmentos nela contidos tenham a mesma inclinação.

A inclinação constante de todos os segmentos de uma reta pode ser associada à representação de grandezas diretamente proporcionais. De fato, se uma grandeza y é diretamente proporcional a outra grandeza x, então $\frac{y}{x}$ = constante = m, ou seja, y= mx.

3. *Resolver problemas, visando situações de otimização (máximos e mínimos)*

De maneira geral, situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou cujas variações, a partir de certo valor inicial, traduzem uma proporcionalidade direta, resultam em equações de retas, quando traduzidas algebricamente envolvem o conhecimento básico no tratamento das equações de retas ou inequações correspondentes a regiões previamente estabelecidas, na qual se busca a solução de um problema de máximo ou de mínimo.

4. *Resolver problemas por meio das equações da circunferência e das cônicas, com centro na origem em situações simples.*

Ao indicar esta habilidade, objetivamos a apresentação de algumas das propriedades fundamentais de algumas curvas, ou seja, as circunferências e as cônicas, cujo foco principal não é o aprofundamento de algumas propriedades, mas sim de aprimorar a capacidade de resolver situações-problema utilizando-se de conhecimentos adquiridos durante a trajetória de estudos.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.[1]

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- *H04 (3ª Série - EM) – Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.*

A 3ª série do EM aprofunda os conceitos associados às funções, como, por exemplo, as relações de interdependência. Uma das formas de abordagem dessa interdependência são as relações de proporcionalidade nessas diversas formas

- *H08 (3ª Série – E.M) – Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.*

Um aprofundamento dos conceitos de equações como, por exemplo, a associação entre as raízes e seus coeficientes é realizado na 3ª série do EM. Nesse sentido, é importante rever essas relações nas equações do 2º grau.

- *H27 (3ª Série – E.M) – Identificar a localização de números reais na reta numérica.*

A construção de gráficos, em qualquer momento do estudo de Matemática em que as funções estejam sendo estudadas no conjunto "R", exige identificar a localização de números reais na reta numérica.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção o PCN, desta que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos

[1] Fonte: http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br – acesso: 27/11/2015

> adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
>
> (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão. O objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade	*Determinar a inclinação de uma reta*	Questões	01 a 03

Questão 01

Fácil

Sabemos que a partir das coordenadas de dois pontos no plano cartesiano, é possível estabelecer o coeficiente de inclinação ou coeficiente angular de uma reta que passa por estes pontos.

Partindo dessa ideia, considere os pontos A (2,2) e B (5,8), o coeficiente angular do segmento AB é

(A) 2

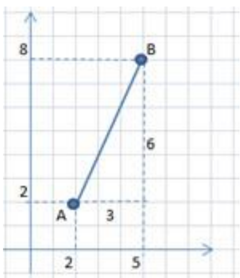
(B) 3,5

(C) 5

(D) 6,5

Resolução comentada

Resposta correta: 2



O valor do coeficiente angular "m" do segmento de reta nos pontos A (2,2) e B (5,8), conforme diagrama é m=2, pois da equação de reta y=mx+h, temos que:

$$m = tg\alpha = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow m = 2$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 2	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) 3,5	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considerou a média entre o Y_A com o X_B, como o valor de inclinação, ou seja: $$\frac{Y_A + X_B}{2} = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$$
(C) 5	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considerou o valor de $X_B=5$, como o coeficiente angular do segmento AB.
(D) 6,5	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considerou a média entre as coordenadas de B (X_B,Y_B), como o valor de inclinação, ou seja: $$\frac{X_B + Y_B}{2} = \frac{5+8}{2} = 6{,}5$$

Questão 02

Difícil

A soma do coeficiente de inclinação da reta que passa pelos pontos A(1,5) e B(4,14) e o coeficiente de inclinação da reta y=αx+1, é 5, então o valor de α será:

(A) 5

(B) 14

(C) 3

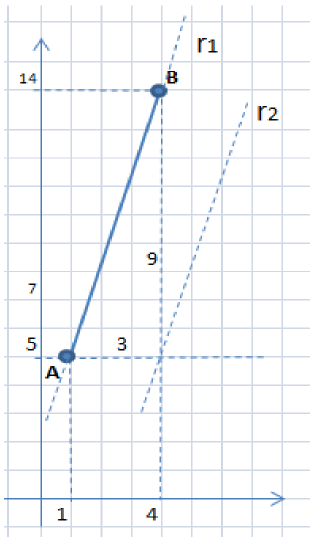
(D) 2

Resolução comentada

Resposta correta*: 2*

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Dado o diagrama:



Seja r_1=mx+h, a reta que passa por A(1,5) e B(4,14); do diagrama tem-se que:

$$m = tg\alpha = \frac{cat.\ oposto}{cat.adjacente} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow m_1 = 3$$

Assim, $r_1 = 3x + h$

Dado a reta $r_2 = \alpha x + 1$, *tem se que:* m_2=α *e*

$m_1 + \alpha = 5 \Rightarrow 3 + \alpha = 5 \Rightarrow \alpha = 2$.

Assim, $r_2 = 2x + 1$

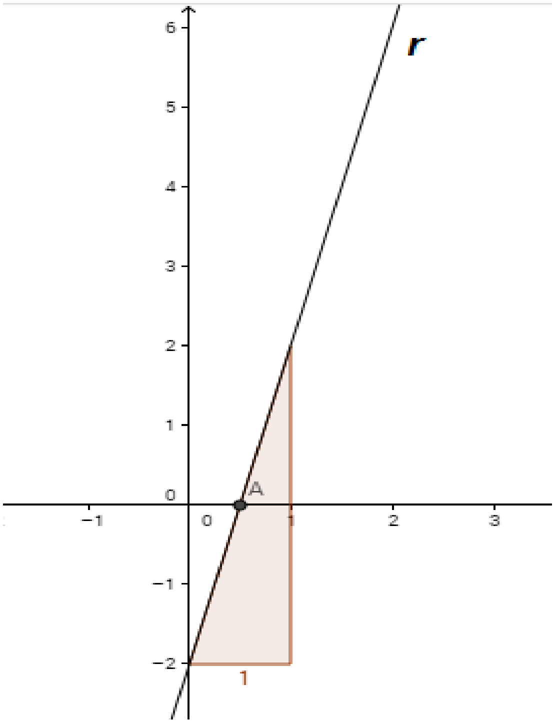
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 5	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou o valor da soma (5), indicada no enunciado da questão.
(B) 14	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou a ordenada y do ponto B como o valor de α.
(C) 3	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não encontrou nenhuma estratégia adequada para a questão e considerou aleatoriamente esta resposta.
(D) 2	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 03

Médio

Observe a reta r e o ponto $A\left(\frac{1}{2},0\right)$ representados na figura a seguir.

Desta forma o coeficiente de inclinação da reta r, será:



(A) -2

(B) 1

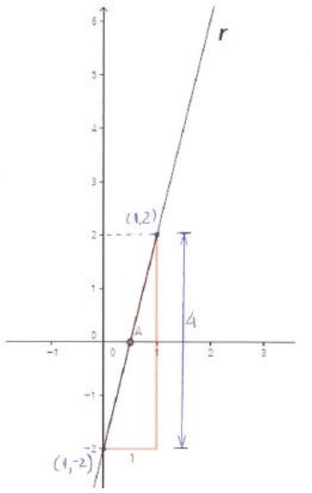
(C) $\frac{1}{2}$

(D) 4

Resolução comentada

Resposta correta*: 4*

Considerando-se r: y= mx + h e o ponto A $\left(\frac{1}{2},0\right)$, pertencente a reta r.



Conforme o diagrama:

$$m = tg\alpha = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow m = 4$$

Portanto o coeficiente de inclinação da reta é m=4

Obs: Da reta r: y= 4x + h e o ponto A $\left(\frac{1}{2},0\right)$, tem se que

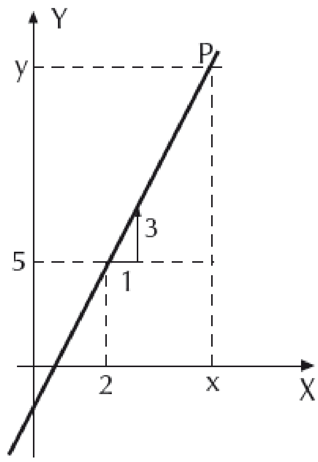
$0 = 4 \cdot \frac{1}{2} + h \Rightarrow h = -2$ e a equação da reta:
$r: y = 4x - 2$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) -2	**Resposta incorreta.** O aluno não utilizou o raciocínio correto e escolheu aleatoriamente a alternativa. As observações A e B estão invertidas.
(B) 1	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno determina o valor do coeficiente linear da reta ao invés do coeficiente linear da seguinte maneira: $m = tg\alpha = \frac{4}{1} = 4 \ \Rightarrow r = 4x + h$ Para calcular o valor de h (coeficiente linear), substitui incorretamente as coordenadas do ponto A na equação da reta, da seguinte maneira: $r: y = 4x + h \Rightarrow 0 = 4 \cdot \frac{1}{2} + h \Rightarrow h = -2$
(C) $\frac{1}{2}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente considerou a abscissa do ponto A, $(\frac{1}{2})$, como o coeficiente angular da reta.
(D) 4	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	*Identificar a equação da reta por dois pontos ou por sua inclinação e um ponto*	Questões	04a 06

Questão 04

Fácil



Observe a reta **P** representada no gráfico que passa pelo ponto A(2,5) e tem inclinação m=3. A equação da reta **P** será dada por:

(A) y= 3x + 1

(B) y= 3x – 1

(C) y= – 3x + 1

(D) y= – 3x – 1

Resolução comentada

Resposta correta*: y=3x−1*

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Dado m=3, temos que

$$3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-5}{x-2} \Rightarrow 3 \cdot (x-2) = y-5 \Rightarrow 3x-6 = y-5 \Rightarrow y = 3x-1$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) y= 3x + 1	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno substitui acertadamente na equação o valor de x e equivoca-se com o sinal na operação: y=3x+h e A(2,5), da seguinte maneira: $y = 3x + h \Rightarrow 5 = 3 \cdot 2 + h \Rightarrow 5 = 6 + h \Rightarrow h = 1$ Assim a equação da reta será dada por: y=3x+1
(B) y= 3x − 1	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) y= – 3x + 1	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno troca os sinais dos números na equação por cometer o equívoco da alternativa A, e ao calcular m, como $tg\alpha = \frac{3}{1}$, se confunde com o sinal da tangente e considera m=-3
(D) y= – 3x − 1	**Resposta incorreta.** Determina o valor de h corretamente, porém ao calcular m, como $tg\alpha = \frac{3}{1}$ e possivelmente se confunde com o sinal da tangente e considera m=-3

Questão 05

Médio

A equação da reta que passa pelos pontos (2,3) e (-1,-6) é

(A) y= – x – 6

(B) y= x + 1

(C) y= 2x + 3

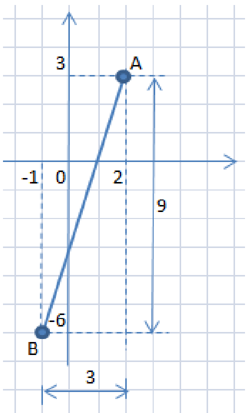
(D) y=3x – 3

Resolução comentada

Resposta correta*: y=3x–3*

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Dado o gráfico:



$$m = tg\alpha = \frac{cat.oposto}{cat.adjacente} = \frac{9}{3} = 3$$

do ponto A(2,3) e considerando a equação:

y= mx + h, temos que:

$$y = 3x + h \Rightarrow h = y - 3x \Rightarrow h = 3 - 3 \cdot 2 \Rightarrow h = -3$$

Então a equação da reta será dada por:

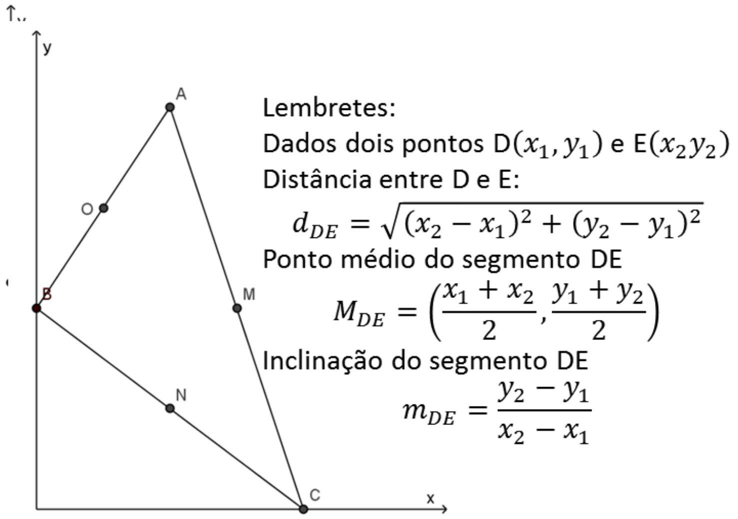
$y = 3x - 3$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $y= -x - 6$	**Resposta incorreta.** das coordenadas do ponto B(-1,-6) considera a abscissa -1 como coeficiente de x na equação e a ordenada -6, como termo independente da equação, assim: $y= -x - 6$
(B) $y= x + 1$	**Resposta incorreta.** Esta alternativa é, em certo sentido, a mais discrepante do esperado. Convém investigar se houve alguma hipótese equivocada ou se o aluno assinalou aleatoriamente.
(C) $y= 2x + 3$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno tomou a coordenada do ponto A(2,3) considerando a abscissa 2, como coeficiente de x na equação e a ordenada 3, como termo independente da equação, assim: $y=2x+3$
(D) $y=3x - 3$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 06 Anulada

Difícil

No triângulo ABC, M(a,a) é o ponto médio do segmento AC, N é o ponto médio do segmento BC e O é o ponto médio do segmento AC, sendo que, os vértices A, B e C, são representados pelas coordenadas: A(2,6), B(0,a) e C(c,0), conforme a figura a seguir:



Sabendo-se disto, assinale a alternativa correta

(A) Sendo $y_1=3$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos B e M e $y_2=-3x$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos A e C, então pode se afirmar que $\overline{BM} \perp \overline{AC}$

(B) Sendo $y_3=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos M e N e $y_4=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos O e M, então pode se afirmar que $\overline{MN} \perp \overline{OM}$.

(C) Se a distância entre os pontos B e M é de 3 unidades e a distância entre B e C é de 5 unidades, então a distância entre M e C é de 4 unidades.

(D) Sabendo-se que as quatro equações de retas que compõe os lados do quadrilátero BOMN são:
$y_5=\frac{3}{2}x+3$, $y_6=\frac{3}{4}x+3$, $y_7=\frac{3}{2}x-3$ e $y_8=-\frac{3}{4}x+\frac{21}{4}$, então BOMN é um paralelogramo.

Resolução comentada

Resposta correta*: BOMN é um paralelogramo*

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Inicialmente, vamos calcular as coordenadas dos pontos médios: M, N e O:

De acordo com o enunciado do problema, M é o ponto médio do segmento AC, desta forma, temos:

$$(a,a) = \left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) \Rightarrow (a,a) = \left(\frac{2+c}{2}, \frac{6+0}{2}\right) \Rightarrow (a,a) = \left(\frac{2+c}{2}, 3\right)$$

$$\begin{cases} a=3 \\ a = \dfrac{2+c}{2} \Rightarrow 3 = \dfrac{2+c}{2} \Rightarrow 6 = 2 + c \Rightarrow c = 4 \therefore M(3,3),\ B(0,3) \text{ e } C(4,0) \end{cases}$$

A partir dos dados apresentados acima, calcularemos os pontos médios dos segmentos BC e BA.

N é o ponto médio do segmento BC, então:

$$N=\left(\frac{0+4}{2}, \frac{3+0}{2}\right) \Rightarrow N\left(2, \frac{3}{2}\right)$$

O é ponto médio do segmento AB, então

$$O=\left(\frac{2+0}{2}, \frac{6+3}{2}\right) \Rightarrow O\left(1, \frac{9}{2}\right)$$

Com a obtenção de N e O, passaremos então a calcular as inclinações dos diferentes segmentos de retas que compõe o triângulo ABC.

- *Coeficiente angular do segmento AC*

$$A(2,6) \text{ e } C(4,0) \Rightarrow m_{\overline{AC}} = \frac{0-6}{4-2} = -\frac{6}{2} = -3$$

- *Coeficiente angular do segmento BC*

$$B(0,3) \text{ e } C(4,0) \Rightarrow m_{\overline{BC}} = \frac{0-3}{4-0} = -\frac{3}{4}$$

- *Coeficiente angular do segmento AB*

$$A(2,6) \text{ e } B(0,3) \Rightarrow m_{\overline{AB}} = \frac{3-6}{0-2} = -\frac{3}{2}$$

- *Coeficiente angular do segmento MN*

$$M(3,3) \text{ e } N\left(2,\frac{3}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{MN}} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{2 - 3} = \frac{-\frac{3}{2}}{-1} = \frac{3}{2}$$

- *Coeficiente angular do segmento BO*

$$B(0,3) \text{ e } O\left(1,\frac{9}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{MN}} = \frac{\frac{9}{2} - 3}{1 - 0} = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$$

- *Coeficiente angular do segmento BN*

$$B(0,3) \text{ e } N\left(2,\frac{3}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{BN}} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{2 - 0} = \frac{-\frac{3}{2}}{2} = -\frac{3}{4}$$

- *Coeficiente angular do segmento OM*

$$O\left(1,\frac{9}{2}\right) \text{ e } M(3,3) \Rightarrow m_{\overline{OM}} = \frac{3 - \frac{9}{2}}{3 - 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{2} = -\frac{3}{4}$$

Observando os quatro últimos cálculos, observa-se que:

$$\begin{cases} m_{\overline{MN}} = m_{\overline{BO}} \Rightarrow \overline{MN \parallel \overline{BO}} \\ m_{\overline{BN}} = m_{\overline{OM}} \Rightarrow \overline{BN \parallel \overline{OM}} \end{cases}$$

Estabelecida a condição de paralelismo dos pontos médios, passaremos a verificar que suas distâncias são congruentes:

Distância entre os pontos $M(3,3)$ e $N\left(3,\frac{3}{2}\right)$

$$d_{\overline{MN}} = \sqrt{(3-2)^2 + \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cong 1{,}8$$

Distância entre os pontos $B(0,3)$ e $O\left(1,\frac{9}{2}\right)$

$$d_{\overline{BO}} = \sqrt{(0-1)^2 + \left(3 - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cong 1{,}8$$

Distância entre os pontos $B(0,3)$ e $N\left(2,\frac{3}{2}\right)$

$$d_{\overline{BN}} = \sqrt{(0-2)^2 + \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Distância entre os pontos $O\left(1,\frac{9}{2}\right)$ e $M(3,3)$

$$d_{\overline{OM}} = \sqrt{(1-3)^2 + \left(\frac{9}{2} - 3\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

A partir dos cálculos acima, temos que

$I)\ d_{\overline{MN}} = d_{\overline{BO}}\ e\ \overline{MN} \parallel \overline{BO}$

$II) d_{\overline{BN}} = d_{\overline{OM}}\ e\ \overline{BN} \parallel \overline{OM}$

De I e II, concluímos que BOMN é um paralelogramo.

Grade de Correção

	Alternativa	Observação
(A)	Sendo $y_1=3$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos B e M e $y_2=-3x$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos A e C, então pode se afirmar que $\overline{BM} \perp \overline{AC}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno apenas visualizou o paralelismo do segmento BN com o eixo das ordenadas, e concluiu que este segmento é perpendicular ao segmento AC, esquecendo-se do fato que o coeficiente angular deste segmento é -3.
(B)	Sendo $y_3=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos M e N e $y_4=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos O e M, então pode se afirmar que $\overline{MN}\perp\overline{OM}$.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno visualizou os dois segmentos indicados e concluiu que eles são perpendiculares, sem efetuar os devidos cálculos e apenas verificou que o produto dos coeficientes angulares de y_3 (3/2) e y_4= (3/4), não resulta em -1.
(C)	Se a distância entre os pontos B e M é de 3 unidades e a distância entre B e C é de 5 unidades, então a distância entre M e C é de 4 unidades.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno verificou nas medidas referentes à terna pitagórica (3,4 e 5), porém não verificou que o segmento BM não é perpendicular ao segmento BC.
(D)	Sabendo-se que as quatro equações de retas que compõe os lados do quadrilátero BOMN são: $y_5=\frac{3}{2}x+3$, $y_6=\frac{3}{4}x+3$, $y_7=\frac{3}{2}x-3$ e $y_8=-\frac{3}{4}x+\frac{21}{4}$, então BOMN é um paralelogramo.	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	*Resolver problemas, visando situações de otimização (máximos e mínimos)*	Questões	07a 09

Questão 07

Fácil

Uma pessoa deve fazer uma dieta em que deve ingerir, no mínimo, 75 g de proteínas por dia, servindo-se apenas de certo alimento A. Se cada grama de A fornece 0,15 g de proteína, quantos gramas de A deverão ser ingeridos por dia, no mínimo?

(A) 575

(B) 560

(C) 515

(D) 500

Resolução comentada

Resposta correta: 500

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Sendo a quantidade de gramas de A a ser ingerida, devemos ter $x \cdot 0{,}75 \geq 75$.

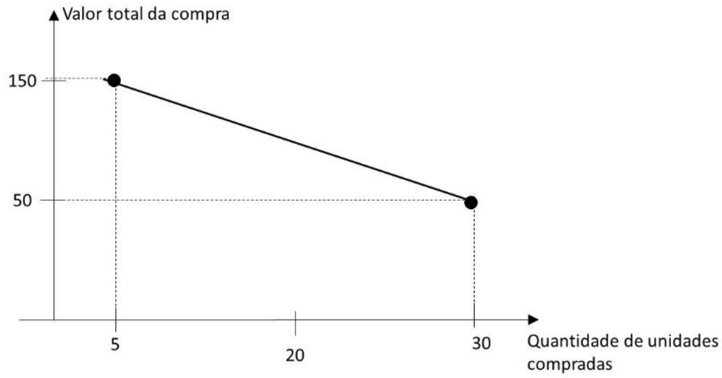
Conclui-se então que $x \geq 500$ $\boxed{x.0{,}15 \geqslant 75}$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 575g	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno encontrou 500 gramas na operação com os dados do problema e junta as 75 gramas a serem ingeridos por dia.
(B) 560g	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno encontrou 500 gramas na operação com os dados do problema. Em seguida subtrai equivocadamente 15 de 75 e soma aos 500g.
(C) 515g	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno encontrou 500 gramas na operação com os dados do problema e adiciona a 0,15
(D) 500g	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 08

Médio

A promoção de uma mercadoria em um supermercado está representada, no gráfico a seguir por 2 pontos de uma mesma reta.



Se uma pessoa estima em comprar de 5 a 30 unidades, a estimativa de quanto ela deverá gastar é de

(A) Até R$ 50,00

(B) R$ 50,00

(C) R$ 150,00

(D) Entre R$ 50,00 e R$ 150,00

Resolução comentada

Resposta correta: Entre R$ 50,00 e R$ 150,00

Esta situação-problema pode ser perfeitamente resolvida através dos conceitos relativos à Geometria Analítica, a qual se refere ao estudo de inequações lineares, aplicados ao tópico relacionado à equação reduzida da reta, conforme segue.

Seja A o ponto (30,50) e B o ponto (5,150), a inclinação da reta que passa por estes dois pontos é dada por:

$$m = \frac{150 - 50}{5 - 30} = -\frac{100}{25} = -4$$

e o coeficiente linear da reta será dado por:

$$y = -4x + h \Rightarrow 50 = -4 \cdot 30 + h \Rightarrow h = 170 \therefore y = -4x + 170$$

No enunciado consta que o intervalo referente a quantidade de unidades está entre 5 e 30, tem o seu valor entre 50 e 150 reais., pois $y \leq -4x + 170$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) Até R$ 50,00	**Resposta incorreta.** O aluno indicou um intervalo que não pertence a região solicitada, mostrando assim que não compreendeu o enunciado da questão.
(B) R$ 50,00	**Resposta incorreta.** O aluno indicou o valor máximo da compra, mostrando assim que não compreendeu o enunciado da questão.
(C) R$ 150,00	**Resposta incorreta.** O aluno indicou o valor mínimo da compra, mostrando assim que não compreendeu o enunciado da questão.
(D) **Entre R$ 50,00 e R$ 150,00**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 09

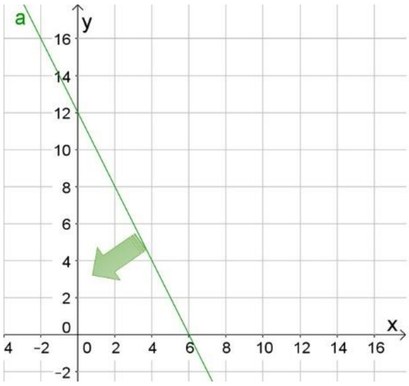
Médio

Um sitiante dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Ele deve decidir quanto plantar de cada cultura, em alqueires, de modo que não ultrapasse o limite que tem.

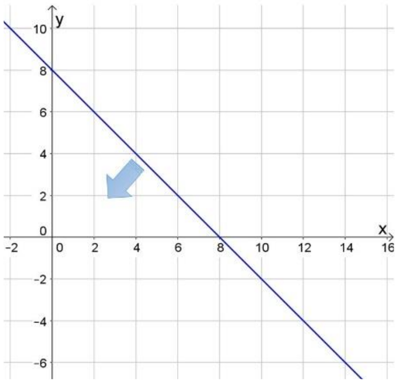
Considere x a quantidade de alqueires a serem plantados de milho e y a quantidade de alqueires a serem plantados de cana.

Sabendo que a soma x + y não pode ultrapassar os 8 alqueires disponíveis, a representação no plano cartesiano dos pontos (x,y) que satisfazem essa relação é:

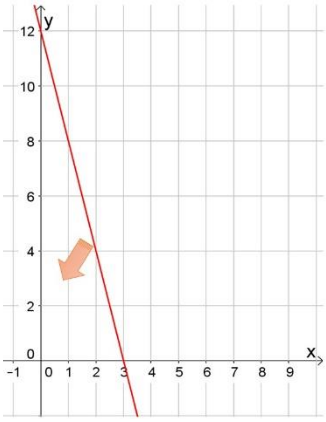
(A)



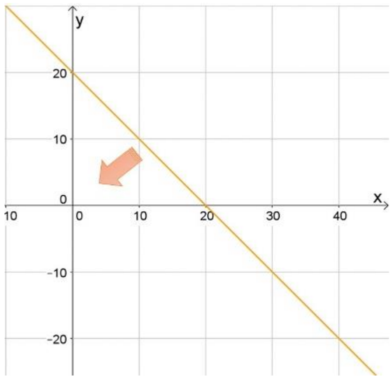
(B)



(C)

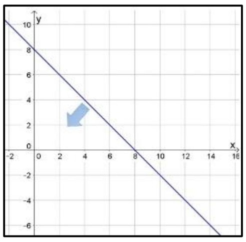


(D)



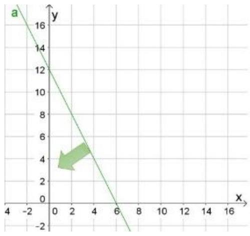
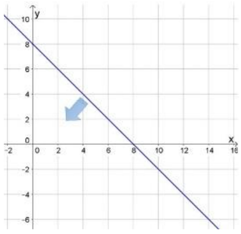
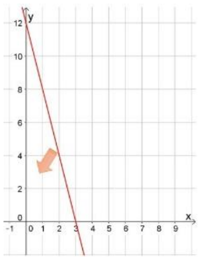
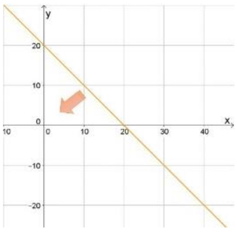
Resolução comentada

Resposta correta:



Como a área plantada com as duas culturas não pode ultrapassar oito alqueires, a solução estará na região indicada sob o gráfico da reta y=-x+8. Assim, quando x=0 tem-se y=8, ou seja, não se planta milho e plantam-se os oito alqueires de cana e vice-versa. De forma que valerá sempre para esse caso a relação x + y=8

Grade de Correção

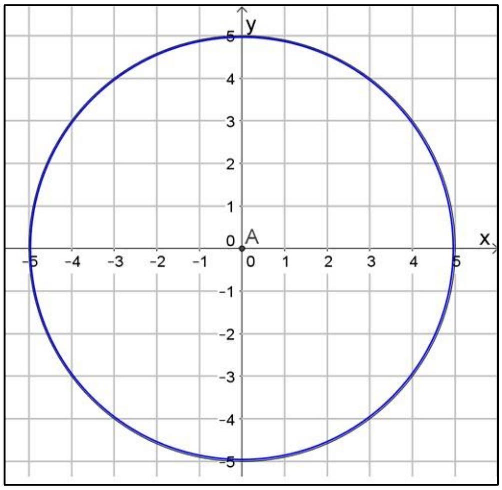
Alternativa		Observação
(A)		**Resposta incorreta.** Esta representação não corresponde aos dados do problema, pois haveria pares (x,y) que dariam soma maior que oito e a área plantada ultrapassaria o limite de oito alqueires, por exemplo, se x=0 significa que não seria plantado milho e nesse caso poder-se-ia plantar até 12 alqueires de cana, sendo assim, a região apontada sob o gráfico não é solução para o problema.
(B)		**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(C)		**Resposta incorreta.** Esta representação não satisfaz o problema, pois a área plantada ultrapassaria o limite de oito alqueires, porque se x=0, y=12 e a área plantada de cana poderia ser até 12 alqueires. Logo, a região sob o gráfico não é solução para o problema.
(D)		**Resposta incorreta.** Este diagrama não satisfaz o problema, pois a área plantada ultrapassaria o limite de oito alqueires. A região sob o gráfico não é solução para o problema.

Habilidade	*Resolver problemas por meio das equações da circunferência e das cônicas, com centro na origem em situações simples*	Questões	10 a 12

Questão 10

Fácil

A equação que representa a circunferência de raio igual a 5 indicada no plano cartesiano a seguir é:



(A) $x^2+y^2=\sqrt{5}$

(B) $x^2+y^2=25$

(C) $-5x^2+5y^2=\sqrt{5}$

(D) $5x^2+5y^2=5$

Resolução comentada

Resposta correta: $x^2+y^2=25$

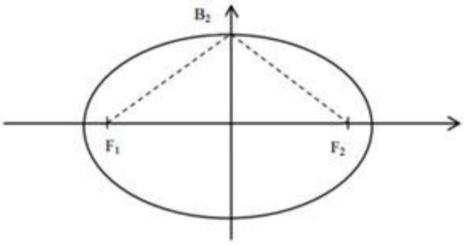
A equação da circunferência: $(x-a)^2 + (y-b)^2= r^2$ na forma reduzida com centro na origem pode ser escrita como $x^2+y^2=r^2$; e sendo r=5, temos que:$x^2+y^2=25$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $x^2+y^2=\sqrt{5}$	**Resposta incorreta.** O equívoco está em considerar $\sqrt{5}$ como a medida do raio ao quadrado no segundo membro da igualdade.
(B) $x^2+y^2=25$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(C) $-5x^2+5y^2=\sqrt{5}$	**Resposta incorreta.** O aluno equivoca-se ao considerar – 5 e 5 como coeficientes para x e y, respectivamente na equação: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ e o raio ao quadrado como $\sqrt{5}$.
(D) $5x^2+5y^2=5$	**Resposta incorreta.** O aluno equivoca-se ao considerar -5 e 5 como coeficientes para x e y, respectivamente na equação: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ e o raio ao quadrado como $\sqrt{25}$.

Questão 11

Difícil

Dada a elipse:



Qual é a área do triângulo $F_1F_2B_2$, de tal forma que F_1 e F_2 são focos e B_2 é o vértice do eixo menor da elipse:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

(A) 12

(B) 13

(C) 16

(D) 25

Resolução comentada

Resposta correta: 12

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Das equações:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ e $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, temos que

$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$; $b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3$

$F_1 = (-3,0)$ e $F_2 = (3,0)$, com $a>b$ (elipse horizontal)

Distância entre os focos $d(F_1 , F_2) = 6$

Cálculo da área do triângulo

$$A_{F_1F_2B_2} = \frac{d(F_1 \cdot F_2) \cdot b}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 12	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(B) 13	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, não utilizou o raciocínio correto e escolheu aleatoriamente a alternativa.
(C) 16	**Resposta incorreta.** Considera como resposta a medida do semieixo menor (b).
(D) 25	**Resposta incorreta.** Considera como resposta a medida do semieixo maior (a).

Questão 12

Médio

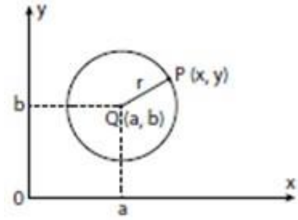
As definições I e II referem-se a duas superfícies cônicas

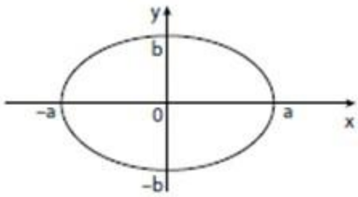
I) “é o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos (focos) é constante e maior que a distância entre eles”

II) “é o conjunto dos pontos do plano equidistantes de um ponto fixo (foco) e de uma reta (diretriz), que não contém o ponto”

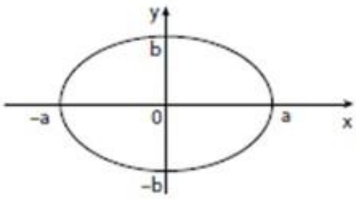
Portanto as definições apresentadas na ordem I e II, referem-se às seguintes representações gráficas.

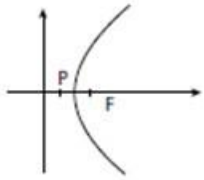
(A)



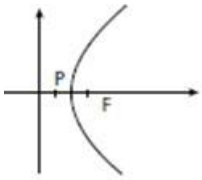


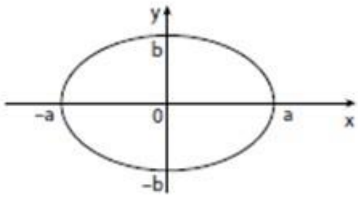
(B)



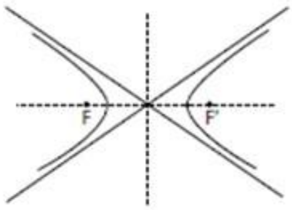


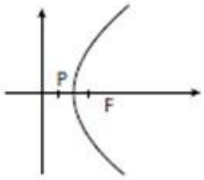
(C)





(D)



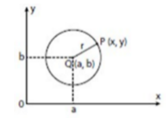
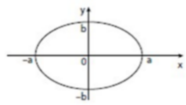
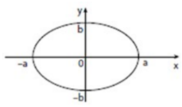
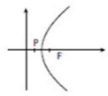
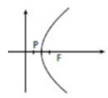
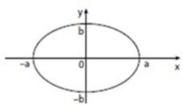
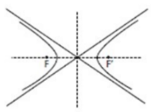
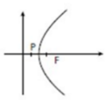


Resolução comentada

Resposta correta: Elipse e Parábola.

Esta questão tem como objetivo destacar o aprofundamento da competência leitora por meio da interpretação de um texto que descreve as características de duas formas cônicas e solicita-se a associação destes textos com as representações gráficas contidas nas alternativas. Desta forma, não consideramos a busca de tratamentos algébricos para identificar, por exemplo, a equação geral de cada uma das cônicas e sim a identificação de algumas das características principais das cônicas, no caso a elipse e a parábola, como está apresentado na Situação de Aprendizagem, 4 Vol.1, 3ª Série do Ensino Médio, do Material de Apoio do Currículo do Estado de São Paulo.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A)  	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa o aluno provavelmente associa a descrição dada no texto (II), identificando o centro (O) e o ponto (P), como pontos constantes e equidistantes, sendo que os dois pontos fixos seriam o raio da circunferência. Quanto ao texto (II), o aluno provavelmente relacionou a origem do sistema cartesiano, sendo o ponto fixo (foco), e entendeu que os pontos: a, −a, b, −b como simétricos, portanto concluiu que são equidistantes.
(B)  	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(C)  	**Resposta incorreta.** Neste caso observa-se que o aluno compreendeu parcialmente o enunciado da questão, pois ao estabelecer uma relação entre os textos (I) e (II), não atentou para a ordem em que são apresentadas as cônicas.
(D)  	**Resposta incorreta.** Nesta situação o aluno não foi bem-sucedido na análise do texto (I), pois interpretou erroneamente os "F" apresentados como sendo pontos fixos e equidistantes, quanto ao texto (II) a análise atende completamente à representação gráfica da cônica parábola.

Habilidade	*H04 – 3ª Série – E.M - Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.*	Questão	13

Questão 13

Fácil

Num movimento, o espaço percorrido é diretamente proporcional ao tempo, mantendo-se constante a velocidade. Considere v a velocidade média, t o tempo gasto e s espaço percorrido.

A relação matemática que expressa a proporcionalidade espaço e tempo é

(A) $v = t \cdot s$

(B) $\boldsymbol{v = \frac{s}{t}}$

(C) $s = \frac{t}{v}$

(D) $t = \frac{v}{s}$

Resolução comentada

Resposta correta: $v = \frac{s}{t}$

A relação matemática que expressa a proporcionalidade espaço e tempo é dada por $v = \frac{s}{t}$, pois a velocidade de um corpo é dada pela relação entre o deslocamento (s) de um corpo em determinado tempo (t); em problemas elementares, onde há deslocamento apenas em uma direção, o chamado movimento unidimensional. Convém tratá-la como uma grandeza escalar (com apenas valor numérico). As unidades de velocidade mais usuais são: m/s (metro por segundo); km/h (quilômetro por hora);

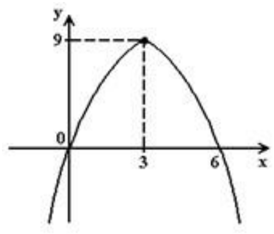
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $v = t \cdot s$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno relacionou a proporcionalidade como sendo uma multiplicação entre as grandezas.
(B) $v = \frac{s}{t}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(C) $s = \frac{t}{v}$	**Resposta incorreta.** O aluno cometeu o mesmo erro apresentado na alternativa (A) pois, esta sentença não expressa proporcionalidade, dado que o espaço percorrido é dado pelo produto da velocidade e o tempo
(D) $t = \frac{v}{s}$	**Resposta incorreta.** O aluno cometeu o mesmo erro apresentado na alternativa (A) pois, esta sentença não expressa proporcionalidade.

Habilidade	*H08 – 3ª Série – E.M. - Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.*	**Questão**	14

Questão 14

Médio

A figura a seguir, representa o gráfico de uma função polinomial de 2º grau



A expressão algébrica que representa esta função será

(A) $y = -3x^2 - 6$

(B) $y = x^2 + 9x$

(C) $y = -x^2 + 6x$

(D) $y = 3x^2 + 9x$

Resolução comentada

Resposta correta: $y = -x^2 + 6x$

Uma das possibilidades de resolução do problema pode ser descrita da seguinte maneira:

Analisando o gráfico tem se que a concavidade da parábola é para baixo, logo o coeficiente "a" de x^2 é negativo; o gráfico crescente após interceptar o eixo y dá a entender que o coeficiente "b" de x é positivo, o gráfico passando pela origem (0,0) intercepta o eixo y em 0 (zero) e indica que o termo independente "c" é igual a zero, as raízes da equação são $x_1=0$ e $x=6$.

Das coordenadas do vértice V(3,9) tem-se que:

$X_V = -\frac{b}{2a} = 3$ e $Y_V = \frac{-\Delta}{4a} = 9$

de X_V, $b = -6a$; substituindo em $Y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4} = 9 \Rightarrow -\frac{36a^2}{4a} = 9$

$-36a^2 = 36a \Rightarrow a = -1$ então $b = (-6)(-1) = 6$

Logo a função que representa a parábola será:

$$y = -x^2 + 6x$$

Grade de Correção

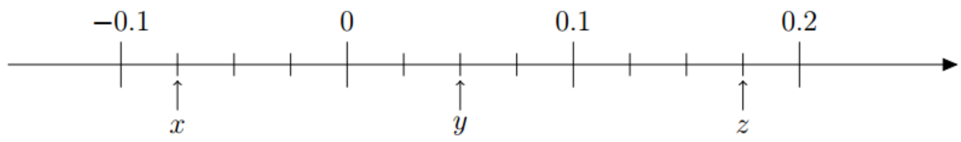
Alternativa	Observação
(A) $y = -3x^2 - 6$	**Resposta incorreta.** O aluno calcula $X_V = -\frac{b}{2a} = 3$ em que $b = -6a$ e substitui, equivocadamente, na mesma equação para determinar $X_V = -\frac{6a}{2a} = -3$, mantém o sinal de negativo e os considera como coeficientes dos termos na equação.
(B) $y = x^2 + 9x$	**Resposta incorreta.** O aluno equivoca-se quanto aos cálculos de a e b $\left.\begin{array}{c} X_V = -\frac{b}{2a} = 3\ em\ que\ b = -6a\ e\ Y_V = -\frac{b^2}{4a} = 9 \\ \frac{b^2}{4} = 9a \Rightarrow 36 = 36a \Rightarrow a = 1 \end{array}\right\}$ Então conclui que: $y= x^2+9x$
(C) $\mathbf{y = -x^2 + 6x}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) $y = 3x^2 + 9x$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considera as coordenadas do vértice como coordenadas.

Habilidade	*H17 – 3ª Série – E.M. – Identificar a localização de números reais na reta numérica*	**Questão**	15

Questão 15

Médio

De acordo com a reta numérica a seguir:



Os números reais indicados por x, y e z são respectivamente:

(A) −0,075; 0,05 e 0,175

(B) −0,25; 0,5 e 0,19

(C) −0,75; 0,05 e 0,75

(D) 0,075; – 0,05 e 0,175

Resolução comentada

Resposta correta: −0,075; 0,05 e 0,175

Ao dividir cada intervalo [−0,1; 1;0], [0; 0,1;0,2] em quatro partes iguais, nota-se que cada parte corresponde a 25% do intervalo, ou seja 0,025. Desta forma, intercalam-se três pontos em cada intervalo:

[−0,1; ***−0,075****; 0,025; 0], [0; 0,025;* ***0,05****; 0,075; 0,1], [0,1; 0,125; 0,15;* ***0,175****; 0,2].*

Os números que correspondem, respectivamente, às letras apontadas no problema são as do gabarito A, x=-0. 075, y=0.05 e z=0.175

Obs.: se inserir em uma calculadora a operação: -0.1+0.025 e seguir apertando a tecla = (igual) obterá a sequência crescente dos números a partir de -0,1. Da mesma forma se inserir a operação inversa, ou seja: 0.2 – 0.025 e seguir apertando a tecla = (igual) obterá a sequência decrescente.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) −0,075; 0,05 e 0,175	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não**
(B) −0,25; 0,5 e 0,19	**Resposta incorreta.** O equívoco nesta resposta para os valores de x e y pode estar em considerar cada ponto do intervalo como 0,25 sem levar em conta o sinal dos números no intervalo. Para o número correspondente à letra "z" imagina o número 0,19 como ponto antes de 0,2.
(C) −0,75; 0,05 e 0,75	**Resposta incorreta.** O aluno considera, equivocadamente, os pontos nos intervalos, a cada 0,25 e por isso erra o número correspondente ao "x", acerta "y" e para o valor de "z" não se dá conta do intervalo em que está.
(D) 0,075; – 0,05 e 0,175	**Resposta incorreta.** O aluno acerta os números correspondentes às letras, porém equivoca-se com os sinais de x e y nos respectivos intervalos.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material
Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, Sandra Maira Zen Zacarias e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Mário José Pagotto, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek e Rosana Jorge Monteiro Magni,