GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

2ª série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
1º Bimestre de 2016
11ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas da plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

2ª Série do Ensino Médio

Habilidades da Matriz Processual de Matemática – 1º Bimestre.

Questão	Gabarito	Nível	Descrição da habilidade
01	*C*	Fácil	*Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.*
02	*B*	Médio	
03	*A*	Médio	
04	*C*	Médio	*Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte do ciclo trigonométrico.*
05	*B*	Médio	
06	*B*	Fácil	
07	*D*	Fácil	*Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.*
08	*D*	Difícil	
09	*B*	Fácil	
10	*A*	Difícil	*Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.*
11	*A*	Fácil	
12	*B*	Difícil	

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação SARESP-Foco Aprendizagem.

Questão	Gabarito	Nível	Código Habilidade/Ano	Descrição da habilidade
13	D	Difícil	**H37 – 9º Ano**	*Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.*
14	B	Difícil	**H17 – 3º Ano**	*Identificar a localização de números reais na reta numérica.*
15	C	Médio	**H27 – 3º Ano**	*Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente)*

Comentários e Recomendações pedagógicas

A premissa da avaliação é considerá-la como instrumento que subsidia tanto o aluno, no seu desenvolvimento cognitivo, quanto o professor, no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser uma ferramenta que auxilia o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa - neste caso a avaliação é tomada na perspectiva diagnóstica como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, os 12 primeiros itens que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de Referência para a Avalição – SARESP.

Nesta edição, sugerimos uma classificação hipotética do nível de dificuldade para cada questão, que poderá ser ratificada ou não, de acordo com os resultados obtidos, na coleta de dados, após a aplicação da avaliação na rede.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caraterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. *Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.*

A periodicidade de determinado fenômeno pode ser associada ao movimento de um ponto girando sobre uma circunferência, desta forma, as medidas das projeções desse ponto sobre determinados eixos são valores de funções trigonométricas associadas a arcos percorridos pelo ponto.

Sabendo-se disto, é importante ressaltar que até essa etapa dos estudos, os arcos foram medidos em graus e não em radianos. Isso é aconselhável pelo fato do grau ser a unidade de medida familiar aos alunos nesse momento, uma vez que convivem com a ideia de ângulo de giro desde a 7ª série/8º Ano do Ensino Fundamental. No entanto é razoável apresentar aos alunos a unidade **radiano,** bem como a relação de conversão entre as unidades de medida nesse caso.

Finalmente, a proposição da habilidade, tem como objetivo principal o diagnóstico de algumas concepções básicas a respeito do modelo matemático em questão:

- Identificar a posição da extremidade final de um arco medido em graus;
- Identificar a posição da extremidade final de um arco medido em radianos;
- Converter para radianos uma medida de arco em graus;
- Obter a menor determinação positiva de um arco qualquer.

2. *Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte do ciclo trigonométrico.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conhecimentos relativos às medidas de um arco e assinalar as extremidades finais dos arcos correspondentes aos valores notáveis e seus correspondentes, associados a algumas equações trigonométricas do tipo senx=k ou cosx=m, definidas em R e também em intervalos definidos, como por exemplo, $[0, 2\pi]$, $[0,4\pi]$,$[2\pi,6\pi]$ etc. Para não resolver apenas o aspecto algébrico envolvido na resolução de equações dessa natureza, optamos pelo suporte do ciclo trigonométrico.

3. *Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem, no reconhecimento dos seguintes pressupostos básicos, a respeito da modelagem matemática implícita na habilidade, conforme segue:

- completar uma tabela com valores de arcos e de funções;
- construir o gráfico de uma função de uma função trigonométrica dada a sentença algébrica que a representa;
- determinar a sentença algébrica da função representada por um gráfico dado.

4. *Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.*

Ao indicar esta habilidade, objetivamos que esta permita a interligação dos conceitos destacados nas habilidades anteriormente descritas à luz da modelagem de funções trigonométricas, que podem ampliar sobremaneira os significados associados a este tipo de função, ressaltando a ideia de que a trigonometria apresenta a importante característica de estabelecer a ligação entre o eixo "Geometria e medidas" e o eixo "Números e funções".

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- *H37 (9º Ano) – Resolver problemas em diferentes contextos, a partir de aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.*

O estudo de trigonometria na 2ª série do EM, que foca a trigonometria no ciclo trigonométrico, requer a revisão das aplicações da trigonometria dos ângulos agudos.

- *H17 (3ª Série – E.M) – Identificar a localização de números reais na reta numérica.*

Para a construção de gráficos das funções trigonométricas necessita identificar e localizar números reais na reta numérica, principalmente o número irracional pi.

- *H27 (3ª Série – E.M) – Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).*

O estudo de trigonometria na 2ª série do EM, que foca a trigonometria no ciclo trigonométrico, requer a revisão de conceitos de trigonometria no triângulo retângulo.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
>
> (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão. Oobjetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

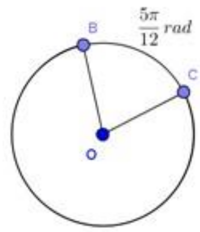
Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade	*Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos*	Questões	01 a 03

Questão 01

Fácil

A figura a seguir ilustra um arco BC de comprimento $\frac{5\pi}{12}$ radianos, então a medida em graus do ângulo central $B\hat{O}C$, é de



(A) 18,75

(B) 37,50

(C) 75,00

(D) 150,00

Resolução comentada

Resposta correta: 75º

Utilizando-se a relação entre o comprimento do arco em radianos e sua respectiva medida em graus, temos que:

$$\begin{array}{l} \pi \text{ rad} \rightarrow 180^\circ \\ \frac{5\pi}{12} \text{ rad} \rightarrow x \end{array} \Rightarrow \pi x = \frac{5\pi}{12} \cdot 180 \Rightarrow \pi x = 5\pi \cdot 15 \Rightarrow x = \frac{75\pi}{\pi} = 75^\circ$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 18,75	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno realizou os cálculos utilizando a seguinte relação: 2π rad $\rightarrow$ 90° $\frac{5\pi}{12}$ rad $\rightarrow$ x $\Rightarrow 2\pi \cdot x = 90 \cdot \frac{5\pi}{12} \Rightarrow 2\pi \cdot x = 5\pi \cdot \frac{15}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow 2\pi \cdot x = \frac{75\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{75\pi}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{75}{4} = 18{,}75°$
(B) 37,50	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno realizou os cálculos utilizando a seguinte relação: 2π rad $\rightarrow$ 180° $\frac{5\pi}{12}$ rad $\rightarrow$ x $\Rightarrow 2\pi \cdot x = \frac{5\pi}{12} \cdot 180 \Rightarrow 2\pi \cdot x = 5\pi \cdot 15 \Rightarrow$ $\Rightarrow x = \frac{75\pi}{2\pi} = 37{,}5°$
(C) 75,00	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) 150,00	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno realizou os cálculos utilizando a seguinte relação: π rad $\rightarrow$ 360° $\frac{5\pi}{12}$ rad $\rightarrow$ x $\Rightarrow \pi \cdot x = \frac{5\pi}{12} \cdot 360 \Rightarrow \pi \cdot x = 5\pi \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{150\pi}{\pi} = 150°$

Questão 02

Médio

Uma circunferência tem 12 cm de comprimento e 2 cm de comprimento de arco.

A medida do arco em radianos será de:

(A) $\frac{1}{3\pi}$

(B) $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

(C) $\frac{12}{\pi}$

(D) 2π

Resolução comentada

Resposta correta: $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

Utilizando-se a relação entre o comprimento do arco e o comprimento do raio, temos que:

$$\text{comprimento da circunferência} = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow 12 = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi}$$

$$m(\text{arco}) = \frac{\text{comprimento do arco}}{\text{comprimento do raio}} \Rightarrow m(\text{arco}) = \frac{2}{\frac{6}{\pi}} = 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

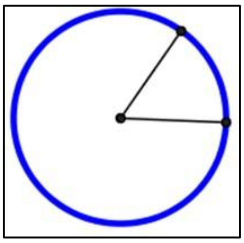
<table>
<tr><th colspan="2">Grade de Correção</th></tr>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A) $\frac{1}{3\pi}$</td><td>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno determinou o comprimento do raio incorretamente, da seguinte maneira:
$comprimento\ da\ circunferência = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow 12 = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow$
$\Rightarrow r = \frac{12}{2\pi} = 6\pi$
$$m(arco) = \frac{comprimento\ do\ arco}{comprimento\ do\ raio} = \frac{2}{6\pi} = \frac{1}{3\pi}$$</td></tr>
<tr><td>(B) $\frac{\pi}{3}$</td><td>Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</td></tr>
<tr><td>(C) $\frac{12}{\pi}$</td><td>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno utilizou 2 cm como a medida do arco e o comprimento do raio $\frac{6}{\pi}$, e determina o comprimento do arco da seguinte maneira:
$$m(arco) = \frac{comprimento\ do\ arco}{comprimento\ do\ raio} \Rightarrow 2 = \frac{comprimento\ do\ arco}{\frac{6}{\pi}}$$
$$\Rightarrow comprimento\ do\ arco = 2 \cdot \frac{6}{\pi} = \frac{12}{\pi}$$</td></tr>
<tr><td>(D) 2π</td><td>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno utilizou 12 cm como a medida do arco e o comprimento do raio $\frac{\pi}{6}$, e determina o comprimento do arco da seguinte maneira:
$$m(arco) = \frac{comprimento\ do\ arco}{comprimento\ do\ raio} \Rightarrow 12 = \frac{comprimento\ do\ arco}{\frac{\pi}{6}}$$
$\Rightarrow comprimento\ do\ arco = 12 \cdot \frac{\pi}{6} = 2\pi$</td></tr>
</table>

Questão 03

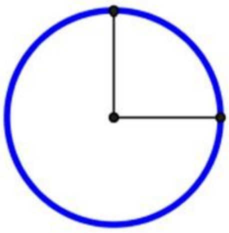
Médio

Dentre as figuras a seguir, aquela que representa o ângulo que tem medida mais próxima de 1 radiano é:

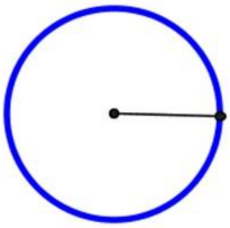
(A)



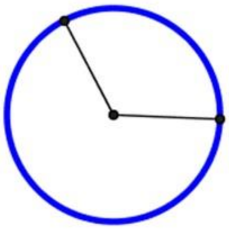
(B)



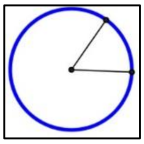
(C)



(D)



Resolução comentada

Resposta correta: 

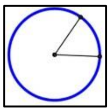
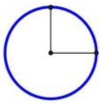
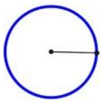
Utilizando a correlação existente entre radianos e graus, temos que

$$\pi\ radianos \longrightarrow 180°$$

$$1\ radiano \longrightarrow x$$

$$x = \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3{,}14} \cong 57°$$

De acordo com a medida calculada acima verifica-se que a figura da alternativa A é a que mais se aproxima do cálculo, pois a figura representada na alternativa B, refere-se a um ângulo reto, na figura C, um ângulo raso, e na D um ângulo obtuso.

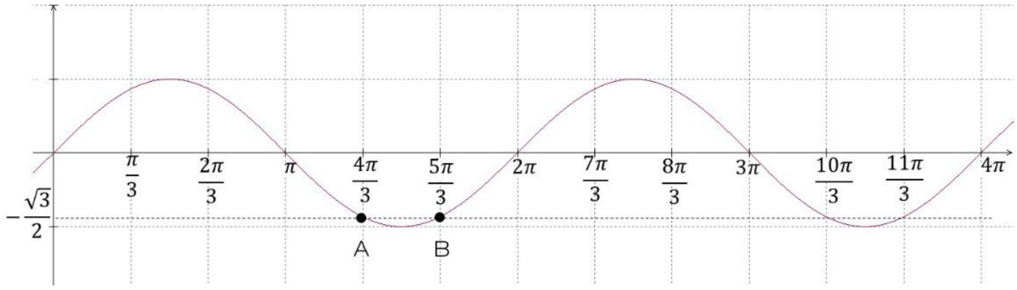
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) 	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno indicou esta alternativa apenas pela familiaridade da representação do ângulo (90º), não estabelecendo nenhum cálculo para verificar se a resposta é condizente com os dados apresentados.
(C) 	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno não realizou nenhum cálculo e concluiu que a medida equivalente a 1 radiano é igual ao comprimento do raio da circunferência.
(D) 	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno indicou esta alternativa por não ter parâmetros para comparar quais das figuras, optando assim pelo maior ângulo central.

Habilidade	*Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte do ciclo trigonométrico.*	Questões	04 a 06

Questão 04

Fácil

Dado o gráfico da função y = sen x, no intervalo de 0 a 4π. Neste gráfico, estão indicados dois valores de x, representados por A e B que são soluções da equação: sen x= $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ no intervalo $[0,2\pi]$. Desta forma, as soluções dos pontos dessa equação no intervalo $[2\pi, 4\pi]$ será:



(A) 2π e $\frac{7\pi}{3}$

(B) $\frac{7\pi}{3}$ e $\frac{8\pi}{3}$

(C) $\frac{10\pi}{3}$ e $\frac{11\pi}{3}$

(D) $\frac{16\pi}{3}$ e $\frac{17\pi}{3}$

Resolução comentada

Resposta correta: $\frac{10\pi}{3}$ e $\frac{11\pi}{3}$

Uma possível solução será:

$$\frac{4\pi}{3}+2\pi=\frac{4\pi+6\pi}{3}=\frac{10\pi}{3}$$

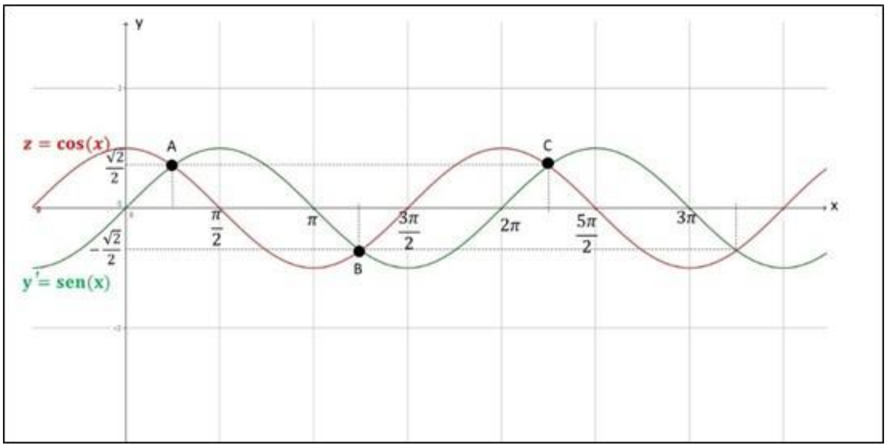
$$\frac{5\pi}{3}+2\pi=\frac{5\pi+6\pi}{3}=\frac{11\pi}{3}$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 2π e $\frac{7\pi}{3}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno entendeu que se solicita um intervalo cuja abscissa aumentou duas casas, ou seja, de $[0,2\pi]$ para $[0,4\pi]$, então bastaria adicionar duas unidades$\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ aos pontos A e B.
(B) $\frac{7\pi}{3}$ e $\frac{8\pi}{3}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno ao invés de verificar as soluções no intervalo $[0,4\pi]$, o fez no intervalo $[0,3\pi]$, ou seja, adicionou π aos pontos C e D.
(C) $\frac{10\pi}{3}$ e $\frac{11\pi}{3}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) $\frac{16\pi}{3}$ e $\frac{17\pi}{3}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno considerou que os valores A e B, deverá ser acrescido de 4π unidades, procedendo da seguinte maneira: $\frac{4\pi}{3}+4\pi=\frac{4\pi+12\pi}{3}=\frac{16\pi}{3}$ $\frac{5\pi}{3}+4\pi=\frac{5\pi+12\pi}{3}=\frac{17\pi}{3}$

Questão 05

Médio

A figura a seguir representa os gráficos das funções seno e cosseno:



Pela figura podemos verificar que existem pontos em que sen(x) = cos(x). Desta forma, tomando-se o ponto C como referência, o próximo valor para x em radianos no qual $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ será:

(A) $\frac{9\pi}{4}$

(B) $\boldsymbol{\frac{13\pi}{4}}$

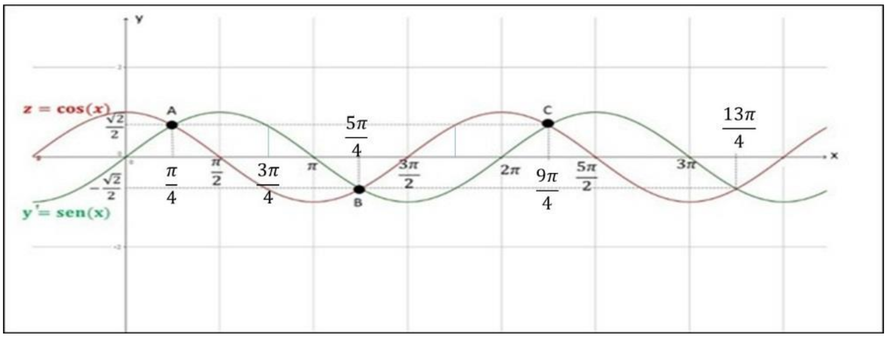
(C) $\frac{17\pi}{4}$

(D) $\frac{10\pi}{4}$

Resolução comentada

Resposta correta: $\mathbf{\frac{13\pi}{4}}$

O ponto A corresponde a abscissa $\frac{\pi}{4}$ *e o ponto C* $\frac{9\pi}{4}$*, então o próximo ponto de interseção será na abscissa* $\frac{13\pi}{6}$ *, como mostra a figura abaixo.*

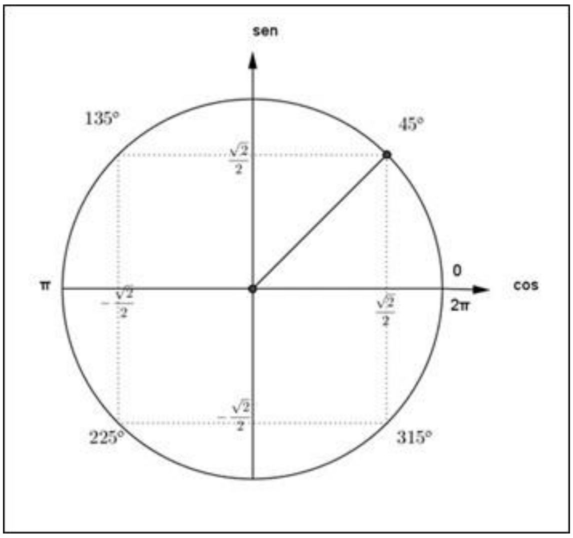


Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $\frac{9\pi}{4}$	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno não compreendeu os dados apresentados no enunciado e informa apenas a abscissa do ponto C.
(B) $\mathbf{\frac{13\pi}{4}}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) $\frac{17\pi}{4}$	**Resposta incorreta:** Ao indicar esta alternativa, pode-se concluir que o aluno compreendeu a proposição apresentada na questão, porém não se ateve que se solicita a abscissa referente à ordenada negativa $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$
(D) $\frac{10\pi}{4}$	**Resposta incorreta:** Ao indicar esta alternativa, pode-se concluir que o aluno não compreendeu a proposição apresentada e indicou uma abscissa que não pertence à intercessão das duas funções apresentadas.

Questão 06

Fácil

Consultando o ciclo trigonométrico a seguir:



Os valores de x quando sen(x) = cos(x), considerando 0° ≤ x ≤ 360°, são:

(A) 135º e 315º

(B) 45º e 225º

(C) 135º e 225º

(D) 45º e 315º

Resolução comentada

Resposta correta: 45º e 225º

No ciclo trigonométrico, podemos observar que os únicos pares ordenados que atendem a igualdade das abscissas (cosseno) e ordenada (seno), são os ângulos de 45º e 225º, conforme segue:

$45^{o} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$225^{o} \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

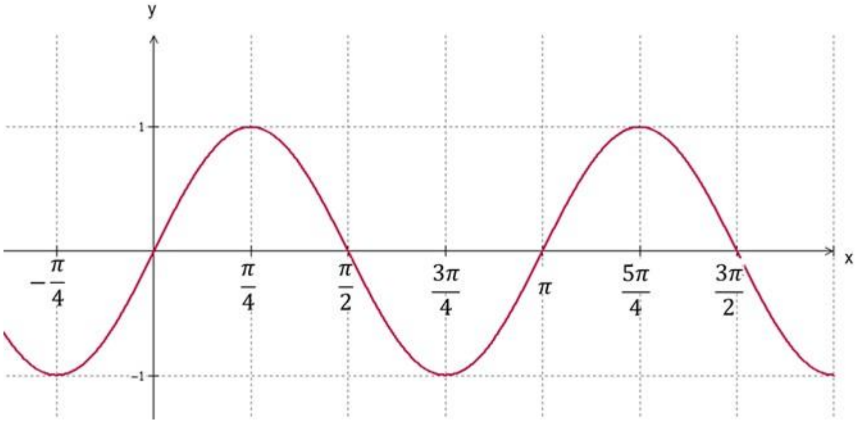
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 135º e 315º	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno verificou apenas que os pares ordenados, são compostos por duas frações de mesmo numerador e denominador, com sinais opostos, porém não verificou se elas obedecem a igualdade sen (x) = cos (x).
(B) 45º e 225º	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) 135º e 225º	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno verificou que existe um valor comum no semieixo negativo x, ou seja, a fração $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ e considerou que este seja a resposta da questão.
(D) 45º e 315º	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno verificou que existe um valor comum no semieixo positivo x, ou seja, a fração $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e considerou que este seja a resposta da questão.

Habilidade	*Identificar os gráficos das funções seno e cosseno.*	Questões	07 a 09

Questão 07

Fácil

Dado o gráfico a seguir.



A função trigonométrica que representa este gráfico será:

(A) y = cos x

(B) y = sen x

(C) y = cos 2x

(D) y = sen 2x

Resolução comentada

Resposta correta: y = sen 2x

Uma possível estratégia de resolução, seria a construção de uma tabela para auxiliar a montagem da função trigonométrica relativa ao gráfico desta função, de modo que na primeira coluna indicaremos os valores que constam no eixo das abscissas e na segunda os valores correspondentes às divisões dos quadrantes no ciclo trigonométrico, conforme segue:

Coluna 1	Coluna 2	razão: $\frac{Col.2}{Col.1}$
0	0	
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{\pi} = 2$
$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{\frac{\pi}{2}} = \pi \cdot \frac{2}{\pi} = 2$
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{4}{3\pi} = 2$
π	2π	$\frac{2\pi}{\pi} = 2$
x	2x	

Nota-se que a razão entre a primeira coluna e a segunda coluna é constante e vale 2, isto possibilita concluir os valores da segunda coluna são o dobro dos valores da primeira coluna, e como trata-se de uma senóide, conclui-se que f(x) = sen (2x).

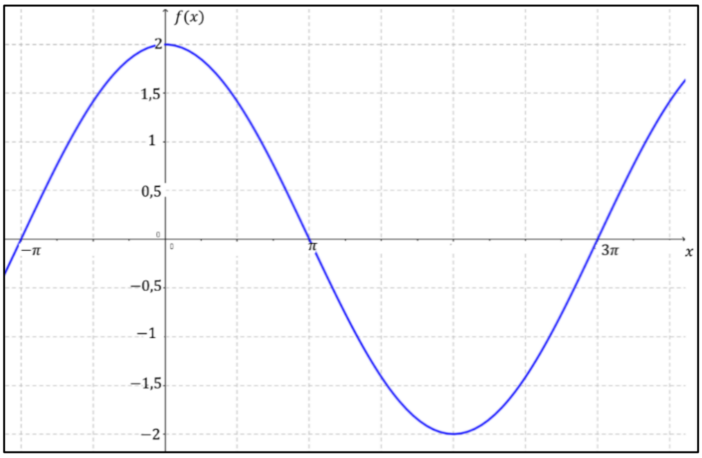
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $y = \cos x$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não se atentou que o gráfico da função cosseno não passa pela origem do eixo cartesiano.
(B) $y = \text{sen } x$	**Resposta incorreta.** Apesar de que a figura apresentada ilustra o gráfico de uma senóide, porém o aluno não se atentou para o fator de multiplicação da variável x, que neste caso é 2.
(C) $y = \cos 2x$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não se atentou que o gráfico da função cosseno não passa pela origem do eixo cartesiano.
(D) $y = \text{sen } 2x$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 08

Difícil

Na figura a seguir tem-se parte do gráfico da função f, de ℝ em ℝ, dada por:

$$f(x) = k \cdot \cos(tx)$$



Nessas condições, calculando-se K – t, obtém-se:

(A) $-\frac{3}{2}$

(B) -1

(C) 0

(D) $\mathbf{\frac{3}{2}}$

Resolução comentada

Resposta correta: $\frac{3}{2}$

Neste caso o único procedimento a ser utilizado é o registro através dos dados apresentados no gráfico da função f, que será representada por:

$f(x) = 2\,cos\left(\frac{x}{2}\right)$ *e assim determinar o valor de k – t, conforme segue:*

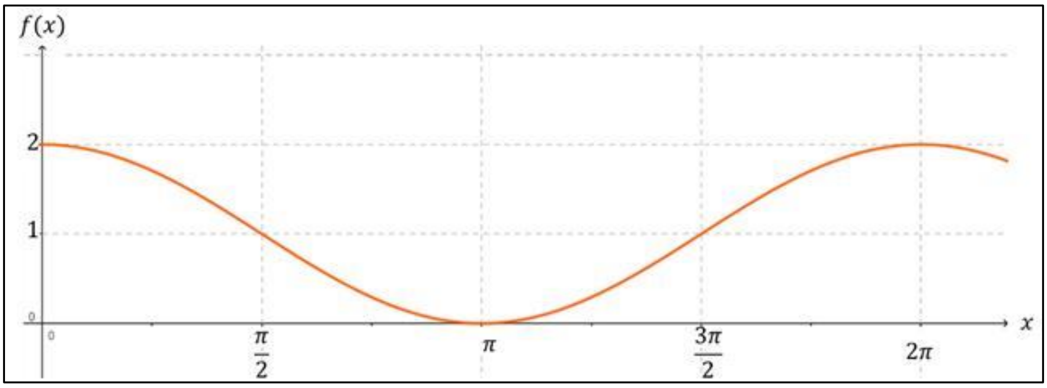
$$\begin{cases} k = 2 \\ t = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow k - t = 2 - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $-\frac{3}{2}$	**Resposta incorreta.** Possivelmente ao analisar o gráfico da função, inferiu que seria expressa por: $f(x) = \frac{1}{2}\cos(2x)$ e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow k - t = \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$
(B) -1	**Resposta incorreta.** Possivelmente ao analisar o gráfico da função, inferiu que seria expressa por: $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{cos}(\boldsymbol{2x})$ e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow k - t = 1 - 2 = -1$
(C) 0	**Resposta incorreta.** Possivelmente ao analisar o gráfico da função, inferiu que seria expressa por: $f(x) = \cos(x)$ e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow k - t = 1 - 1 = 0$
(D) $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 09

Fácil

O gráfico a seguir representa uma função trigonométrica de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



Esta função é dada por:

(A) $f(x) = 1 - \cos x$

(B) $f(x) = 1 + \cos x$

(C) $f(x) = \cos(x-1)$

(D) $f(x) = \cos(x+1)$

Resolução comentada

Resposta correta: $f(x)=1+\cos x$

A interpretação gráfica pode ser traduzida, conforme a tabela a seguir:

x	cos (x)	1 + cos(x)
0	1	2
$\frac{\pi}{2}$	0	1
π	−1	0
$\frac{3\pi}{2}$	0	1
2π	1	2

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $f(x) = 1 - \cos x$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não analisou corretamente o gráfico, apenas constatou que, sendo o $\cos(\pi) = -1$, isto resultaria em $f(x) = 1 - (-1) = 2$, sendo que o valor referente a $f(\pi) = 0$.
(B) $f(x) = 1 + \cos x$	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) $f(x) = \cos(x-1)$	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, possivelmente o aluno não compreendeu que para obter algum valor referente ao conjunto imagem do gráfico, os arcos deverão pertencer aos valores que dividem os quadrantes no ciclo trigonométrico, por exemplo: Substituiremos x por $\frac{\pi}{2}$ em $f(x) = \cos(x-1)$ e obtemos $f(x) = cos\left(\frac{\pi-2}{2}\right)$, que no gráfico apresentado não se encontra sua respectiva imagem.
(D) $f(x) = \cos(x+1)$	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, possivelmente o aluno não compreendeu que para obter algum valor referente ao conjunto imagem do gráfico, os arcos deverão pertencer aos valores que dividem os quadrantes no ciclo trigonométrico, por exemplo: Substituiremos x por $\frac{\pi}{2}$ em $f(x) = \cos(x+1)$ e obteremos $f(x) = cos\left(\frac{\pi+2}{2}\right)$, que no gráfico apresentado não se encontra sua respectiva imagem.

Habilidade	*Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.*	Questões	10 a 12

Questão 10

Difícil

Uma empresa produz diariamente x dezenas de certo tipo de um produto. Sabe-se que o custo de produção é dado por

$C(x) = 2 - \cos\left(x \cdot \frac{\pi}{6}\right)$

e o valor de venda por

$V(x) = 3\sqrt{2} \cdot sen\left(x \cdot \frac{\pi}{12}\right), 0 \leq x \leq 6$

O lucro em reais, obtido na produção de 3 dezenas de peças é de:

(A) 1000

(B) 2000

(C) 3000

(D) 5000

Resolução comentada

Resposta correta: Lucro de R$ 1.000,00

Uma das possibilidades de resolução seria:

Pelo enunciado da questão, temos que a quantidade de peças produzidas é de 3 dezenas, então temos que:

$$C(3) = 2 - cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2 - cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - 0 = 2$$

$$V(3) = 3\sqrt{2} \cdot sen\left(3 \cdot \frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow 3\sqrt{2} \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

Sabendo-se que Lucro = Preço de Venda – Preço do custo de produção, temos que:

L(x) = 3000 – 2000 = 1000.

OBS: Convém salientar que o professor já tenha trabalhado os valores notáveis dos ângulos do ciclo trigonométrico.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 1000	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) 2000	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno calculou apenas o preço do custo de produção.
(C) 3000	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno calculou apenas o preço de venda do produto.
(D) 5000	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou que o lucro seria a somatória dos valores do preço de custo e o preço de venda.

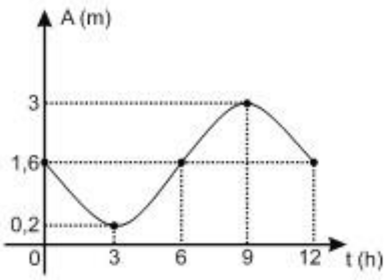
Questão 11

Fácil

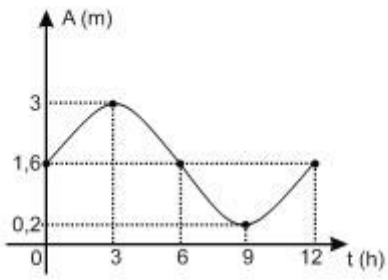
A função $A(t) = 1{,}6 - 1{,}4\,sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ retrata a modelagem matemática da altura (A) da maré, dada em metros, em um espaço de tempo não muito grande.

Na função, a variável t representa o tempo decorrido, em horas, a partir da meia-noite de certo dia. Nesse contexto, conclui-se que a função A, no intervalo [0,12], está representada pelo gráfico:

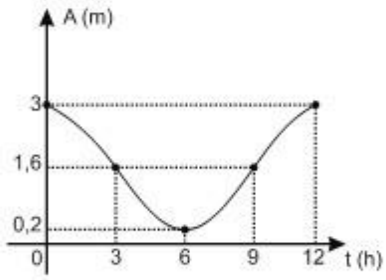
(A)



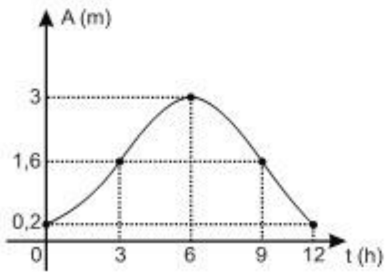
(B)



(C)

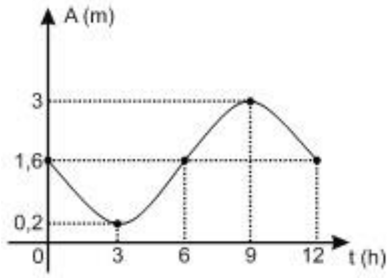


(D)



Resolução comentada

Resposta correta:



Uma das possibilidades de resolução seria:

Na função: $A(t) = 1{,}6 - sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, *substituiremos os respectivos valores de t, indicados no gráfico, conforme segue:*

Para t= 0

$$A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(0) = 1{,}6 - 0 = \mathbf{1{,}6}$$

Para t= 3

$$A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot 1 = \mathbf{0{,}2}$$

Para t= 6

$$A(6) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(\pi) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot 0 = \mathbf{1{,}6}$$

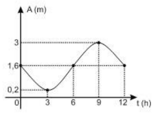
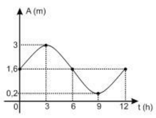
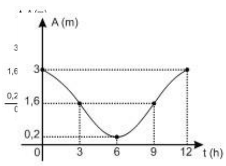
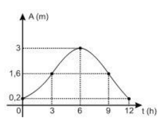
Para t= 9

$$A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (-1) = \mathbf{1{,}6} + \mathbf{1{,}4} = \mathbf{3{,}0}$$

Para t=12

$$A(12) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 12\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(2\pi) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (0) = \mathbf{1{,}6}$$

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B) 	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos para os valores de t=3 e t=9, da seguinte maneira: Para t= 3 $A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{-1}) = 1{,}6 + 1{,}4 = \mathbf{3{,}0}$ Para t= 9 $A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{1{,}6 - 1{,}4 = 0{,}2}$
(C) 	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos de todos os valores de t, da seguinte maneira: Para t= 0 $A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}(\mathbf{0})$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{-1}) = \mathbf{1{,}6 + 1{,}4 = 3{,}0}$ Para t= 3 $A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right) =$ $1{,}6 - 1{,}4 \cdot \mathbf{0} = \mathbf{1{,}6}$ Para t=6 $A(6) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}(\boldsymbol{\pi})$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{0{,}2}$ Para t=9 $A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{0}) = \mathbf{1{,}6}$
(D) 	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos de todos os valores de t, da seguinte maneira. Para t=0 $A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}(\mathbf{0})$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{1{,}6 - 1{,}4 = 0{,}2}$ Para t=3

	$A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \mathbf{0} = \mathbf{1{,}6}$ Para t=6 $A(6) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen(\pi)} = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{-1}) = \mathbf{3{,}0}$ Para t=9 $A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\frac{\mathbf{3}\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{0}) = \mathbf{1{,}6}$ Para t=12 $A(12) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 12\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen(2\pi)} = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{1{,}6 - 1{,}4} = \mathbf{0{,}2}$

Questão 12

Difícil

Supõe-se que em um determinado local a intensidade média I da radiação solar possa ser expressa em função do tempo s, em semanas, pela função:

$$I(s) = 400 + 200 \cdot sen\left[2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right)\right]$$

A maior incidência de radiação ocorre na

(A) Décima primeira semana.

(B) Vigésima quarta semana.

(C) Quinquagésima semana.

(D) Sexagésima terceira semana.

Resolução comentada

Resposta correta: Vigésima quarta semana.

Uma das possibilidades de resolução seria:

A incidência máxima de radiação solar ocorre quando o valor do seno é máximo, ou seja, quando ele é igual a 1, conforme segue:

$$sen\left[2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right)\right] = 1$$

Para que ocorra a igualdade, temos que:

$$2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 4\pi(s-11) = 52\pi \Rightarrow 4\pi s - 44\pi = 52\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\pi s = 52\pi + 44\pi \Rightarrow 4\pi s = 96\pi \Rightarrow s = \frac{96\pi}{4\pi} = 24$$

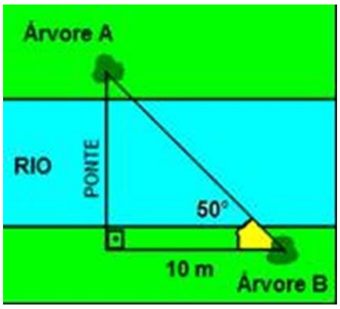
<table>
<tr><th colspan="2">Grade de Correção</th></tr>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A) Décima primeira semana.</td><td>Resposta incorreta. Provavelmente o aluno determinou um período em que a incidência de raios solares é nula, conforme segue:
$$sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=0$$
Para que ocorra a igualdade, temos que:
$$2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=0 \Rightarrow 2\pi(s-11)=0 \Rightarrow 2\pi s=22\pi \Rightarrow$$
$$s=\frac{22\pi}{2\pi}=11$$</td></tr>
<tr><td>(B) Vigésima quarta semana.</td><td>Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</td></tr>
<tr><td>(C) Quinquagésima semana.</td><td>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calculou o período em que a incidência de raios solares é mínima. A incidência mínima de radiação solar ocorre quando:
$$sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=-1$$
Para que ocorra a igualdade, temos que:
$$2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow 4\pi\cdot(s-11)=156\pi$$
$$\Rightarrow 4\pi s-44\pi=156\pi$$
$$\Rightarrow 4\pi s=156\pi+44\pi \Rightarrow 4\pi s=200\pi \Rightarrow \ s=\frac{200\pi}{4\pi}=50$$</td></tr>
<tr><td>(D) Sexagésima terceira semana.</td><td>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calculou o período em que a incidência de raios volta a ser nula, conforme segue:
$$sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=0$$
Para que ocorra a igualdade, temos que:
$$2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=2\pi \Rightarrow 2\pi\cdot(s-11)=104\pi$$
$$\Rightarrow 2\pi s-22\pi=104\pi \Rightarrow 2\pi s$$
$$=104\pi+22\pi \Rightarrow 2\pi s=126\pi \Rightarrow s=\frac{126}{2}$$
$$=6$$</td></tr>
</table>

Habilidade	*H37- 9º Ano – Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.*	Questão	13

Questão 13

Difícil

A prefeitura de uma cidade pretende construir uma ponte sobre um rio, num trecho em que as margens são aproximadamente retas e paralelas. Com a ajuda de alguns pontos de referência e de instrumentos de medida adequados, um engenheiro traçou um triângulo imaginário e descobriu algumas medidas, conforme mostra o desenho.



Então, o engenheiro consultou uma tabela trigonométrica e descobriu que tg50º ≈ 1,19. Desse modo, ele pode concluir que, em metros, o comprimento aproximado da ponte deverá ser

(A) 0,119.

(B) 1,19.

(C) 10.

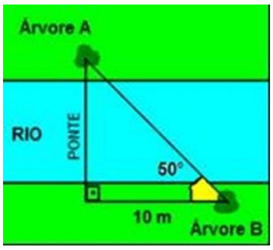
(D) 11,9.

Resolução comentada

Resposta correta: 11,9 m

Nessa questão, o aluno precisa saber que a razão "cateto oposto por cateto adjacente" a um determinado ângulo (no caso, 50º) recebe o nome de tangente.

Assim, na figura temos:



$$tg50^{\circ} = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{\text{Ponte}}{10} \Rightarrow 1{,}19 = \frac{\text{Ponte}}{10} \Rightarrow \text{Ponte} = 1{,}19 \cdot 10 \Rightarrow$$

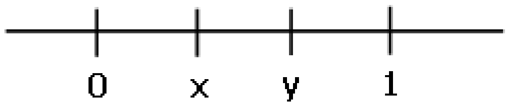
$$\text{Ponte} \cong 11{,}9 \text{ metros}$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 0,119.	**Resposta incorreta.** Esta alternativa pode indicar que o aluno trocou “cateto adjacente” por “cateto oposto”, e vice-versa, no cálculo da tangente. Porém, esta alternativa também indica que o aluno não fez nenhuma crítica à razoabilidade do resultado ou que não tem ideia das dimensões concretas das unidades de medida. Afinal, 0,119 metros equivale a 11,9 centímetros, comprimento menor que de uma régua escolar comum. É importante que o professor chame a atenção para esse fato.
(B) 1,19.	**Resposta incorreta.** Esta alternativa pode indicar que, desconhecendo o conceito de tangente, o aluno usou de modo irrefletido um dos valores informados no enunciado.
(C) 10.	**Resposta incorreta.** Esta alternativa pode indicar que o aluno estimou apenas visualmente a medida que se desejava obter, observando que o triângulo em questão está bastante próximo da metade de um quadrado, obtida por sua diagonal. Mas, nesse caso, ignorou que a imprecisão dessa estimativa não permite descartar a alternativa d).
(D) 11,9.	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Questão 14

Difícil

Na figura a seguir estão representados graficamente os números reais 0, x, y e 1.



A posição do número real x · y é

(A) à esquerda de zero;

(B) entre zero e x;

(C) entre y e 1;

(D) à direita de 1

Habilidade	*H17- 3ª Série – E.M - identificar a localização de números reais na reta numérica*	**Questão**	14

Resolução comentada

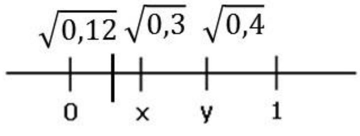
Resposta correta: “entre zero e x”

De acordo com a posição de x e y na reta numérica, pode-se verificar que eles representam os números reais compreendidos no intervalo [0,1], compostos por números fracionários, com representação decimal finita ou infinita.

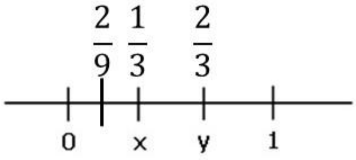
Então qualquer x e y, compreendidos no intervalo proposto, o produto entre dois números que pertencem ao intervalo estará entre o zero e o primeiro fator do produto em questão.

Exemplos:

$$\left.\begin{array}{l} x = \sqrt{0{,}3} = 0{,}547722\ldots \\ y = \sqrt{0{,}4} = 0{,}632455\ldots \end{array}\right\} x \cdot y = \sqrt{0{,}12} = 0{,}346410\ldots$$



$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} = 0{,}333333\ldots \\ y = \dfrac{2}{3} = 0{,}666666\ldots \end{array}\right\} x \cdot y = \frac{2}{9} = 0{,}222222\ldots$$



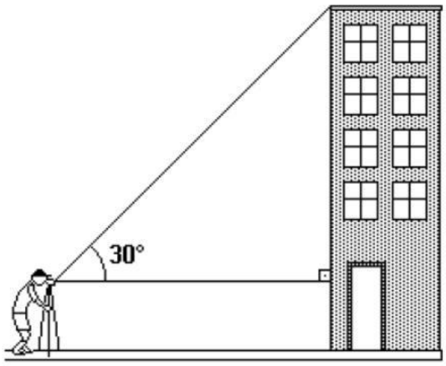
Grade de Correção	
Alternativa	**Observação**
(A) à esquerda de zero;	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno inferiu corretamente que o produto de dois números reais sempre será menor que os fatores deste produto, porém não verificou que x e y são positivos.
(B) entre zero e x;	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C) entre y e 1;	**Resposta incorreta:** O aluno que indicou esta alternativa, tem como raciocínio de que o produto de dois números resulta sempre em um número maior que os fatores.
(D) à direita de 1	**Resposta incorreta:** Possivelmente o aluno utilizou para um dos fatores um número maior que 1, por exemplo: x= $\frac{1}{8}$ e $\frac{3}{2}$, cujo produto será 1,25.

Habilidade	*H27- 3ª Série – E.M - Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente)*	Questão	15

Questão 15

Médio

A figura a seguir mostra um topógrafo realizando a medida da altura de um prédio, com um instrumento chamado teodolito, que está a 1,5m do solo.



Sabendo-se que a distância do teodolito até o prédio é de 200 metros e o ângulo de visão do teodolito até o topo do prédio é de 30º, pode-se concluir que dentre os valores a seguir, aquele que MELHOR se aproxima da altura do prédio em metros é de:

(A) 50,00

(B) 115,50

(C) 117,00

(D) 231,00

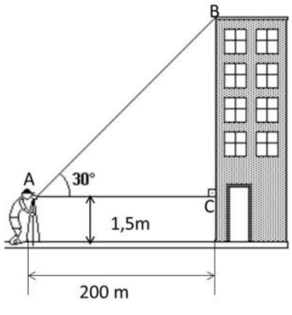
Considerar:
sen 30º = 0,5
cos 30º ≅ 0,866
tg 30º ≅ 0,577

Resolução comentada

Resposta correta: 117,00 m

Uma das possibilidades de resolução da questão seria:

Da figura apresentada, temos que:



(I) Determinando a r do triângulo ABC, retângulo no vértice C.

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow 0{,}866 = \frac{200}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{200}{0{,}866} \Rightarrow \overline{AB} \cong 231m$$

(II) Determinando a medida do cateto $\overline{BC}$ do triângulo retângulo ABC:

$$sen30^\circ = \frac{\overline{BC}}{AB} \Rightarrow 0{,}5 = \frac{\overline{BC}}{231} \Rightarrow \overline{BC} = 0{,}5 \cdot 231 \cong 115{,}50m$$

Ou ainda,

$$tg\ 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Rightarrow 0{,}577 = \frac{\overline{BC}}{200} \Rightarrow \overline{BC} = 0{,}577 \cdot 200 \Rightarrow \overline{BC} \cong 115{,}47\ m$$

De (I) e (II) e considerando a altura do teodolito temos que a altura do prédio será aproximadamente de 115,5 + 1,5 ≅ 117,00 metros.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 50,00	**Resposta incorreta.** Não adota corretamente o valor referente ao cosseno de 30º para determinar a medida do segmento AC, procedendo da seguinte maneira. $cos\ 30^{\circ} = \frac{200}{AC} \Rightarrow 0{,}5 = \frac{200}{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 100m$ e consequentemente apresenta o resultado para o segmento BC, da seguinte maneira: $sen\ 30^{\circ} = \frac{\overline{BC}}{100} \Rightarrow 0{,}5 = \frac{\overline{BC}}{100} \Rightarrow \overline{BC} = 100 \cdot 0{,}5 = 50{,}0\ m$
(B) 115,50	**Resposta incorreta.** Apresenta apenas a medida do segmento BC do triângulo retângulo, esquecendo-se de adicionar a altura do teodolito.
(C) 117,00	**Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D) 231,00	**Resposta incorreta.** O aluno considerou apenas a medida do segmento AB do triângulo retângulo.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material
Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, Sandra Maira Zen Zacarias e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Mário José Pagotto, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek e Rosana Jorge Monteiro Magni,