



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

ATUALIZADO EM 29/04/2016

Caderno do Professor

1ª série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
1º Bimestre de 2016
11ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas da plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA – CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA
1ª Série do Ensino Médio

Habilidades da Matriz Processual de Matemática – 1º Bimestre.

Questão	Gabarito	Nível	Descrição da habilidade
01	A	Fácil	<i>Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.</i>
02	D	Médio	
03	D	Difícil	<i>Expressar algebricamente padrões de sequências numéricas ou geométricas.</i>
04	C	Médio	
05	C	Difícil	<i>Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica. Aritimética.</i>
06	D	Fácil	
07	A	Difícil	<i>Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.</i>
08	B	Médio	
09	C	Médio	<i>Resolver problemas envolvendo P.A. ou P.G. em diferentes contextos.</i>
10	D	Fácil	
11	D	Difícil	<i>Calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.A. ou P.G.</i>
12	B	Difícil	

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação SARESP- Foco Aprendizagem.

Questão	Gabarito	Nível	Código Habilidade/Ano	Descrição da habilidade
13	B	Fácil	H05 – 9º Ano	<i>Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões)..</i>
14	D	Fácil	H20 – 9º Ano	<i>Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.</i>
15	A	Médio	H36 – 9º Ano	<i>Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras)</i>

Comentários e Recomendações pedagógicas

A premissa da avaliação é considerá-la como instrumento que subsidia tanto o aluno, no seu desenvolvimento cognitivo, quanto o professor, no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser uma ferramenta que auxilia o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa - neste caso a avaliação é tomada na perspectiva diagnóstica como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, os 12 primeiros itens que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de Referência para a Avaliação – SARESP.

Nesta edição, sugerimos uma classificação hipotética do nível de dificuldade para cada questão, que poderá ser ratificada ou não, de acordo com os resultados obtidos, na coleta de dados, após a aplicação da avaliação na rede.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.

A proposta de se diagnosticar os conhecimentos referentes à habilidade diz respeito ao reconhecimento da regularidade de sequências numéricas ou geométricas de qualquer natureza e traduzir para a linguagem materna a regularidade identificada, com a finalidade de encontrar termos sucessivos desta sequência, caso elas mantenham a regularidade observada.

2. Expressar algebricamente padrões de sequências numéricas ou geométricas.

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conhecimentos relativos à generalização de padrões numéricos ou geométricos e conseqüentemente traduzir para uma linguagem algébrica.

3. Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem, no reconhecimento da regularidade da sequência e da generalização intuitiva do termo geral, neste caso propõe-se que os problemas para diagnosticar o desenvolvimento deste tópico não visem apenas a simples substituição de valores em fórmulas memorizadas.

4. Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.

No caso das sequências aritméticas ou geométricas, a ideia central é a ampliação da ideia de que o raciocínio principal envolvido em um ou outro tipo de sequência é o mesmo, ou seja, um valor constante é o passo que permite obter um termo a partir do anterior. O fato de que, em um caso, esse passo é adicionado, enquanto, no outro, é multiplicado. Tal pensamento compõe o raciocínio secundário no estudo referente à duas sequências numéricas desenvolvidas no Ensino Médio, cujo reconhecimento não costuma trazer qualquer dificuldade adicional aos alunos.

5. Resolver problemas envolvendo P.A ou P.G em diferentes contextos.

Neste caso, a ideia central é a apresentação de situações problemas que privilegiem o reconhecimento da sequência e da generalização intuitiva do termo geral, mantendo em segundo plano, a simples substituição de valores em fórmulas memorizadas.

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- ▶ H05 (9º Ano) – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras.

No primeiro bimestre, os alunos irão ampliar seus conhecimentos relativos aos Conjuntos Numéricos, reconhecendo ainda padrões e regularidades relativos a sequencias numéricas e imagens. Portanto, saber identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras irá contribuir nessa tarefa.

- ▶ H20 (9º Ano) – Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º Grau.

O conceito de proporcionalidade será ampliado na 1ª série do Ensino Médio, principalmente, proporcionalidade direta, inversa e direta com o quadrado.

Desta forma, saber resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas torna-se importante.

- ▶ H36 (9º Ano) – Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras)

Para os alunos da 1ª série do Ensino Médio, saber usar de modo sistemático as relações métricas fundamentais entre elementos de triângulos retângulos em diferentes contextos, será parte significativa do conteúdo desenvolvido.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.

(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão. O objetivo maior é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

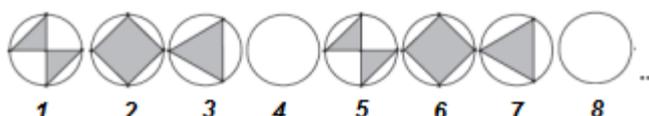
Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade	<i>Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.</i>	Questões	01 e 02
-------------------	--	-----------------	---------

Questão 01

Fácil

Observe a sequência de figuras:



Supondo que a lei de formação continue a mesma, a figura que ocupará a posição 38ª nessa sequência será

- (A) a mesma figura que ocupa a posição 2.**
 (B) a mesma figura que ocupa a posição 1.
 (C) a mesma figura que ocupa a posição 3.
 (D) a mesma figura que ocupa a posição 7.

Resolução comentada

Resposta correta: “a mesma figura que ocupa a posição 2”.

O padrão de formação é composto pelas quatro primeiras figuras, desta forma a 38ª figura será ocupada pela mesma figura que ocupa a segunda posição (losango), pois, o resto da divisão de 38 por 4 é 2.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) a mesma figura que ocupa a posição 2.	Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B) a mesma figura que ocupa a posição 1.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno entendeu que a cada quatro posições, a ordem das figuras se repetem, desta forma, ele pode ter concluído que independentemente da posição final, a primeira posição será a figura representada por $n=1$.
(C) a mesma figura que ocupa a posição 3.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno entendeu que a generalização dos padrões de figuras, se resume nas três primeiras figuras e que a quarta figura represente um "espaço em branco", assim verificou que a cada três posições a sequência se repete. Portanto, seriam necessárias 12 grupos dessas três figuras, totalizando 36 posições e, assim, a 36ª posição seria a figura 1, a 37ª a figura 2 e a 38ª a figura 3.
(D) a mesma figura que ocupa a posição 7.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo proposto pela questão. Não verificou que a figura que ocupa a posição 7 é idêntica a figura que ocupa a posição 3.

Questão 02

Médio

Observe a sequência: $(1,2,2,3,3,4,1,2,2,3,3,4,1,2,2,\dots)$. Supondo que a lei de formação dessa sequência permaneça a mesma, o 54º termo dessa sequência será o número.

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4**

Resolução comentada

Resposta correta: 4

O período da sequência é formado por seis números $(1,2,2,3,3,4)$ e se este padrão numérico se repete por nove vezes, chega-se na 54ª posição e o número será o 4, pois o resto da divisão de 54 por 6 é zero e o quociente é 9.

Grade de Correção

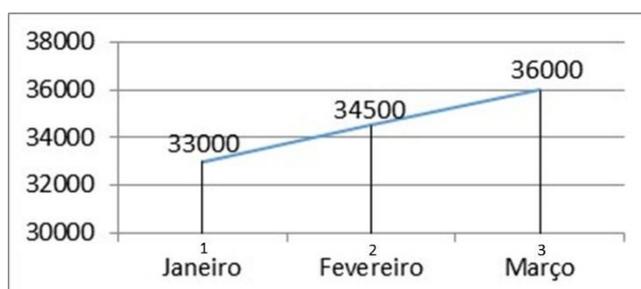
Alternativa	Observação
(A) 1	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno detectou que o período da sequência é composto por seis números e na 54ª posição seriam necessários nove grupos deste padrão numérico, porém indica o primeiro número desta sequência, ou seja, o 1.
(B) 2	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno entendeu que na sequência dada, o número 2 se repete infinitamente, daí sua opção por esta alternativa.
(C) 3	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou a regularidade da sequência dada e indica apenas o próximo número, ou seja, o número 3.
(D) 4	Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	<i>Expressar algebricamente padrões de seqüências numéricas ou geométricas</i>	Questões	03 e 04
-------------------	--	-----------------	---------

Questão 03

Médio

O gráfico a seguir mostra a evolução de vendas de passagens de uma determinada empresa aérea:



Considerando que este padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. A expressão que representa o número de passagens por mês da empresa aérea, a partir de janeiro, sendo n , o número correspondente ao mês de referência.

- (A) $a_n = 1500 + (n-1) \cdot 1500$
- (B) $a_n = 30000 + (n-1) \cdot 1500$
- (C) $a_n = 32000 + (n-1) \cdot 1500$
- (D) $a_n = 33000 + (n-1) \cdot 1500$**

Resolução comentada

Resposta correta: $a_n = 33000 + (n-1) \cdot 1500$

De acordo com o gráfico apresentado verifica-se que a evolução das vendas de passagens inicia-se no mês de janeiro ($n=1$), que é de 33.000, desta forma os valores subsequentes serão calculados da seguinte maneira.

Para $n=2$ (fevereiro), temos que:

$$a_2 = 33000 + (34500 - 33000) = 33000 + 1500 = 34500$$

$$a_2 = 33000 + (34500 - 33000) = 33000 + (2-1) \cdot 1500 = 34500$$

Para $n=3$ (março), temos que

$$a_3 = 33000 + (36000 - 33000) = 33000 + 3000 = 36000$$

$$a_3 = 33000 + (36000 - 33000) = 33000 + (3-1) \cdot 1500 = 36000$$

Então:

$$a_n = 33000 + (n-1) \cdot 1500$$

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) $a_n = 1500 + (n-1) \cdot 1500$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que o primeiro termo da expressão algébrica é a diferença entre as quantidades de passagens nos meses de março e janeiro.
(B) $a_n = 30000 + (n-1) \cdot 1500$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que o primeiro termo da expressão algébrica é a quantidade indicada no eixo das ordenadas.
(C) $a_n = 32000 + (n-1) \cdot 1500$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que o primeiro termo da expressão algébrica é a quantidade de passagens vendidas, considerando o prolongamento da reta, que supostamente passará em 32000.
(D) $a_n = 33000 + (n-1) \cdot 1500$	Resposta correta: O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Questão 04

Médio

A expressão que representa o termo geral da sequência numérica 0,3,8,15,24,... é

- (A) $a_n = n^2$
- (B) $a_n = 2^n$
- (C) $a_n = n^2 - 1$**
- (D) $a_n = n^2 + 1$

Resolução comentada

Resposta correta: $a_n = n^2 - 1$

O termo geral da sequência poderá ser verificado a partir da regularidade encontrada nas expressões numéricas abaixo indicadas.

a_1	,	a_2	,	a_3	,	a_4	,	a_5	...	a_n
$(1)^2 - 1$,	$(2)^2 - 1$,	$(3)^2 - 1$,	$(4)^2 - 1$,	$(5)^2 - 1$...	$(n)^2 - 1$
1-1	,	4-1	,	9-1	,	16-1	,	25-1	...	
0	,	3	,	8	,	15	,	24	...	$(n)^2 - 1$

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $a_n = n^2$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, não utilizou o raciocínio correto e escolheu aleatoriamente a alternativa.
(B) $a_n = 2^n$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que para $n=3$, tem-se que $a_3=2^3=8$
(C) $a_n=n^2-1$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D) $a_n = n^2+1$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que se trata de uma sequência crescente e como esta alternativa é a única que trata de uma soma, indicou como a alternativa correta.

Habilidade	<i>Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.</i>	Questões	05 e 06
-------------------	--	-----------------	---------

Questão 05

Médio

Dada a sequência: 24, 19, 14, 9, 4, - 1, - 6,

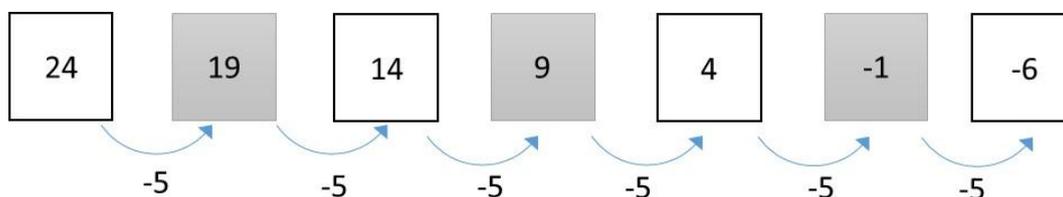
Pode-se concluir que:

- (A) Não é uma P.A, pois ela não é uma sequência crescente.
- (B) Não é uma P.A, pois a razão da sequência numérica é negativa.
- (C) É uma P.A, pois, se considerarmos um termo qualquer e adicionarmos um valor constante, chamado de razão da P.A, obtemos o seu sucessor, neste caso a razão da P.A é igual a - 5**
- (D) É uma P.A, pois, se considerarmos um termo qualquer e adicionarmos um valor constante, chamado de razão da P.A, obtemos o seu sucessor, neste caso a razão da P.A é igual a 5.

Resolução comentada

Resposta correta: É uma P.A, pois, se considerarmos um termo qualquer e adicionarmos um valor constante, chamado de razão da P.A, obtemos o seu sucessor, neste caso a razão da P.A é igual a - 5.

Na sequência dada podemos verificar que cada termo a_n é obtido a partir da diferença do termo anterior a_{n-1} por 5, conforme a figura abaixo:



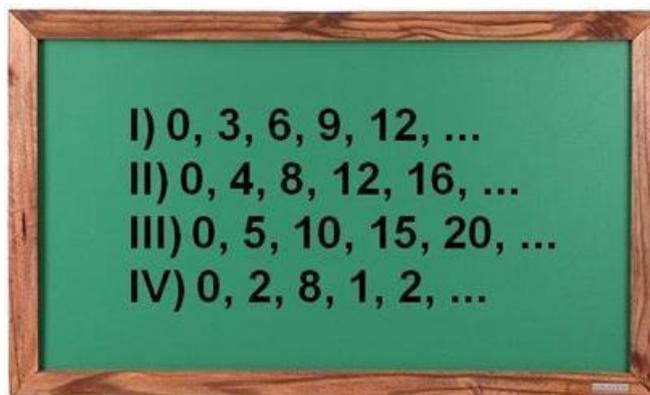
Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) Não é uma P.A, pois ela não é uma sequência crescente.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno concebe que uma determinada sequência é denominada como Progressão Aritmética, ocorre apenas em sequências crescentes.
(B) Não é uma P.A, pois a razão da sequência numérica é negativa.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno concebe que uma determinada sequência é denominada como Progressão Aritmética, quando sua razão é positiva.
(C) É uma P.A, pois, se considerarmos um termo qualquer e adicionarmos um valor constante, chamado de razão da P.A, obtemos o seu sucessor, neste caso a razão da P.A é igual a - 5.	Resposta correta. O aluno interpretou o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D) É uma P.A, pois, se considerarmos um termo qualquer e adicionarmos um valor constante, chamado de razão da P.A, obtemos o seu sucessor, neste caso a razão da P.A é igual a 5.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou apenas a regularidade existente entre dois números da sequência que é igual a 5, por exemplo: $19 + 5 = 24$, $14 + 5 = 19$, e assim por diante.

Questão 06

Fácil

Observe as sequências que o professor MatPA deixou no quadro.



Das quatro sequências, qual delas **NÃO** representa uma regularidade?

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV**

Resolução comentada

Resposta correta: Sequência IV

Analisando as razões das quatro sequências, temos:

Sequência I: Razão 3

Sequência II: Razão 4

Sequência III: Razão 5

Sequência IV: Não existe um padrão de regularidade logo não existe uma razão constante.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) I	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não tenha verificado no enunciado a condicionante da questão e indicou uma sequência numérica que é uma P.A de razão 3.
(B) II	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não tenha verificado no enunciado a condicionante da questão e indicou uma sequência numérica que é uma P.A de razão 4.
(C) III	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não tenha verificado no enunciado a condicionante da questão e indicou uma sequência numérica que é uma P.A de razão 5.
(D) IV	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	<i>Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.</i>	Questões	07 e 08
-------------------	--	-----------------	---------

Questão 07

Médio

Dada a sequência: $\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9\dots$

Pode-se concluir que:

(A) É uma P.G, pois se considerarmos um termo qualquer e multiplicarmos um valor constante chamado de razão da P.G obtemos seu sucessor. Neste caso a razão da P.G é igual a 3.

(B) É uma P.G, pois se considerarmos um termo qualquer e multiplicarmos um valor constante chamado de razão da P.G obtemos seu sucessor. Neste caso a razão da P.G é igual a $\frac{1}{3}$.

(C) Não é uma P.G, pois ela não é composta por números naturais.

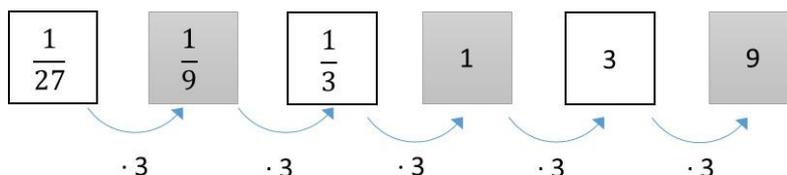
(D) Não é uma P.G, pois ela possui duas razões para uma mesma

sequência, ou seja, o racional $\frac{1}{3}$ e o natural 3.

Resolução comentada

Resposta correta: "É uma P.G, pois se considerarmos um termo qualquer e multiplicarmos um valor constante chamado de razão da P.G obtemos seu sucessor. Neste caso a razão da P.G é igual a 3."

Na sequência dada podemos verificar que cada termo a_n é obtido a partir da multiplicação do termo anterior a_{n-1} por 3, conforme a figura abaixo:



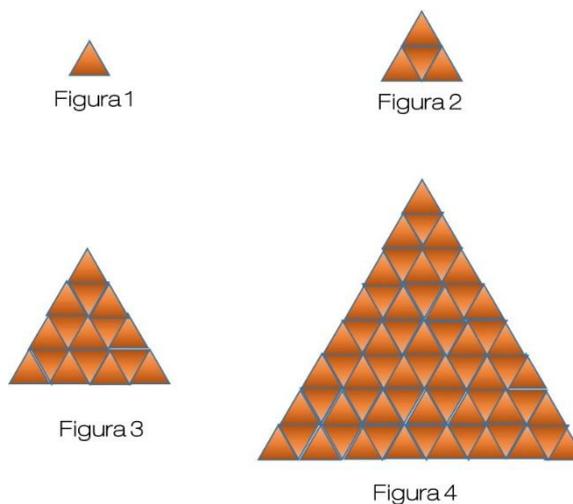
Grade de Correção

Alternativa	Observação
<p>(A) É uma P.G, pois se considerarmos um termo qualquer e multiplicarmos um valor constante chamado de razão da P.G obtemos seu sucessor. Neste caso a razão da P.G é igual a 3.</p>	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p>
<p>(B) É uma P.G, pois se considerarmos um termo qualquer e multiplicarmos um valor constante chamado de razão da P.G obtemos seu sucessor. Neste caso a razão da P.G é igual a $\frac{1}{3}$.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno fixou os dois primeiros termos da sequência e efetuou o quociente entre eles.</p>
<p>(C) Não é uma P.G, pois ela não é composta por números naturais.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente concebe que a existência de uma P.G. só ocorre quando a sequência é composta por números naturais.</p>
<p>(D) Não é uma P.G, pois ela possui duas razões para uma mesma sequência, ou seja, o racional $\frac{1}{3}$ e o natural 3.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno possa ter visualizado a sequência dada em duas partes distintas, primeiramente formada por números racionais e detectou que a razão é $\frac{1}{3}$ e a outra por números naturais, cuja razão é 3.</p>

Questão 08

Médio

A sequência de figuras a seguir, refere-se a uma:



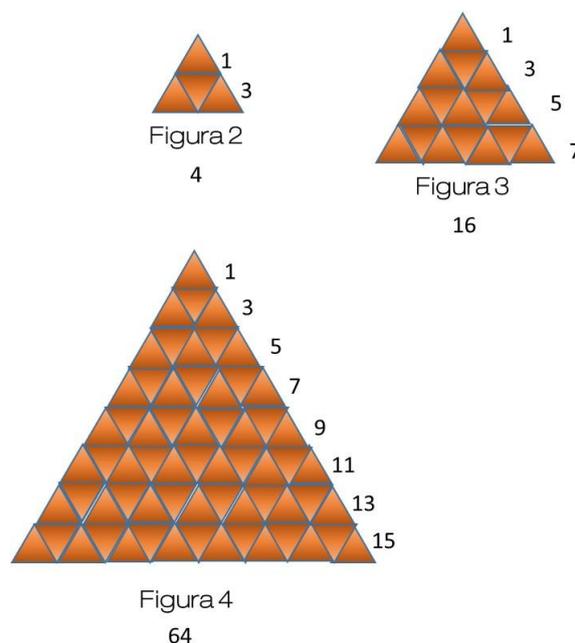
- (A) Progressão Aritmética de razão 4.
- (B) Progressão Geométrica de razão 4.**
- (C) Progressão Aritmética de razão 3.
- (D) Progressão Geométrica de razão 2.

Resolução comentada

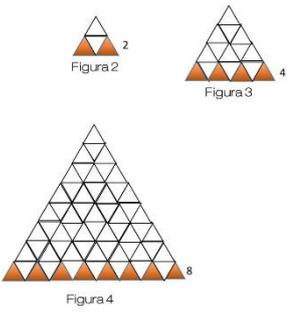
Resposta correta: Progressão Geométrica de razão 4.

A figura a seguir, mostra a quantidade de "triângulos pequenos" contidas em cada figura.

Portanto obtemos a sequência: 4, 16, 64 que é uma PG de razão 4.



Grade de Correção

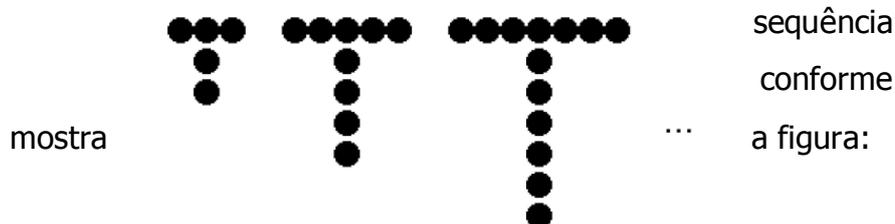
Alternativa	Observação
<p>(A) Progressão Aritmética de razão 4.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou corretamente a sequência que relaciona a figura com sua quantidade de triângulos (1,4,16 e 64), porém, ao verificar a sequência indicou como sendo uma P.A.</p>
<p>(B) Progressão Geométrica de razão 4.</p>	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
<p>(C) Progressão Aritmética de razão 3.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou corretamente a sequência que relaciona a figura com sua quantidade de triângulos (1,4,16 e 64), porém, verificou a razão entre os dois primeiros termos da sequência e concluiu que ela é uma P.A. de Razão 3.</p>
<p>(D) Progressão Geométrica de razão 2.</p>	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno constatou nas figuras a sequência determinada pela 1ª fileira de triângulos, determinando assim a PG: 1, 2, 4, 8 , conforme mostra a figura:</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>

Habilidade	<i>Resolver problemas envolvendo P.A ou P.G, em diferentes contextos.</i>	Questões	09 e 10
-------------------	---	-----------------	---------

Questão 09

Fácil

Na aula de Matemática, Terezinha recebeu certa quantia de bolinhas de gude, cuja tarefa era a formação de seqüências com a letra inicial do nome do aluno, assim sendo Terezinha, montou



Supondo que Terezinha conseguiu formar 10 "T", completos, seguindo o mesmo padrão de formação, pode-se afirmar que ela possuía no último "T"

- (A) Mais de 50 bolinhas de gude.
- (B) Exatamente 50 bolinhas de gude.
- (C) Exatamente 41 bolinhas de gude.**
- (D) Menos de 29 bolinhas de gude.

Resolução comentada

Resposta correta: Exatamente 41 bolinhas de gude.

De acordo com a figura, temos que para formar o primeiro "T", são necessárias 5 bolinhas, para o segundo "T", são necessárias 9 bolinhas, para formar o terceiro "T", são necessárias 13 bolinhas, listando as quantidades de bolinhas até o décimo "T", temos uma Progressão Aritmética de razão 4 e a quantidade de bolinhas do último "T" é de exatamente 41 bolinhas como mostra a tabela abaixo.

	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T
Quantidade de bolinhas	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41

Professor: Apresentamos a resolução desta questão não utilizando a fórmula do termo geral de uma P.A, pois os alunos passam a usar mecanicamente e sem nenhuma utilização de um raciocínio estruturado. Porém, caso necessário, pode-se apresentar como alternativa para a resolução, conforme segue.

Dada a sequência:

5, 9, 13...

A sequência é uma P.A de razão 4 e $a_1=5$, então temos que o décimo termo será dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow a_{10} = 5 + (10-1) \cdot 4 \Rightarrow a_{10} = 5 + (9) \cdot 4 = 5 + 36 = 41$$

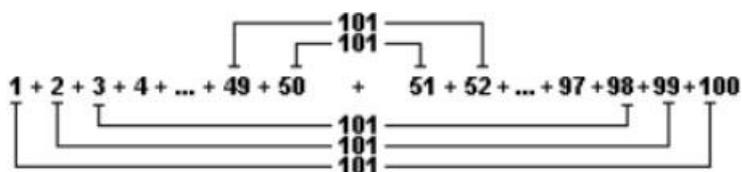
Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) Mais de 50 bolinhas de gude.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considerou a primeira figura como referência e concluiu que para formar a primeira são necessárias 5 bolinhas de gude, então para formar 10 figuras serão necessárias mais de 50 bolinhas de gude.
(B) Exatamente 50 bolinhas de gude.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considerou a primeira figura como referência e concluiu que para formar a primeira são necessárias 5 bolinhas de gude, então para formar 10 figuras serão necessárias 50 bolinhas de gude.
(C) Exatamente 41 bolinhas de gude.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D) Menos de 29 bolinhas de gude.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tomou como base para a resolução apenas a quantidade de bolinhas de gude que estão indicadas nas figuras, neste caso, estão representadas apenas 27 bolinhas de gude.

Questão 10

Fácil

Quando Karl Friedrich Gauss (1777-1855), estudava na escola primária, um professor de Matemática, solicitou aos alunos que tentassem resolver a soma de todos os números compreendidos entre 1 e 100. Em pouco tempo, Gauss, apresentou o resultado da soma: 5050, cujo raciocínio básico é obtido multiplicando-se 101 por 50, como sugere a figura.



Utilizando a mesma ideia de Gauss, responda quanto vale o produto:

$$1 \times 2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128$$

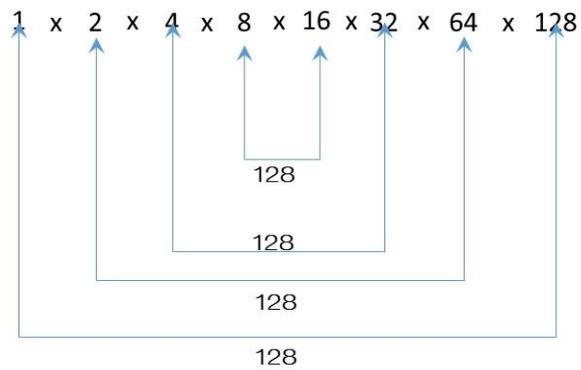
- (A) ~~4^{129}~~ 2^9
 (B) 4^{128}
 (C) 129^4
(D) 128^4

Resolução comentada

Resposta correta: 128^4

Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta.

Segundo os dados apresentados, temos que:



Então o produto, será representado por: $128 \times 128 \times 128 \times 128 = 128^4$

Grade de Correção

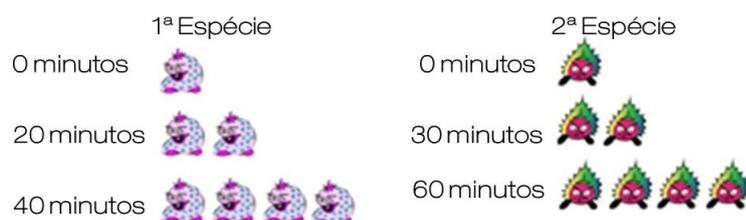
Alternativa	Observação
(A) 4^{129} 2^9	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não interpretou o enunciado corretamente e seguiu a ideia apresentada, somando o primeiro termo com o último, e determina que este fator é repetido quatro vezes, indicando, erroneamente, tal produto em forma de potência.
(B) 4^{128}	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno interpretou corretamente o enunciado do problema, porém não indicou corretamente seu raciocínio em linguagem matemática.
(C) 129^4	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não interpretou o enunciado corretamente e seguiu a ideia apresentada, somando o primeiro termo com o último, e determina que este fator é repetido quatro vezes, indicando tal produto em forma de potência.
(D) 128^4	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não

Habilidade	<i>Calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.A. ou P.G.</i>	Questões	11 e 12
-------------------	--	-----------------	---------

Questão 11

Difícil

Em determinada amostra encontram-se duas populações distintas de bactérias, a 1ª espécie, tem sua população duplicada a cada 20 minutos e a segunda espécie, duplica sua população em 30 minutos, conforme mostra a figura:



De acordo com as informações, após 3 horas, a quantidade total de bactérias das duas espécies será de:

- (A) 14 bactérias
- (B) 64 bactérias
- (C) 512 bactérias
- (D) 576 bactérias**

Resolução comentada

Resposta correta: 576 bactérias

Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta.

Segundo os dados apresentados, temos que:

1ª espécie	1ª hora				2ª hora			3ª hora		
	Tempo	0	20	40	60	80	100	120	140	160
Quant.	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512

2ª espécie	1ª hora			2ª hora		3ª hora	
	Tempo	0	30	60	90	120	150
Quant.	1	2	4	8	16	32	64

Somando-se as quantidades das 1ª e 2ª espécies encontramos 576 bactérias.

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 14 bactérias	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno somou a quantidade de bactérias existente nas duas espécies.
(B) 64 bactérias	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de bactérias da 2ª espécie no intervalo de 3 horas.
(C) 512 bactérias	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de bactérias da 1ª espécie no intervalo de 3 horas.
(D) 576 bactérias	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não

Questão 12

Difícil

Dada uma P.A de razão 4, em que a soma do primeiro termo e o último é 38. Sabendo-se que a soma dos termos desta P.A é 190, então a quantidade de termos da P.A será de:



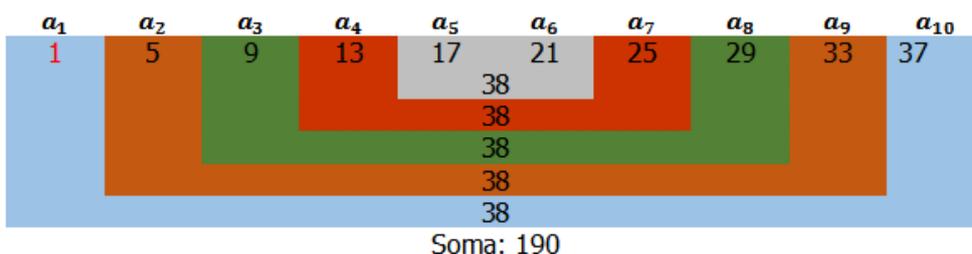
- (A) 5 termos.
- (B) 10 termos.**
- (C) 37 termos.
- (D) 38 termos.

Resolução comentada

Resposta correta: 10 termos.

Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta.

Segundo os dados apresentados, temos que:



ou aplicando diretamente na expressão geral da soma dos termos de uma P.A.

$$S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = 190 = \frac{(1 + 37)n}{2} \Rightarrow 190 = \frac{38n}{2} = 38n \Rightarrow n = 10$$

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 5 termos.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tenha verificado a partir do resultado do quociente entre 190 e 38, existirão 5 grupos de soma com resultado iguais a 38.
(B) 10 termos.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou corretamente seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não
(C) 37 termos.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tenha identificado o primeiro e o último termo da P.A, ou seja, 1 e 37, e concluiu que esta é composta por 37 termos e não se atentou que a razão é igual a 4.
(D) 38 termos.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tomou como quantidade de termos a soma do primeiro com o último termo, ou seja, 38 termos.

Habilidade	<i>H05- 9º Ano – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões)</i>	Questão	13
-------------------	--	----------------	----

Questão 13

Fácil

As variáveis x e y assumem valores conforme a tabela a seguir:	x	y
	2	5
	6	13
	10	21
	14	29
	18	37

A relação entre x e y é dada pela expressão:

- (A) $y = x+2$
- (B) $y = 2x+1$**
- (C) $y = 2x$
- (D) $y = x+3$

Resolução comentada

Resposta correta: $y=2x+1$

Ao verificar as alternativas, constata-se que:

Nas alternativas (A) e (C), nenhum valor de x resulta em y

A alternativa (D), atende apenas ao primeiro par ordenado

Para a alternativa (B), y atende a todos os valores de x , segundo a equação $y=2x+1$

Grade de Correção

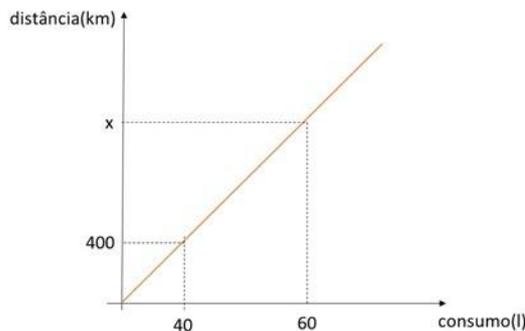
Alternativa	Observação
(A) $y = x+2$	Resposta incorreta. O aluno não utilizou o raciocínio correto e escolheu aleatoriamente a alternativa.
(B) $y = 2x+1$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C) $y = 2x$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou parcialmente a regularidade entre as variáveis, ou seja, o valor de y é o dobro do valor de x , porém, não verificou a adição de uma unidade em cada valor de y .
(D) $y = x+3$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno apenas observou a regularidade existente entre os valores da primeira linha da tabela.

Habilidade	H20- 9º Ano- Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.	Questão	14
-------------------	--	----------------	----

Questão 14

Fácil

O gráfico a seguir representa o consumo de combustível de um automóvel de acordo com a distância percorrida.



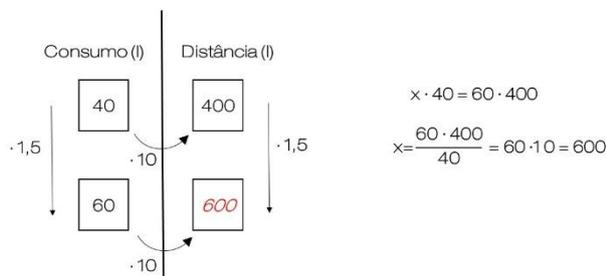
Mantendo a proporcionalidade direta entre as duas grandezas, quantos quilômetros o automóvel percorrerá com 60 litros de combustível?

- (A) 440
- (B) 460
- (C) 500
- (D) 600**

Resolução comentada

Resposta correta: 600 km.

A questão proposta, pertence aos problemas de estrutura multiplicativa, pertencente às relações ternárias, da classe de problemas relativos à quarta proporcional, cujo esquema relacional é proposto a seguir:



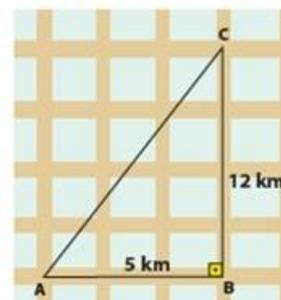
Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 440	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou a soma das coordenadas (40, 400).
(B) 460	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou a soma da segunda abscissa (60) com a primeira ordenada (400).
(C) 500	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou a soma de todas as coordenadas apresentados no gráfico.
(D) 600	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	H36- 9º Ano – Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras)	Questão	15
-------------------	---	----------------	----

Questão 15

Médio

O mapa representa os quarteirões de uma cidade e a linha do metrô AC. Para ir de automóvel da Estação A até a estação C, uma pessoa deverá fazer o seguinte trajeto: de A até B e de B até C.



Se tivesse utilizado o metrô para ir de A até C, teria percorrido

- (A) 4 km a menos.**
- (B) 4 km a mais.
- (C) 13 km a menos.
- (D) 13 km a mais.

Resolução comentada

Resposta correta: "4 km a menos"

O percurso entre A e C, determina um triângulo retângulo em B, portanto para estabelecer a distância de A até C, aplicaremos o teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Como a distância percorrida pelo automóvel é de 17 km e com o metrô a distância é de 13 km, então pode-se constatar que com o metro a pessoa irá percorrer 4 km a menos ($17 - 13 = 4$)

Grade de Correção	
Alternativa	Observação
(A) 4 km a menos.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B) 4 km a mais.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente calcula a hipotenusa (13 km), porém não interpreta as relações existentes entre as medidas do triângulo.
(C) 13 km a menos.	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno aplica apenas o teorema de Pitágoras a partir das medidas dos catetos apresentados no problema e não compara as medidas, conforme o enunciado.
(D) 13 km a mais.	Resposta incorreta. Para interpretar o erro contido nesta alternativa, podemos considerar a mesma concepção errônea utilizada na alternativa (C).

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional

Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material

Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, Sandra Maira Zen Zacarias e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Mário José Pagotto, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek e Rosana Jorge Monteiro Magni,