GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

9º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
1º Semestre de 2014

6ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nos dois segmentos (Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio) avaliados, as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades já desenvolvidas em períodos anteriores, seja no ano, ou no semestre letivo. Particularmente no 6º ano (5ª série) do EF foram utilizadas as expectativas de aprendizagens contidas na grade do 5º ano (4ª série) do EF.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Anos/séries participantes:*
   6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;
   1ª a 3ª séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   10 questões objetivas e algumas dissertativas.

3. *Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo.

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

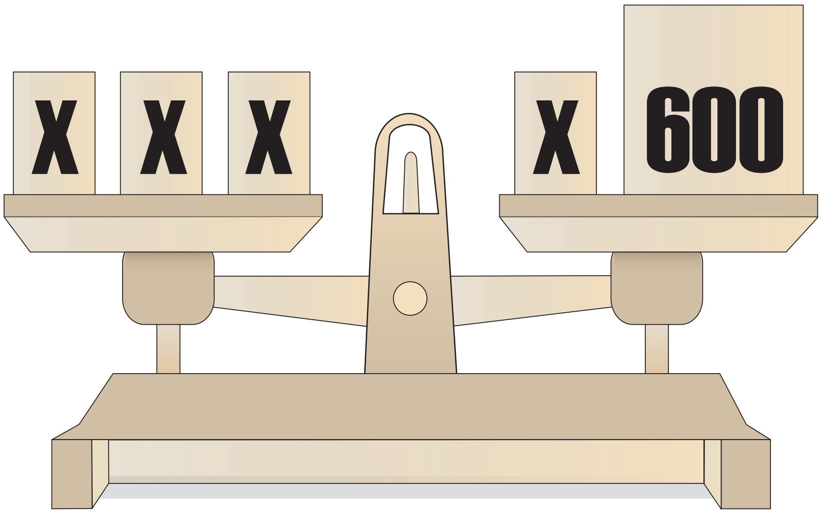
Nº do item	Habilidades
1	Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.
2	Conhecer as propriedades de potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências.
3	Compreender a ideia de número racional em sua relação com frações e as razões.
4	Compreender a ideia de número racional em sua relação com frações e as razões. Saber manipular as diversas representações dos números racionais e representá-los na reta real.
5	Relacionar as linguagens algébrica e geométrica, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.
6	Compreender situações problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.
7	Saber resolver sistemas lineares de duas incógnitas pelos métodos da adição e da substituição.
8	Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas. Saber calcular a fração geratriz de uma dízima.
9	Compreender situações problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.
10	Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.
11	Compreender e usar o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares.
12	Reconhecer o teorema de Tales como forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos.
13	Compreender o teorema de Pitágoras, utilizando na solução de problemas em diferentes contextos.

Habilidade:

Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.

Questão 01 – Teste

Numa balança, como representada abaixo, foram colocados objetos de maneira que a balança ficou em equilíbrio.



Se a letra *x* representa o peso do objeto conforme a figura, para que o prato da esquerda tenha o mesmo peso do prato da direita o valor de *x* deve ser

(A) 150.

(B) 200.

(C) 300.

(D) 600.

Comentários e recomendações pedagógicas

Para dar significado a equações pode-se fazer uso da analogia com a balança de pratos. O objetivo dessa questão é identificar se o aluno percebe tal analogia e que, retirando-se o objeto de peso *x* de ambos os pratos, ainda o equilíbrio se mantém. Assim, se obtém que 2 objetos de peso *x* pesam 600 g, donde se conclui que cada um pesa 300 g.

Deve-se explorar diversos contextos onde surge a necessidade de manipular equações com uma incógnita, quando letras representam números.

Na questão proposta o aluno pode também utilizar as alternativas, substituindo o valor de *x* e verificando se obtém o equilíbrio. Resolvendo dessa forma o aluno também interpreta de forma correta a solução do problema.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 150	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, descreveu corretamente o problema com a equação $3x = x + 600$, mas obteve $4x = 600$ e assim $x = 150$. Nesse caso, ele tem boa compreensão do problema e familiaridade com a analogia apresentada. Contudo, pode revelar que ele ainda não manipula corretamente expressões com letras. Recomenda-se um trabalho com números e igualdade, procurando tornar as operações envolvidas numa resolução de equação mais significativas.
(B) 200	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, não descreveu corretamente o problema com uma equação ou testou o valor 200 e fez um cálculo errado. Pode também revelar "chute".
(C) 300	**Resposta correta**. O aluno, possivelmente, percebeu que retirando-se o objeto de peso x de ambos os pratos ainda o equilíbrio se mantém. Assim se obtém que 2 objetos de peso x pesam 600 g, donde se conclui que cada um pesa 300 g. O aluno descreveu corretamente o problema com a equação $3x = x + 600$ e manipulou a equação obtendo $2x = 600$ e assim $x = 300$.
(D) 600	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, deu essa resposta achando que o equilíbrio só pode ocorrer com outros 600 gramas. O que revela não compreensão do enunciado ou ainda falta de noção de grandeza. Pode também revelar "chute".

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

• Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 2, SEE-SP

• Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 1, 2 e 3, SEE-SP

• Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S.V. Diniz, **Álgebra: das variáveis às equações e funções,** CAEM-IME-USP.

• *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, – Laboratório 56, 62; CAEM-IME-USP.

Habilidade:

Conhecer as propriedades de potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências.

Questão 02 – Teste

O *byte* é a unidade básica de armazenamento de memória no computador. Um *megabyte* corresponde a um milhão de *bytes*. E um *terabyte* corresponde a um milhão de *megabytes*. Então, para se obter um *terabyte* são necessários

(A) 10^3 *bytes*.

(B) 10^6 *bytes*.

(C) 10^{12} *bytes*.

(D) 10^{36} *bytes*.

Comentários e recomendações pedagógicas

Uma boa motivação usando contextos atuais pode favorecer o desenvolvimento e a compreensão das propriedades de potências. É importante que o aluno adquira a habilidade de reconhecer as diferentes formas usadas na nossa linguagem para designar potências de 10 (mil, milhão, bilhão etc). Pode-se utilizar textos extraídos de jornais ou revistas e ainda variados contextos interessantes para trabalhar as propriedades das operações com potências.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 10^3	Resposta incorreta. O aluno pode ter assinalado esse item por ter identificado no texto a palavra "milhão" e achar que corresponde a 10^3.
(B) 10^6	Resposta incorreta. Como no item anterior, o aluno pode ter assinalado esse item por ter identificado no texto a palavra "milhão" que corresponde a 10^6. Contudo, não leu com a devida atenção a questão que solicita que o aluno relacione terabytes com bytes.
(C) 10^{12}	**Resposta correta.** O aluno identifica que 1 megabyte é igual a 10^6 bytes e que 1 terabyte é igual a 10^6 megabytes. E obtém que 1 terabyte é igual a $10^6 \cdot 10^6 = 10^{12}$ bytes.
(D) 10^{36}	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, identifica que 1 megabyte é igual a 10^6 bytes e que 1 terabyte é igual a 10^6 megabytes, mas não domina as propriedade de potências, pois deve ter feito o produto das potências obtendo 10^{36}. Devem ser feitas intervenções no sentido de revisar as propriedades de potências.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

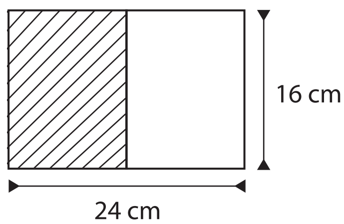
- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 1, SEE-SP.
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 21, SEE-SP.
- Experiências Matemáticas – 5ª série – Atividades 4, SEE-SP.
- *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, – Laboratório 27, CAEM-IME-USP.

Habilidade:

Compreender a ideia de número racional em sua relação com frações e as razões.

Questão 03 – Teste

Os lados de um papel retangular medem 16 cm e 24 cm. Ele é cortado **ao meio** pelo lado maior, conforme indicado na figura.



O número racional que representa a razão entre o lado menor e o lado maior **da figura hachurada** é

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\mathbf{\frac{3}{4}}$

(C) $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{3}{2}$

Comentários e recomendações pedagógicas

Se os números inteiros são abstrações do processo de contar, é possível fazer um paralelo e dizer que os números racionais surgem do processo de medir, ou seja, de comparar grandezas da mesma espécie.

O primeiro contato dos alunos com as frações surge ao se trabalhar "parte--todo". O significado de 1/2 é então de 1 parte em 2. É interessante chamar a atenção que num primeiro contato 1/2 e 2/4 têm significados diferentes para o aluno, pois "uma parte de duas" é concretamente diferente de "duas partes em quatro". Porém será necessário um longo trabalho para que o aluno passe a identificar 1/2 com 2/4 e assim considerá-los "iguais" do ponto de vista de elemento de um conjunto.

Também é preciso destacar que uma fração é uma razão entre dois números inteiros. Pode-se tratar de razão entre dois números quaisquer, que pode vir a ser ou não uma número racional. Por exemplo, a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é 2π, que não é representado por um número racional.

A questão proposta pretende verificar se o aluno domina o conceito de razão e o relaciona com fração e número racional. Para obter a alternativa correta o aluno terá também que simplificar a fração obtida, já que nas alternativas só aparecem frações irredutíveis.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $\frac{2}{3}$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, toma a razão entre os dois números do enunciado 24 e 16, resultando 16/24 e simplificou a fração. Apesar de não ter compreendido o problema, o aluno pelo menos fez a razão entre a medida menor e a maior. Importante ver que ele mostra habilidade com frações equivalentes e reconhece que 16/24 = 2/3.
(B) $\mathbf{\frac{3}{4}}$	**Resposta correta**. O aluno interpretou o enunciado corre-ta-mente e obteve a razão entre a metade de 24, que é 12, e 16, o que resulta em 12/16. Em seguida reconhece que 12/16 = 3/4.
(C) $\frac{4}{3}$	Resposta incorreta. É possível que o aluno tenha compreendido o enunciado tomando a metade de 24, que é 12, e 16, contudo tomou a razão inversa, 16/12 = 4/3.
(D) $\frac{3}{2}$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, toma a razão entre os dois números do enunciado 24 e 16, resultando 24/16. Apesar de não ter compreendido o problema, o aluno demonstra habilidade com frações equivalentes e reconhece que 16/24 = 2/3.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

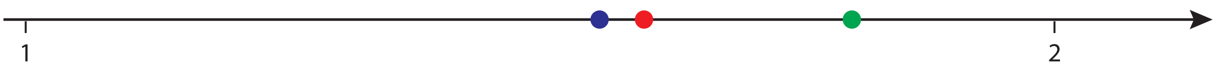
- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, – Laboratório 22, CAEM-IME-USP.

Habilidade:

Compreender a ideia de número racional em sua relação com frações e as razões. Saber manipular as diversas representações dos números racionais e representá-los na reta real.

Questão 04 – Aberta

Os números A = 1,8 ; B = 8/5; C = 1,555... . estão representados na reta numérica abaixo, mas não nessa ordem. Assinale na reta qual é o ponto que representa o número A, qual o que representa o número B e qual o que representa o número C. Explique o porquê de cada escolha.



Comentários e recomendações pedagógicas

O conceito de número racional é uma ideia matemática complexa e importante na formação do aluno. Deve-se levar o aluno a compreender a necessidade de ampliação do conjunto dos números naturais para um conjunto de números que podem ser representados de diversas formas. Os diversos significados das frações (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, razão e outros) devem ser explorados e relacionados, por meio de diferentes situações de aprendizagem. É importante que se trabalhe as mais variadas representações: forma fracionária, porcentagem e representação decimal.

É importante também estabelecer a representação do número racional como um ponto da reta. Por meio de várias atividades em diferentes contextos, deve-se procurar desenvolver no aluno a capacidade de comparar dois números racionais, utilizando diferentes representações.

A questão tem como objetivo verificar se o aluno domina a representação decimal dos números racionais e a representação na reta real. Tendo em vista que dois dos números estão na forma decimal, é esperado que o aluno encontre a representação decimal de 8/5 = 1,6 e, assim, compare os números. É também um dos objetivos verificar se o aluno compreende a forma decimal infinita dos números.

Grade de correção

Existem 6 possibilidades de resposta. Para o aluno obter a resposta correta, que é

$$C < B < A,$$

ele, possivelmente, domina a representação decimal de números racionais e utiliza-as para estabelecer comparações.

Na correção deve observar se ele obtém 8/5 = 1,6, por divisão ou obtendo fração a equivalente 16/10. Com as representações decimais de A e B ele já deve concluir que B < A. Contudo o reconhecimento de 1,555... como número menor que 1,6 (e portanto de 1,8) mostra que o aluno tem um bom domínio da representação na forma decimal.

Se o aluno respondeu que C é maior que 1,8 ainda não deve dominar a escrita na forma decimal. Possivelmente acha que como C tem infinitas casas decimais ele deve ser o maior. É também possível que esse aluno acredite que 1,8 é menor que 1,75 pois 18 é menor 175.

O professor deve observar se o aluno faz uso das variadas representações dos números racionais e se irá representar 1,555... na forma de fração, procurando obter a fração geratriz, para poder comparar esse número com os outros.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

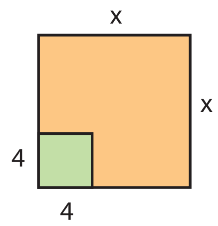
- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 1, SEE-SP.
- http://www.uff.br/cdme, **A Expansão Decimal de Um Número,** Humberto José Bortolossi e Dirce Uesu Pesco da Universidade Federal Fluminense (UFF)

Habilidade:

Relacionar as linguagens algébrica e geométrica, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.

Questão 05 – Teste

De um quadrado de lado x, com $x > 4$, é extraído um quadrado de lado 4 cm, conforme a figura



A expressão que representa a área da região restante é

(A) (x – 4)(x + 4).

(B) ($x^2 - 8x + 16$).

(C) $x(x - 16)$.

(D) ($x - 4$).

Comentários e recomendações pedagógicas

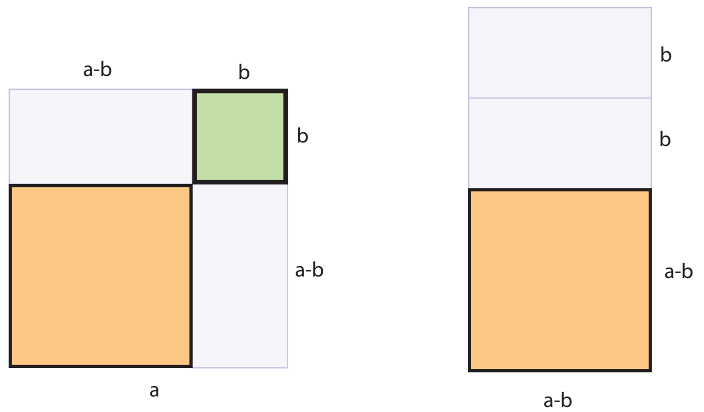
A linguagem algébrica permite escrever, simbolicamente, relações entre números. É interessante que o professor trabalhe concomitantemente produtos notáveis e fatoração e também leve o aluno a perceber que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ é apenas outra forma de escrever $(a + b)(a + b)$. Aplicando propriedades algébricas básicas dos números obtém as expressões:

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab + (-b)a + (-b)b = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2 .$$

Contudo, para que as expressões dos produtos notáveis tenham significado e não sejam apenas decoradas, é importante que o professor utilize e explore significados geométricos, relacionando o produto entre dois números com área de retângulos.

Assim, a expressão $a^2 - b^2$ ganha significado, pois representa a diferença entre a área do quadrado de lado *a* e a área do quadrado de lado *b*, conforme a figura:



Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $(x - 4)(x + 4)$	**Resposta correta**. O aluno identificou que a área pedida corresponde a $(x^2 - 4^2) = (x - 4)(x + 4)$.
(B) $(x^2 - 8x + 16)$	Resposta incorreta. O aluno desenvolveu $(x - 4)^2$ que não corresponde à área da região restante.
(C) $x(x - 16)$	Resposta incorreta. Um erro comum ao se fazer a distributiva é apenas multiplicar o primeiro termo. Assim, o aluno, possivelmente achou que $x(x - 16)$ é igual a $x^2 - 16$
(D) $(x - 4)$	Resposta incorreta. O aluno apenas fez a diferença das medidas apresentadas no enunciado não atentando para o fato de que se pedia área.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 2, SEE-SP.
- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, - Laboratório 52, CAEM-IME-USP.
- Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S.V. Diniz, **Álgebra: das variáveis às equações e funções,** CAEM-IME-USP.
- Experiências Matemáticas – 8ª série – Atividades 10, 11 e 12, SEE-SP.

Habilidade:

Compreender situações problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.

Questão 06 – Aberta

Um tipo de queijo cremoso é vendido em embalagens de 250 gramas a R$ 3,00.

(A) Complete a tabela relacionando o preço do produto com o seu peso.

Peso (em gramas)	Preço (em reais)
50	
100	
	1,50
250	3,00

(B) O fabricante passou a produzir também embalagens de 200 gramas do mesmo produto, que é vendida pelo preço de R$ 2,50. Comparando apenas o preço por grama do produto, qual é a embalagem mais vantajosa?

Comentários e recomendações pedagógicas

A noção de proporcionalidade está presente em diversas situações do cotidiano. Sempre nos deparamos com problemas reais onde devemos avaliar a relação entre quantidade e preço de produtos, como a apresentada no problema proposto. Sendo assim, é fundamental que o aluno, ao final do ensino fundamental, tenha condições de reconhecer e aplicar o conceito de proporcionalidade nos mais variados contextos.

Grade de correção

(A) Solução

Peso (em gramas)	Preço (em reais)
50	0,60
100	1,20
125	1,50
250	3,00

Qualquer resposta parcial deve ser considerada.

(B) Após completar a tabela obtém-se facilmente que 200 gramas do produto na embalagem antiga custam R$ 2,40. Portanto é mais vantajoso comprar a embalagem de 250 gramas.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, - Laboratório 60, CAEM-IME-USP.
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 9,10 e 28 , SEE-SP.

Habilidade:

Saber resolver sistemas lineares de duas incógnitas pelos métodos da adição e da substituição.

Questão 07 – Teste

Numa lanchonete, João pagou por 2 coxinhas e 1 empada o total de R$ 6,50 e Alice pagou por 1 coxinha e 2 empadas o total de R$ 7,00. O preço de uma coxinha e de uma empada são, respectivamente,

(A) R$ 2,00 e R$ 2,50.

(B) R$ 2,40 e R$ 4,10.

(C) R$ 5,00 e R$ 6,00.

(D) R$ 3,00 e R$ 3,50.

Comentários e recomendações pedagógicas

O uso de uma ou mais incógnitas para organizar as informações de um problema é um recurso importante que facilita sua resolução. A utilização de muitos problemas e contextos facilita a compreensão do significado de um sistema de equações com duas incógnitas, que é tema trabalhado no 8º ano.

A compreensão de um problema e a sua tradução em linguagem matemática permite a busca por informações, respostas ou soluções do problema. Somente o trabalho com diversos tipos de problemas e situações, em diferentes contextos, permite o desenvolvimento de tal habilidade.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) R$ 2,00 e R$ 2,50	**Resposta correta**. A solução pode ser encontrada pelo método da substituição. Se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: 2C+E = 6,5 e C+2E = 7. Logo 2(7 – 2E) + E = 6,5 o que implica que 3E = 7,5 e então E = 2,5. Donde C = 7 – 5 = 2. O aluno pode ter verificado que os valores satisfazem as condições do problema.
(B) R$ 2,40 e R$ 4,10	Resposta incorreta. Um erro comum ao se manipular expressões algébricas é o de não efetuar corretamente a distributiva. É comum se observar o erro "a(b + c) = ab + c" . Recomenda-se trabalhar com valores específicos e com representações geométricas para se evidenciar o erro. Se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: 2C+E = 6,5 e C+2E = 7. O aluno pode ter feito (-2)(C + 2E = 7) mas obtido –2C + 4E = 14. Assim ao somar com a outra equação obteve 5E = 20,5, donde obteve E = 4,1 e então C = 6,5-4,1 = 2,4. O aluno pode ter verificado que os valores satisfazem a primeira equação (o que o João gastou), porém não verificou que não satisfazem a segunda condição (o que a Alice gastou)
(c) R$ 3,00 e R$ 3,50	Resposta incorreta. O aluno pode ter verificado que os valores podem satisfazer a primeira equação (o que o João gastou), porém não verificou que não satisfazem a segunda condição (o que a Alice gastou)
(D) R$ 5,00 e R$ 6,00	Resposta incorreta. Um erro comum na aplicação da propriedade distributiva é fazer: "a(b+c) = ab + c". A solução pode ter sido obtida da seguinte forma: se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: 2C+E = 6,5 e C+2E = 7. Substituindo ficaria C + 2 (6,5 – 2C) = 7, mas o aluno fez C + 13 – 2C = 7, donde teria concluído que C = 13 – 7 = 6. daí C = 7 – 12. Como não poderia ter uma resposta negativa, tomou C = 5, não observando que as respostas não satisfazem a equação.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 3, SEE-SP.
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividade 27 , SEE-SP.

Habilidade:

Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas. Saber calcular a fração geratriz de uma dízima.

Questão 08 – Teste

A fração que representa 1,777... é

(A) $\frac{17}{90}$

(B) $\frac{7}{9}$

(C) $\mathbf{\frac{16}{9}}$

(D) $\frac{17}{9}$

Comentários e recomendações pedagógicas

Uma fração é também entendida como uma divisão entre dois números inteiros. Usando o algoritmo da divisão o professor deve discutir com os alunos o aparecimento da repetição dos restos e, portanto, a formação do período. É importante trabalhar exemplos como 2/17 ou 1/21 cujas representações decimais têm períodos formados por muitos algarismos. Uma boa atividade pode ser realizada com o uso do aplicativo **A Expansão Decimal de Um Número,** elaborado pelos professores Humberto José Bortolossi e Dirce Uesu Pesco da Universidade Federal Fluminense (em http://www.uff.br/cdme)

Para se estabelecer a recíproca, isto é, que toda forma decimal infinita e periódica é a representação de uma fração, são feitas manipulações algébricas com as infinitas casas decimais. O procedimento usual para determinar a fração geratriz apresentado para alunos no 8º ano requer que ele compreenda que, por exemplo, 1,4444... – 0,444... = 1, mas que 1,4444 – 0,444 = 1,0004, o que não é simples.

Ao procurar uma fração geratriz de 1,777... se faz os seguintes cálculos:

$x = 1,777...$

$10x = 17,777...$

$9x = 17,777... - 1,777... = 16$

$x = 16/9$

Recomenda-se que o professor trabalhe na direção de desenvolver no aluno a capacidade de aplicação do método de encontrar a fração geratriz e não em memorizar regras.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $\frac{17}{90}$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, memorizou alguma regra para determinar a fração geratriz, onde aparecem noves no denominador na quantidade de algarismos que se repetem na dízima. Como 1 não se repete, pode ter colocado o 0.
(B) $\frac{7}{9}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter reconhecido apenas 0,777.... e memorizado a regra (ou o procedimento) para obter a fração geratriz apenas desse tipo de dízima periódica.
(C) $\mathbf{\frac{16}{9}}$	**Resposta correta**. O aluno sabe obter a fração geratriz de uma dízima periódica desse tipo ou conhece a regra para determinar a fração geratriz.
(D) $\frac{17}{9}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter apenas a noção que devem aparecer "noves" no denominador da fração geratriz na quantidade de dígitos que se repetem. Pode também achar que, como 1,777... é "1 e 0,777...", isso pode significar 17/9.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 1, SEE-SP

- http://www.uff.br/cdme, **A Expansão Decimal de Um Número,** Humberto José Bortolossi e Dirce Uesu Pesco da Universidade Federal Fluminense (UFF).

Habilidade:

Compreender situações problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.

Questão 09 – Teste

O fabricante de uma marca de tinta recomenda que o produto seja diluído na proporção de 20% a 30% de água. O pintor misturou o conteúdo de uma lata de tinta de 900 ml, com 300 ml de água. Com relação ao recomendado pelo fabricante, a quantidade de água colocada pelo pintor

(A) está correta, pois 300 é inferior a 30% de 900.

(B) está errada, pois deveria estar entre 180 e 270.

(C) está correta, pois 300 é 25% de 900.

(D) está errada, pois deveria ser maior que 300.

Comentários e recomendações pedagógicas

Uma das noções mais importantes dentro do conteúdo de matemática é a de proporcionalidade. O conceito de proporcionalidade está presente em nosso cotidiano de diversas formas e nas mais diversas situações. Para desenvolver no aluno a capacidade de reconhecer a proporcionalidade direta entre grandezas é importante que se proponha problemas em diferentes contextos, preferencialmente mais próximos de situações reais.

Várias atividades podem ser propostas evidenciando a presença ou não da proporcionalidade. Importante que se saliente que o fato de uma grandeza aumentar em função do aumento de outra não caracteriza a proporcionalidade. Para isso pode-se trabalhar com tabelas, gráficos e figuras geométricas e com grandezas como comprimento, área e volume. Este é um dos conteúdo que pode ser trabalhado em situações que integram aspectos geométricos e algébricos.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) está correta, pois 300 é inferior a 30% de 900	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, fez o cálculo errado ou não domina a representação em porcentagem. Pode ter pensado que 30% de 900 é 1/3 de 900 e portanto 300.
(B) esta errada, pois deveria estar entre 180 e 270	**Resposta correta**. De fato, 20% de 900 é 180 e 30% de 900 é 270 e o pintor utilizou 300 ml de água, acima do recomendado.
(C) está correta, pois 300 é 25% de 900	Resposta incorreta. O aluno,possivelmente, fez o cálculo errado ou não domina a representação em porcentagem, pois 25% de 900 é 225.
(D) está errada, pois deveria ser maior que 300	Resposta incorreta. O pintor colocou mais água que devia e não menos.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, - Laboratório 65, CAEM-IME-USP.
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 9,10 e 28 , SEE-SP.

Habilidade:

Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.

Questão 10 – Aberta

Num supermercado um pacote com 6 barras de cereal custa 7 reais a mais que uma barra de cereal. Determine o preço de uma barra de cereal.

Comentários e recomendações pedagógicas

É importante que o aluno desenvolva a habilidade de fazer a transposição para a linguagem algébrica de um problema. Na questão proposta, ao escrever os dados do problema em linguagem algébrica o aluno deverá resolver uma equação simples de uma variável.

Espera-se que o aluno ao final do 8º ano desenvolva a capacidade de lidar com linguagem álgebra e a resolver equações de 1º grau. O trabalho com problemas em contextos mais familiares ao aluno pode facilitar o aprendizado.

Grade de correção

A resposta correta é R$ 1,40. O aluno consegue obter a expressão matemática para o problema: $6x = x+7$ e resolve corretamente obtendo $x = 7/5 = 1,4$

O aluno pode obter R$ 1,16 fazendo apenas uma operação de divisão com os números do enunciado 7 por 6. Possivelmente o aluno não conseguiu interpretar corretamente o enunciado.

Alunos podem saber expressar matematicamente o problema obtendo $6x = x+7$, mas não manipular corretamente a equação obtendo $7x = 7$ e assim chegar na resposta 1 real. Isso indica que o aluno ainda não domina bem expressões algébricas.

Nessa questão deve-se observar se o aluno manipula corretamente números decimais e faz a conversão da representação em fração para a decimal, habilidade também esperada.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 2, SEE-SP.
- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª serie (9º ano), Volume 3, SEE-SP
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 1, 2 e 3, SEE-SP
- Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S.V. Diniz, **Álgebra: das variáveis às equações e funções,** CAEM-IME-USP.
- Atividades de laboratório de Matemática, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, – Laboratório 56, 62; CAEM-IME-USP.

Habilidade:

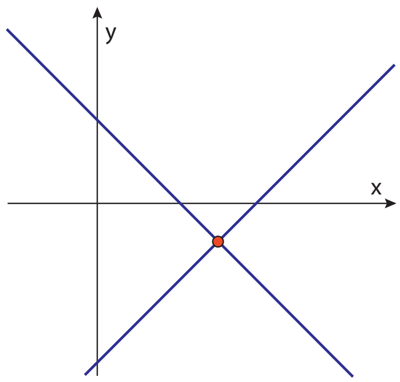
Compreender e usar o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares.

Questão 11 – Teste

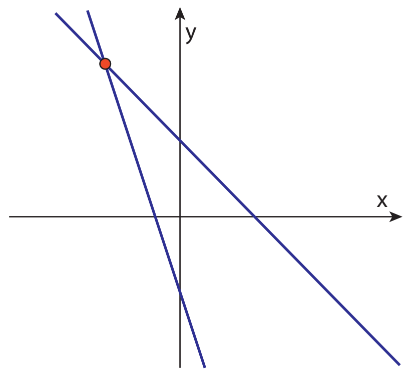
Dentre os gráficos abaixo, assinale aquele que representa o sistema de equações

$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

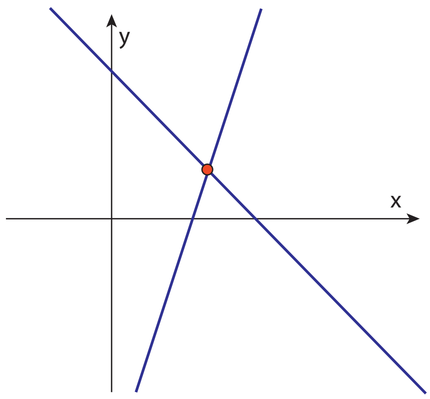
(A)



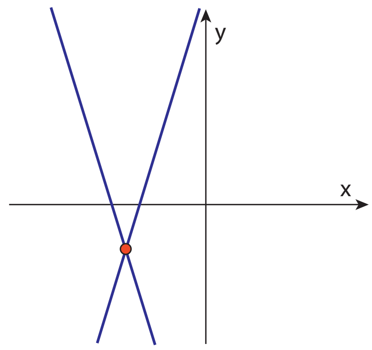
(B)



(C)



(D)

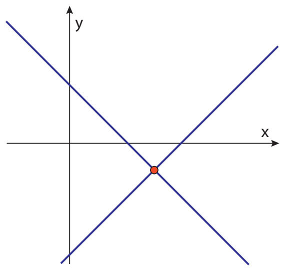
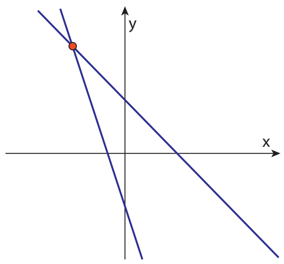
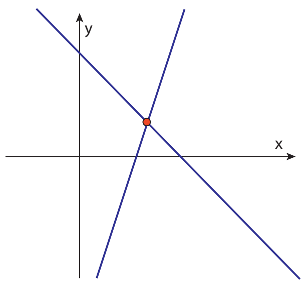
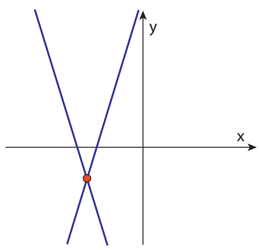


Comentários e recomendações pedagógicas

A questão proposta exige que o aluno analise as equações e a solução do sistema. Ao relacionar equação linear com equação de reta e representá-la no plano cartesiano a solução do sistema ganha um significado geométrico, o que facilita a compreensão. Também pode auxiliar num melhor entendimento do processo de resolução.

Nessa questão, o aluno pode resolver o sistema por substituição. Ao resolver o sistema se obtém como solução o par (2,1) e deve encontrar o gráfico correspondente. Contudo, o aluno pode também identificar as retas com as equações e assim chegar na resposta. Dominando a representação gráfica de pares ordenados no plano cartesiano o aluno tem condições de escolher a resposta correta.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 	Resposta incorreta. O aluno pode ter identificado corretamente os tipos de retas que representam as equações do sistema, mas pode ter errado na resolução do sistema, obtendo uma solução com ordenada negativa.
(B) 	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, errou ao resolver o sistema, pois a solução não tem abscissa negativa. O aluno também não reconheceu corretamente os tipos de retas que representam as equações do sistema, pois nessa alternativa ambas tem a inclinação negativa.
(C) 	**Resposta correta**. O aluno, possivelmente, obteve a solução (2,1) para o sistema e a identificou no sistema de coordenadas. O aluno também poderia chegar na resposta correta desenhando as retas.
(D) 	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, obteve a solução (–2,–1) para o sistema e a identificou no sistema de coordenadas. Pode ter também desenhando de forma errada cada reta.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

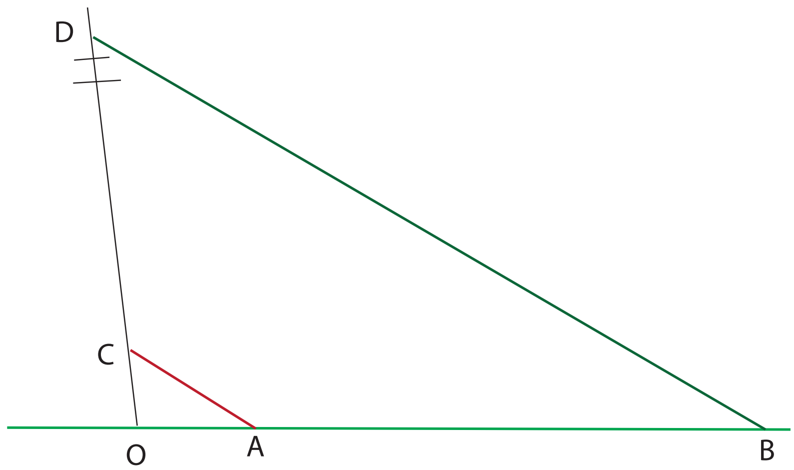
- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 3, SEE-SP.

Habilidade:

Reconhecer o teorema de Tales como forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos.

Questão 12 – Teste

Mateus precisa fixar um poste com uma corda esticada do ponto B a D, conforme a figura. Para saber quanto de corda será necessário comprar, ele precisa medir a distância BD. Ele teve a ideia de usar um pequeno pedaço de corda de 3 m e ligar os pontos A e C, de maneira que AC fique paralelo a BD, conforme a figura.



Ele mediu as distâncias OA e OB e obteve 2 m e 8 m, respectivamente. A distância de B a D, em metros, é

(A) 12.

(B) 11.

(C) 10.

(D) 9.

Comentários e recomendações pedagógicas

Uma das noções mais importantes dentro do conteúdo de matemática é a de proporcionalidade. Para desenvolver no aluno a capacidade de reconhecer a proporcionalidade direta entre grandezas é importante o trabalho em diferentes contextos. É importante observar que o conceito de proporcionalidade está presente em nosso cotidiano de diversas formas nas mais diversas situações. Assim é fundamental que, ao final do ensino fundamental, o aluno tenha condições de reconhecer proporcionalidade entre grandezas nos mais variados contextos e saber utilizá-la para resolver problemas.

Em geometria o conceito de proporcionalidade está presente na semelhança entre polígonos e no Teorema de Tales. Pode-se recorrer a muitas aplicações do teorema, evidenciando quando ele pode ou não ser usado.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 12	**Resposta correta**. O aluno percebeu que há uma proporcionalidade nas medidas e que como 8 = 4 x 2 então BD = 4 x 3 = 12
(B) 11	Resposta incorreta. O aluno tem noção que a medida de BD é maior que a de AB e "chuta" 11.
(C) 10	Resposta incorreta. O aluno pode ter apenas manipulado os números do enunciado obtendo 10 = 8 + 2.
(D) 9	Resposta incorreta. O aluno percebeu que há uma relação entre as medidas, mas pode ter concluído que como 8 = 6 + 2 (para obter 8 aumenta-se 6) então BD = 6 + 3 = 9, que é um erro comum. Convém trabalhar várias atividades com situações que evidenciam a proporcionalidade e principalmente a não proporcionalidade. Importante mostrar que ao somar a mesma constante a duas grandezas não se obtém, necessariamente, grandezas proporcionais. Pois, se *a*, *b* e *k* são números não nulos e se *a* é diferente de *b* então $\frac{a}{b} \neq \frac{a+k}{b+k}$

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

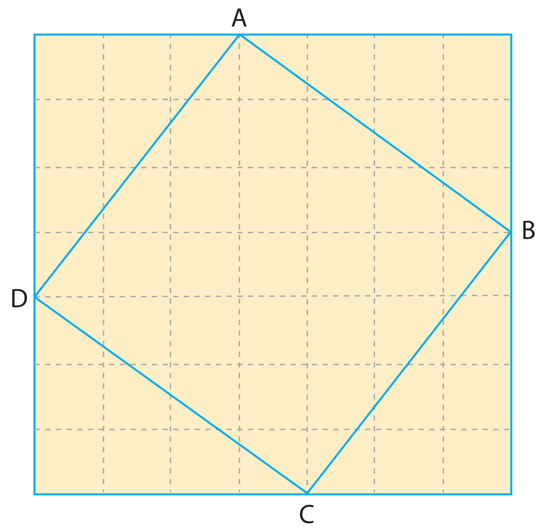
- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 4, SEE-SP.
- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, - Laboratório 65, CAEM-IME-USP.
- Experiências Matemáticas – 8ª série – Atividades 8 e 14, SEE-SP.

Habilidade:

Compreender o teorema de Pitágoras, utilizando na solução de problemas em diferentes contextos.

Questão 13 – Teste

Se cada quadradinho da malha tem lado de medida 1 cm, o **perímetro** do quadrado ABCD é, em centímetros, igual a



(A) 14.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 28.

Comentários e recomendações pedagógicas

O teorema de Pitágoras, que relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo, deve ser trabalhado, inicialmente, utilizando representações figurais. Nessa fase a demonstração do resultado deve ser abordada apenas utilizando relação entre áreas de quadrados. Há várias atividades que podem ser propostas com materiais concretos que auxiliam na verificação do resultado. Contudo, o professor deve ressaltar que a verificação de uma propriedade tendo como apoio figuras não constitui uma demonstração formal e tem limitações, podendo conduzir a erros.

A questão proposta pretende que o aluno reconheça o triângulo retângulo presente na figura e aplique o teorema de Pitágoras para o cálculo do lado do quadrado ABCD. Para isso ele deverá obter o comprimento dos lados do triângulo, usando para isso a malha quadriculada. Como a figura utilizada é também usada como apoio para uma das verificações do resultado, espera-se que seja familiar ao aluno e auxilie-o na obtenção da resposta.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 14	Resposta incorreta. O aluno pode ter chegado nessa solução calculando o perímetro do quadrado maior, que é 28 e achado que o quadrado menor tem a metade do perímetro. Se identificado esse erro, deve-se procurar trabalhar atividades com composição e decomposição de figuras planas, comparando-se os perímetros.
(B) 20	**Resposta correta**. O aluno obteve as medidas dos lados dos catetos do triângulo retângulo, que são 3 e 4, e utilizou o teorema de Pitágoras para obter a medida da hipotenusa do triângulo, que é 5 e que é o lado do quadrado. Obteve assim o perímetro que é 4.5 = 20. Note que o aluno poderá usar diretamente que 5 é a medida da hipotenusa, por já conhecer esse fato, o que também é válido.
(C) 25	Resposta incorreta. O aluno pode ter aplicado o teorema de Pitágoras, obtendo AB = 5, mas confundiu área com perímetro. Obteve assim $5^2 = 25$. O professor deve promover uma revisão dos conceitos e área e perímetro com o aluno, por meio de atividades com geoplano, malhas etc.
(D) 28	Resposta incorreta. O aluno pode ter lembrado que a medida da hipotenusa tem relação com a medida dos catetos. Porém pode ter feito a soma das medidas dos catetos: 3+4=7. Sendo 7 a medida do lado AB, ele obtém que o perímetro é 28. Nesse caso, o aluno sabe o que é perímetro de um quadrado, mas não percebe que a medida do lado de um triângulo não pode ser igual a soma das medidas dos outros lados. É importante que o professor intervenha promovendo atividades com materiais concretos, geoplano, malhas etc

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 4, SEE-SP
- *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, - Laboratório 64, CAEM-IME-USP.
- Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 6 e 20, SEE-SP.
- Experiências Matemáticas – 8ª série – Atividades 19, SEE-SP

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi
Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Juvenal de Gouveia, Patricia e Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Aline dos Reis Matheus, Cristina Cerri, Martha Salerno Monteiro, Raul Antônio Ferraz e Rogério Osvaldo Chaparin

Validação, Leitura e Revisão Crítica

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Agnaldo Garcia, Clarice Pereira, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Geverson Ribeiro Machi, João Acácio Busquini, Laíde Leni Lacerda N. Moleiro Martins, Luciana Vanessa de Almeida Buranello, Maria Josiléia Silva Bergamo Almeida, Mário José Pagotto, Renata Ercília Mendes Nifoci, Silvia Ignês Peruquetti Bortolatto, Sueli Aparecida Gobbo Araújo e Zilda Meira Aguiar Gomes

Revisão de Texto
Ademilde Ferreira de Souza