



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

9º ano do Ensino Fundamental

Matemática

São Paulo
2º Bimestre de 2016
12ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, terão como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas na plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui, além das informações sistematizadas no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – e agora também incorporadas à Plataforma Foco Aprendizagem, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA – CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

9º Ano do Ensino Fundamental

Habilidades da Matriz de Avaliação Processual - Matemática 2º Bimestre

Questão	Gabarito	Habilidade	
		Código	Descrição
01 <i>Anulada</i> 02	B C	MP06	Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.
03 04	C B		
05 06	D C	MP08	Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.
07 08	A C		
09 10	D A	MP10	Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.
11 12	C B		
		MP11	Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação - SARESP Foco Aprendizagem

Questão	Gabarito	Cód. Hab. Ano	Descrição da Habilidade
13	D	H30	Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.
		7º Ano	
14	A	H01	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
		9º Ano	
15	B	H02 9º Ano	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes

Comentários e recomendações pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 2º Bimestre Letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de referência para a Avaliação – SARESP.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. (MP06) - Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.

A ideia principal, ao diagnosticar esta habilidade consiste em verificar a tradução por meio de equações de 2º grau, a fim de discutir alguns modos possíveis de resolvê-las. Antes de introduzir qualquer técnica para a resolução de uma equação de 2º grau, é importante que os alunos utilizem seus conhecimentos já construídos para encontrar as raízes de equações ou solucionar o problema em questão.

2. (MP07) - Resolver equações de 2º grau.

Quanto à resolução da equação quadrática, sugere-se que sejam enfatizados os procedimentos que envolvam conhecimentos sobre fatoração, exponenciação e radiciação.

A chamada fórmula de Bhaskara, para as equações de 2º grau, também deverá ser desenvolvida, porém é fundamental que os alunos tenham uma visão mais abrangente dos processos de resolução, tendo em vista que, no Ensino Médio, eles precisarão resolver equações de grau superior a dois.

3. (MP08) - Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.

Além da proposição de problemas, o desenvolvimento desta habilidade tem como objetivo a apresentação de uma síntese dos diversos procedimentos utilizados para a obtenção das raízes de uma equação quadrática.

4. (MP09) - Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.

Neste caso a apresentação de situações envolvendo a variação de duas grandezas em que seja necessária a identificação dessa variação em relação à proporcionalidade, ou seja, pretende-se explorar o significado das expressões “x e y são diretamente proporcionais”, “x e y são inversamente proporcionais” e “x e y não são proporcionais”, incluindo quando for o caso, a tradução desses significados em linguagem algébrica: $y=kx$, sendo k constante (y é diretamente proporcional a x); e $xy=k$, sendo k constante (y é inversamente proporcional a x).

5. (MP10) - Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.

A continuidade do desenvolvimento da habilidade anteriormente descrita ocorre por meio da exploração de situações-problema envolvendo a variação de grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, sobretudo por meio de suas representações gráficas.

6. (MP11) - Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativo ao 2º bimestre, inserimos o trabalho com a leitura e construção de gráficos cartesianos que representam a variação de duas grandezas, de modo que uma seja, por exemplo, diretamente proporcional ao quadrado da outra, em contextos significativos que envolvam grandezas cuja variação é expressa por mais de uma sentença.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.¹

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- ▶ **H30 (7º Ano) – Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.**

Os estudos geométricos de semelhança de figuras planas e semelhança de triângulos envolve os conceitos de razão e de proporcionalidade.

- ▶ **H01 (9º Ano) – Reconhecer as diferentes representações de um número racional.**

Os estudos que se desenvolvem no 9º ano como equações, conjuntos numéricos, semelhança e estudo da circunferência necessitam a compreensão das diferentes representações dos números racionais.

- ▶ **H02 (9º Ano) – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.**

Os conceitos de razão e proporção, fundamentais no estudo de semelhança, necessitam de uma identificação, por parte do aluno, de que uma fração pode estar associada a diferentes significados.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios

¹ Fonte: <http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br> – acesso: 27/11/2015

desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.

(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

1. Questões referentes às habilidades da Matriz de Avaliação Processual - CGEB

Habilidade

MP06 Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.

Questão 01 **Anulada**

Médio

A figura mostra a representação geométrica de um retângulo que tem área igual a 242 cm^2 e seu lado maior é o dobro do menor. A medida do lado maior desse retângulo é representada pela equação



- (A) $y^2 - 242 = 0$
- (B) $y^2 - 121 = 0$**
- (C) $y^2 + 242 = 0$
- (D) $y^2 + 121 = 0$
-

Resolução comentada

Através do cálculo da área do retângulo (lado X lado) podemos concluir

Se $2y^2 = 242$, então $y^2 = 121$ ou $y^2 - 121 = 0$.

Dessa forma, chegamos a equação algébrica correspondente a habilidade pedida.

O aluno demonstra que compreende o cálculo de área de figuras planas e sabe transpor a ideia da geometria para álgebra. Generalizando e organizando os dados a partir de certa propriedade.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$y^2 - 242 = 0$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não observou a figura apresentada no enunciado e considerou que as medidas apresentadas são iguais, ou seja, concluiu que $y \cdot y = 242$
(B)	$y^2 - 121 = 0$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	$y^2 + 242 = 0$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não observou a figura apresentada no enunciado e considerou que as medidas apresentadas são iguais, ou seja, concluiu que $y \cdot y = 242$, porém, ao indicar esta resposta, equivocou-se no sinal da igualdade.
(D)	$y^2 + 121 = 0$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno demonstra que compreendeu o objetivo da questão, porém, ao indicar esta resposta, equivocou-se no sinal da igualdade.

Habilidade

MP06 Identificar a equação de 2º grau que expressa uma situação problema.

Questão 02

Fácil

João foi comprar uma mala de viagem, e o vendedor lhe disse que o preço da mala multiplicado pelo seu triplo daria 432.

A equação que expressa o valor da mala é

(A) $x + 3x = 432$.

(B) $x - 3x = 432$.

(C) $x \cdot 3x = 432$.

(D) $x^2 + 3x = 432$.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a capacidade do estudante para equacionar um problema.

Chamando de x o preço da mala e que deve ser multiplicado pelo seu triplo para encontrar o número 432, tem-se, seguindo a leitura do texto que:

$$x \cdot 3x = 432$$

Portanto, alternativa C, correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$x + 3x = 432.$	Resposta incorreta. Um possível equívoco para escolha dessa alternativa mostra que o aluno somou o preço da mala com o seu triplo.
(B)	$x - 3x = 432.$	Resposta incorreta. A escolha desta resposta mostra que pode ter havido uma atribuição aleatória, visto que a operação de subtração não é compatível com a situação proposta.
(C)	$x \cdot 3x = 432.$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$x^2 + 3x = 432.$	Resposta incorreta. O equívoco na escolha desta resposta mostra que o aluno multiplicou o preço x da mala, pelo x do seu triplo, porém equivocadamente adicionou o triplo do valor da caixa. Ou pode ter havido uma escolha aleatória de resposta.

Questão 03Fácil As raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ são

(A) 2 ou -3.

(B) -2 ou 3.

(C) 2 ou 3.

(D) -2 ou -3.

Resolução comentada*Por Bhaskara, temos que:*

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{((-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = 2$$

Por soma e produto:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = -\frac{(-5)}{1} = 5 \text{ (I)} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow P = \frac{6}{1} = 6 \text{ (II)} \end{cases}$$

*De (I) e (II), temos que os únicos valores que satisfazem a igualdade, são os números 2 e 3.**Podemos usar também a expressão $x^2 - Sx + P$ e calcular mentalmente.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	2 ou -3.	Resposta incorreta. Possivelmente tenha se equivocado com o sinal de b e assim calculado: $\frac{-5 \cdot 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$
(B)	-2 ou 3.	Resposta incorreta. Possivelmente tenha se equivocado com o sinal de b e assim calculado: $\frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
(C)	2 ou 3.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	-2 ou -3.	Resposta incorreta. Possivelmente tenha se equivocado com o sinal de b e assim calculado: $x_1 = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ e } x_2 = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Questão 04

Fácil Se o produto de dois fatores é zero, necessariamente um deles é igual a zero. Assim, as raízes reais da equação $(x + 2) \cdot (x - 6) = 0$ são

(A) 2 e -6.

(B) -2 e 6.

(C) 2 e -2.

(D) 2 e 6.

Resolução comentada

Dada a equação: $(x + 2) \cdot (x - 6) = 0$,

Considerando a afirmação do enunciado têm – se:

$$(x+2) = 0 \text{ ou } (x-6)=0$$

Donde:

$$x=-2 \text{ e } x=6.$$

Logo, as raízes da equação estão no conjunto solução $S=\{-2,6\}$

Caro professor, embora tenhamos exposto uma resolução para esta atividade, é possível que os alunos apresentem estratégias diferentes incluindo o cálculo mental ou a substituição por tentativa de valores. Neste momento, é importante valorizar as hipóteses de resolução dos alunos.

Este tema encontra-se na situação de aprendizagem 5 do caderno do professor.

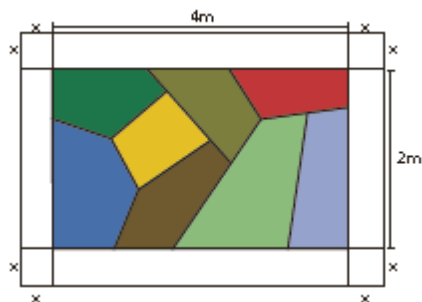
Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	2 e -6.	Resposta incorreta. Ao verificar o fator $(x-6) = 0$, o aluno pode ter se equivocado no cálculo da raiz referente a esta equação.
(B)	-2 e 6.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	2 e -2.	Resposta incorreta. Ao verificar os fatores, o aluno pode ter se equivocado em considerar apenas o fator $(x+2) = 0$ e enganou-se com o sinal.
(D)	2 e 6.	Resposta incorreta. Ao verificar o fator, $(x+2) = 0$, o aluno pode ter se equivocado com o sinal.

Questão 05

Médio

Um vitral retangular colorido de dimensões 2m por 4m será emoldurado conforme indica a figura a seguir.



Sabendo que a área total da moldura é de 7 m^2 , calcule a medida x do lado dos quadrados nos cantos da moldura, tendo em vista que os quatro cantos da moldura são quadrados idênticos.

- (A) 0,2 m.
- (B) 0,3 m.
- (C) 0,4 m.
- (D) 0,5 m.**

Resolução comentada

Tem-se inicialmente que, a área do vitral ($4m \cdot 2m$) é $8m^2$.

A dimensão dos lados da figura retangular com a moldura ficará acrescida de $2x$. Sendo $(4+2x)$ e $(2+2x)$. A outra informação é que a área da moldura é $7m^2$.

Ao subtrair a área do vitral ($8m^2$) da área total da figura $(4+2x) \cdot (2+2x)$, tem-se a área da moldura que é $7m^2$.

Assim:

$$[(4 + 2x) \cdot (2 + 2x) - 8] = 7 \text{ (aplicando a propriedade distributiva)}$$

$$(8 + 8x + 4x + 4x^2) - 8 = 7 \text{ (agrupando os termos comuns)}$$

$$4x^2 + 12x - 7 = 0$$

Na equação, temos que: $a = 4$, $b = 12$ e $c = -7$

$$\Delta = \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} = \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7)} = \sqrt{144 + 112} = \sqrt{256} = 16$$

As raízes da equação serão:

$$x = \frac{-12 \pm 16}{8} \Rightarrow x_1 = 0,5 \text{ e } x_2 = \frac{-28}{8} = -\frac{7}{2} \text{ (neste caso não se considera esta raiz)}$$

Portanto a medida x , do lado do quadrado, conforme figura, é $x = 0,5m$.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	0,2 m.	Resposta incorreta. Possivelmente, o aluno optou por esta resposta levando em consideração a dimensão 2m indicada na figura, ou uma escolha aleatória.
(B)	0,3 m.	Resposta incorreta. Alguns possíveis usos inadequados dos números que aparecem no problema: Adicionar 4m com 2m e dividir por 2 para justificar a resposta 0,3m, ou subtrair 4 m de $7m^2$ e encontrar equivocadamente 0,3 m.
(C)	0,4 m.	Resposta incorreta. Possivelmente, o aluno optou por esta resposta levando em consideração a dimensão 4m indicada na figura, ou foi uma escolha aleatória de resposta.
(D)	0,5 m.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Questão 06

Fácil

Em um retângulo, de 54cm^2 de área, o comprimento é expresso por $(x-1)$ cm, enquanto a largura é expressa por $(x-4)$ cm. Nessas condições, o valor de x é:

(A) -5 .

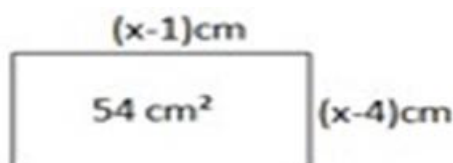
(B) 9 .

(C) 10 .

(D) 54 .

Resolução comentada

Tendo a representação de um retângulo como citado no problema com dimensões $(x-1)$ cm e $(x-4)$ cm e área de 54 cm^2



Então:

$$(x - 1) \cdot (x - 4) = 54 \Rightarrow x^2 - 4x - x + 4 = 54 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 54 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 5x - 50 = 0 \Rightarrow x_1 = 10 \text{ e } x_2 = -5$$

Não considerando o valor -5 , pois não existem medidas negativas, então o valor de x será 10 metros e o retângulo teria como dimensões 6 cm e 9 cm.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	-5.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considera equivocadamente como resposta, a raiz -5 da equação.
(B)	9.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno determina as dimensões do retângulo e considera uma delas como valor de x .
(C)	10.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	54.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considera como resposta o valor da área do retângulo indicada no problema, mostrando que não possui os conhecimentos necessários para a resolução da questão.

Habilidade**MP09 Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.****Questão 07**

Fácil

Verifique em qual das tabelas as grandezas x e y são diretamente proporcionais.

(A)

x	2	4	6	8
y	6	12	18	24

(B)

x	50	100	150	200
y	400	800	1600	3200

(C)

x	3	9	18	21
y	12	10	8	6

(D)

x	120	100	60	40
y	12	10	8	6

Resolução comentada

x	2	4	6	8
y	6	12	18	24

Observando a tabela, verifica-se que a grandeza y varia de acordo com a grandeza x . Essas grandezas são **variáveis dependentes**. Note que, quando a grandeza x aumenta de duas unidades, a grandeza y triplica. Para cada valor em x há três em y , ou seja, as grandezas variam na razão de 1 para 3 (1:3).

Grade de correção

Alternativa		Observação										
(A)	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>18</td> <td>24</td> </tr> </table>	x	2	4	6	8	y	6	12	18	24	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
	x	2	4	6	8							
y	6	12	18	24								
(B)	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>50</td> <td>100</td> <td>150</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>400</td> <td>800</td> <td>1600</td> <td>3200</td> </tr> </table>	x	50	100	150	200	y	400	800	1600	3200	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno equivocou-se ao escolher esta resposta, visto que, enquanto a grandeza x cresce de 50 unidades a grandeza y dobra, porém não crescem na mesma razão de 1:8, ou se trata de uma indicação aleatória.</p>
	x	50	100	150	200							
y	400	800	1600	3200								
(C)	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>18</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>6</td> </tr> </table>	x	3	9	18	21	y	12	10	8	6	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno equivocou-se ao escolher esta resposta, visto que, não há uma razão de crescimento ou decrescimento relativo a todas as grandezas da tabela, ou se trata de uma indicação aleatória.</p>
	x	3	9	18	21							
y	12	10	8	6								
(D)	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>120</td> <td>100</td> <td>60</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>6</td> </tr> </table>	x	120	100	60	40	y	12	10	8	6	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno equivocou-se ao escolher esta resposta, visto que, não há uma razão de crescimento ou decrescimento relativo a todas as grandezas da tabela, ou se trata de uma indicação aleatória.</p>
	x	120	100	60	40							
y	12	10	8	6								

Habilidade

MP09 Identificar situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade.

Questão 08

Fácil

Uma determinada revista canadense apresentou duas leis que representam a relação entre o número do sapato (n) e o comprimento do pé (c) de uma pessoa, em polegadas.

Para as mulheres, a lei é $n = 3c - 22$ e para os homens, é $n = 3c - 25$. Assim, responda:

Qual é o **número do sapato** de uma mulher cujo comprimento do pé é 11 polegadas e o de um homem com 15 polegadas, respectivamente?

(A) 55 e 70

(B) 20 e 11

(C) 11 e 20

(D) 11 e 15

Resolução comentada

Para resolver o problema proposto o aluno deverá identificar a natureza da variação entre duas grandezas. Nesta situação-problema as grandezas N e C , diretamente proporcionais.

Então temos que:

Mulher	$n = 3c - 22$	Homem	$n = 3c - 25$
$c = 11$	$n = 3 \cdot 11 - 22$ $n = 11$	$c = 15$	$n = 3 \cdot 15 - 25$ $n = 20$

Na caracterização dessa interdependência entre as duas grandezas, identificamos que uma pode variar livremente, que será a variável **independente**, a outra que foi determinada, será a variável **dependente**.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	55 e 70	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo proposto pelo problema, porém, enganou-se na resolução da equação, ou seja, considerou a soma $33 + 22$, no cálculo da numeração do sapato feminino e $45 + 25$, na numeração masculina.
(B)	20 e 11	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno realizou corretamente todos os procedimentos necessários para se resolver este problema, porém não se atentou na existência da palavra “respectivamente”, invertendo assim sua resposta.
(C)	11 e 20	Resposta correta. O aluno demonstra compreender a ideia de proporcionalidade, aplicando seus conhecimentos corretamente na substituição dos valores solicitados. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	11 e 15	Resposta incorreta. O aluno não demonstra compreender a ideia de proporcionalidade e possivelmente indicou esta resposta aleatoriamente.

Habilidade

MP10 Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.

Questão 09

Difícil

Francisca e João fizeram um bolo. Cada um contribui com alguns ingredientes. No final da sua confecção, irão **reparti-lo na razão de**

$$\frac{3}{2}$$

Sabendo-se que o bolo pesa 1200 gramas, caberá a

- (A) Francisca 1080 gramas e João 120 gramas.
- (B) Francisca 400 gramas e João 600 gramas.
- (C) Francisca 600 gramas e João 600 gramas.
- (D) Francisca 720 gramas e João 480 gramas.**

Resolução comentada

Se o bolo será repartido na razão de 3 para 2, conclui-se que ele será dividido em cinco partes iguais, ou seja, a razão de proporcionalidade direta é $\frac{1}{5}$, portanto cada parte do bolo equivale a uma massa de 240 g ($1200 \div 5$).

Desta forma caberá a Francisca 720g do bolo ($240 \cdot 3$) e para João 480g do bolo ($240 \cdot 2$).

Professor, para esta questão, considera-se a importância do desenvolvimento da ideia de razão através da representação de uma fração (fracionária).

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	Francisca 1080 gramas e João 120 gramas.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno apenas verificou a massa do bolo (1200g), no enunciado e associou a somatória dos dados informados nesta alternativa.
(B)	Francisca 400 gramas e João 600 gramas.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno, efetua a divisão da massa do bolo 1200 g por 2 e por 3, respectivamente.
(C)	Francisca 600 gramas e João 600 gramas.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou a divisão equitativa do bolo.
(D)	Francisca 720 gramas e João 480 gramas.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade

MP10 Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta.

Questão 10

Médio

Dois sacos de ração alimentam 6 galinhas por semana. Sabendo que se trata de uma situação de proporcionalidade direta, os valores que preenchem corretamente as lacunas na tabela são, respectivamente.

Número de sacos (X)	2	3	5	7	
Número de galinhas (Y)	6		15	21	33

(A) 9 e 11.

(B) 12 e 14.

(C) 9 e 9.

(D) 10 e 12.

Resolução comentada

Verifica-se a partir da tabela que, se dois sacos de ração alimentam seis galinhas, um saco alimenta três galinhas. Logo os valores na tabela estão na razão de 1:3.

Então, 3 sacos de ração alimentam 9 galinhas e, para alimentar 33 galinhas serão necessários 11 sacos de ração.

Portanto, 9 e 11 são as quantidades respectivas às lacunas da tabela; alternativa A.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	9 e 11.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	12 e 14.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou uma adição de 6 e 3 encontrando 9, nas duas primeiras colunas e uma subtração nas últimas colunas entre 21 e 7 encontrando 14.
(C)	9 e 9.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno percebeu que a partir de 3, os sacos de ração, logo o próximo valor seria 9; e na linha da quantidade de galinhas verifica que, de 6 a 15 a diferença é 9.
(D)	10 e 12.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno efetuou uma subtração com os valores da terceira coluna de números ($15-5=10$) e com valores das últimas colunas ($33-21=12$) ou ainda uma escolha aleatória de resposta.

Habilidade

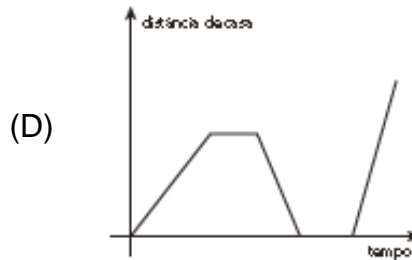
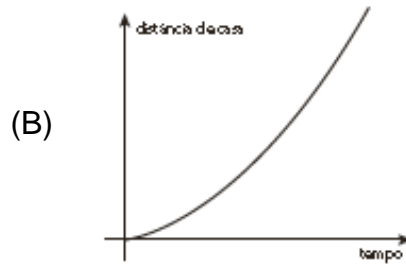
MP11 Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.

Questão 11

Médio

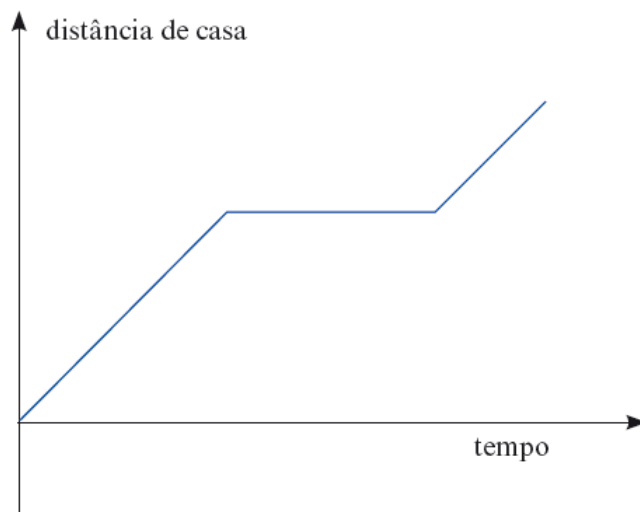
Considere as grandezas “distância de casa” e “tempo percorrido” na seguinte situação: Paulo saiu de sua casa de automóvel para ir ao trabalho, mas o pneu furou. Depois de trocá-lo, ele continuou o trajeto.

Nessas condições o gráfico que representa corretamente essa situação é


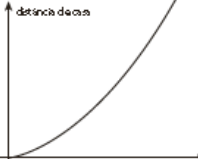




Resolução comentada

O gráfico correto é o da alternativa C. Pois, partindo de casa a distância inicial e o tempo são iguais a zero, por isso seu início é na origem. A medida que inicia o movimento, a distância aumenta com o passar do tempo, até o momento de trocar o pneu. A partir desse instante a distância permanece constante, ou seja, sem aumentar, porém, o tempo não para e determina um patamar no gráfico. Com o pneu trocado o movimento é retomado e novamente a distância volta a crescer com o passar do tempo, como se observa no gráfico:



Grade de correção

	Alternativa	Observação
(A)		<p>Resposta incorreta. Na escolha desta resposta, possivelmente, o aluno comete um equívoco na identificação do gráfico, pois não representa uma função linear como sugere o problema, além de não representar o tempo de parada para troca de pneu.</p>
(B)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno escolheu aleatoriamente esta resposta, pois, o gráfico desta opção não representa a situação proposta que, sugere uma função linear. Por isso o equívoco na escolha desta resposta. Também não se observa a representação do tempo de parada para troca de pneu.</p>
(C)		<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(D)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tenha compreendido o objetivo da questão, porém, existem alguns equívocos quanto a representação de dois momentos de parada e um tempo de distância decrescente que não correspondem a proposta do problema.</p>

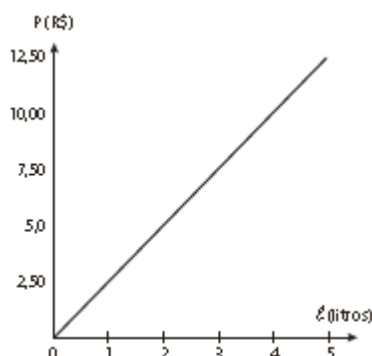
Habilidade

MP11 Identificar situações de interdependência entre grandezas através de gráficos e tabelas.

Questão 12

Difícil

O valor a ser pago por uma pessoa para abastecer seu automóvel varia proporcionalmente em função da quantidade de litros de combustível utilizado. Tal função trata-se de uma relação de proporcionalidade direta.



A partir das informações apresentadas no gráfico, pode-se afirmar que:

- (A) a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros menor o valor a ser pago.
- (B) a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros maior o valor a ser pago.**
- (C) a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k=3,5$.
- (D) a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k=-3,5$.

Resolução comentada

O objetivo da questão é demonstrar a habilidade do estudante em identificar, no gráfico a relação de crescimento entre as grandezas envolvidas.

Do gráfico, tem-se que a relação litros e preço é direta, e que o valor do litro do combustível em questão é R\$ 2,50. Então a constante k de proporcionalidade é $k=2,5$. Assim, $P = k \cdot L$ ou $P = 2,5 \cdot L$ e, portanto, quanto maior a quantidade de litros de combustível, maior o valor a ser pago.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros menor o valor a ser pago.	Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno equivocou-se em interpretar que a relação entre Litros (L) e Preço (P) são grandezas inversamente proporcionais.
(B)	a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k=3,5$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k=3,5$.	Resposta incorreta. Nesta resposta o aluno identifica uma relação de crescimento representada no gráfico, porém se equivoca quando admite $k=3,5$.
(D)	a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k=-3,5$.	Resposta incorreta. Nesta resposta o aluno identifica uma relação de crescimento representada no gráfico, porém se equivoca quando admite $k=-3,5$.

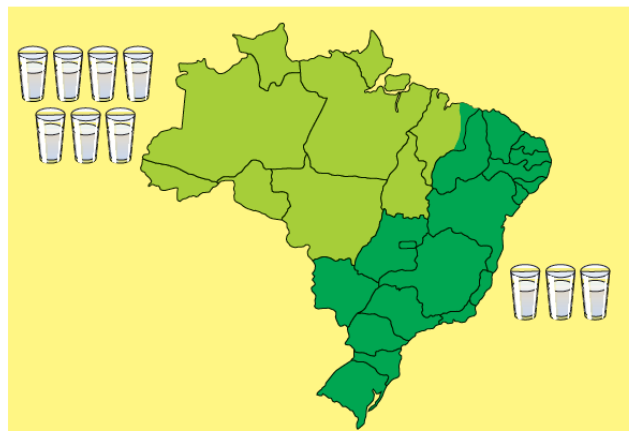
2. Questões referentes às habilidades da Matriz de Referência para a Avaliação - SARESP

H30 7º Ano	Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.
---------------	---

Questão 13

Fácil (SARESP 2013)

A maior parte da água doce existente no Brasil está na Amazônia. Na figura, a quantidade de copos com água representa a proporção de água doce na Amazônia e no restante do Brasil. Ou seja, 7 copos para a Amazônia e 3 para o resto do Brasil.



Considerando a água doce existente no Brasil, qual a porcentagem dela que está na Amazônia?

- (A) 7%.
- (B) 23,3%.
- (C) 30%.
- (D) 70%.

Comentários

Frequentemente encontramos situações que exigem o conhecimento de números racionais, tanto na forma de frações, razões, decimais ou que envolvem os números racionais e proporções. Diante dessas considerações há necessidade de identificar as possíveis dificuldades dos alunos, pois muitos podem necessitar desenvolver esta competência, sendo fundamental para sua formação básica e importante para os assuntos de Matemática dos anos seguintes.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	7%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende a situação apresentada e indica essa alternativa por associar aos números indicados no texto.
(B)	23,3%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende a situação apresentada e indica essa alternativa por associar aos números indicados no texto.
(C)	30%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende a situação apresentada e indica essa alternativa por associar aos números indicados no texto.
(D)	70%.	Resposta correta. Ao indicar essa resposta o aluno possivelmente compreende o conceito de razão e porcentagem.

Questão 14

Fácil (SARESP 2013)

Ao pesar $\frac{1}{4}$ de quilograma de salame, a balança mostrou

(A) 0,250 kg.

(B) 0,125 kg.

(C) 0,150 kg.

(D) 0,500 kg.

Comentários

Os alunos nesta fase da escolaridade precisam ter consolidado o conhecimento de representação fracionária e decimal de um número. Desta forma, é importante analisar as respostas de seus alunos, pois muitos podem necessitar desenvolver esta competência, sendo fundamental para sua formação básica e importante para os assuntos de Matemática dos anos subsequentes.

O problema pede a representação decimal da fração $\frac{1}{4}$ que o aluno obtém realizando $1 \div 4 = 0,250$ ou seja, a quarta parte de 1 kg é equivalente a 250 g.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	0,250 kg.	Resposta correta. O aluno possivelmente compreende o conceito de fração e a representação decimal ao indicar o gabarito. É importante observar os registros.
(B)	0,125 kg.	Resposta incorreta. O aluno não compreende o conceito de fração e indica qualquer alternativa.
(C)	0,150 kg.	Resposta incorreta. O aluno não compreende o conceito de fração e indica qualquer alternativa.
(D)	0,500 kg.	Resposta incorreta. O aluno não compreende o conceito de fração e indica qualquer alternativa.

Questão 15

Médio (SARESP 2013)

Na figura 1, tem-se um retângulo tomado como unidade de área. Na figura 2, está sombreada a quarta parte da unidade. Na figura 3, está sombreado um terço da unidade.



figura 1



figura 2

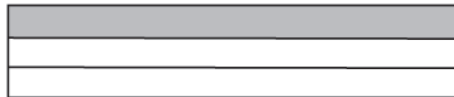


figura 3

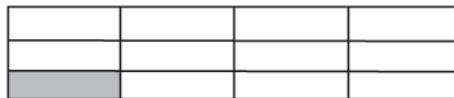


figura 4

Na figura 4, a unidade está dividida em partes iguais e a região sombreada (uma dessas partes) corresponde a

- (A) $1/6$ da unidade.
- (B) $1/12$ da unidade.**
- (C) $1/24$ da unidade.
- (D) $1/36$ da unidade.

Comentários

Esse tipo de item traz um indicativo para o professor, apresentado o que os alunos realmente conhecem sobre as ideias elementares relacionadas às frações. O objetivo deste item é o de verificar se no 9º EF os alunos ainda apresentam dificuldades a respeito das primeiras ideias relacionadas a frações trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Essa investigação é muito importante e necessita ser realizada, começando pelo professor na sala de aula, identificando até que ponto seu aluno apenas conhece a ideia e até onde ele a domina de fato.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$1/6$ da unidade.	Resposta incorreta. o aluno não compreende a ideia de representação parte todo na fração.
(B)	$1/12$ da unidade.	Resposta correta. O aluno demonstra que compreende a ideia de parte todo representada na figura.
(C)	$1/24$ da unidade.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreendeu o problema apresentado, indicando qualquer alternativa.
(D)	$1/36$ da unidade.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreendeu o problema apresentado, indicando qualquer alternativa.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim

Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido,

Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko

Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação

Profissional

Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material

Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, e

Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Adriana Santos Morgado, Antonia Zulmira da Silva, Cristina Aparecida da Silva, Edna

Marchi Alvarenga, Edson Basilio Amorim Filho, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro

Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José

Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro

Magni, Rosemeire Lepinski, Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo