GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

9º Ano do Ensino Fundamental
Matemática

São Paulo
1º Bimestre de 2018
19ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB) e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA).

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL - CIMA

Matriz de Referência para Avaliação de Matemática - 9º Ano do Ensino Fundamental

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP01	Identificar relações entre conjuntos numéricos $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R})$
02		
03	MP02	Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.
04		
05		
06	MP03	Diferenciar número racional de número irracional.
07		
08	MP04	Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas.
09		
10	MP05	Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.
11		
12		

GABARITO

	A	B	C	D
01		X		
02			X	
03				X
04		X		
05	X			
06		X		
07			X	
08				X
09	X			
10	X			
11			X	
12				X

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo.

A seguir, apresentamos uma breve caraterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- *(MP01) – Identificar relações entre conjuntos numéricos ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$).*

A proposta de se diagnosticar os conhecimentos referentes à habilidade, diz respeito à sistematização dos conjuntos numéricos, dos naturais aos irracionais, enfatizando não apenas as características de cada conjunto, mas a possibilidade de realização das operações aritméticas fundamentais sem restrições.

Outro tópico importante que resulta do desenvolvimento desta habilidade refere-se à existência dos segmentos incomensuráveis, que deram origem ao conjunto dos números irracionais.

- *(MP02) – Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conceitos a respeito dos conjuntos numéricos, neste caso, fundamentar conceitualmente que todo número racional pode ser escrito como uma dízima periódica e ainda, sempre é possível representar um racional como a soma de infinitas frações.

No Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, 8ª Série/9º Ano, pg. 31, encontram-se os objetivos referentes à indicação do desenvolvimento deste tópico na Situação de Aprendizagem 2, do referido material:

- retomar a discussão de fração geratriz iniciada na 7ª série/8º Ano;
- reformular definições à luz de maior rigor e generalidade;
- recuperar ideias relacionadas com a estrutura do sistema decimal de numeração.

- *(MP03) – Diferenciar número racional de número irracional.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem, em detectar o domínio dos conhecimentos relativos à representação de uma fração irredutível, a qual pode ser finita ou infinita e periódica.

- *(MP04) – Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas*

Neste caso, a ideia central é a ampliação da ideia dos conjuntos numéricos, agora com suporte da noção de “preenchimento” da reta real. Tal situação constitui-se em um momento importante de articulação entre os eixos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria, porque existe a possibilidade de se discutir os números, suas representações e sua localização na reta real com o uso dos instrumentos clássicos de desenho, que são a régua e o compasso.

- *(MP05) – Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.*

Neste caso, a ideia central é a apresentação de outra forma de escrita para representar números muito grandes ou muito pequenos, indicando adequadamente a quantidade de algarismos significativos, por exemplo a maior distância observável do universo é de 740 000 000 000 000 000 000 000 000 metros e em notação científica pode ser representada como: $7{,}4 \times 10^{26}$ metros.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática –CGEB/CEFAF

Habilidade	Identificar relações entre conjuntos numéricos ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$).
MP01	

Questão 1

Observe as afirmativas:

(I) $^{3}/_{4}$ é um número racional.

(II) $^{11}/_{7}$ é um número irracional.

(III) $^{20}/_{5}$ é um número natural.

(IV) $^{1}/_{3}$ é um número inteiro.

São verdadeiras as afirmativas

(A) (I) e (II).

(B) (I) e (III).

(C) (III) e (IV).

(D) (II) e (III).

CORREÇÃO COMENTADA

No Caderno do Professor do 9º Ano, especificamente na Situação de Aprendizagem 1, no tópico relativo aos conjuntos numéricos, os autores comentam que no decorrer do Ensino Fundamental, os alunos tiveram contato com as diversas formas de representação numérica.

Com os números naturais, puderam representar quantidades inteiras, registrar contagens, ordenar objetos e conjuntos, realizar operações etc. Os números racionais aparecem em seguida, primeiro na forma de fração e, depois, como decimal. As frações surgem para representar quantidades não inteiras, o resultado de medidas, a relação entre a parte e o todo de determinado objeto ou conjunto.

Os números negativos são estudados no 7º Ano, contradizendo a ideia de que os números só podem representar quantidades ou medidas. Finalmente no 9º Ano surgem os números irracionais, que representam as medidas de segmentos incomensuráveis, uma vez que elas não podem ser representadas na forma de uma fração entre dois números inteiros.

Desta forma, a questão apresentada, propõe a diagnose dos conhecimentos adquiridos pelo aluno, referente aos conjuntos numéricos, na medida em que ele possa verificar as suas concepções a respeito da relação de um número com seu respectivo conjunto numérico.

Desta forma, ao analisar as alternativas, temos que:

(I) $^{3}/_{4}$ é um número racional;

VERDADEIRA - pois, todo número que possa ser escrito na forma de fração, em que o numerador e o denominador são números inteiros (com o denominador diferente de zero), é chamado de número racional.

(II) $^{11}/_{7}$ é um número irracional;

FALSA – pois, o número apresentado, representa um número racional, e não um irracional, que é definido da seguinte maneira: "número irracional é todo Real, que não pode ser escrito como uma fração com numerador e denominador, compostos por números inteiros".

(III) $^{20}/_{5}$ é um número natural;

VERDADEIRA – pois, apesar de ser representado em forma de uma fração imprópria, é equivalente ao número natural 4.

(IV) $^{1}/_{3}$ é um número inteiro.

FALSA – pois, apesar do numerador e denominador serem números inteiros, os quocientes entre eles não resultam em um número inteiro, portanto trata-se de um número racional, com dízima periódica constante (0,3333...).

De acordo com os apontamentos, são verdadeiras as afirmativas (I) e (III), portanto alternativa **B, correta.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

(I) e (II)	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não tem a correta concepção dos elementos de cada conjunto, talvez ele pense que a diferença entre os dois se refere à dízima periódica, da seguinte maneira, enquanto que nos racionais, não há dízima periódica, nos irracionais elas existem.

(B)

(I) e (III)	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

(III) e (IV)	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno já compreende a equivalência entre os números naturais e os racionais e não compreende a equivalência existente entre os inteiros e os racionais.

(D)

(II) e (III)	**Resposta incorreta.**	O aluno que indicou esta alternativa, possivelmente não tem fundamentado as principais características dos conjuntos numéricos, ou se trata de uma resposta aleatória.

Habilidade	Identificar relações entre conjuntos numéricos ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$).
MP01	

Questão 2

Dentre as alternativas a seguir, a correta é

(A) A divisão entre dois números naturais, diferentes de zero, sempre resultará em número natural.

(B) A divisão entre dois números inteiros diferentes de zero, sempre resultará em um número inteiro.

(C) A divisão entre dois números racionais, sempre resultará em um número racional.

(D) A divisão entre dois números irracionais, sempre resultará em um número irracional.

Correção Comentada

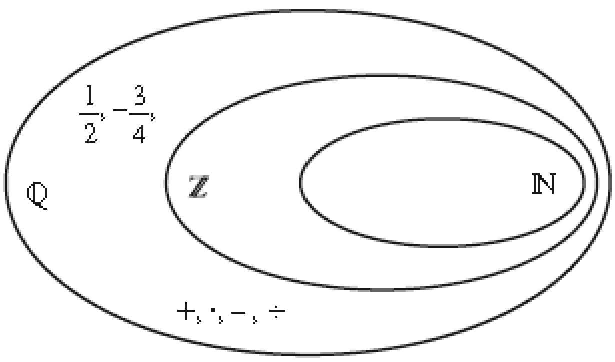
Como relatamos anteriormente, os conjuntos numéricos foram ampliados dos naturais aos racionais, introduzindo novos tipos de números (frações, negativos), de modo a permitir a realização das quatro operações básicas sem restrições, a que nos reporta à definição de conjuntos fechados:

“Dizemos que um conjunto numérico C é fechado, se, e somente se, para todos os elementos de C, dois a dois, o resultado da operação é um elemento pertencente a C.”

Então podemos destacar que:

- O conjunto dos Números Naturais é fechado somente para as operações de adição e multiplicação.
- O conjunto dos Números Inteiros é fechado somente para as operações de adição, subtração e multiplicação.
- O conjunto dos Números Racionais é fechado para as quatro operações, para a divisão ($\mathbb{Q}^*$).
- O conjunto dos Números Irracionais não é fechado para as quatro operações.

Sabendo-se disto, a alternativa que atende a um dos tópicos acima descritos, é a alternativa C, destacaremos a seguir, o motivo que sustenta tal proposição, a relação de inclusão do conjunto dos números racionais, ou seja,



Portanto, alternativa correta **C**.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

A divisão entre dois números naturais, diferentes de zero, sempre resultará em um número natural.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao analisar esta afirmativa, reconheceu a divisão no conjunto dos números naturais, o quociente entre múltiplos de um número, por exemplo: 4 dividido por 2, 8 dividido por 2, e assim por diante.

(B)

A divisão de dois números inteiros diferentes de zero, sempre resultará em um número inteiro.	**Resposta incorreta.**	Neste caso, podemos dizer que os alunos também utilizaram o mesmo raciocínio aplicado aos números naturais, porém, aplicando-os com números inteiros.

(C)

A divisão de dois números racionais, sempre resultará em um número racional.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

A divisão de dois números irracionais, sempre resultará em um número irracional.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não diferencia número racional de irracional, pois atrela a um irracional sempre o número racional correspondente, por exemplo: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 1{,}7320..$ e $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0{,}666..} = 0{,}8164\ ...$

Habilidade	Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.
MP02	

Questão 3

A fração geratriz que representa 5,3333... é

(A) $\frac{33}{90}$.

(B) $\frac{3}{9}$.

(C) $\frac{53}{9}$.

(D) $\mathbf{\frac{16}{3}}$.

CORREÇÃO COMENTADA

Para se determinar a fração geratriz, pode-se tratar a dízima como uma incógnita, x.

Então na dízima periódica: 5,33333..., tomaremos x= 5,33333....

Em seguida, multiplicamos os dois termos da igualdade por uma potência de 10, cujo expoente é igual a quantidade de numerais do período da dízima.

x= 5,33333... Como a dízima periódica é composta apenas pelo número 3, multiplicaremos a igualdade por 10, então:

$x = 5{,}33333\ldots\ (\cdot 10)\ (I)$

$10x = 53{,}33333\ldots\ (II)$

Obtendo a diferença entre (II) e (I), temos:

$10x - x = 53{,}33333\ldots - 5{,}33333\ldots =$

$9x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$

Recomenda-se que o professor trabalhe na direção de desenvolver no aluno a capacidade de aplicação do método de obtenção da fração geratriz e não em memorizar regras.

Portanto, o resultado, atende à alternativa **D**.

(A)

$\frac{33}{9}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno tem apenas a concepção: devem aparecer "noves" no denominador da fração geratriz na quantidade de dígitos que se repetem, ou, possivelmente pensou que, como 5,33333... é "5 e 0,333333..." isso pode significar 33/9.

(B)

$\frac{3}{9}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou apenas a dízima 0,33333... e memorizado a regra (ou o procedimento) para obtenção da fração geratriz, considerou a fração geratriz apenas desse tipo de dízima.

(C)

$\frac{53}{9}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente memorizou alguma regra para determinar a fração geratriz, em que aparecem noves no denominador na quantidade de algarismos que se repetem na dízima. Como 5 não se repete, pode ter colocado o 0.

(D)

$\mathbf{\frac{16}{3}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.
MP02	

Questão 4

Se x = 0,22222... e y = 0,11111..., as frações geratrizes de x e y são

(A) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{1}$

(B) $\frac{2}{9}$ e $\frac{1}{9}$

(C) $\frac{2}{1}$ e $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{2}{10}$ e $\frac{1}{10}$

CORREÇÃO COMENTADA

Existem vários métodos para a obtenção da fração geratriz de uma dízima periódica, destacaremos o processo apresentado na Situação de Aprendizagem 2: "As dízimas periódicas são previsíveis". Caderno do Professor, vol. 1, pg. 24 a 27.

Para obter as frações geratrizes, consideremos cada dízima periódica como sendo incógnitas, conforme as resoluções a seguir:

$x = 0{,}22222\ldots$	$y = 0{,}11111\ldots$
$10x = 2{,}22222$	$10y = 1{,}11111\ldots$
$10x - x = 2$	$10y - y = 1$
$9x = 2$	$9y = 1$
$\mathbf{x = \frac{2}{9}}$	$\mathbf{y = \frac{1}{9}}$

As frações geratrizes obtidas, atendem a alternativa **B**.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{1}$	**Resposta incorreta.**	Neste caso, pode-se dizer que o aluno, possivelmente, possui dificuldades referentes a alguns procedimentos básicos referentes à obtenção da fração geratriz por meio de uma dízima periódica, pois verificou apenas a regularidade dos algarismos que compõe a dízima periódica e assim formalizou o numerador e o denominador das frações.

(B)

$\mathbf{\frac{2}{9}}$ **e** $\mathbf{\frac{1}{9}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

$\frac{2}{1}$ e $\frac{1}{2}$	**Resposta incorreta.**	Neste caso pode-se dizer que o aluno, possivelmente, não assimilou o conceito referente à habilidade descrita para a questão, não percebendo que o primeiro registro não se trata de uma fração e o segundo registro não é equivalente a 0,11111.

(D)

$\frac{2}{10}$ e $\frac{1}{10}$	**Resposta incorreta.**	Neste caso pode-se dizer que o aluno, possivelmente, não assimilou o conceito referente à habilidade descrita para a questão, não percebendo que o primeiro registro não se trata de uma fração e o segundo registro não é equivalente a 0,11111.

Habilidade	Identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e vice-versa.
MP02	

Questão 5

As frações geratrizes das dízimas periódicas 3,59999... e 3,595959... são

(A) $^{324}/_{90}$ **e** $^{356}/_{99}$

(B) $^{35}/_{9}$ e $^{35}/_{99}$

(C) $^{36}/_{10}$ e $^{360}/_{100}$

(D) $^{3}/_{6}$ e $^{3}/_{59}$

CORREÇÃO COMENTADA

Antes de comentar a resolução da questão, obteremos a fração geratriz das duas dízimas periódicas apresentadas:

1- Fração geratriz referente à dízima: 3,599999...

Nomeando de x a dízima apresentada:

x = 3,599999... (multiplicando ambos os termos por 10) (I)

10x = 35,99999... (multiplicando novamente ambos os termos por 10) (II)

100x = 359,99999... (III)

Realizando a diferença entre a igualdade (III) e (II), temos que:

$$100x - 10x = 359{,}99999\ldots - 35{,}99999\ldots$$

$$90x = 324$$

$$x = \frac{324}{90} = \frac{162}{45} = \frac{18}{5} = 3{,}6$$

2- Fração geratriz referente à dízima: 3,595959....

Nomeando de y a dízima apresentada:

y = 3,595959... (multiplicando ambos os termos por 10) (I)

10y = 35,959595... (multiplicando ambos os termos por 10) (II)

100y = 359, 595959... (multiplicando ambos termos por 10) (III)

Realizando a diferença entre a igualdade (III) e (I), temos que

$$100y - y = 359{,}595959\ldots - 3{,}595959\ldots$$

$$99y = 356$$

$$y = \frac{356}{99}$$

A partir dos cálculos apresentados anteriormente, pode-se constatar que a alternativa A atende a resolução apresentada, porém, ressaltamos que além destes cálculos, concluímos que:

“Todo número racional pode ser escrito como uma dízima periódica. ”

Em outra direção esta afirmação, pode ser escrita da seguinte maneira:

“S*empre que temos um decimal finito, é possível escrevê-lo como uma dízima periódica com período formado por infinitos “noves”.*

Desta forma, a última afirmação, fundamenta o fato de que: 3,5999999 = 3,6.

Grade de Correção

(A)

$^{324}/_{90}$ e $^{356}/_{99}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

$^{35}/_{9}$ e $^{35}/_{99}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não tem fundamentado os procedimentos nos quais definem uma fração geratriz, pois somente associa a quantidade de “noves” segundo a repetição dos algarismos que compõe as dízimas periódicas.

(C)

$^{36}/_{10}$ e $^{360}/_{100}$	**Resposta incorreta.**	Neste caso o aluno utilizou corretamente a analogia referente à dízima 3,5999..., e possivelmente não a aplicou corretamente na dízima 3,595959...

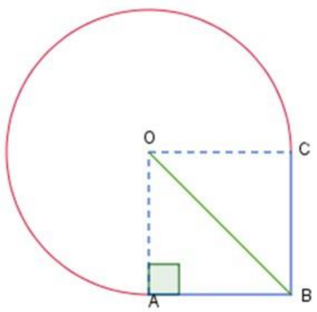
(D)

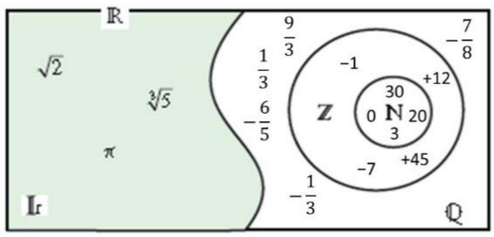
$^{3}/_{6}$ e $^{3}/_{59}$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta alternativa, possivelmente, o aluno não compreendeu o enunciado e não tem os fundamentos necessários para determinar a fração geratriz de uma dízima periódica.

Habilidade MP03	Diferenciar número racional de número irracional.

Questão 6

Dadas as figuras a seguir





As medidas dos lados do quadrado AOCB, pertencem ao conjunto dos números naturais.

Utilizando o diagrama que representa os conjuntos numéricos, a diagonal OB do quadrado e o arco AC, pertencem respectivamente, ao conjunto dos números:

(A) Naturais e Naturais.

(B) Irracionais e Irracionais.

(C) Racionais e Racionais.

(D) Naturais e Irracionais.

CORREÇÃO COMENTADA

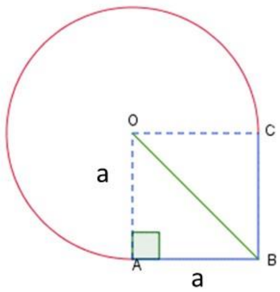
Nas duas questões referentes a habilidade destacada, propomos uma ampliação do estudo referente ao conjunto dos números reais.

Um dos objetivos desta questão é verificar se o aluno distingue, por meio de algumas características, se uma medida pertence a um determinado conjunto.

É evidente que o aluno necessite dos conceitos ou propriedades, para se chegar a uma determinada característica e principalmente estabelecer a diferença entre os elementos dos diversos conjuntos numéricos.

Desta forma, na figura apresentada, podemos destacar que:

- Se os lados do quadrado, são números naturais e sabendo-se que o ΔAOB, é retângulo em A, aplicando-se o teorema de Pitágoras, estabelecemos que a diagonal OB, será exclusivamente um número Irracional, pois:



Se $a \in \mathbb{N}$, concluímos que $\overline{OB} \in Ir$, pois:

Se o ΔAOB é retângulo em A, temos que:

$$\overline{OB}^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\overline{OB} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Desta forma, qualquer medida será um múltiplo de um número irracional, então a medida da diagonal do quadrado será um **número irracional.**

- Na região circular AC, verificamos que sua área compreende $3/4$ da circunferência, então temos que:

Área da circunferência:

$$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot a^2$$

Área da região circular:

$$\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{3a^2}{4} \cdot \pi$$

Aqui, também encontramos um múltiplo de um número irracional, então, a área da região circular AC, também será um **número irracional.**

A partir das conclusões, temos que a alternativa correta da questão é a **B.**

(A)

Naturais e Naturais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno ainda tem a concepção que todas as medidas, em figuras geométricas, pertencem ao conjunto dos números naturais.

(B)

Irracionais e Irracionais.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

Racionais e Racionais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno ainda não compreendeu que um número racional é escrito na forma de a/b, com a e b pertencentes ao conjunto dos números inteiros e $b \neq 0$.

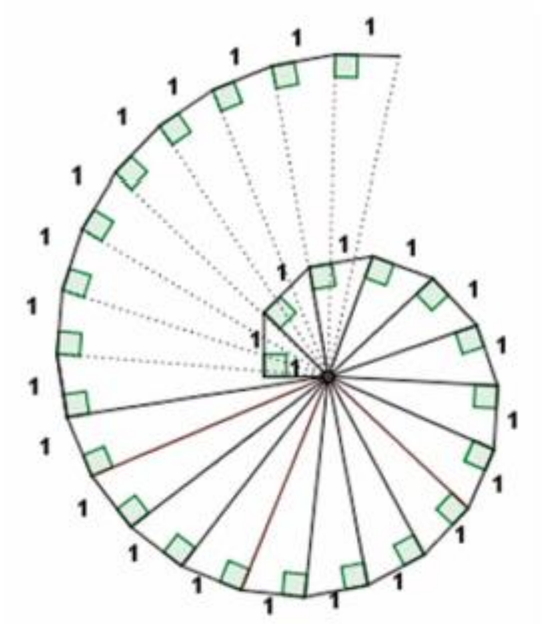
(D)

Naturais e Irracionais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, ao verificar em que conjunto a medida da diagonal do quadrado se enquadraria, imediatamente pensou no conjunto dos números naturais, pois se trata de uma medida e com relação à medida da área circular, atrelou ao comprimento da circunferência e relacionando ao irracional π.

Habilidade MP03	Diferenciar número racional de número irracional.

Questão 7

Observe a figura a seguir



A alternativa VERDADEIRA é

(A) Todas as medidas dos segmentos da figura pertencem ao conjunto dos números Naturais.

(B) Existem segmentos cujas medidas não pertencem ao conjunto dos números Reais.

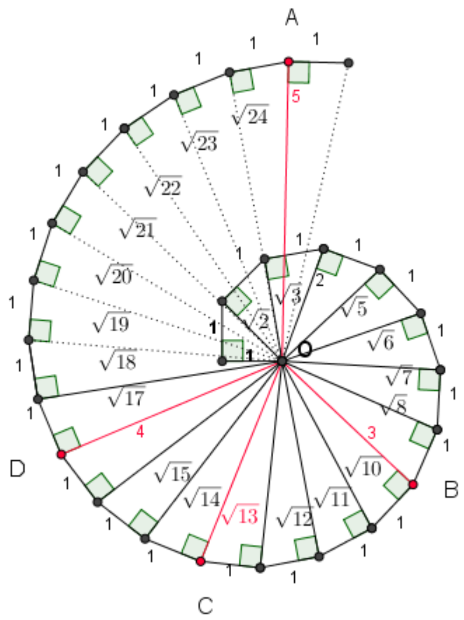
(C) Existem segmentos cujas medidas pertencem ao conjunto dos números irracionais e outros ao conjunto dos números Naturais.

(D) Todas as medidas dos segmentos da figura pertencem ao conjunto dos números racionais.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão, exige do aluno além da diferenciação entre os elementos dos conjuntos numéricos, a utilização de um procedimento matemático, no caso o teorema de Pitágoras.

Podemos dizer, que o aluno, aplicará sucessivamente o teorema, encontrando valores para a hipotenusa, que especificamente, pertencerão a dois conjuntos numéricos, irracionais, e podemos dizer que outros valores pertencerão ao conjunto dos números naturais, conforme podemos verificar na figura a seguir:



De acordo com a resolução apresentada, podemos verificar que encontramos medidas de segmentos pertencentes ao conjunto dos números irracionais e outros ao conjunto dos números naturais, portanto, alternativa **C** correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Todas as medidas dos segmentos da figura pertencem ao conjunto dos números Naturais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno entende que qualquer medida de segmentos de reta, são números naturais, não percebe que poderão existir medidas não exatas.

(B)

Existem segmentos cujas medidas não pertencem ao conjunto dos números Reais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao indicar esta alternativa, ainda não consegue identificar os conjuntos dos números Reais.

(C)

Existem segmentos cujas medidas pertencem ao conjunto dos números irracionais e outros ao conjunto dos números Naturais.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

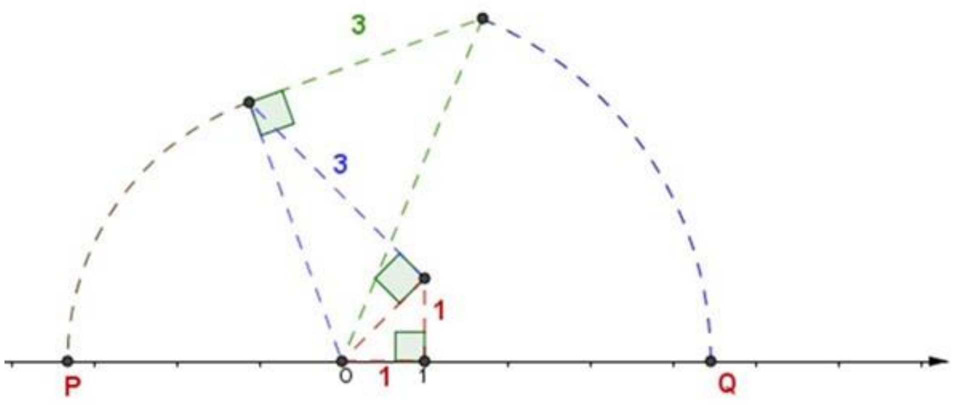
(D)

Todas as medidas dos segmentos da figura pertencem ao conjunto dos números racionais.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao indicar esta alternativa, ainda não consegue diferenciar, número racional de irracional.

Habilidade MP04	Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas.

Questão 8

Na construção geométrica a seguir



Os pontos P e Q, representam os números reais:

(A) – 3 e 4

(B) $\sqrt{-11}$ e 20

(C) –3,5 e 4,5

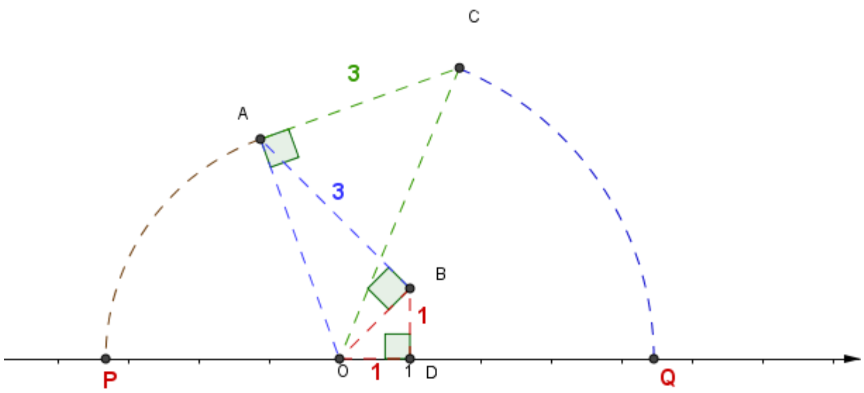
(D) $-\sqrt{11}$ **e** $\sqrt{20}$

Na habilidade das duas questões anteriores, havíamos destacado o estudo da ampliação dos conjuntos numéricos, já com um contexto baseado nas construções geométricas, para a habilidade destacada para as duas questões que estão sendo diagnosticadas, propõe-se um estudo do "preenchimento" da reta real, que constitui um momento importante de articulação entre os eixos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria, pois discutiremos números, suas representações e sua localização na reta real, com o uso das construções geométricas.

No nosso caso, como não é possível apresentar os procedimentos de construção sob o ponto de vista apresentados na Situação de Aprendizagem 3, nas duas questões que abordam este assunto, apresentaremos as construções e solicitamos para que o aluno indique o ponto na reta real, utilizando-se de conceitos da geometria plana como ferramenta de cálculo.

Então, podemos partir para a resolução da questão.

Na figura, pode-se observar que:



- O triângulo ODB é retângulo em D;
- O triângulo OBA é retângulo em B;
- O triângulo OAC é retângulo em A;

Então, podemos aplicar o teorema de Pitágoras, para se determinar as medidas dos segmentos: OB, OA e OC, todos estes segmentos, são as hipotenusas dos respectivos triângulos retângulos.

Procedendo os cálculos, temos que:

$$\overline{OB} = \sqrt{(\overline{OD})^2 + (\overline{DB})^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overline{OA} = \sqrt{(\overline{OB})^2 + (\overline{BA})^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (3)^2} = \sqrt{2 + 9} = \sqrt{11}$$

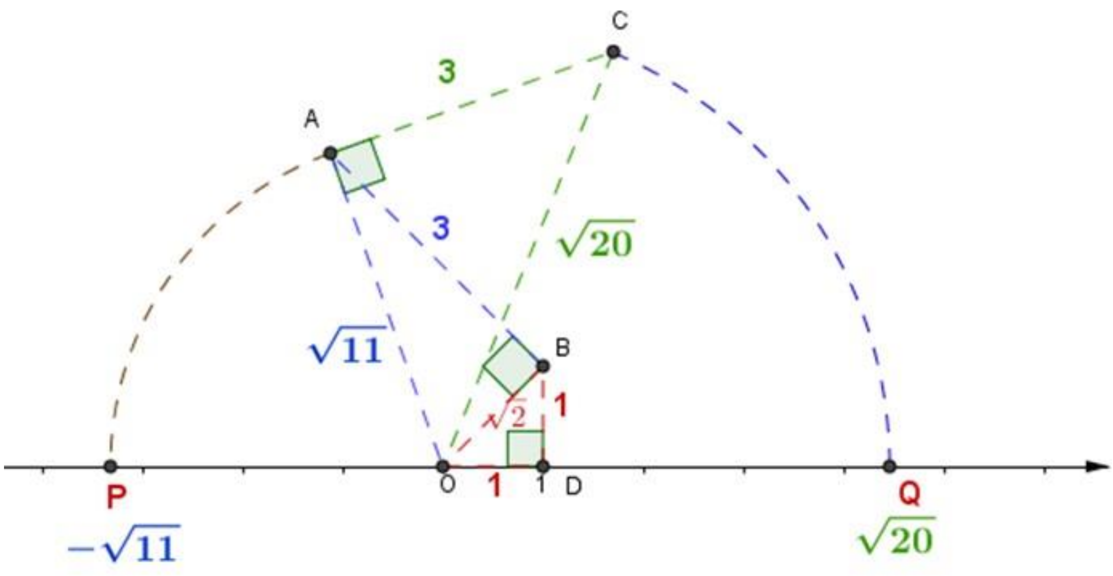
$$\overline{OC} = \sqrt{(\overline{OA})^2 + (\overline{AC})^2} = \sqrt{(\sqrt{11})^2 + (3)^2} = \sqrt{11 + 9} = \sqrt{20}$$

Estabelecendo as abscissas dos pontos P e Q.

Na figura temos que o segmento OA é o raio da circunferência que passa por O e A, então: $\overline{OA} = \overline{OP} = \sqrt{11}$. Como o segmento OC, se encontra no semi eixo negativo da reta numérica, concluímos que: P é $-\sqrt{11}$

Na figura temos que o segmento $\overline{OC}$ é o raio da circunferência que passa por Q e C, com origem em O, então: $\overline{OC} = \overline{OQ} = \sqrt{20}$, desta forma a abscissa referente ao ponto Q é $\sqrt{20}$.

Representando os dados obtidos na figura apresentada no enunciado:



Grade de Correção

(A)

-3 e 4	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo do problema e talvez não tenha bem fundamentado os conceitos necessários para a resolução do problema, pois, neste caso, apenas indicou os valores pela proximidade dos pontos dados no enunciado.

(B)

$\sqrt{-11}$ e 20	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno conseguiu aplicar os conceitos e procedimentos necessários à resolução, porém não se atentou ao registrar o ponto P, que na realidade sua abscissa é $-\sqrt{11}$.

(C)

$-3,5$ e $4,5$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo do problema e talvez não tenha bem fundamentado os conceitos necessários para a resolução do problema, pois, neste caso, apenas indicou os valores pela proximidade dos pontos dados no enunciado.

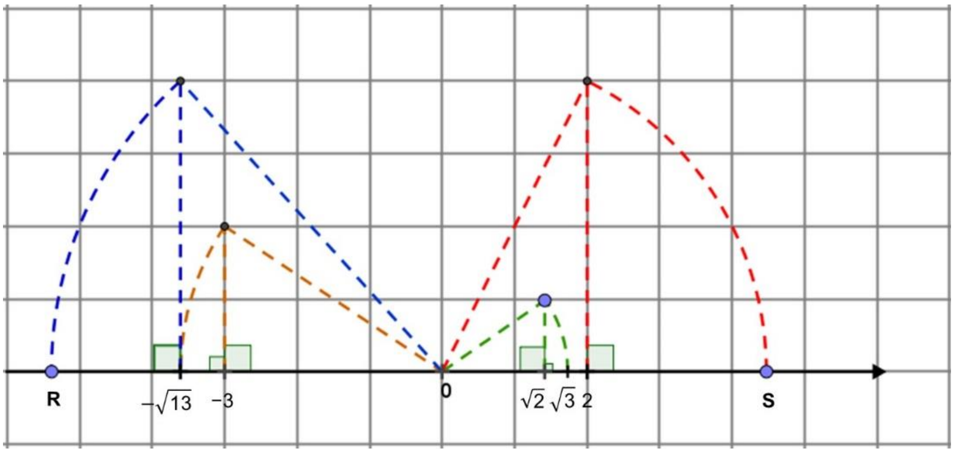
(D)

$-\sqrt{11}$ e $\sqrt{20}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade MP04	Localizar números reais na reta, por meio de construções geométricas.

Questão 9

Na figura a seguir



Os pontos R e S, representam os números reais:

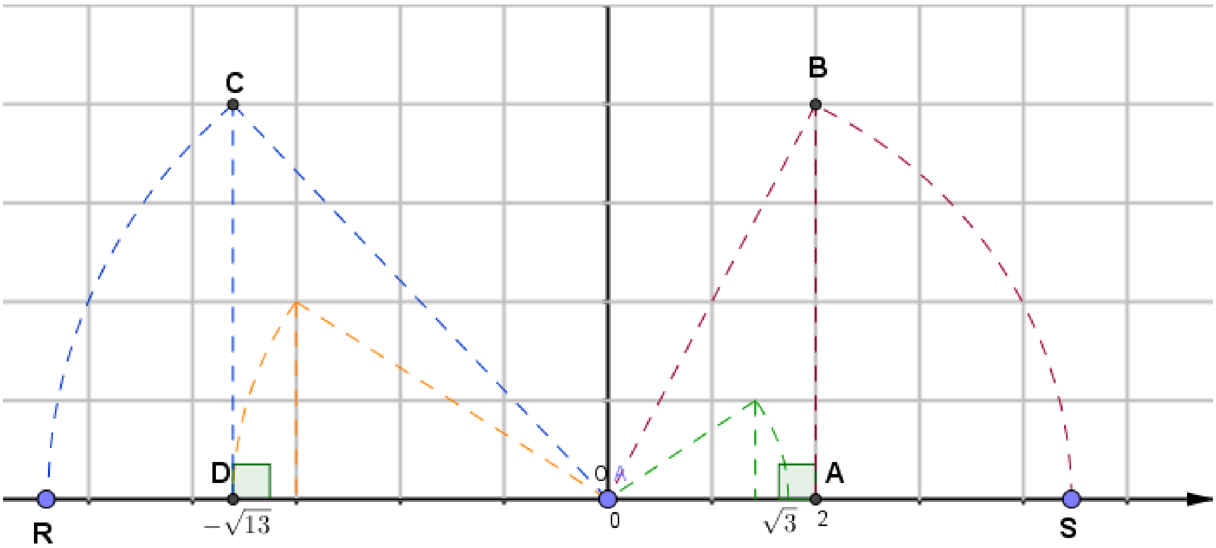
(A) **$-\sqrt{29}$ e $\sqrt{20}$**

(B) $-\sqrt{17}$ e $\sqrt{8}$

(C) -6 e 5

(D) -29 e 20

Como a questão, aborda praticamente os mesmos princípios da questão anterior, partiremos para a resolução da mesma.



Sabendo-se disto, podemos aplicar o teorema de Pitágoras, para determinar as medidas dos segmentos: $\overline{OC}$ e $\overline{OB}$.

$$\overline{OC} = \sqrt{(\overline{OD})^2 + (\overline{CD})^2} = \sqrt{(-\sqrt{13})^2 + (4)^2} = \sqrt{13+16} = \sqrt{29}$$

Na figura temos que o segmento OC é o raio da circunferência que passa por C e R, então: $\overline{OC} = \overline{OR} = \sqrt{29}$. Como o segmento OC, se encontra no semi eixo negativo da reta numérica, concluímos que: R é $-\sqrt{29}$

$$\overline{OB} = \sqrt{(\overline{OA})^2 + (\overline{BA})^2} = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

Portanto, $\overline{OB} = \overline{OS} = \sqrt{20}$, concluímos que S = $\sqrt{20}$

A partir destes apontamentos, **A** é a alternativa correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$-\sqrt{29}$ e $\sqrt{20}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

$-\sqrt{17}$ e $\sqrt{8}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão e, talvez não tem fundamentado os conceitos necessários da questão, pois, provavelmente, para se chegar a este resultado, realizou os cálculos da seguinte maneira: $\overline{OC} = \sqrt{13+4} = -\sqrt{17}$ e $\overline{OB} = \sqrt{2^2+4} = \sqrt{8}$

(C)

–6 e 5	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo do problema e, talvez não tenha bem fundamentado os conceitos necessários para a resolução do problema, pois, neste caso, apenas indicou os valores pela proximidade dos pontos dados no enunciado.

(D)

–29 e 20	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo do problema e tenha em mente os procedimentos para resolver a questão. O resultado indica que o aluno, ainda tem dificuldades na radiciação, ou não percebeu na ocasião do cálculo.

Habilidade MP05	Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.

Questão 10

Na tabela seguinte, apresentam-se os três primeiros termos de uma sequência de números em que cada termo, a exceção do primeiro termo é um décimo do anterior.

1º Termo	2º Termo	3º Termo	...	10º Termo
0,2	0,02	0,002	...	0,0000000002

Em notação científica o décimo termo da sequência, será

(A) $\mathbf{2 \cdot 10^{-10}}$

(B) $2 \cdot 10^{10}$

(C) $2 \cdot 10^{-3}$

(D) $2 \cdot 10^{-2}$

Um recurso usual que é utilizado, quando se trata de potências de expoentes inteiros é realizar a equivalência com o Sistema Decimal Posicional e pode ser interpretado em toda sua generalidade, ou seja, mantendo a regularidade deste sistema, realiza-se sua equivalência com as potências de dez, sejam elas com expoentes positivos ou negativos, conforme, mostram as tabelas a seguir.

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
1000	100	10	1
10^3	10^2	10^1	10^0

Décimos	Centésimos	Milésimos	Décimos milésimos
0,1	0,01	0,001	0,0001
$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$	$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$	$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$	$\frac{1}{10.000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$

Na questão, solicita-se o décimo termo da sequência, então de acordo com a tabela dada, temos que:

1º Termo	2º Termo	3º Termo	...	10º Termo
0,2	0,02	0,002	...	0,0000000002
$2 \cdot \frac{1}{10}$	$2 \cdot \frac{1}{100}$	$2 \cdot \frac{1}{1000}$	...	$2 \cdot \frac{1}{10.000.000.000}$
$2 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	...	$\mathbf{2 \cdot 10^{-10}}$

Além da abordagem relativa ao Sistema Decimal Posicional, podemos nos reportar a escrita na forma de notação científica, que é baseada no registro de um dado numeral em um produto de um número compreendido entre um e dez por uma potência de dez.

Quanto a transformação, como se pode constatar, o numeral apresentado é maior que 10, então para transformá-lo em notação científica, devemos “deslocar” para a esquerda até encontrar a casa da unidade. Esse número será o expoente da potência de dez.

Então, o decimal 0,0000000002, será escrito em potência de dez, seguindo o procedimento.

Como o decimal apresentado é menor que 1, contamos o número de casas que a vírgula deve “deslocar-se” para a direita até encontrar a casa da unidade. Este número será o expoente da potência de base 10.

Então, temos:

$$\underbrace{0{,}0000000002}_{\text{10 casas}} = 2 \cdot 10^{-10}$$

Então o resultado em negrito, atende à alternativa **A**, da questão.

Grade de Correção

(A)

$2 \cdot 10^{-10}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

$2 \cdot 10^{10}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno verificou que se trata de uma potência de expoente dez, porém, não se atentou que se trata de decimal menor que 1, portanto, a escrita em potências de dez é negativa.

(C)

$2 \cdot 10^{-3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno concebe apenas a transformação de um número decimal para escrita em notação científica, até a terceira casa decimal, portanto, não consegue realizar a equivalência para a décima casa decimal.

(D)

$2 \cdot 10^{-2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno, concebe apenas a transformação de um número decimal para escrita em notação científica, até a segunda casa decimal, portanto, não consegue realizar a equivalência para a décima casa decimal.

Habilidade MP05	Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.

Questão 11

A distância entre o Sol e a Lua é de aproximadamente 149.600.000 km. A representação deste número em notação científica equivale a

(A) $1{,}496 \cdot 10^{-9}$

(B) $1{,}496 \cdot 10^{-8}$

(C) $1{,}496 \cdot 10^{8}$

(D) $1{,}496 \cdot 10^{9}$

CORREÇÃO COMENTADA

Em muitas situações, quando se trabalha com medidas muito grandes ou muito pequenas, não há necessidade de conhecer com precisão todos os algarismos que compõem o número. Nesses casos, basta conhecer a potência de 10 que mais se aproxima de determinado valor. Tal potência é denominada ordem de grandeza do número que expressa a medida.

Exemplos:

a) O raio orbital médio do planeta Júpiter mede aproximadamente 778 547 200 km. Esse número pode ser escrito como 7,785472. 10^8 km. Como 7 está mais próximo de 10 do que de 1, é possível arredondá-lo para 10, resultando no produto $10 \cdot 10^8$. Portanto sua grandeza é de 10^9.

b) A ordem de grandeza do número 0,000031 é 10^{-5}, pois escrevendo o número em notação científica, 3,1. 10^{-5} nota-se que o 3 está mais próximo do 1 do que do 10. Portanto, arredondando o número para baixo, o resultado será $1 \cdot 10^{-5}$

Conhecendo a ordem de grandeza de diversas medidas, pode-se facilmente distinguir qual é a menor ou a maior, bastando comparar os expoentes das potências de 10.

Na questão, apresenta-se o numeral: 149.600.000 km, a ser representado em notação científica, sabendo-se que tal notação, deve ser registrada em forma de um produto de um número compreendido entre um e dez (incluindo o 1) por uma potência de 10 de expoente inteiro.

Quanto a transformação, como se pode constatar, o numeral apresentado é maior que 10, então para transformá-lo em notação científica, devemos "deslocar" para a esquerda até encontrar a casa da unidade. Esse número será o expoente da potência de dez.

Aplicando estes procedimentos, temos que:

$\underbrace{149.600.000}_{\text{8 casas}} = 1{,}496 \cdot 10^8$, alternativa **C.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$1{,}496 \cdot 10^{-9}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreende que uma notação científica deva ser apresentada por um produto de um número compreendido entre 1 e 10 e por uma potência de dez, porém não "contou" corretamente as casas até chegar no algarismo da unidade, talvez tenha indicado as nove casas para indicar esta resposta.

(B)

$1{,}496 \cdot 10^{-8}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreende que uma notação científica deva ser apresentada por um produto de um número compreendido entre 1 e 10 e por uma potência de dez, porém, não "contou" corretamente as casas até chegar no algarismo da unidade, talvez tenha "contado" as oito casas corretamente, porém pensou que se "andando" para a esquerda o expoente da potência de dez é negativo.

(C)

$\mathbf{1{,}496 \cdot 10^{8}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

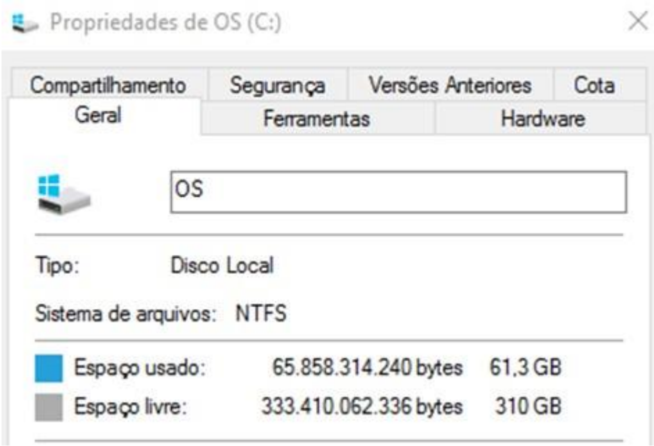
(D)

$1{,}496 \cdot 10^{9}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreende que uma notação científica deva ser apresentada por um produto de um número compreendido entre 1 e 10 e por uma potência de dez, porém "contou" todas as casas do numeral proposto e, assim, indicou esta alternativa e não percebeu que, com esta contagem, ele ultrapassaria a casa da unidade.

Habilidade MP05	Utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muito pequenos.

Questão 12

Ao consultar a capacidade de memória de um determinado arquivo, em um microcomputador, visualiza-se a seguinte janela:



Sabendo-se que no Sistema Internacional (S.I), 1 GB, corresponde a 10^9 *bytes* e 1 MB corresponde a 10^6 *bytes*.

A quantidade, em MB (no S.I), do espaço livre na memória do microcomputador, na notação científica é

(A) $3{,}1 \cdot 10^{-2}$

(B) $3{,}1 \cdot 10^{-1}$

(C) $3{,}1 \cdot 10^{2}$

(D) $3{,}1 \cdot 10^{5}$

Correção Comentada

No desenvolvimento da Situação de Aprendizagem 4, não se estabeleceu uma ênfase nas propriedades operatórias das potências, porém não significa que o assunto não seja importante. O que se espera no desenvolvimento da habilidade proposta para esta questão, é a exploração da ideia da utilização das potências na representação de números muito grandes ou muito pequenos em situações práticas e aplicadas, como a de investigar o significado das unidades de medida frequentemente usadas na informática (bits, bytes, megabytes etc.).

A questão aborda os fundamentos relativos aos múltiplos do byte, especificamente, o gigabyte (GB) e megabyte (MB), optou-se por trabalhar nesta questão o Sistema Internacional e não no Sistema Binário, ou seja, de base 2.

Desta forma, uma possível resolução pode ser encaminhada da seguinte maneira:

De acordo, com a informação, o espaço livre do arquivo em questão é de 310 GB, se 1GB corresponde no S.I, 10^9 bytes, então, temos que:

Transformando 310 GB em quantidades de MB:

$$\frac{31 \cdot 10 \cdot 10^9}{10^6} = \frac{31 \cdot 10^{10}}{10^6} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{11}}{10^6} = \mathbf{3{,}1 \cdot 10^5\ MB}$$

Portanto, o resultado obtido atende à alternativa **D**, da questão.

(A)

$3{,}1 \cdot 10^{-2}$	**Resposta incorreta.**	Como no caso anterior, o aluno possivelmente já consegue realizar as transformações dos múltiplos do byte e, talvez, realizou a transformação de Megabyte para Gigabyte, conforme descrito anteriormente, porém entendeu que o resultado obtido ($31 \cdot 10^{-2}$), é igual a $3{,}1 \cdot 10^{-2}$

(B)

$3{,}1 \cdot 10^{-1}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, neste caso, o aluno já consegue realizar as transformações dos múltiplos do byte, porém, ao indicar esta alternativa, realizou a transformação de Megabyte para Gigabyte, da seguinte maneira: $\frac{31 \cdot 10 \cdot 10^6}{10^9} = \frac{31 \cdot 10^7}{10^9} = 31 \cdot 10^{-2} = 3{,}1 \cdot 10^{-1}$

(C)

$3{,}1 \cdot 10^{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreende as transformações de unidades do byte e, neste caso, apenas converteu os 310 GB em potência de dez.

(D)

$\mathbf{3{,}1 \cdot 10^{5}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Rosangela Aparecida de Almeida Valim

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Jane Rubia Adami da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Autoria, Leitura crítica e validação do material
João dos Santos Vitalino, Maria Adriana Pagan, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino
Leitura crítica e validação do material de Matemática
Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.

Representantes do CAPE
Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais
Tânia Regina Martins Resende