GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

9º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2014

7ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Em 2014 a inovação introduzida a partir da sétima edição é a inclusão de provas e materiais de orientação para os anos dos ciclos de alfabetização e intermediário do Ensino Fundamental – 2º ao 5º - também articulado ao currículo e ao programa Ler e Escrever.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nesta edição da Avaliação da Aprendizagem em Processo, aplicada em todos anos/séries da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades desenvolvidas durante o primeiro semestre.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Participantes*
   5ª Séries/6º Anos à 8ª Séries/ 9º Anos dos anos finais do Ensino Fundamental e 1ª à 3ª Séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   Anos *Finais do Ensino Fundamental = 10 questões objetivas e 03 questões abertas.*
   *Ensino Médi*o = 10 questões objetivas e 02 questões abertas.

3. *Matrizes de Referência (habilidades) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo .

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nº do item	Habilidades
1 - Objetiva	Compreender a necessidade das sucessivas ampliações dos conjuntos numéricos, culminando com os números irracionais.
2 - Objetiva	Saber representar os números reais na reta numerada.
3 - Aberta	Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos. ’
4 - Objetiva	Incorporar a ideia básica de que os números irracionais somente podem ser utilizados em contextos práticos por meio de suas aproximações racionais, sabendo calcular a aproximação racional de um número irracional.
5 - Objetiva	Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos.
6 - Aberta	Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.
7 - Objetiva	Compreender o significado e saber utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muitos pequenos.
8 - Objetiva	Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.
9 - Aberta	Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2°grau.
10 - Objetiva	Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2°grau.
11 - Objetiva	Saber construir gráficos de funções de 1° e de 2º graus por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^2$.
12 - Objetiva	Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções de 1°grau.
13 - Objetiva	Saber realizar de modo significativo as operações de radiciação e de potenciação com números reais.

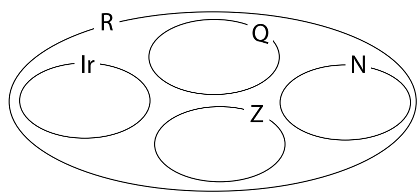
Habilidade:

Compreender a necessidade das sucessivas ampliações dos conjuntos numéricos, culminando com os números irracionais.

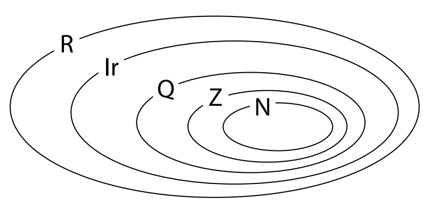
Questão 01 – Objetiva

Considerando os diagramas abaixo qual representa a ordem sucessiva de ampliação entre os conjuntos numéricos?

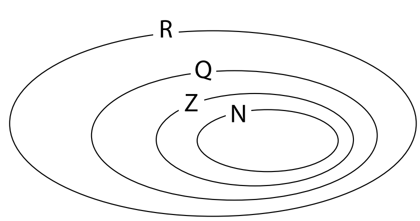
(A)



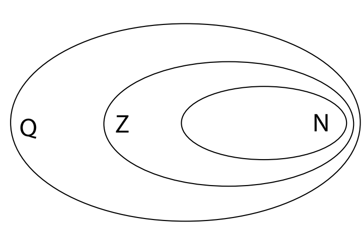
(B)



(C)

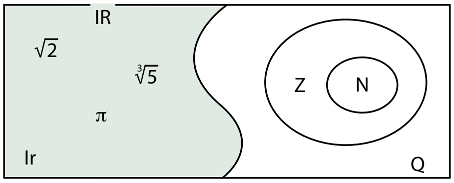


(D)



Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, a introdução dos números irracionais (Ir) permitiu a ampliação do campo dos racionais para os números reais (R), representado pelo diagrama a seguir. Note que, nesse caso, os irracionais são o conjunto complementar aos racionais em relação aos reais.



Com base neste diagrama, podemos escrever as seguintes relações entre os conjuntos numéricos: $N \subset Z \subset Q \subset R$ e $R = Q \cup R$ por $N \subset Z \subset Q \subset R$ e $R = Q \cup Ir$

O professor pode propor a seguinte atividade:

Classifique em verdadeira ou falsa as expressões matemáticas a seguir. Reescreva as expressões falsas, tornando-as verdadeiras.

a) $N \subset Z$

Verdadeira. Os Naturais são um subconjunto dos Inteiros, pois todo número natural também é inteiro.

b) $N \cup Z = Q$

Falsa. A reunião dos Naturais com os Inteiros é o próprio conjunto dos inteiros. $N \cup Z = Z$

c) $R - Ir = Q$

Verdadeira. Os Racionais são o complementar dos Irracionais em relação aos reais.

d) $Z \cap Q = Q$

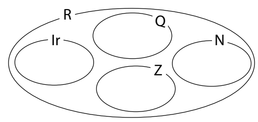
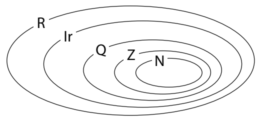
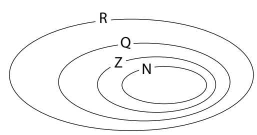
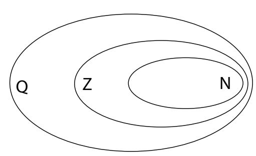
Falsa. A interseção entre Inteiros e Racionais é o próprio conjunto dos inteiros. $Z \cap Q = Z$.

e) $Q \cap Ir = Q$

Falsa. Não há interseção entre Racionais e Irracionais, pois são conjuntos mutuamente exclusivos. $Q \cap Ir = \varnothing$

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de correção

Alternativa	Observação
(A) 	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não compreende a representação das sucessivas ampliações dos conjuntos numéricos. Indicando assim, a não compreensão da relação $N \subset Z \subset Q \subset R$.
(B) 	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não compreende que o conjunto dos Irracionais é um conjunto exclusivo. Pois pela relação sucessiva de ampliação (N, Z e Q não estão contidos em Ir).
(C) 	**Resposta correta**. O aluno compreende a representação das sucessivas ampliações dos conjuntos numéricos. $N \subset Z \subset Q \subset R$.
(D) 	**Resposta incorreta.** O aluno compreende parcialmente as ampliações dos conjuntos numéricos, pois provavelmente não identifica que os conjuntos Ir e R não foram representados.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: conjuntos e números.

2. Revista:

- Nova Escola:

- O que são números reais?

Acesso em: 19/02/2014.

3. Sites:

- Escola Digital
- http://escoladigital.org.br/fracoes-parte-12/

Acesso em 06/03/2014.

- O que é um Número Irracional?

http://www.profcardy.com/cardicas/tirateima.php?id=30

Acesso em 01/03/2014.

- Bingo dos Conjuntos Numéricos:

Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?pagina=espaco%2Fvisualizar_aula&aula=1914&secao=espaco&request_locale=es.

Acesso em 03/03/2014.

Habilidade:

Saber representar os números reais na reta numerada.

Questão 02 – Objetiva

O número irracional $\sqrt{7}$ está compreendido entre os números

(A) 2 e 3.

(B) 3 e 6.

(C) 6 e 8.

(D) 13 e 15.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, sabemos que as raízes não exatas são, em geral, mal compreendidas pelos alunos. Muitos, ao se depararem com o número, podem argumentar que ele não existe simplesmente porque não representa uma raiz quadrada exata, já que é um número irracional (ou seja, um número decimal com infinitas casas decimais não periódicas).

Mas essa raiz quadrada existe e é possível aproximá-la desde sua parte inteira até certo número de casas decimais (se assim se desejar). Associa-se também o estudo dos números quadrados perfeitos, que geram as raízes quadradas exatas. O aluno deve intercalar o 7 entre os dois números quadrados perfeitos mais próximos a ele, ou seja, 4 e 9. Matematicamente, podemos escrever $4 < 7 < 9$.

Os números irracionais apareceram na história da matemática vinculados a contextos da Geometria e de medidas. Dessa maneira, o trabalho com o cálculo de diagonais de quadrados e retângulos, aplicando-se o Teorema de Pitágoras, contribui para a familiarização dos alunos com este novo conceito.

Uma sugestão de atividade é localizar na reta numérica o valor de raízes de índice par. Ela associa a representação dos números irracionais na reta numérica ao trabalho com o Teorema de Pitágoras. Para realizá-la, é preciso utilizar régua e compasso. Essa atividade permite avaliar conteúdos como o Teorema de Pitágoras e os números quadrados perfeitos, ampliando outros sentidos ao número irracional, mostrando ao mesmo tempo sua existência e sua localização na reta numérica.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 2 e 3.	**Resposta correta.** O aluno provavelmente reconhece que: $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, portanto, conclui que a $\sqrt{7}$ está entre as raízes $\sqrt{4}$ e $\sqrt{9}$, ou seja, entre 2 e 3.
(B) 3 e 6.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente relaciona a raiz quadrada com a divisão por 2, assim encontra $\sqrt{7} = 3{,}5$; conclui então, que 3,5 está no intervalo de 3 e 6.
(C) 6 e 8.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente utiliza o número 7, desprezando o procedimento para cálculo da raiz quadrada.
(D) 13 e 15.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente relaciona a raiz quadrada como uma multiplicação por 2, assim encontra $\sqrt{7}$, que seria obtida por 7. 2 = 14.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: aritmética , álgebra e geometria com a reta real.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 3: conhecendo os radicais:

. Parte 1: raízes quadradas, (p.43);

. Parte 2: estimando a raiz quadrada, (p.45);

. Parte 3: usando tabelas ou calculadoras, (p.46);

. Parte 4: estendendo o conceito de radiciação, (p.49).

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 53: potência e raízes, (duração: 14’19”).

4. Revista:

- Nova Escola:

- Como localizar números irracionais em uma reta numérica. Acesso em: 17/02/2014.

5. Site:

- Representar Números Irracionais na Reta Real 9º Ano:

- Mochonline – Responsável: Jorge Penalva.

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=dRLYrmkPxM4

Acesso em: 04/03/2014.

Habilidade:

Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos.

Questão 03 – Aberta

Determine as raízes reais da equação $x^2 - 16 = 0$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, os procedimentos aplicados nesta fase inicial do trabalho com equações de 2º grau apontam para aspectos que permitirão a utilização de um método geral de resolução de qualquer equação desse tipo. Entre essas técnicas aprendidas, destacamos os processos de fatoração apresentados na 7ª série/8º ano, particularmente a diferença entre o quadrado de dois números, que é igual ao produto da soma pela diferença entre esses dois números, isto é, $a^2 - b^2 = (a + b) . (a - b)$, pois se refere a um tipo simples de equação de 2º grau incompleta. Dessa forma, equações do tipo $x^2 = 16$ podem ser retomadas e resolvidas por meio dos seguintes passos: $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$, então, $x^2 - 16 = 0$, logo, $x^2 - 4^2 = 0$.

Assim, $(x + 4) . (x - 4) = 0$.

$x + 4 = 0$ ou $x - 4 = 0$ do que se conclui que $x = -4$ ou $x = 4$.

Esse procedimento, além de confirmar o cálculo mental (levantando a questão sobre quais são os números que elevados ao quadrado resultam em 16), permite que sintetizemos o processo de resolução observando que o valor de x é igual a mais ou menos o valor da raiz quadrada de 16.

$x^2 = \sqrt{16} \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$

Com essa discussão, o sinal ± deve ser entendido como uma síntese de fatos presentes na combinação da fatoração: $a^2 - b^2 = (a + b) . (a - b)$ com a ideia de que se $a. b = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

Assim, equações incompletas do tipo: $ax^2 + c = 0$ podem ser resolvidas com base na análise do que temos discutido:

- o domínio dos princípios multiplicativo e aditivo da igualdade;

- a noção de radiciação.

Desse modo, concluímos que equações incompletas do tipo: $ax^2 + c = 0$ possuem as raízes: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Respostas corretas:

O aluno que encontra como resultado (– 4) e (+ 4), reconhece o processo de fatoração-caso da diferença entre o quadrado de dois números, que é igual ao produto da soma pela diferença entre esses dois números (a – b) . (a + b), conforme resoluções a seguir:

Resolução 1:

$$x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (x + 4) \,.\, (x - 4) = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ \quad\quad \textit{ou} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

Resolução 2:

$x^2 - 16 = 0$

$x^2 - 16 \mathbf{+ 16} = 0 \mathbf{+ 16}$

$x^2 = 16$

$x = \pm \sqrt{16}$

$x = \pm 4$

do que se conclui que

$x = -4$ ou $x = +4$

Resposta parcialmente correta:

O aluno possivelmente calcula a $\sqrt{16}$, porém, considera somente o valor positivo, (+4).

Resposta incorreta:

O aluno possivelmente não reconhece o processo de fatoração-caso da diferença entre o quadrado de dois números, que é igual ao produto da soma pela diferença entre esses dois números (a – b) . (a + b), pois encontra diversos valores diferentes de (–4) e (+4).

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: alguns métodos para resolver equações de 2º grau.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 16: equações do 2º grau:

. Parte 1: as flores, (p.207);

. Parte 2: o lado x, (p.208);

. Parte 3: a forma geral, (p.209);

. Parte 4: reduzindo à forma geral, (p.211);

. Parte 5: raízes, (p.212).

- Atividade 17: resolução de equações do segundo grau:

. Parte 1: usando propriedade, descobrindo soluções, (p.221);

. Parte 2: fatorando para resolver, (p.223);

. Parte 3: Al-khowarizmi, (p.224).

- Atividade 18: a fórmula de Bháskara:

. Parte 1: completando o quadrado perfeito, (p.231);

. Parte 2: Bháskara, (p.233);

. Parte 3: o discriminante, (p.233).

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 73: equação do 2º grau, (duração: 13'42");

- Teleaula 74: deduzindo uma fórmula, (duração: 12'09").

4. Revista:

- Nova Escola:

- Artigo: Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico: acesso em: 19/02/2014.

5. Sites:

- Currículo +:

Resolução Passo a Passo-Equação do 2º grau

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=dRLYrmkPxM4

Acesso em: 03/03/2014.

- Brasil Escola:

Equação do 2° grau incompleta

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/equacao-2-grau-incompleta.htm

Acesso em 06/03/2014.

- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
- Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009
Acesso em: 24/02/2014.
- Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011
Acesso em: 24/02/2014.

Habilidade:

Incorporar a ideia básica de que os números irracionais somente podem ser utilizados em contextos práticos por meio de suas aproximações racionais, sabendo calcular a aproximação racional de um número irracional.

Questão 04 – Objetiva

Em um terreno quadrado de área 800 m^2 será instalado um posto de combustível cuja frente está voltada para uma avenida. Os outros três lados serão murados.

Quantos metros de muro, aproximadamente, serão construídos?

Dado: $\sqrt{2} \cong 1{,}4$

(A) 28.

(B) 84.

(C) 266.

(D) 600.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, a questão requer do aluno o conhecimento sobre conteúdos matemáticos, tais como: definição de número irracional, cálculo de área de um quadrado, decomposição de um número em fatores primos de modo a buscar a aproximação racional de um número irracional. Possivelmente questões como esta, favorecem o desenvolvimento de habilidades com a sequência de procedimentos e operações necessárias à resolução do problema proposto.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 28.	**Resposta incorreta.** O aluno determina de maneira correta o lado do terreno quadrado, faz a aproximação racional do número irracional, mas não considera os três lados a serem murados. $L = \sqrt{800}$ $L = 20\sqrt{2}$ $L = 20 \,.\, 1{,}4 = 28m$
(B) 84.	**Resposta correta.** O aluno determina de maneira correta o lado do terreno quadrado, faz a aproximação racional do número irracional e calcula a metragem do muro a ser construído. $L = \sqrt{800}$ $L = 20\sqrt{2}$ $3 \,.\, 20\sqrt{2} = 60\sqrt{2}$ $60 \,.\, 1{,}4 = 84m$
(C) 266.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente divide a área em três partes e utiliza o quociente como resposta. $\frac{800}{3} = 266{,}66 \text{ m}$
(D) 600.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considera a medida de 800 m^2 como sendo o perímetro e não a área. $\frac{800}{3} = 200 \text{ m}$ $200 \,.\, 3 = 600 \text{ m}$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ªsérie/ 9ºano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: conjuntos e números;
- Situação de Aprendizagem 2: números racionais e sua escrita decimal;
- Situação de Aprendizagem 3: aritmética, álgebra e geometria com a reta real.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 3: representação e ordenação, (p.9);
- Atividade 4: oposição e simplificação, (p.13);
- Atividade 6: números racionais, (p.20).

3. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 3: conhecendo os radicais.

. Parte 1: raízes quadradas, (p.43);

. Parte 2: estimando a raiz quadrada, (p.45);

. Parte 3: usando tabelas ou calculadoras, (p.46);

. Parte 4: estendendo o conceito de radiciação, (p.49).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 53: potência e raízes, (duração: 14’19”).

5. Revista:

- Nova Escola:
- Como localizar números irracionais em uma reta numérica: acesso em: 17/02/2014.

6. Site:

- Representar Números Irracionais na Reta Real 9º Ano:
- Mochonline – Responsável: Jorge Penalva.

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=dRLYrmkPxM4

Acesso em: 04/03/2014.

Habilidade:

Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos.

Questão 05 – Objetiva

As raízes reais da equação $4x^2 - 36 = 0$, são

(A) – 4 ou + 4.

(B) – 3 ou + 3.

(C) + 2 ou – 18.

(D) + 4 ou – 36.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, os procedimentos aplicados nesta fase inicial do trabalho com equações de 2º grau apontam para aspectos que permitirão a utilização de um método geral de resolução de qualquer equação desse tipo. Entre essas técnicas aprendidas, destacamos os processos de fatoração apresentados na 7ª série/8º ano, particularmente a diferença entre o quadrado de dois números, que é igual ao produto da soma pela diferença entre esses dois números, isto é, $a^2 - b^2 = (a + b) . (a - b)$, pois se refere a um tipo simples de equação de 2º grau incompleta. Dessa forma, equações do tipo $x^2 = 16$ podem ser retomadas e resolvidas por meio dos seguintes passos: $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$, então, $x^2 - 16 = 0$ logo, $x^2 - 4^2 = 0$.

Assim, $(x + 4) . (x - 4) = 0. \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ \quad ou \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$

Esse procedimento, além de confirmar o cálculo mental (levantando a questão sobre quais são os números que elevados ao quadrado resultam em 16), permite que sintetizemos o processo de resolução observando que o valor de x é igual a mais ou menos o valor da raiz quadrada de 16.

$x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$

Com essa discussão, o sinal ± deve ser entendido como uma síntese de fatos presentes na combinação da fatoração: $a^2 - b^2 = (a + b) . (a - b)$ com a ideia de que se $a . b = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

Assim, equações incompletas do tipo: $ax^2 + c = 0$ podem ser resolvidas com base na análise do que temos discutido:

- o domínio dos princípios multiplicativo e aditivo da igualdade;

- a noção de radiciação.

Desse modo, concluímos que equações incompletas do tipo: $ax^2 + c = 0$ possuem as raízes: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) – 4 ou + 4.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considera apenas o coeficiente de x^2.

(B) – 3 ou + 3.	**Resposta correta.** O aluno reconhece o processo de fatoração-caso da diferença entre o quadrado de dois números, que é igual ao produto da soma pela diferença entre esses dois números (a – b) . (a + b).
(C) + 2 ou – 18.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente faz a divisão de + 4 por 2 e de – 36 por 2.
(D) + 4 ou – 36.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente indica somente os números que aparecem na equação.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: alguns métodos para resolver equações de 2º grau.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 16: equações do 2º grau:

. Parte 1: as flores, (p.207);

. Parte 2: o lado x, (p.208);

. Parte 3: a forma geral, (p.209);

. Parte 4: reduzindo à forma geral, (p.211);

. Parte 5: raízes, (p.212).

- Atividade 17: resolução de equações do segundo grau:

. Parte 1: usando propriedade, descobrindo soluções, (p.221);

. Parte 2: fatorando para resolver, (p.223);

. Parte 3: Al-khowarizmi, (p.224).

- Atividade 18: a fórmula de Bháskara:

. Parte 1: completando o quadrado perfeito, (p.231);

. Parte 2: Bháskara, (p.233);

. Parte 3: o discriminante, (p.233).

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 73: equação do 2º grau, (duração: 13’42”);

- Teleaula 74: deduzindo uma fórmula, (duração: 12’09”).

4. Revista:

- Nova Escola:

- Artigo: Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico: acesso em: 19/02/2014.

5. Sites:

- Currículo +:

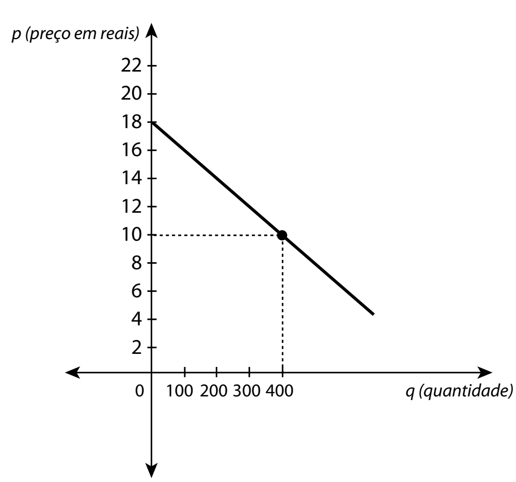
Resolução Passo a Passo-Equação do 2º grau
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=dRLYrmkPxM4
Acesso em: 03/03/2014.
- Brasil Escola:
Equação do 2° grau incompleta
Disponível em:
http://www.brasilescola.com/matematica/equacao-2-grau-incompleta.htm
Acesso em 06/03/2014.
- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada:
- Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009
Acesso em: 24/02/2014.
- Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011
Acesso em: 24/02/2014.

Habilidade:

Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.

Questão 06 – Aberta

A produção de camisetas realizadas por certa confecção ocorre de acordo com suas vendas, é dada pela fórmula ($p= 18 - 0{,}02q$), onde “p” refere-se ao preço da camiseta e “q” refere-se à quantidade de camiseta. O que possibilita a confirmação de que numa venda de 400 camisetas, o preço correto para “p” é dado pelo gráfico a seguir:



Após analisar as informações apresentadas no gráfico anterior, que conclusão se pode tirar a partir da fórmula para o cálculo de preço e quantidade de camiseta?

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o objetivo aqui é explorar a ideia de que um gráfico é uma representação da variação entre duas grandezas. Essa representação, o gráfico da função, permitirá o levantamento de muitas hipóteses, além suscitar diferentes questões. A proporcionalidade entre grandezas é uma das formas mais comuns de ocorrências físicas. Pois, são várias as situações-problema sobre taxas de variações, como aquelas que encontramos em leis de movimento e de consumo. A representação geométrica da proporcionalidade direta, de expressões na forma algébrica $y = mx$, constitui uma classe de retas que passam pela origem do sistema cartesiano.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Respostas corretas

- Situação 1:

O aluno ao analisar as informações no gráfico, compreende que para uma produção de:

• 100 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 16,00;
• 200 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 14,00;
• 300 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 12,00;
• 400 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 10,00.

Conclui, portanto, que a partir da situação apresentada no gráfico, que ao aumentar a produção de camisetas em 100 unidades, o preço de cada unidade diminui em R$ 2,00.

- Situação 2:

O aluno além de analisar o gráfico e comentar as observações citadas na "situação 1", menciona que na produção de 900 camisetas, a confecção não terá prejuízo e nem lucro, pois a fórmula apresentará resultado negativo, a partir de 901 camisetas:

Se a cada 100 camisetas produzidas o preço da unidade diminuir em R$ 2,00, tem-se que para:

• 500 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 8,00;
• 600 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 6,00;
• 700 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 4,00;
• 800 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 2,00;
• 900 camisetas o preço de cada camiseta será R$ 0,00.

Respostas parcialmente corretas

- Situação 1:

O aluno possivelmente ao analisar a informações suscitadas por meio do gráfico, compreende que para uma produção de 400 camisetas, o preço de cada uma deve ser R$ 10,00.

- Situação 2:

O aluno relaciona que para uma produção de:
• 300 camisetas o preço de cada uma delas será R$ 12,00;
• 200 camisetas o preço de cada uma delas será R$ 10,00;
• 100 camisetas o preço de cada uma delas será R$ 8,00.

Respostas incorretas

O aluno possivelmente não consegue estabelecer nenhuma relação entre as grandezas apresentadas no gráfico, onde q (quantidade) de camisetas produzidas e p (preço em reais), pois registra as informações de maneira fragmentada e sem relação alguma, como:

- Situação 1:

• Camisetas produzidas, 400.

- Situação 2:

• Preço de cada camiseta, R$ 10,00.

- Situação 3:

• Preço inicial de cada camiseta, R$ 18,00.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 8: representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais.

2. + Matemática - Coletânea de Atividades - Volume 3:

- Atividade 18: interdependência de grandezas, (p.66);
- Atividade 19: grandezas proporcionais, (p.69).

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 8 interdependência de grandezas.

. Parte 1: as contas de luz do Paulinho, (p.97);

. Parte 2: descobrindo a relação, (p.100);

. Parte 3: analisando a variação, (p.101).

- Atividade 9: grandezas proporcionais.

. Parte 1: analisando a variação, (p.113);

. Parte 2: analisando gráficos, (p.115);

. Parte 3: exercitando, (p.116);

. Parte 4: mais problemas, (p.116);

. Parte 5: experimentando para responder, (p.120).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 49: proporção inversa, (duração: 13'16").

5. Revista:

- Nova Escola:
- Rosilene Anevan Fagundes: A professora de Pinhais, PR, orientou a turma de 8º ano na investigação da interdependência entre grandezas representadas por um tipo específico de função: acesso em: 22/02/2014.

6. Site:

- Brasil Escola:

Funções

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/funcoes.htm

Acesso em 08/03/2014.

Habilidade:

Compreender o significado e saber utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muitos pequenos.

Questão 07 – Objetiva

A população da China é aproximadamente igual a 1,3 bilhão de habitantes.

A representação deste dado numérico em notação científica é

(A) 1,3 . 10^1 habitantes.

(B) 1,3 . 10^3 habitantes.

(C) 1,3 . 10^5 habitantes.

(D) 1,3 . 10^9 habitantes.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, sabemos que o principal argumento para justificar o uso de uma notação na forma de potências de 10 é que ela facilita a compreensão, a comparação e a operação com números muito grandes ou muito pequenos. As informações numéricas escritas na forma decimal nem sempre são inteligíveis. Por exemplo: o raio do átomo de hidrogênio mede, aproximadamente, 0,000000005 cm; uma célula é formada por cerca de 2 000 000 000 000 átomos. Dificilmente somos capazes de assimilar tais informações. Escrevendo os mesmos números como potências de 10, é possível ter uma ideia da ordem de grandeza deles:

- raio do átomo de hidrogênio: $5 \cdot 10^{-9}$;

- número de átomos em uma célula: $2 \cdot 10^{12}$.

Uma das vantagens de expressarmos um número na forma de potências de 10 é que as operações se tornam mais simples. É um bom momento para retomar com os alunos as propriedades das operações com potências de mesma base:

- na multiplicação basta fazer a soma dos expoentes. $10^3 \cdot 10^8 = 10^{3+8} = 10^{11}$;

- na divisão, efetua-se a subtração dos expoentes. $\frac{10^8}{10^5} = 10^{8-5} = 10^3$;

- potência de uma potência resulta na multiplicação dos expoentes.

$(10^3)^2 = 10^{3.2} = 10^6$;

- potências com expoentes racionais: o denominador do expoente é o índice da raiz. Exemplo: $3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A)1,3 . 10^1 habitantes.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não representa e não reconhece o dado numérico em notação científica, pois relaciona 1,3 bilhão = 1 30 = 1,3 . 10^1.

(B) 1,3 . 10^3 habitantes.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não representa e não reconhece o dado numérico em notação científica, pois relaciona 1,3 bilhão = 1 300 = 1,3 . 10^3.
(C) 1,3 . 10^5 habitantes.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não representa e não reconhece o dado numérico em notação científica, pois relaciona 1,3 bilhão = 1 300 000 = 1,3 . 10^5.
(D) 1,3 . 10^9 habitantes.	**Resposta correta.** O aluno representa corretamente o dado numérico em notação científica e reconhece que 1,3 bilhão = 1 300 000 000 = 1,3 . 10^9.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 4: potências, notação científica e ordem de grandeza.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ªsérie/ 8ºano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: do googol ao angstrom, uma caminho para as potências.
- Situação de Aprendizagem 4: as potências e a memória do computador.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ªsérie/ 6ºano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: explorando os números naturais.

4. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 4: potenciação:

. Parte 1: descobrindo outra operação, (p.41);

. Parte 2: as dobraduras e as potências de 2, (p.43);

. Parte 3: o tabuleiro de xadrez e as potências de 2, (p.45);

. Parte 4: completando tabelas, (p.46).

- Atividade 38: problemas e potenciação:

. Parte 1: a corrente de Leonardo, (p.395);

. Parte 2: a potenciação e os problemas de contagem, (p.396);

. Parte 3: um triângulo diferente, (p.397).

5. Experiências Matemáticas – 7ª série:

Atividade 21: estendendo o conceito de potência:

. Parte 1: os expoentes negativos, (p.237);
. Parte 2: aplicando propriedades de potência, (p.237);
. Parte 3: usando potência de 10, (p.238);
. Parte 4: notação científica, (p.239).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 53: potência e raízes. (duração: 14’20”);
- Teleaula 70: operando com potência. (duração: 12’54”).

7. Revista:

- Nova Escola:
- Para contar aos bilhões: acesso em: 16/02/2014;
- Calcular potências: acesso em: 16/02/2014.

8. Sites:

- Calculadora para a Conversão de Números em Notação Científica para Notação Decimal:
Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/
Acesso em: 16/02/2014.
- Atividade “Viagem nas Dimensões”:
Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/907/atividade5.htm
Acesso em: 16/02/2014.
- Currículo +:
Afogando os Zeros
Disponível:
http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/afogando-o-zeros/
Acesso em: 06/03/2014.
- Matemática Didática:
Notação Científica
Disponível:
http://www.matematicadidatica.com.br/NotacaoCientifica.aspx
Acesso em: 06/03/2014.
- 1º Encontro Nacional PIBID – Matemática:
Jogo matemático: o bingo da radiciação
Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais_ed_3/arquivos/MDC/MDC_PIBID_%20Oliveira_Amanda.pdf.
Acesso em: 14/03/2014.
- PIBID – Matemática:
O jogo do dominó no ensino de potenciação e radiciação
Disponível em:
https://sites.google.com/site/pibidmatematicabenedito/atividades-2012/o-jogo-domino-no-ensino-de-potenciacao-e-radiciacao
Acesso em: 14/03/2014

Habilidade:

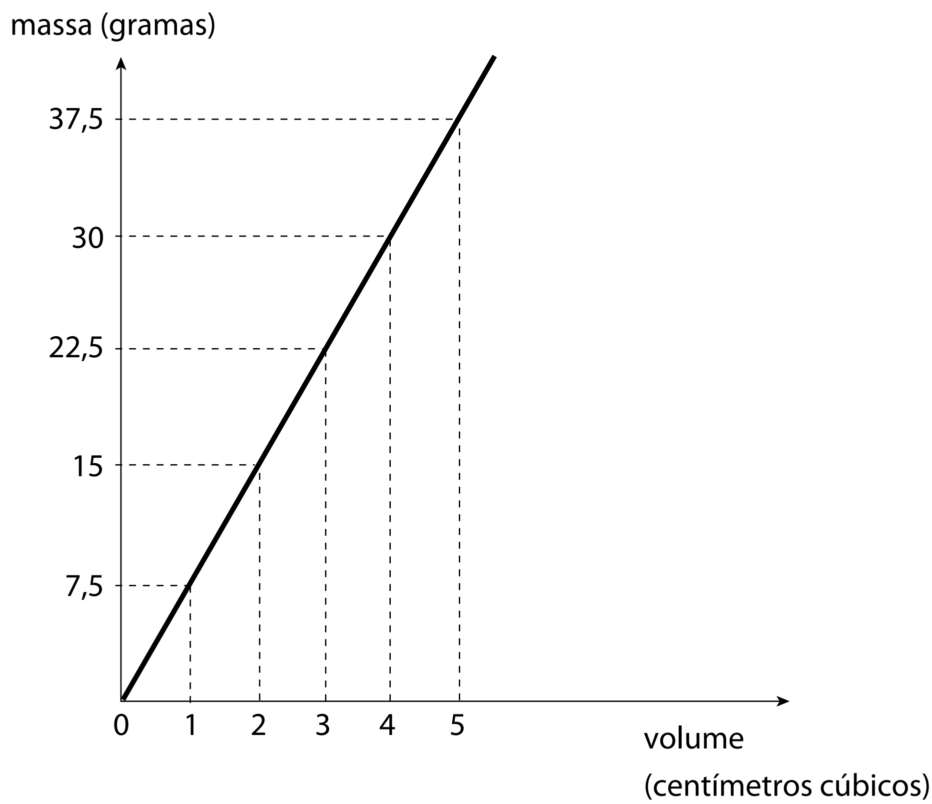
Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.

Questão 08 – Objetiva

Um grupo de cientistas mediu as massas de pequenas amostras de ferro de diversos volumes. A unidade de medida de massa utilizada foi o grama (g) e a de volume foi expressa em centímetros cúbicos (cm^3).

Com os dados encontrados, construiu-se o gráfico a seguir.

Observe.



Podemos concluir por meio de uma expressão que a relação entre a massa "m" e o volume "V" é

(A) $m = \frac{V}{7,5}$.

(B) m = 7,5V.

(C) m = 5V.

(D) m = 37,5V.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o objetivo desta questão é explorar a ideia de que um gráfico é uma representação da variação entre duas grandezas. Essa representação, o gráfico da função, permitirá o levantamento de muitas hipóteses, além suscitar diferentes questões. A proporcionalidade entre grandezas é uma das formas mais comuns de ocorrências físicas. São várias as situações-problema sobre taxas de variações, como aquelas que encontramos em leis de movimento e de consumo. A representação geométrica da proporcionalidade direta, de expressões na forma algébrica $y = mx$, constitui uma classe de retas que passam pela origem do sistema cartesiano.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $m = \frac{V}{7,5}$.	**Resposta incorreta.** Provavelmente o aluno faz a leitura do gráfico invertendo as informações entre os eixos das abscissas e ordenadas.
(B) $m = 7,5V$.	**Resposta correta.** O aluno faz a leitura correta do gráfico e expressa corretamente a relação entre massa e volume.
(C) $m = 5V$.	**Resposta incorreta.** O aluno não compreende a proporcionalidade expressa no gráfico. Provavelmente pensa no número 5 como maior valor do eixo das abscissas.
(D) $m = 37,5V$.	**Resposta incorreta.** O aluno não compreende a proporcionalidade expressa no gráfico. Provavelmente pensa no número 37,5 como maior valor do eixo das ordenadas.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 8: representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais.

2. + Matemática - Coletânea de Atividades - Volume 3:

- Atividade 18: interdependência de grandezas. (p.66);
- Atividade 19: grandezas proporcionais. (p.69).

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 8 interdependência de grandezas:

. Parte 1: as contas de luz do Paulinho. (p.97);
. Parte 2: descobrindo a relação. (p.100);
. Parte 3: analisando a variação. (p.101).

- Atividade 9: grandezas proporcionais:

. Parte 1: analisando a variação. (p.113);
. Parte 2: analisando gráficos. (p.115);
. Parte 3: exercitando. (p.116);
. Parte 4: mais problemas. (p.116);
. Parte 5: experimentando para responder. (p.120).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 49: proporção inversa. (duração: 13'16").

5. Revista:

- Nova Escola:

Rosilene Anevan Fagundes: A professora de Pinhais, PR, orientou a turma de 8º ano na investigação da interdependência entre grandezas representadas por um tipo específico de função: acesso em: 22/02/2014.

6. Site:

- Brasil Escola:

Funções
Disponível em:
http://www.brasilescola.com/matematica/funcoes.htm
Acesso em 08/03/2014.

Habilidade:

Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2°grau.

Questão 09 – Aberta

Observe o quadro abaixo.

x	1	2	3	4	5	6	7
x^2	1	4	9	16	25	36	49
y	2	8	18	32	50	72	98

Imagem retirada do Caderno do Professor de Matemática - 8ªsérie/9ºano - SA 7 - Volume 1 - Edição 2014.

Após a observação verifique se há proporcionalidade entre os valores de y e os de x^2 e encontre a constante de proporcionalidade.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o objetivo da questão é explorar a ideia de que um gráfico é uma representação da variação entre duas grandezas. Essa representação, a tabela de dados, permitirá o levantamento de muitas hipóteses, além suscitar diferentes questões. A proporcionalidade entre grandezas é uma das formas mais comuns de ocorrências físicas. Pois, são várias as situações-problema sobre taxas de variações, como aquelas que encontramos em leis de movimento e de consumo. A representação geométrica da proporcionalidade direta, isto é, de expressões na forma algébrica $y = mx$, constitui uma classe de retas que passam pela origem do sistema cartesiano.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta

O aluno analisa a tabela e compreende que os valores de y são diretamente proporcionais ao quadrado de x. Relaciona que há proporcionalidade direta entre y e x^2, sendo a constante de proporcionalidade 2, ao dividir o dado valor de y pelo corresponde de x^2, obtém o resultado conforme cálculo a seguir:

x	1	2	3
x^2	1	4	9
y	2	8	18

$\frac{2}{1^2} = 2; \frac{8}{2^2} = 2; \frac{18}{3^2} = 2;$

Resposta parcialmente correta

O aluno analisa a tabela e possivelmente relaciona que os valores de y são diretamente proporcionais aos de x, não observando que a relação de proporcionalidade nesse caso, se dá por $\frac{y}{x^2}$ e não por $\frac{y}{x}$, conforme cálculos a seguir:

x	1	2	3	4	5	6	7
x^2	1	4	9	16	25	36	49
y	2	8	18	32	50	72	98

$\frac{2}{1} = 2; \frac{8}{4} = 4; \frac{18}{3} = 6; \frac{32}{4} = 8,$ portanto, de 2 para 4, de 4 para 6 e de 6 para 8, a constante de proporcionalidade é 2, pois aumentou de 2 em 2.

Resposta incorreta

O aluno inverte os valores entre y e x^2, obtendo a constante de proporcionalidade entre eles como sendo $\frac{1}{2}$.

x	1	2	3
x^2	1	4	9
y	2	8	18

Algumas Referências

1. Caderno do Professor de Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de aprendizagem 7: grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos.

2. + Matemática - Coletânea de Atividades - Volume 3:

- Atividade 18: interdependência de grandezas, (p.66);
- Atividade 19: grandezas proporcionais, (p.69).

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 8 interdependência de grandezas:

. Parte 1: as contas de luz do Paulinho, (p.97);

. Parte 2: descobrindo a relação, (p.100);

. Parte 3: analisando a variação, (p.101).

- Atividade 9: grandezas proporcionais:

. Parte 1: analisando a variação, (p.113);

. Parte 2: analisando gráficos, (p.115);

. Parte 3: exercitando, (p.116);

. Parte 4: mais problemas, (p.116);

. Parte 5: experimentando para responder, (p.120).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 49: proporção inversa. (duração: 13'16").

5. Revista:

- Nova Escola:

- Rosilene Anevan Fagundes: A professora de Pinhais, PR, orientou a turma de 8º ano na investigação da interdependência entre grandezas representadas por um tipo específico de função: acesso em: 22/02/2014.

6. Site:

- Brasil Escola:

Funções

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/funcoes.htm

Acesso em 08/03/2014.

- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada:

- Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau

Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009

Acesso em: 24/02/2014.

- Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau

Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011

Acesso em: 24/02/2014.

Habilidade:

Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2° grau.

Questão 10 – Objetiva

Um determinado torneio de petecas é composto por 36 partidas. Todas as duplas jogam entre si, em turno único. Sabendo que o número de partidas deste torneio é dado pela expressão $x^2 - x - 72 = 0$, o número de duplas participantes são

(A) 8.

(B) 9.

(C) 17.

(D) 18.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o conteúdo referente à equação de 2º grau é trabalhado no caderno (professor/aluno) do 2º bimestre da 8ª série/9º ano. A sugestão do caderno é introduzir as equações de 2º grau por meio de situações problema e verificar que os métodos anteriores de resolução de equações devem ser ampliados de forma a subsidiar o aluno na resolução de problemas mais elaborados. Os livros didáticos, em geral, também trabalham esse conteúdo no 9º ano. Sendo assim, é esperado que o aluno deste ano domine a habilidade em resolver problemas envolvendo equações de 2º grau, pois em muitos contextos, sejam matemáticos ou outras disciplinas como Física ou Química, o aluno depara com essas equações, e isso faz parte de sua formação básica auxiliando-o a desenvolver sua competência em compreender os fenômenos ao seu redor.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 8.	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, utiliza a raiz negativa da equação em vez de desprezá-la.
(B) 9.	**Resposta correta.** O aluno resolve o problema corretamente: $x^2 - x - 72 = 0$, cuja raiz positiva é 9. (a raiz - 8 é desprezada)

(C) 17.	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, utiliza como resposta a raiz do discriminante da equação.
(D) 18.	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, utiliza como resposta a metade do número 36.

Algumas Referências:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: alguns métodos para resolver equações de 2º grau.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 16: equações do 2º grau:
. Parte 1: as flores, (p.207);
. Parte 2: o lado x, (p.208);
. Parte 3: a forma geral, (p.209);
. Parte 4: reduzindo à forma geral, (p.211);
. Parte 5: raízes, (p.212).
- Atividade 17: resolução de equações do segundo grau:
. Parte 1: usando propriedade, descobrindo soluções, (p.221);
. Parte 2: fatorando para resolver, (p.223);
. Parte 3: Al-khowarizmi, (p.224).
- Atividade 18: a fórmula de Bháskara:
. Parte 1: completando o quadrado perfeito, (p.231);
. Parte 2: Bháskara, (p.233);
. Parte 3: o discriminante, (p.233).

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 73: equação do 2º grau, (duração: 13’42”);
- Teleaula 74: deduzindo uma fórmula, (duração: 12’09”).

4. Revista:

- Nova Escola:
- Artigo: Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico: acesso em: 19/02/2014.

5. Sites:

- Currículo +:
Resolução Passo a Passo-Equação do 2º grau
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=dRLYrmkPxM4
Acesso em: 03/03/2014.

- Brasil Escola:
Equação do 2° grau incompleta
Disponível em:
http://www.brasilescola.com/matematica/equacao-2-grau-incompleta.htm
Acesso em 06/03/2014.
- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada:
- Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009
Acesso em: 24/02/2014.
- Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau
Disponível em: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011
Acesso em: 24/02/2014.

Habilidade:

Saber construir gráficos de funções de 1° e de 2º graus por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^2$.

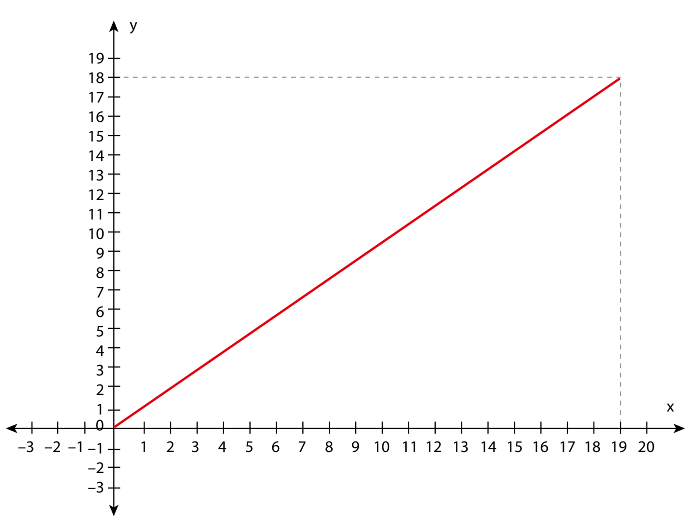
Questão 11 – Objetiva

Analise a tabela a seguir.

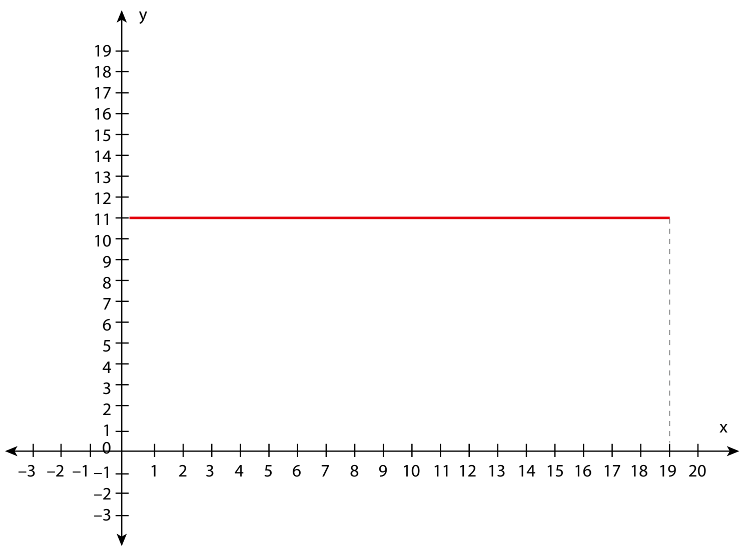
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Agora, indique o gráfico da função representada na tabela analisada.

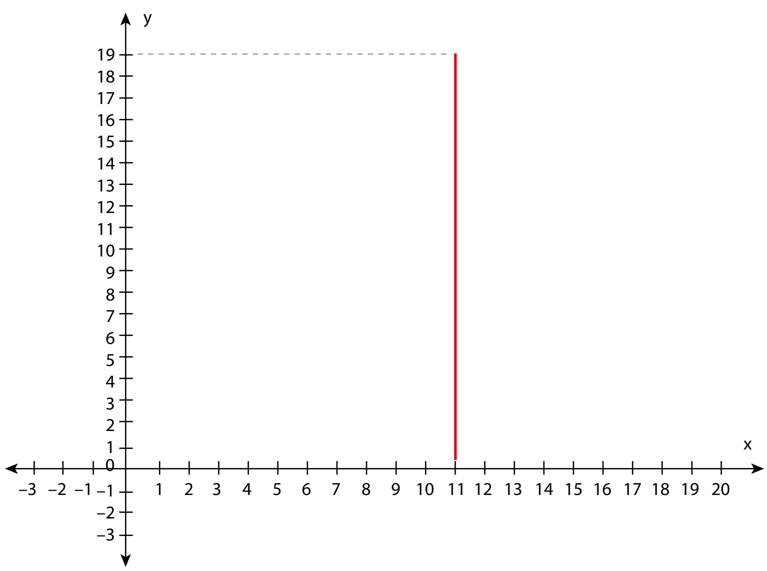
(A)



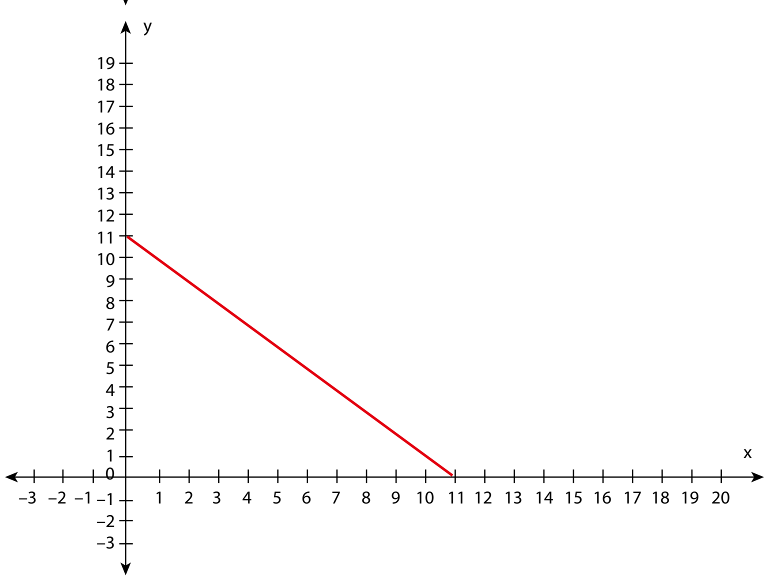
(B)


y
x
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
–1
–2
–3
–3 –2 –1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

(C)


y
x
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
–1
–2
–3
–3 –2 –1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

(D)

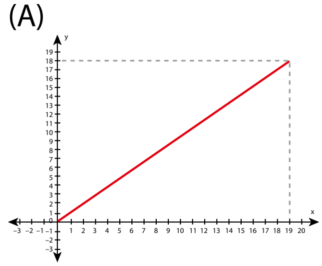
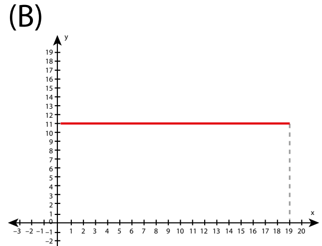

y
x
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
–1
–2
–3
–3 –2 –1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

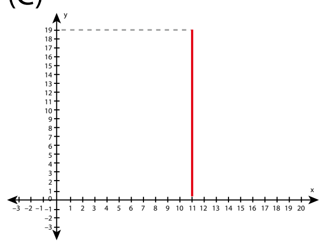
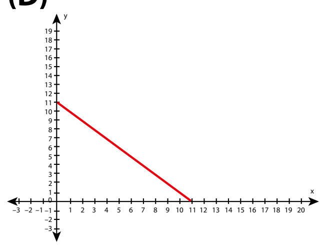
Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, sugerimos que seja explorada a ideia de que um gráfico é uma representação da variação entre duas grandezas. Essa representação, o gráfico da função, permitirá o levantamento de muitas hipóteses, além suscitar diferentes questões. A proporcionalidade entre grandezas é uma das formas mais comuns de ocorrências físicas. São várias as situações-problema sobre taxas de variações, como aquelas que encontramos em leis de movimento e de consumo. A representação geométrica da proporcionalidade direta, de expressões na forma algébrica $y = mx$, constitui uma classe de retas que passam pela origem do sistema cartesiano. Quando a variação entre as grandezas é dada na forma $y = mx + n$, a proporcionalidade agora será entre os valores de $y - n$ e x. Nesse último caso, o gráfico também será uma reta, de mesma declividade m. Sendo $n \neq 0$, o valor de n será aquele a partir do qual a variação em y é diretamente proporcional a x. Geralmente, nas situações contextualizadas, somente o traçado das curvas no primeiro quadrante tem significado. Contudo, é importante que o aluno construa os critérios associados ao domínio da função. Deve-se estar atento também à escala a ser escolhida, quando se constroem gráficos.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa, possivelmente não compreende a situação gráfica relacionada à tabela citada na questão, pois indica uma alternativa que forma, o par ordenado (19,11). Pode-se dizer também que o aluno não tem a compreensão do que seja uma representação de uma função e seus pares ordenados.
(B) 	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa, possivelmente não reconhece que na tabela apresentada na questão, não há o par ordenado (17,11), pois utiliza apenas a ordenada "11", indicando dessa forma que o mesmo compreende parcialmente a situação citada.

(C) 	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa, possivelmente não reconhece que na tabela apresentada na questão, não há o par ordenado (11,19), pois utiliza apenas a abscissa “11”, indicando dessa forma que o mesmo compreende parcialmente a situação citada.
(D) 	**Resposta correta.** O aluno indica corretamente a representação gráfica dos dados da tabela, pois ao analisar as coordenadas apresentadas na tabela, reconhece que os valores das abscissas e ordenadas são representados no gráfico escolhido, tendo como coordenadas inicial e final: Inicial (0, 11) e final (11, 0).

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/ 9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: alguns métodos para resolver equações de 2º grau.

- Situação de Aprendizagem 7: grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos.

2. + Matemática - Coletânea de Atividades - Volume 3:

- Atividade 18: interdependência de grandezas, (p.66);

- Atividade 19: grandezas proporcionais, (p.69).

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 8 interdependência de grandezas:

. Parte 1: as contas de luz do Paulinho, (p.97);

. Parte 2: descobrindo a relação, (p.100);

. Parte 3: analisando a variação, (p.101).

- Atividade 9: grandezas proporcionais:

. Parte 1: analisando a variação, (p.113);

. Parte 2: analisando gráficos, (p.115);

. Parte 3: exercitando, (p.116);

. Parte 4: mais problemas, (p.116);

. Parte 5: experimentando para responder, (p.120).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 49: proporção inversa. (duração: 13’16”):

- Teleaula 74: deduzindo uma fórmula. (duração: 12’09”)

5. Revista:

- Nova Escola:

- Rosilene Anevan Fagundes: A professora de Pinhais, PR, orientou a turma de 8º ano na investigação da interdependência entre grandezas representadas por um tipo específico de função: acesso em: 22/02/2014.

- Artigo: Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico: acesso em: 19/02/2014.

6. Sites:

- Brasil Escola:

- Funções

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/funcoes.htm -

Acesso em 08/03/2014.

- Proporcionalidade entre grandezas

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/proporcionalidade-entre-grandezas.htm - Acesso em: 09/03/2014.

- Currículo +:

- As verdadeiras proporções do Homem Vitruviano

Disponível em:

http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/as-verdadeiras-proporcoes-do-homem-vitruviano/ - Acesso em: 09/03/2014.

- Geogebra on-line

Disponível em:

http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html - Acesso em 06/03/2014.

- Canal do Educador

Disponível em:

http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/analisando-graficos-tabelas.htm – Acesso em 06/03/2014.

Habilidade:

Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções de 1° grau.

Questão 12 – Objetiva

A tabela a seguir indica a variação da grandeza y em função da grandeza x.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	10	20	30	40	50	60	70

A relação entre x e y pode ser expressa algebricamente por

(A) $y = x$.

(B) $y = 10x$.

(C) $y = 30x$.

(D) $y = 70x$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, apresentada em outros contextos, como na ampliação de figuras e na semelhança de triângulos, a proporcionalidade agora está no foco das noções básicas sobre função, ou seja, pretende-se propor situações cuja finalidade é o desenvolvimento de ideias relativas às funções, por meio de situações envolvendo a proporcionalidade. Vale lembrar que o raciocínio proporcional ocupa lugar de destaque na aprendizagem matemática e, por essa razão, está presente em várias Situações de Aprendizagem relacionadas nos Cadernos. Para resolver os problemas propostos, os alunos deverão identificar a natureza da variação entre duas grandezas, reconhecendo que duas grandezas, x e y, são diretamente proporcionais, quando a razão entre seus valores correspondentes é constante: y/x = constante = k e escrever, portanto, que $y = kx$ (k é uma constante). Para a resolução de algumas situações, deve-se identificar a existência ou não de proporcionalidade, traduzindo-a por meio de uma relação algébrica – relação funcional – quando existir. Na caracterização dessa interdependência entre as duas grandezas, devemos identificar a que pode variar livremente, que será a variável independente, daquela que tem seu valor determinado pelo valor da outra, que será a variável dependente. Dessa forma, sendo x a variável independente, se a cada valor de x corresponder um único valor da variável dependente y, diremos então que y varia em função de x.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) y = x.	**Resposta incorreta.** O aluno não observa que a constante da proporcionalidade direta é igual a 10, provavelmente ele considerou k = 1.
(B) y = 10x.	**Resposta correta.** O aluno representa corretamente a relação entre "x" e "y", (constante da proporcionalidade direta, igual a 10).
(C) y = 30x.	**Resposta incorreta.** O aluno não representa corretamente a relação entre x e y. Não observa a relação de proporcionalidade direta entre a grandeza x e a grandeza y.
(D) y = 70x.	**Resposta incorreta.** O aluno não observa que a constante da proporcionalidade direta é igual a 10, provavelmente ele considera k = 70.

Algumas Referências:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ªsérie/ 9ºano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 7: grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos.

2. + Matemática - Coletânea de Atividades - Volume 3:

- Atividade 18: interdependência de grandezas, (p.66);
- Atividade 19: grandezas proporcionais, (p.69).

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 8 interdependência de grandezas:

. Parte 1: as contas de luz do Paulinho, (p.97);

. Parte 2: descobrindo a relação, (p.100);

. Parte 3: analisando a variação, (p.101).

- Atividade 9: grandezas proporcionais:

. Parte 1: analisando a variação, (p.113);

. Parte 2: analisando gráficos, (p.115);

. Parte 3: exercitando, (p.116);

. Parte 4: mais problemas, (p.116);

. Parte 5: experimentando para responder, (p.120).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 49: proporção inversa, (duração: 13’16”).

5. Revista:

- Nova Escola:
- Rosilene Anevan Fagundes: A professora de Pinhais, PR, orientou a turma de 8º ano na investigação da interdependência entre grandezas representadas por um tipo específico de função: acesso em: 22/02/2014.

6. Site:

- Brasil Escola:

Funções

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/funcoes.htm

Acesso em 08/03/2014.

Proporcionalidade entre grandezas

Disponível em:

http://www.brasilescola.com/matematica/proporcionalidade-entre-grandezas.htm - Acesso em: 09/03/2014.

- Currículo+:

As verdadeiras proporções do Homem Vitruviano

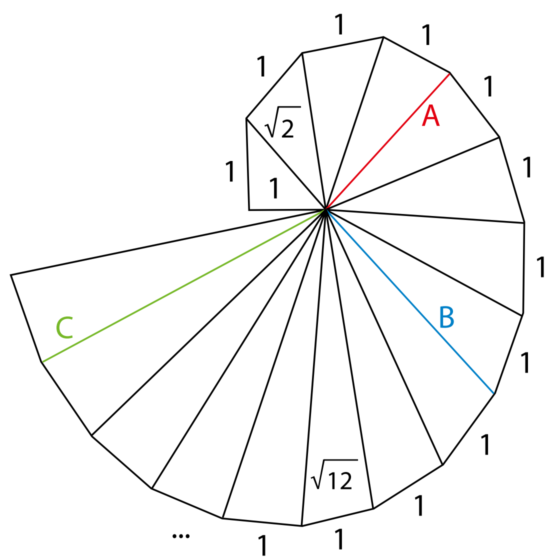
Disponível em: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/as-verdadeiras-proporcoes-do-homem-vitruviano/ - Acesso em: 09/03/2014.

Habilidade:

Saber realizar de modo significativo as operações de radiciação e de potenciação com números reais.

Questão 13 – Objetiva

A figura ao lado representa a construção de uma espiral, que se iniciou a partir do triângulo retângulo, cujos catetos medem 1 unidade e a hipotenusa mede $\sqrt{2}$ unidades. Repetindo-se essa construção, obtem-se a medida das hipotenusas representadas pelas letras: A, B e C, que valem:



(A) $A = \sqrt{4}$, $B = \sqrt{8}$ e $C = \sqrt{15}$.

(B) $A = \sqrt{5}$, $B = 3$ e $C = 4$.

(C) $A = \sqrt{4}$, $B = 3$ e $C = \sqrt{15}$.

(D) A = 2,5 , B = 4,5 e C = 7,5.

Dica: Para se obter a hipotenusa aplique o Teorema de Pitágoras

Sejam: h: hipotenusa, a, b os catetos, então temos que: $h^2 = a^2 + b^2$.

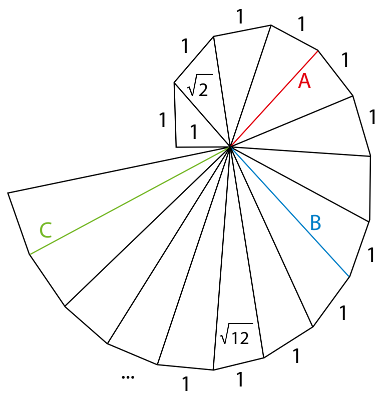
Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, esta questão retoma dois aspectos fundamentais: números e operações e de Geometria e medidas, referentes à aplicação dos conceitos de potenciação e radiciação e também da aplicação do Teorema de Pitágoras.

Além do contexto apresentado na questão, sugere-se a manipulação de esquadro e compasso para construir a espiral, de acordo com as indicações constantes na situação de aprendizagem 3 Caderno do Professor/Aluno, que apresenta atividades remetendo a construção geométrica e em especial a atividade 9, na qual o aluno pode construir a espiral retratada nesta questão.

Resolução

Observe a seguinte construção associada a uma espiral:



Verifica-se nesta construção a utilização do Teorema de Pitágoras, para obtenção da medida da hipotenusa, por exemplo: $h^2 = a^2 + b^2$, para $a = \sqrt{7}$, temos que $h^2 = (\sqrt{7})^2 + 1^2 \Rightarrow h^2 = 7 + 1 \Rightarrow h = \sqrt{8}$, utilizando este processo pode-se determinar as infinitas raízes quadradas a partir do triângulo retângulo cujos catetos de 1 unidade de medida. Este procedimento indica apenas a construção das raízes quadradas, mas nada revela sobre a questão das raízes com índices diferentes de dois.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $A = \sqrt{4}$, $B = \sqrt{8}$ e $C = \sqrt{15}$.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente, não utiliza o Teorema de Pitágoras, e apenas percebe a regularidade das medidas das hipotenusas, ou seja, infere que a hipotenusa do primeiro triângulo é 1 e considera a sequência: 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ...
(B) $A = \sqrt{5}$, $B = 3$ e $C = 4$.	**Resposta correta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno demonstra interpretar corretamente o enunciado e associa a resolução ao Teorema de Pitágoras, utilizando corretamente as regras de radiciação e potenciação.

(C) $A = \sqrt{4}$, $B = 3$ e $C = \sqrt{15}$.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente, não utiliza o Teorema de Pitágoras, e apenas percebe a regularidade existente entre os triângulos, ou seja, infere que a hipotenusa do primeiro triângulo é 1 e considera a sequência: 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ..., portanto nesta ordem nomeia para a hipotenusa A, o quarto triângulo, para a hipotenusa B, o oitavo triângulo e para a hipotenusa C, o décimo quinto triângulo.
(D) $A = 2{,}5$, $B = 4{,}5$ e $C = 7{,}5$.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno possivelmente, utiliza o Teorema de Pitágoras, porém ao extrair a raiz quadrada, não utiliza corretamente o conceito, fornecendo como resultado de uma raiz quadrada de um número a metade deste, pois deve ter pensado da seguinte maneira: Se $\sqrt{4} = 2$, então $\sqrt{9} = 4{,}5$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática - Ensino Fundamental - 8ª série/ 9º ano - Volume 1 - Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: aritmética, álgebra e geometria com a reta real.

2. Sites:

- Raízes quadradas e números reais - Khan Academy:
Disponível em:
http://www.fundacaolemann.org.br/khanportugues/matematica/aritmetica_e_pre_algebra/expoentes_radicais_e_notacoes_cientificas/raizes_quadradas_e_numeros_reais
Acesso em: 24/03/2014

- Desenho geométrico: uma ponte entre a álgebra e a geometria - Charles Georges J. L. Várhidy:
Disponível em: http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Produto_Charles.pdf.
Acesso em: 24/03/2014

- O número de ouro como instrumento de aprendizagem significativa no estudo dos números irracionais. Prof. Dra. Vera Clotilde Garcia, Acad. Fabiana Fattore Serres, Acad. Juliana Zys Magro e Acad. Taís Bruno de Azevedo:
Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/cultura_matematica_%20numero%20_%20ouro%20.pdf
Acesso em: 24/03/2014.

3. Vídeo:

- Raiz quadrada com régua e compasso:
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=DBQkIviCRZc
Acesso em: 24/03/2014

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Eliezer Pedroso da Rocha, Juvenal de Gouveia, Patrícia Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Equipe Curricular de Matemática CGEB/ CEFAF e PCNP das Diretorias de Ensino da SEE

Validação, Leitura Crítica
Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Ana Lúcia Nunes Urtado Silva, Arlete Aparecida de Oliveira Almeida, Azenaide Sousa da Silva, Cleonice da Silva Menegatto, Edson Basilio Amorim Filho, Fabiana C. Gonçalves Frank, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaço Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares da Silva, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Paula Pereira Guanais, Rebeca Moralles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente