



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

8º ano do Ensino Fundamental

Matemática

São Paulo
2º Bimestre de 2016
12ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, terão como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas na plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui, além das informações sistematizadas no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – e agora também incorporadas à Plataforma Foco Aprendizagem, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA – CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL-CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

8º Ano do Ensino Fundamental

Habilidades da Matriz de Avaliação Processual - Matemática 2º Bimestre

Questão	Gabarito	Habilidade	
		Código	Descrição
01 02	C B	MP06	Expressar algebricamente padrões observados em sequências.
03 04	C A	MP07	Reconhecer equivalências entre expressões algébricas.
05 06	D A	MP08	Realizar operações com polinômios.
07 08	B C	MP09	Relacionar a linguagem algébrica dos produtos notáveis à Geometria.
09 10	A D	MP10	Fatorar expressões algébricas.
11 12	D C	MP11	Resolver problemas geométricos aplicando a generalização de padrões.

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação - SARESP Foco Aprendizagem

Questão	Gabarito	Cód. Hab. Ano	Descrição da Habilidade
13	C	H06 7º Ano	Utilizar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.
14	D	H08 7º Ano	Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.
15	D	H30 7º Ano	Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.

Comentários e recomendações pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 2º Bimestre Letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de referência para a Avaliação – SARESP.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. (MP06) - Expressar algebricamente padrões observados em sequências.

A ideia principal, ao diagnosticar esta habilidade consiste em verificar a diversidade de representações, por meio da associação das sequências numéricas ao arranjo geométrico, arranjo este que poderá ser identificado pelo aluno de diferentes maneiras (por linhas, colunas, reagrupando e complementando padrões geométricos).

2. (MP07) - Reconhecer equivalências entre expressões algébricas.

Com base na diversidade de expressões literais nas quais podem ser obtidas de cada uma das sequências, o professor poderá trabalhar, por meio da ideia de equivalência, a generalização de algumas propriedades, como a distributiva no produto, a comutativa e a associativa, iniciadas no 7º Ano do Ensino Fundamental com os números naturais.

Desta forma, ao avaliar o desenvolvimento das habilidades relatadas acima, espera-se que o aluno tenha se familiarizado com a possibilidade de expressão de um movimento quantitativo por meio de uma fórmula ou uma expressão algébrica. Recuperando a noção de equivalência, cujo foco é a equivalência entre expressões literais, que representam a generalização de determinado padrão.

3. (MP08) - Realizar operações com polinômios.

O uso diversificado de linguagens, em particular da linguagem geométrica no caso dos produtos notáveis, assume papel importante na apropriação de significados no contexto da Álgebra.

4. (MP09) - Relacionar a linguagem algébrica dos produtos notáveis à Geometria.

A utilização de letras para representar as medidas dos lados de uma figura geométrica é um recurso importante na formação algébrica dos alunos. É o passo para a generalização de determinadas propriedades relacionadas ao perímetro ou à área dessas figuras.

O termo *notável* no estudo dos produtos notáveis, pode indicar tanto a importância desse conhecimento para o desenvolvimento de outras noções relativas às operações algébricas, à solução de equações e à demonstrações de fórmulas, quanto a possibilidade de ele ser “visualizado” rapidamente em vários contextos, apoiados em contextos geométricos.

Dessa forma, uma das expectativas que se coloca nesse processo de aprendizagem diz respeito a essa capacidade de atribuir significado aos produtos notáveis com base em uma interpretação geométrica.

5. (MP10) - Fatorar expressões algébricas.

Uma vez estabelecida a familiaridade com os produtos notáveis, o objetivo a ser tratado no desenvolvimento desta habilidade é consiste na operacionalização de uma expressão algébrica por meio de fatorações, simplificações e cancelamento, permitindo, de certa forma, uma generalização de procedimentos aplicados nos cálculos aritméticos.

Isto não implica em dizer que a resolução dessas expressões algébricas seja tratada profundamente, mas sim de atribuir significado aos importantes conceitos de valor numérico de um polinômio e de raiz de um polinômio, além de relacionar, desde o início, os casos de fatoração à resolução de equações.

Vale ressaltar que é importante tratar também da distinção entre as ideias de igualdade e identidade, o que representa um importante passo para a compreensão do uso de letras no sentido de incógnita e variável.

6. (MP11) - Resolver problemas geométricos aplicando a generalização de padrões.

O desenvolvimento desta habilidade propõe o uso da linguagem escrita e das linguagens aritmética, algébrica e geométrica, que aparecem de forma integrada. Problemas aritméticos e algébricos que normalmente são tratados em anos/séries posteriores, como o do número de diagonais de um polígono ou da soma dos n primeiros números ímpares são apresentados de forma simples para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao cálculo algébrico.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.¹

As habilidades do SARESP destacadas para esta avaliação são:

- ▶ **H06 (7º Ano) – Utilizar quantidades não inteiras que utilizam notação decimal.**

As operações com Polinômios, envolvendo coeficientes racionais na forma decimal só poderá ser realizada se o aluno souber utilizar quantidades não inteiras por meio de números decimais.

- ▶ **H08 (7º Ano) – Compreender a relação entre as representações fracionárias e decimal de um número.**

¹ Fonte: <http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br> – acesso: 27/11/2015

A relação entre essas duas formas de representar um número racional é importante em todo o percurso do aluno, inclusive no 8º ano, pois o aluno utilizará essas formas nas operações algébricas.

- ▶ **H30 (7º Ano) – Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.**

Os teoremas geométricos estudados no 8º ano, como o de Tales e de Pitágoras, estão relacionados ao conceito de razão. O de Tales pela proporção entre medidas de segmentos enquanto que o de Pitágoras pela demonstração de sua fórmula.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.

(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

1. Questões referentes às habilidades da Matriz de Avaliação Processual - CGEB

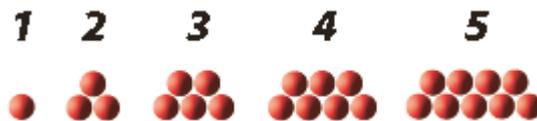
Habilidade

MP06 Expressar algebricamente padrões observados em sequências.

Questão 01

Médio

Observe a sequência de bolinhas



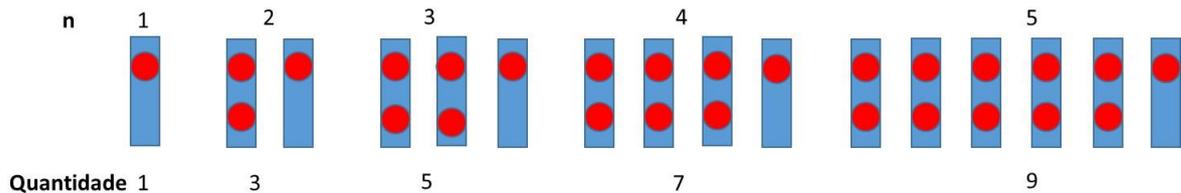
chame o número da figura de n

A fórmula que determina o total de bolinhas em função do número da figura é

- (A) $n + 1$
- (B) $n - 1$
- (C) $2n - 1$**
- (D) $2n + 1$

Resolução comentada

Para verificar a regularidade do padrão algébrico da figura, estabeleceremos a igualdade entre o número da figura e a quantidade de bolinhas em cada coluna, conforme mostra a figura a seguir:



Observando a figura acima, verificamos que se preenchermos a coluna que tem apenas uma bolinha com mais uma bolinha, podemos calcular o total de bolinhas multiplicando o número de colunas pelo de linhas subtraindo a bolinha adicional. Utilizando-se a linguagem algébrica, o total de bolinhas da figura n será $2n - 1$.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$n + 1$.	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta, o aluno não identificou o padrão de regularidade geométrico na figura, de tal forma que a figura posterior é sempre o dobro da anterior, ou seja $2n$, e escolheu aleatoriamente a resposta.
(B)	$n - 1$.	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta, o aluno não identificou o padrão de regularidade geométrico na figura, de tal forma que a figura posterior é sempre o dobro da anterior, ou seja $2n$, porém considerou a necessidade de subtrair uma unidade.
(C)	$2n - 1$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$2n + 1$.	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta, o aluno percebeu parcialmente o padrão geométrico da figura, de tal forma, que a figura posterior é sempre o dobro da figura anterior ou seja $2n$, porém não percebeu que ao invés de subtrair uma unidade desta, pensou na soma.

Habilidade

MP06 Expressar algebricamente padrões observados em sequências.

Questão 02

Fácil

A figura abaixo mostra uma sequência, em que a quantidade de bolinhas está em função de sua posição (n).

n	1	2	3	4
				

A fórmula que determina a quantidade de bolinhas em função de sua posição é

(A) n^3 .

(B) n^2 .

(C) $2n$.

(D) n^1 .

Resolução comentada

Neste caso fica evidente a existência da configuração retangular, proveniente da multiplicação da quantidade de bolinhas existentes nas linhas e colunas de cada figura. Como elas formam quadrados, a quantidade de linhas e colunas são as mesmas, então concluímos que a expressão algébrica que identifica a regularidade é n^2 .

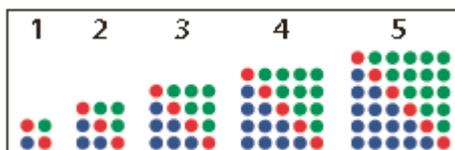
Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	n^3 .	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta, o aluno não identificou o padrão de regularidade na figura e escolheu aleatoriamente a resposta.
(B)	n^2 .	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	$2n$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno encontrou o raciocínio correto para resolver a questão, porém, não estabeleceu corretamente a expressão, confundindo a potenciação com a multiplicação.
(D)	n^1 .	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno obteve a resposta, fixando a sua resolução para $n=1$, não observando que esta consideração não é válida para outros valores de n .

Questão 03

Difícil

A quantidade de bolinhas verdes de cada figura da sequência é dada pela fórmula $\frac{n^2+n}{2}$, resultando na posição 1 uma bolinha verde, na posição 2 três bolinhas verdes e assim sucessivamente.

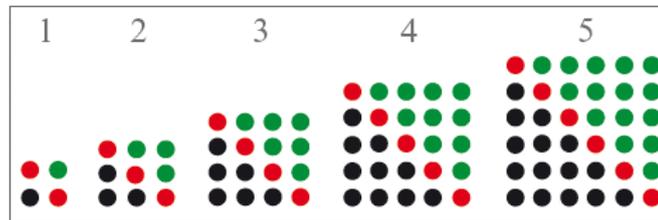


É possível também ter outra fórmula para determinar a quantidade de bolinhas verdes de cada figura da sequência. Qual das fórmulas abaixo é equivalente a fórmula dada?

- (A) $\frac{n^2 - n}{2}$
- (B) $\frac{n(n - 1)}{2}$
- (C) $\frac{n(n + 1)}{2}$
- (D) $\frac{(n + 1)}{2}$

Resolução comentada

De acordo com a figura:



Verificamos que:

- ▶ a cada diagonal representada pelas bolinhas vermelhas, possui uma bolinha a mais que o número da figura;
- ▶ acrescentar uma quantidade de bolinhas igual à que queremos contar em uma forma espelhada, com relação à diagonal, indicada na cor verde.

Portanto, temos quadrados de $n + 1$ colunas, formados pelos acréscimos das $n + 1$ bolinhas (diagonal) e da imagem espelhada de bolinhas que queremos contar.

Assim, o total de bolinhas n será dada por $\frac{(n+1)^2 - (n+1)}{2}$.

Utilizando as regras de cálculo algébrico, pode-se reescrever essa fórmula como:

$$\frac{n^2 + n}{2}, \text{ ou, } \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$\frac{n^2 - n}{2}$	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta, o aluno não compreendeu o enunciado e indicou aleatoriamente esta resposta.
(B)	$\frac{n(n - 1)}{2}$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno interpretou corretamente o enunciado, porém, enganou-se no sinal indicado na expressão algébrica dada no enunciado da questão.
(C)	$\frac{n(n + 1)}{2}$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$\frac{(n + 1)}{2}$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não domina a habilidade de fatoração de uma expressão algébrica.

Habilidade

MP07 Reconhecer equivalências entre expressões algébricas.

Questão 04

Fácil. A expressão algébrica $3x + 2 = -1$, pode ser escrita como:

(A) $3x = -3$

(B) $3x = 1$

(C) $5x = -1$

(D) $x = -3$

Resolução comentada

A expressão algébrica equivalente pode ser escrita de outra forma ao somar (- 2) aos membros da igualdade.

$$3x + 2 + (-2) = -1 + (-2) =$$

$$3x = -3$$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$3x = -3$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	$3x = 1$	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta o aluno realizou a operação $(+2) + (-1) = 1$.
(C)	$5x = -1$	Resposta incorreta. Ao indicar esta resposta o aluno realizou a soma: $3x + 2 = 5x$
(D)	$x = -3$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno verificou que somando (-2) em ambos os membros da igualdade, obtém-se uma expressão algébrica equivalente, e chegou no resultado $3x = -3$ e concluiu equivocadamente, que $x = -3$.

Habilidade

MP08 Realizar operações com polinômios.

Questão 05

Médio

O polinômio que expressa a soma entre $x^2 - 9x + 5$ e $7x$ é

(A) $8x^2 - 9x + 5$

(B) $x^2 + 5$

(C) $x^2 + 16x + 5$

(D) $x^2 - 2x + 5$

Resolução comentada

Esta questão tem como objetivo verificar se o aluno, assimilou o conceito do agrupamento de termos semelhantes na soma de um trinômio com um monômio.

Então, se agruparmos os termos semelhantes das expressões, temos que:

$$(x^2) + (-9x + 7x) + 5 = x^2 - 2x + 5$$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$8x^2 - 9x + 5$.	Resposta incorreta. O aluno não realizou corretamente as somas entre os respectivos termos dos polinômios apresentados.
(B)	$x^2 + 5$.	Resposta incorreta. O aluno considerou todos os termos acompanhados de x como sendo semelhantes entre si, realizando assim a soma entre eles.
(C)	$x^2 + 16x + 5$.	Resposta incorreta. O aluno reconhece a importância de efetuar operações apenas com os termos semelhantes dos polinômios apresentados, no entanto desconsidera o sinal negativo no polinômio $x^2 - 9x + 5$.
(D)	$x^2 - 2x + 5$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade

MP08 Realizar operações com polinômios.

Questão 06

Médio

Seja $a = 3x$; $b = y$ e $c = (x+y)$. O polinômio que representa o produto entre os termos dados é:

(A) $3x^2y + 3xy^2$

(B) $3x^2y - 3xy^2$

(C) $4x + 2y$

(D) $3x^2 - 2y^2$

Resolução comentada

Esta questão tem como objetivo verificar se o aluno, aplica corretamente a propriedade distributiva da multiplicação, relacionado ao produto de expressões algébricas que resultam em um polinômio.

Então, o produto $a \cdot b \cdot c$, será dado por:

$$a \cdot b \cdot c = 3x \cdot y \cdot (x + y) = 3x^2 \cdot y + 3x \cdot y^2$$

O resultado acima pode ser representado por uma outra expressão: $3xy \cdot (x + y)$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$3x^2y + 3xy^2$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	$3x^2y - 3xy^2$.	Resposta incorreta. O aluno realizou corretamente a multiplicação entre os respectivos termos dos polinômios apresentados, porém, comete erro ao não considerar que todos os fatores são positivos.
(C)	$4x + 2y$.	Resposta incorreta. O aluno pode não ter reconhecido o termo produto como sinônimo de multiplicação e adicionou os termos semelhantes.
(D)	$3x^2 - 2y^2$.	Resposta incorreta. O aluno reconheceu o termo produto como multiplicação, mas, no entanto, realizou somente o produto entre os termos semelhantes.

Habilidade

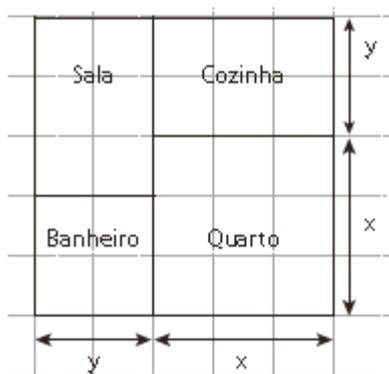
MP09 Relacionar a linguagem algébrica dos produtos notáveis à Geometria.

Questão 07

Difícil

A figura a seguir representa o projeto de uma casa.

A expressão algébrica que representa a soma da área da cozinha com a área da sala é:



Lembre-se da expressão que fornece a área de Quadrados e Retângulos.
 $A = b \cdot h$
 $b =$ medida da base
 $h =$ medida da altura

(A) $x^2 + y^2$

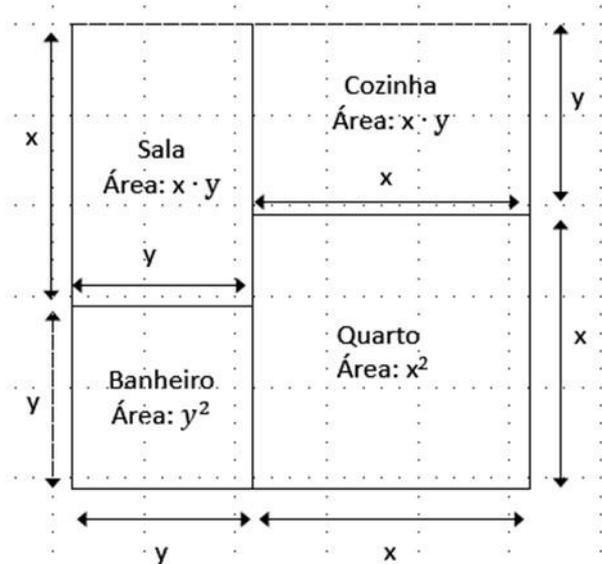
(B) $2xy$

(C) x^2y^2

(D) $x + y$

Resolução comentada

A linguagem algébrica permite escrever simbolicamente relações entre números. É interessante que haja o trabalho concomitantemente de produtos notáveis e fatoração, permitindo que o aluno calcule e represente algebricamente a área em questão, conforme segue:

$$2xy = xy + xy$$


Desta forma o uso de letras para representar as medidas dos lados de uma figura geométrica é um recurso importante na formação algébrica dos alunos. É o passo para a generalização de determinadas propriedades relacionadas ao perímetro ou à área dessas figuras.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$x^2 + y^2$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não interpretou corretamente o enunciado e não associou as áreas da figura com a respectiva expressão algébrica.
(B)	$2xy$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	x^2y^2 .	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calculou corretamente as áreas separadamente ($x \cdot y$), mas erra a soma dos termos semelhantes.
(D)	$x + y$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não interpretou corretamente o enunciado e não associou a expressão algébrica com as respectivas áreas da figura, demonstrando não ter consolidado a habilidade de cálculo área.

Habilidade

MP09 Relacionar a linguagem algébrica dos produtos notáveis à Geometria.

Questão 08

Fácil

A figura a seguir é composta por um quadrado (azul) de lado **a** e um retângulo (vermelho) de lados **a** e **b**.



Podemos representar algebricamente a área total dessa figura por

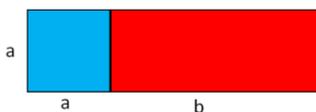
- (A) a^2 .
- (B) $4a + 2b$.
- (C) $(a+b) \cdot a$.
- (D) $a^2 + b^2$.

Resolução comentada

Esta questão tem como objetivo verificar se o aluno, aplica corretamente a noção de área de um retângulo, e expressar em linguagem algébrica.

Então:

De acordo com a figura apresentada



A área do retângulo será: $(a + b) \cdot a$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	a^2 .	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno apenas calculou a área do quadrado azul.
(B)	$4a + 2b$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calculou o perímetro da figura, mostrando que não assimilou o conceito de cálculo de áreas.
(C)	$(a + b) \cdot a$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$a^2 + b^2$.	Resposta incorreta. O aluno não compreendeu o enunciado da questão e concluiu que a área do retângulo é a soma dos quadrados das medidas apresentadas.

Questão 09

Difícil A forma fatorada do polinômio $c^2 - 2bc - a^2 + b^2$ é

(A) $(b - c + a)(b - c - a)$

(B) $(b - c + a)(b + c + a)$

(C) $(b - c)a^2$

(D) $(b + c + a)(b - c - a)$

Resolução comentada

Esta questão tem como objetivo verificar se o aluno, assimilou a escrita algébrica dos produtos notáveis, e assim expressá-los em forma de produto, ou seja, proceder a fatoração de uma expressão algébrica.

Seja a expressão dada: $c^2 - 2bc - a^2 + b^2$, nota-se que este polinômio pode ser reescrito da seguinte maneira: $c^2 - 2bc + b^2 - a^2$, fatorando o trinômio: $c^2 - 2bc + b^2$, temos que: $c^2 - 2bc + b^2 = (b - c)^2$, então temos que:

$$(b - c)^2 - a^2$$

A expressão acima, é uma diferença entre dois quadrados, que pode ser fatorada da seguinte maneira:

$$(b - c)^2 - a^2 = (b - c + a) \cdot (b - c - a)$$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$(b - c + a)(b - c - a)$	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B)	$(b - c + a)(b + c + a)$	<p>Resposta incorreta. O aluno não realizou corretamente as fatorações não verificando os produtos notáveis implícitos no polinômio.</p>
(C)	$(b - c)a^2$	<p>Resposta incorreta. O aluno realizou corretamente a primeira fatoração possível (quadrado da diferença), porém não considerou a importância da continuidade (produto da soma pela diferença) para chegar a fatoração completa do polinômio.</p>
(D)	$(b + c + a)(b - c - a)$	<p>Resposta incorreta. O aluno não realizou corretamente as fatorações não verificando os produtos notáveis implícitos no polinômio.</p>

Questão 10

Difícil A diferença dos quadrados de dois números é igual ao produto da soma pela diferença desses números. Sendo assim, a forma fatorada de $25x^2 - 81$ é

(A) $(5x + 9) - (5x - 9)$

(B) $(5x + 9)$

(C) $(5x - 9)$

(D) $(5x + 9) \cdot (5x - 9)$

Resolução comentada

De acordo com o exemplo, a forma fatorada do binômio $25x^2 - 81$ é equivalente a $(5x + 9) \cdot (5x - 9)$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$(5x + 9) - (5x - 9)$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno tenha compreendido o enunciado da questão, porém se confundiu na indicação da operação entre as duas raízes de cada monômio.
(B)	$(5x + 9)$	Resposta incorreta. O aluno indicou somente a soma das raízes dos monômios que representa somente um dos fatores que compõe a fatoração do binômio dado no enunciado da questão.
(C)	$(5x - 9)$	Resposta incorreta. O aluno indicou somente a soma das raízes dos monômios que representa somente um dos fatores que compõe a fatoração do binômio dado no enunciado da questão.
(D)	$(5x + 9) \cdot (5x - 9)$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

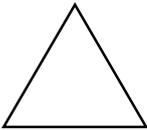
Habilidade

MP11 Resolver problemas geométricos aplicando a generalização de padrões.

Questão 11

Difícil

A figura abaixo apresenta 5 polígonos regulares convexos com a quantidade de lados (**n**) e de diagonais (**d**).

				
n=3	n=4	n=5	n=6	n=7
d=0	d=2	d=5	d=9	d=14

A expressão que permite calcular a quantidade de diagonais de um polígono convexo é

(A) $d = n - 2$

(B) $d = n - 3$

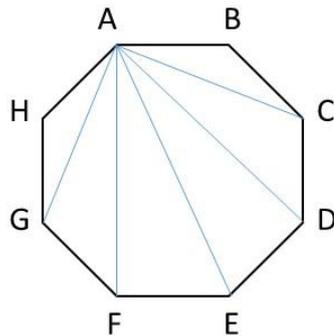
(C) $d = \frac{n - 3}{2}$

(D) $d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

Resolução comentada

Definimos diagonal de um polígono convexo como sendo o segmento de reta que une um vértice não consecutivo a outro. O número de diagonais de um polígono é proporcional ao número de lados.

No caso do número de diagonais do octógono convexo, em que $n=8$, temos:



Fixando-se um dos vértices deste polígono convexo, temos que, de cada vértice partem cinco diagonais. Nota-se que, $n - 3 = 5$

No caso do número de vértices de um hexágono convexo ($n = 6$), constataremos que existirão 3 diagonais partindo de cada vértice.

Portanto, o número de diagonais de cada vértice será expresso por $n - 3$.

Porém, uma diagonal é “contada” duas vezes ($\overline{AC} = \overline{CA}$, $\overline{DA} = \overline{AD}$,...), então sempre dividiremos o número de diagonais por dois.

Logo na fórmula, n indica o número de lados e $(n - 3)$ determina o número de diagonais que partem de um único vértice e a divisão por dois elimina a duplicidade de diagonais ocorridas em um polígono.

Assim, a fórmula geral que determina a quantidade de diagonais de um polígono

convexo qualquer será dada por: $d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$d = n - 2$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno fixou seu raciocínio de resolução na figura do quadrado, e constatou que esta fórmula fornece a quantidade de diagonais do quadrado.
(B)	$d = n - 3$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno, compreendeu o objetivo da questão e verificou corretamente nos polígonos de que a quantidade de diagonais de cada vértice é expressa por $(n - 3)$, porém não completa o raciocínio. Uma outra vertente, poderá associar esta fórmula para calcular a quantidade de “diagonais” do triângulo.
(C)	$d = \frac{n - 3}{2}$.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo da questão, identificando a quantidade de diagonais que partem de cada vértice e contando apenas uma, porém não considerou o produto desta razão pelo número de lados do polígono.
(D)	$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

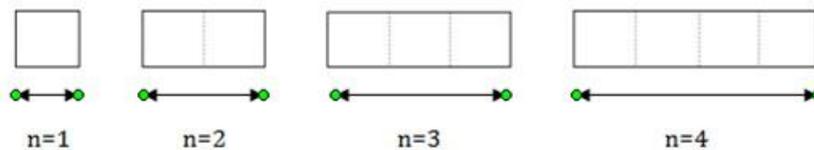
Habilidade

MP11 Resolver problemas geométricos aplicando a generalização de padrões.

Questão 12

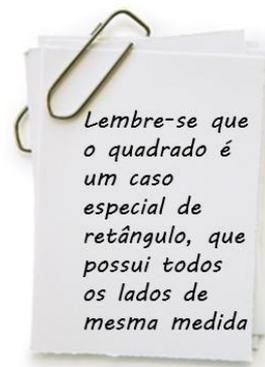
Médio

Considerando a sequência a seguir:



A expressão que permite calcular o perímetro (P) de um retângulo de comprimento n , será dada por:

- (A) $P = n + 1$.
- (B) $P = n$.
- (C) $P = 2 \cdot (n + 1)$.
- (D) $P = 4 \cdot n$.

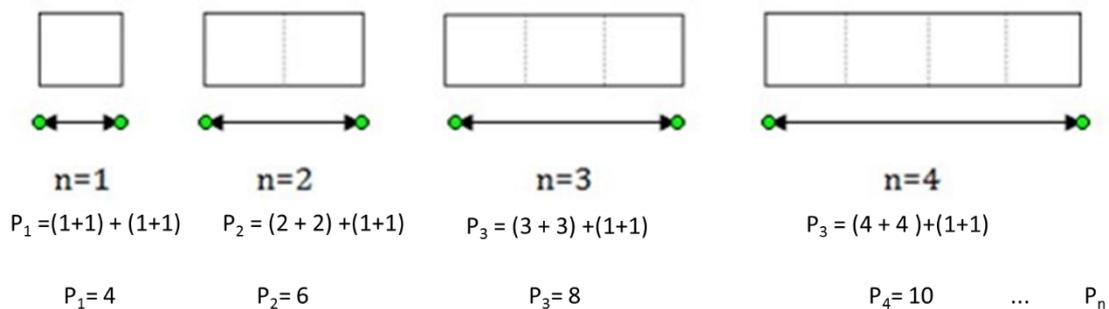


Resolução comentada

Em continuidade ao diagnóstico do desenvolvimento da habilidade, referente ao uso da generalização de padrões atrelados aos conceitos geométricos, esta questão, tem como objetivo, apresentar uma outra possibilidade de se abordar o conceito de perímetro.

Nesta questão, não é utilizada, a forma clássica de se abordar problemas deste conceito e sim, propor um estudo mais amplo, utilizando a generalização de padrões numéricos, através do cálculo do perímetro de retângulos, que possuem certas características, a saber: comprimentos distintos e largura fixa.

Desta forma, os perímetros dos diferentes retângulos, podem ser calculados, conforme mostra a figura a seguir:



$$P_n = n+n + (1+1) = 2n + 2 = 2 \cdot (n+1)$$

Portanto, a expressão que fornece o perímetro do retângulo de comprimento n , será dada por:

$$P = 2 \cdot (n+1)$$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$P = n + 1.$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e fixou apenas seu olhar na variação dos comprimentos nos retângulos apresentados na figura.
(B)	$P = n.$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e chegou à conclusão de que o perímetro é igual ao comprimento, ou seja, pode ter confundido a noção de área com a de perímetro.
(C)	$P = 2 \cdot (n + 1).$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$P = 4 \cdot n.$	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e fixou o procedimento, para a primeira figura, concluindo que o perímetro desta é 4, considerando-se que o comprimento deste retângulo é 1.

Questão 13

Médio (SARESP 2010)

Para fazer um suco, Lígia utilizou $\frac{3}{4}$ de uma garrafa de água, cuja capacidade é de 1 litro. A quantidade de água que Alice utilizou foi

(A) 0,25 L

(B) 0,34 L

(C) 0,75 L

(D) 3,4 L

Comentários

Os alunos mesmo nesta fase da escolaridade ainda apresentam dificuldades nesta representação. Desta forma, é importante analisar as respostas de seus alunos, pois muitos ainda necessitam desenvolver esta competência, sendo fundamental para sua formação básica e importante para os assuntos de Matemática dos anos subsequentes.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	0,25 L	Resposta incorreta. O aluno possivelmente erra ao relacionar uma fração com um número decimal. Tal falha indica que os alunos ainda não dominam completamente a ideia e acaba sendo levado a assinalar alternativas incorretas, por consistir em atrativas para o aluno. Ou ainda por inverter o resultado 0,75 e indicar somente 0,25 como sendo a resposta correta. Desta forma, é importante sondar quais os conhecimentos e os registros do aluno, para adotar as devidas intervenções.
(B)	0,34 L	Resposta incorreta. O aluno possivelmente erra ao relacionar uma fração com um número decimal composto pelos mesmos algarismos utilizados na fração.
(C)	0,75 L	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	3,4 L	Resposta incorreta. O aluno possivelmente erra ao relacionar uma fração com um número decimal composto pelos mesmos algarismos utilizados na fração, ou seja, não compreende o problema apresentado.

Questão 14

Médio (SARESP 2013)

Existem várias maneiras de se representar três décimos. Em forma de fração fica $\frac{3}{10}$, em porcentagem fica 30%. Na forma decimal fica

- (A) 0,1.
- (B) 0,2.
- (C) 0,25.
- (D) 0,3.**

Comentários

Os alunos mesmo nesta fase da escolaridade ainda apresentam dificuldades na representação fracionária e decimal de um número. Desta forma, é importante analisar as respostas de seus alunos, pois muitos podem necessitar desenvolver esta competência, sendo fundamental para sua formação básica e importante para os assuntos de Matemática dos anos subsequentes.

Segundo o Relatório Pedagógico do SARESP -2013, nos comentários referentes ao item, o autor justifica que a questão foi proposta sem a apresentação de alternativas que caracterizem erros comuns e desta forma, não induzir o aluno ao erro, e sim a indicação quase que direta da alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	0,1.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno ainda não concebe a correta transcrição entre as diferentes representações de um número, neste caso a transcrição da forma fracionária para a decimal.
(B)	0,2.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno ainda não concebe a correta transcrição entre as diferentes representações de um número, neste caso a transcrição da forma fracionária para a decimal.
(C)	0,25.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno ainda não concebe a correta transcrição entre as diferentes representações de um número, neste caso a transcrição da forma fracionária para a decimal.
(D)	0,3	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Questão 15

Fácil (SARESP 2013)

A maior parte da água doce existente no Brasil está na Amazônia. Na figura, a quantidade de copos com água representa a proporção de água doce na Amazônia e no restante do Brasil. Ou seja, **7** copos para a Amazônia e **3** para o resto do Brasil.

Considerando a água doce existente no Brasil, qual a porcentagem dela que está na Amazônia?



- (A) 7%.
- (B) 23,3%.
- (C) 30%.
- (D) 70%.**

Comentários

Frequentemente encontramos situações que exigem o conhecimento de números racionais, tanto na forma de frações, razões, decimais ou que envolvem os números racionais e proporções. Diante dessas considerações há necessidade de identificar as possíveis dificuldades dos alunos, pois muitos podem necessitar desenvolver esta competência, sendo fundamental para sua formação básica e importante para os assuntos de Matemática dos anos seguintes.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	7%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende a situação apresentada e indica essa alternativa por associar aos números indicados no texto.
(B)	23,3%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente dividiu 7 por 3 e incorretamente indica a alternativa B.
(C)	30%.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente inverte a proporção solicitada ou ainda não compreende o problema.
(D)	70%.	Resposta correta. Ao indicar essa resposta o aluno possivelmente compreende o conceito de razão e porcentagem.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenador: Olavo Nogueira Batista Filho

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim

Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido,

Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko

Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Ghisleine Trigo Silveira

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação

Profissional

Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material

Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, e

Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Adriana Santos Morgado, Antonia Zulmira da Silva, Cristina Aparecida da Silva, Edna

Marchi Alvarenga, Edson Basilio Amorim Filho, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro

Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José

Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro

Magni, Rosemeire Lepinski, Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo