GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

# COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

**8º ano do Ensino Fundamental**

**Prova de Matemática**

São Paulo
1º Semestre de 2014

**6ª Edição**

## Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

## Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nos dois segmentos (Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio) avaliados, as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades já desenvolvidas em períodos anteriores, seja no ano, ou no semestre letivo. Particularmente no 6º ano (5ª série) do EF foram utilizadas as expectativas de aprendizagens contidas na grade do 5º ano (4ª série) do EF.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

### Composição:

1. *Anos/séries participantes:*
   *6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;*
   *1ª a 3ª séries do Ensino Médio.*

2. *Composição das provas de Matemática:*
   *10 questões objetivas e algumas dissertativas.*

3. *Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   *– Currículo do Estado de São Paulo.*

4. *Banco de questões:*
   *– Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo.*

EQUIPE DE MATEMÁTICA

## MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

## 8º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

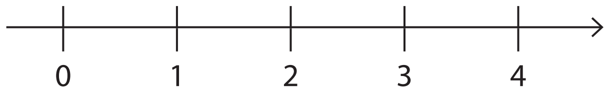
| Nº do item | Habilidades |
|---|---|
| 1 | Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com decimais. |
| 2 | Compreender o significado dos números negativos em situações concretas, bem como das operações com negativos. |
| 3 | Compreender a ideia de medida de um ângulo, sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos. |
| 4 | Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores. |
| 5 | Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia. |
| 6 | Saber realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números negativos. |
| 7 | Saber realizar operações de adição, subtração e multiplicação e divisão de frações, compreendendo o significado das operações realizadas. |
| 8 | Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores. |
| 9 | Saber resolver problemas variados envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais. |
| 10 | Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia. |
| 11 | Conhecer alguns procedimentos para a resolução de uma equação: equivalência e operação inversa. |
| 12 | Saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem algébrica. |
| 13 | Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com decimais. |

## Habilidade:

Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar inferências entre a representação fracionária e a representação decimal.

# Questão 01 – Teste

A fração $\frac{8}{3}$ está representada na reta numérica, no intervalo que fica entre:




(A) 0 e 1.

(B) 1 e 2.

**(C) 2 e 3.**

(D) 3 e 4.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Comparar números é uma das habilidades mais fundamentais da matemática, já que na maioria das situações reais usamos aproximações e estimativas. A comparação deve ser trabalhada desde as séries iniciais, iniciando-se com os naturais e, gradativamente, complementando com as frações, os números inteiros negativos, até se chegar aos irracionais.

Esta questão pretende verificar se o aluno entende o valor de um número representado na forma de fração e identifica sua localização na reta numérica. Espera-se que aluno saiba comparar uma fração imprópria com dois inteiros sucessivos.

Se o aluno entendeu que uma das ideias de fração é a divisão, ao efetuar a divisão de 8 por 3, ele verá que o resultado é 2 e sobra um resto, o que é suficiente para concluir que $\frac{8}{3}$ é um número maior do que 2, mas menor do que 3. Também é possível aprofundar a ideia e mostrar aos alunos que, como 8 está entre os múltiplos 6 e 9, isto é, $6 < 8 < 9$, se dividirmos cada um desses números por 3, a ordem é mantida – uma propriedade fundamental no aprendizado de inequações. Com isso, também é possível concluir que

$$2 = \frac{6}{3} < \frac{8}{3} < \frac{9}{3} = 3$$

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| (A) 0 e 1. | O aluno que assinalou essa alternativa possivelmente acredita que todas as frações representam números entre 0 e 1 e não percebeu que se o numerador é maior do que o denominador, a fração é maior do que 1. Esse aluno também não associa o conceito de fração à ideia de divisão. É importante que o professor resgate o conceito de fração, tanto a ideia de parte e todo quando a ideia de divisão. |
| (B) 1 e 2 | O aluno que assinalou essa alternativa possivelmente percebeu que a fração é imprópria e, portanto, o número é maior do que 1. Entretanto, ele não percebeu que $\frac{8}{3}$ é maior do que 2. |
| **(C) 2 e 3** | **Resposta correta.** O aluno que respondeu (c) soube relacionar a fração com a divisão de 8 por 3 e percebeu que o resultado é um número entre 2 e 3. |
| (D) 3 e 4 | O aluno que assinalou essa alternativa possivelmente percebeu que a fração é imprópria e, portanto, o número é maior do que 1. Entretanto, ele não percebeu que $\frac{8}{3}$ é menor do que 3. |

## Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série (6º ano) – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equivalência e operações com decimais.
2. Experiências Matemáticas – 5ª série (6º ano)
   - Atividade 16 – Representações;
   - Atividade 17 – Composição e decomposição de Números Racionais;
   - Atividade 18 – Estendendo o Sistema de Numeração Decimal.
   - Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 2 – Frações e decimais: um casamento de significado.
3. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   - Atividade 5 - Representação e ordenação.
4. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   - Laboratório 25 – Números decimais I

• Laboratório 29 – Números decimais II
• Laboratório 43 – Números decimais III

**Habilidades:**

Compreender o significado dos números negativos em situações concretas, bem como das operações com negativos.

## Questão 02 – Teste

Os alunos estão participando de uma brincadeira. Foram feitas casas numeradas, de –8 até 10, como na figura abaixo, e duas crianças de cada vez escolhem suas casas.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **–8** | –7 | –6 | –5 | –4 | –3 | **–2** | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Vitor | | | | | | | | | | | | | João | | | | | |

A professora sorteia um número inteiro. Se o número sorteado for positivo, o aluno sai da casa onde está e anda o número de casas correspondentes no sentido do crescimento. Se o número sorteado for negativo, o aluno anda o número de casas correspondentes no sentido de decrescimento.

Vitor está na casa –8 e João está na casa 5. Eles precisam chegar até a casa –2 para ganhar um ponto. Os números que Vitor e João precisam tirar são, respectivamente,

**(A) +6 e –7.**

(B) –6 e +7.

(C) –7 e +6.

(D) +7 e +6.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Números inteiros são um tópico essencial da educação de um futuro cidadão. A compreensão da ordem do conjunto dos números inteiros, bem como o funcionamento das operações com esses números é necessária e indispensável.

Nesta questão, cuja ideia é muito simples, o aluno deverá ter compreendido que, se adicionamos um número positivo a outro número (qualquer), o resultado estará à direita desse número, ou seja, será um número maior, e se adicionarmos um número negativo, o resultado estará à esquerda.

O aluno que compreendeu que se o número sorteado for positivo, anda-se para a direita e se for negativo, para a esquerda, irá perceber que Vitor precisa tirar um número positivo no sorteio, já que –2 está à direita de –8. Como são

6 casas, Vitor precisa que o número sorteado seja +6. Raciocinando de modo análogo, conclui-se que João deve torcer por um número negativo, a saber, –7.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| **(A) +6 e –7** | **Resposta correta.** O aluno compreendeu o texto longo e soube calcular o número de casas e o sinal do número a ser somado em cada caso, observando o sentido de crescimento dos números. |
| (B) –6 e +7 | Esta alternativa indica que o aluno conseguiu identificar o número de casas que cada personagem precisa andar, mas não reconheceu o sentido de crescimento e de decrescimento dos números inteiros. É importante que o professor retome as ideias de ordem e de adição de números inteiros. |
| (C) –7 e +6 | É possível que o aluno tenha resolvido corretamente o problema, mas não tenha prestado atenção na ordem em que deveria dar a resposta. A palavra "respectivamente" pode não ser familiar aos estudantes, mas ela deve fazer parte do repertório desse nível de escolaridade. O professor deve enfatizar a importância de se prestar atenção em cada detalhe da pergunta formulada para evitar erros de falta de atenção. Entretanto, o professor deve considerar também a possibilidade do aluno ter errado tanto o número de casas bem como o sentido. Nesse caso, ele possivelmente não compreendeu o problema e/ou não sabe adição com inteiros. |
| (D) +7 e +6 | O aluno que marcou esta alternativa possivelmente não compreendeu o problema e talvez não entenda a importante relação entre adicionar um número positivo e "andar" para a direita, adicionar negativo e "andar" para a esquerda, tendo apenas contado a quantidade de casas entre cada casa em questão. |

## Algumas referências

1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   - Atividade 4: Que números são os inteiros?
   - Atividade 5: Representação e ordenação. Parte 1: Os caminhos de Marcelo.
   - Atividade 14: Operações com números racionais.
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 1.
   - Situação de Aprendizagem 4 – Números negativos: desvendando as regras de sinais.
3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   - Laboratório 35 – Construção geométrica dos números inteiros
   - Laboratório 36 – Jogo dos números inteiros
   - Laboratório 39 – Ábaco dos números inteiros

## Habilidade:

Compreender a ideia de medida de um ângulo, sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.

## Questão 03 – Teste

Indique qual objeto **não** apresenta nenhum ângulo de 90°.

| | |
|---|---|
| (A)  | (B)  |
| (C)  | **(D)**  |

## Comentários e recomendações pedagógicas

O primeiro passo para operar significativamente com medidas de ângulos é o reconhecimento visual de alguns ângulos especiais, tais como o ângulo reto. É difícil encontrar objetos que não apresentam nenhum ângulo reto. Os ângulos retos podem ser observados em nossas casas, na escola, pelas cidades e em vários objetos da sala de aula, no canto da lousa, nas janelas e portas, nos cantos dos cadernos e livros etc. Desafiar o aluno a encontrar ângulos não retos pode ser interessante para que ele desenvolva a ideia correta desse ângulo especial.

Para se ter certeza de que um ângulo é reto, uma possibilidade é conferir sua medida com o uso de um transferidor – identificando-o com a medida de 90º. Nesta questão, o objetivo é tão somente o de verificar o reconhecimento visual de ângulos retos e sua associação com a medida 90º, sem que seja necessário medir.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| (A) janela | Todos os cantos da janela formam ângulos retos. Se o aluno respondeu ((A) ou ele não formou a ideia do que seja um ângulo reto, ou ele não prestou atenção à pergunta. O professor deve tentar compreender o que levou o aluno ao erro para que possa interferir apropriadamente. |
| (B) livros | Para esta alternativa consideramos o mesmo comentário apresentado anteriormente, na alternativa A. |
| (C) cadeira | A cadeira da figura apresenta vários ângulos retos. Por exemplo, os ângulos formados pelas barras horizontais que ligam as pernas. |
| **(D) bola de futebol** | **Resposta correta.** Imaginando que a bola é aproximadamente um poliedro, este é o único objeto em que não se observa nenhum ângulo reto. As faces pretas têm a forma de hexágonos regulares e as brancas, de pentágonos regulares. Todos os ângulos dessas faces são obtusos. |

## Algumas referências


1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   • Atividade 2: Circunferência e ângulos.
   • Atividade 6: Medindo Ângulos. Parte 1: O ângulo reto.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 2.
   • Situação de Aprendizagem 1 – A geometria dos ângulos.

3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 28 – Ângulos I
   • Laboratório 30 – Ângulos II

4. *O conceito de ângulo e o ensino de geometria,* Maria Ignez de S.V. Diniz e Kática C. S. Smole, CAEM.

**Habilidade:**

Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores.

## Questão 04 – Teste

Em uma festa há 40 pessoas e sabe-se que a razão entre o número de mulheres e o número de homens é $\frac{3}{5}$. Então, o número de mulheres na festa é

**(A) 15.**

(B) 20.

(C) 24.

(D) 25.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Para se ter sucesso no aprendizado em Matemática, os conceitos de razão e proporção precisam estar muito claros para os alunos. São muitos os exemplos que podem ser trabalhados em aula sobre grandezas que crescem proporcionalmente, de modo que a ideia se torne clara para o aluno. Também é importante mostrar que nem tudo é proporcional, o que também pode causar problema no aprendizado.

Esta questão apresenta uma dificuldade um pouco maior, já que foi dado o total de pessoas e a razão entre o número de mulheres e o número de homens, e não a razão entre o número de mulheres e o total de pessoas.

O aluno precisa procurar dois números que estejam na razão 3/5 e que, somados, resultem em 40. Logicamente, ele pode perceber que, em vez de "resolver" a questão, pode testar as alternativas, observando qual delas satisfaz esses dois critérios. Essa estratégia deve ser valorizada, mas o professor deve problematizar a questão, propondo outras semelhantes, porém abertas.

### Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| **(A) 15** | **Resposta correta.** O aluno que respondeu 15 compreende bem a ideia de razão. O professor pode complementar e confirmar o acerto mostrando que se o número de mulheres é 15, o número de homens é 40 – 15 = 25, e que $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$. |

| | |
|---|---|
| (B) 20 | 20 mulheres correspondem à metade do total de pessoas na festa. A razão entre o número de mulheres e o número de homens, nesse caso, seria 1 e não a fração dada. Possivelmente o aluno não entendeu o significado da razão. |
| (C) 24 | Provavelmente o aluno que respondeu 24 entendeu, equivocadamente, que foi dada a razão entre o número de mulheres e o total de pessoas na festa e não entre o número de mulheres e o número de homens. |
| (D) 25 | Este é o numero de homens na festa. É possível que o aluno tenha se confundido na hora de responder à pergunta. |

**Algumas referências**

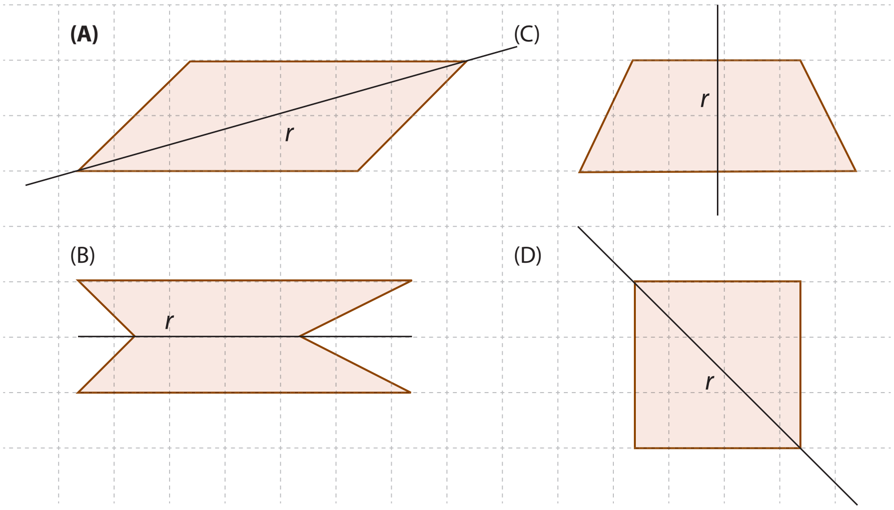
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 3.
   • Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.
   • Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 4.
   • Situação de Aprendizagem 4 – Proporcionalidade, equações e regra de três.
3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 60 – Proporcionalidade

## Habilidade:

Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia.

# Questão 05 – Teste

A reta *r* **não** é um eixo de simetria apenas em



## Comentários e recomendações pedagógicas

A Geometria é um dos conhecimentos mais fundamentais da humanidade. Ela pode ser ensinada de forma divertida, mas também profunda e marcante, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, de modo a preparar o aluno para a compreensão de fenômenos tais como simetrias e regularidades e para estudos futuros.

As simetrias aparecem em diversas formas naturais e também nas construções humanas. É um conceito tanto matemático quanto estético, porém, é na Matemática que podem ser caracterizadas, de modo preciso, as propriedades e as formas de obtenção de simetrias. As simetrias axiais são aquelas onde pontos, objetos ou partes de objetos são a imagem espelhada um do outro em relação à reta dada, chamada eixo de simetria. O eixo de simetria é a mediatriz do segmento que une os pontos correspondentes.

O reconhecimento visual é o primeiro estágio do estudo das simetrias, assim como as construções intuitivas, tantas vezes exploradas nas aulas de artes, com recortes ou pinturas em papeis dobrados que, quanto abertos, revelam desde simetrias axiais simples quanto outras mais complexas.

É o reconhecimento visual que esta questão pretende avaliar.

### Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| **(A)** | **Resposta correta.** De fato, a reta r não é um eixo de simetria do paralelogramo representado.<br><br>Caso os alunos tenham dificuldade de visualizar isso, é possível fazer verificações experimentais. Dobrando o papel pela reta r, verifica-se (pela sombra no avesso do papel) que as duas metades da figura não coincidem. Com o auxílio de um espelhinho plano posicionado em cima da reta r, pode-se verificar que a reflexão de uma das metades em torno de r não produz o paralelogramo original. |
| (B) | Se o aluno assinalou esta alternativa, talvez esteja condicionado a avaliar a simetria de uma figura com base apenas em um eixo vertical. A figura do item b, de fato, não é simétrica em relação a um eixo vertical, mas o é em relação à reta r horizontal, que era o que deveria ser levado em consideração. |
| (C) | Aqui, também pode-se dizer que o aluno toma como ponto de partida o eixo horizontal para verificar a simetria, o que não é verdade, a figura se torna simétrica quando analisada a partir do eixo vertical. |
| (D) | O aluno que escolheu esta alternativa talvez tenha ficado em dúvida sobre assinalar (A) ou d). Pode ser que associe eixos de simetria apenas com retas verticais ou horizontais. |

**Algumas referências**

1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   • Atividade 29: Bissetriz – Parte 1: Eixo de simetria de um ângulo.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 2.
   • Situação de Aprendizagem 2 – Refletindo e girando com simetria.

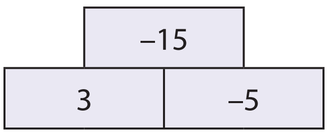
3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 40 – Simetria

**Habilidade:**

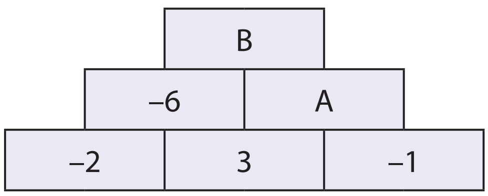
Saber realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números negativos.

## Questão 06 – Teste

Observe na figura abaixo: o número que fica em cima é o produto dos dois números que estão nos quadrinhos de baixo.




Vamos agora construir uma torre mais alta, mas valendo a mesma regra: cada número é o produto dos dois que estão nos quadrinhos que ficam abaixo dele.




Sendo assim, os valores de A e de B são, respectivamente,

**(A) –3 e 18.**

(B) –3 e –18.

(C) 3 e –18.

(D) 3 e 18.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Esta questão explora a multiplicação de números inteiros, que envolve uma problemática referente ao sinal do produto. Por esse motivo, as alternativas apresentam os mesmos valores absolutos, diferindo apenas no sinal – é isso que se pretende avaliar.

Muitas vezes, o ensino desse tópico se vale de ideias *não matemáticas* para que o aluno memorize a chamada regra de sinais. É o caso, por exemplo, de falas como "o amigo (+) do meu amigo (+) é meu amigo (+), o inimigo (-) do meu inimigo (-) é meu amigo (+)..." ou similares. Também é comum que se sugira que o aluno memorize a regra "mais com mais, dá mais; menos com mais, dá menos..." etc. Essas estratégias de ensino – usadas de modo isolado – não dão conta de explicar o sentido matemático da regra de sinais e podem causar diversos equívocos. Por exemplo, é comum que o aluno tente generalizar essas regras para outras operações que não sejam a multiplicação, concluindo, por exemplo, que (-3)+ (-7) = 10, pois, afinal, "mais com mais, dá mais".

Mais vale apoiar o aprendizado desse tópico em ideias matemáticas que, de fato, expliquem o significado da regra de sinais. Uma das possibilidades é usar a *ideia de regularidade*. Veja como essa ideia pode explicar que um número negativo multiplicado por um positivo resulte em produto negativo:

+3 +3 +3 +3 +3 +3

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| -3 x 3 = -9 | -2 x 3 = -6 | -1 x 3 = -3 | 0 x 3 = 0 | 1 x 3 = 3 | 2 x 3 = 6 | 3 x 3 = 9 |

-3 -3 -3 -3 -3 -3

A partir disso, também se pode, da mesma forma, explicar porque um negativo multiplicado por outro negativo resulta em positivo:

-4 -4 -4 -4 -4 -4

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| -3 x (-4) = 12 | -2 x (-4) = 8 | -1 x (-4) = -4 | 0 x (-4) = 0 | 1 x (-4) = 4 | 2 x (-4) = 8 | 3 x (-4) = 12 |

+4 +4 +4 +4 +4 +4

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| **(A) –3 e 18** | **Resposta correta.** O aluno multiplicou corretamente um número positivo e um negativo para obter o valor de A e dois negativos para obter B. |
| (B) –3 e –18 | O aluno acertou o primeiro produto, mas se equivocou no segundo. O professor precisa verificar se foi apenas uma distração ou se o aluno ainda não domina a regra de sinais. |
| (C) 3 e –18 | Neste caso, o aluno errou o sinal de A. Com isso, o sinal de B também fica errado, mas esse erro é coerente com o resultado anterior. |

| | |
|---|---|
| (D) 3 e 18 | O aluno que respondeu (D) fez apenas o produto dos valores absolutos dos números e não levou em conta a regra de sinais. Este aluno precisa de atenção especial, pois não percebeu a relevância dos sinais. |

**Algumas referências**

1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   - Atividade 14: Operações com números racionais.
   - Atividade 9: Multiplicando e dividindo.
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume
   - Situação de Aprendizagem 4 – Números negativos: desvendando as regras de sinais.
3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   - Laboratório 35 – Construção geométrica dos números inteiros
   - Laboratório 36 – Jogo dos números inteiros
   - Laboratório 39 – Ábaco dos números inteiros

**Habilidade:**

Saber realizar operações de adição, subtração e multiplicação e divisão de frações, compreendendo o significado das operações realizadas.

# Questão 07 – Teste

À tarde, Clarice comeu 1/3 *de um* chocolate e, à noite, comeu 1/2 *do que havia sobrado*. Depois disso, a fração que restou do chocolate foi

(A) 1/6.

**(B) 1/3.**

(C) 2/3.

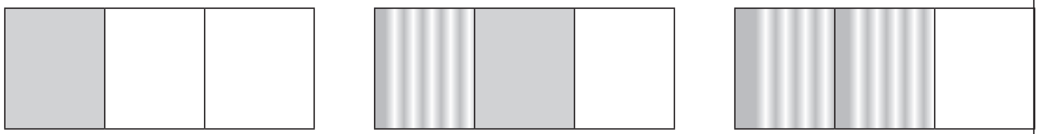
(D) 5/6.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Essa questão explora a subtração e a multiplicação de frações. De fato, se Clarice comeu 1/3 do chocolate, sobraram 2/3 do mesmo. Depois, comeu 1/2 de 2/3 do chocolate, o que equivale a multiplicar 1/2 por 2/3, obtendo 1/3. Então, no total, Clarice comeu 2/3 do chocolate: 1/3 à tarde e 1/3 à noite. Portanto, sobrou 1/3 do chocolate.

Esse problema pode ser mais facilmente resolvido com o auxílio de um esquema ou desenho:

À tarde, Clarice come $\frac{1}{3}$ do chocolate | À noite, come $\frac{1}{2}$ do que sobrou | Sobra $\frac{1}{3}$ do chocolate



Desse modo, é possível que o aluno resolva o problema, demonstrando um conhecimento intuitivo do significado das operações de subtração e multiplicação de frações, sem que, contudo, tenha sistematizado o procedimento de cálculo relativo às operações utilizadas.

É interessante que o professor verifique como o aluno tentou resolver o problema, buscando conectar o procedimento a figuras que representem seu significado.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| (A) 1/6 | Esta alternativa pode indicar que o aluno simplesmente multiplicou os dois números que constam no enunciado, sem que houvesse compreensão da estrutura do problema. Outra possibilidade é que tenha somado 1/3 e 1/2, obtendo 5/6, de onde concluiu que sobrou 1/6. Nesse caso, o aluno não percebeu que devia considerar 1/2 de 2/3 do chocolate, em vez de apenas 1/2 do chocolate. |
| **(B) 1/3** | **Resposta correta.** É interessante que o professor investigue como o aluno pensou, enriquecendo sua compreensão do problema ao mostrar outras possíveis abordagens. |
| (C) 2/3 | É possível que o aluno que assinalou esta alternativa tenha interpretado o problema de modo equivocado, respondendo qual fração do chocolate foi consumida, em vez de qual fração restou. |
| (D) 5/6 | Esta alternativa pode revelar uma mistura dos erros apontados nas alternativas (A) e (C). |

## Algumas referências

Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
• Atividade 14: Operações com números racionais.

Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 1
• Situação de Aprendizagem 3 – Multiplicação e divisão com frações.

*Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.

• Laboratório 21 – Adição e subtração de frações

## Habilidade:

Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores.

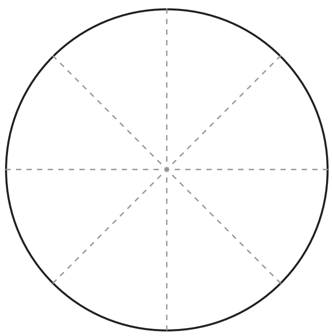
## Questão 08 – Aberta

Na turma de Juliana há 24 alunos e ela fez uma pesquisa para saber o esporte preferido de cada um. O resultado foi o seguinte:

| ESPORTE PREFERIDO | Nº DE ALUNOS |
|---|---|
| Futebol | 12 |
| Basquete | 6 |
| Ciclismo | 3 |
| Natação | 3 |

Usando o círculo desenhado abaixo, construa um gráfico de setores para representar a pesquisa feita por Juliana. (Dica: se você não tiver um transferidor, aproveite que o círculo está dividido em oito partes iguais por meio das linhas tracejadas.)

**ESPORTE PREFERIDO NA TURMA DA JULIANA**



## Comentários e recomendações pedagógicas

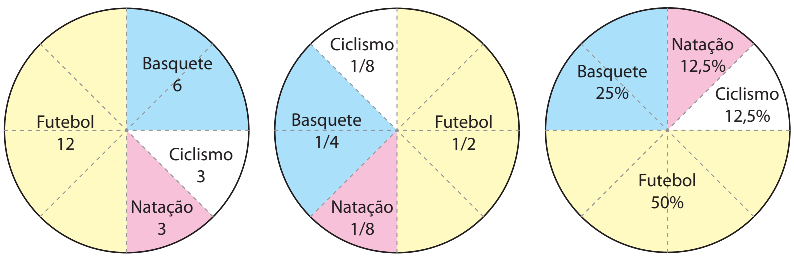
A Proposta Curricular do Estado de São Paulo sugere que se use como um dos contextos de aplicação da noção de proporcionalidade a construção de gráfico de setores, unindo, assim, de modo significativo, dois eixos diferentes do currículo. Esta questão se aproveita dessa sugestão.

Esta questão demanda que aluno tenha certa familiaridade com os gráficos de setores e com certos ângulos que representam frações especiais de uma volta (metade, um quarto e um oitavo de volt(A). É necessário que o aluno perceba que a divisão do círculo deve ser proporcional ao número de alunos que prefere cada esporte. Aqueles que preferem futebol representam 1/2 da turma, os que preferem basquete representam 1/4 e os que preferem ciclismo representam 1/8 da turma, assim como os que preferem natação. Assim, o círculo precisa ser dividido em setores que correspondam a essas frações de 360°: 180°, 90°, 45° e 45°.

O aluno provavelmente escreverá dentro de cada setor o número absoluto de alunos que preferem tal esporte ou o número relativo, em forma fracionária ou percentual. Todas essas variações são fonte de informação e diagnóstico para o professor.

## Grade de correção

<table>
<tr>
<td>Respostas corretas</td>
<td>
O aluno pode ter representado de maneiras distintas o número de alunos que prefere cada esporte, usando números absolutos, frações ou porcentagens.




Pode ser ainda que tenha sentido necessidade de colocar os valores dos ângulos em cada setor.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Respostas parcialmente corretas</td>
<td>O aluno pode ter dividido o círculo corretamente, mas pode não ter indicado a que se refere cada setor ou qual o número de alunos (ou fração, ou percentual) que se enquadram naquele setor.</td>
</tr>
<tr>
<td>Respostas incorretas</td>
<td>
O aluno pode ter dividido o círculo aleatoriamente em partes que mantenham apenas a relação de ordem com a tabela: um pedaço maior para o futebol, o segundo maior para o basquete e os menores para natação e ciclismo. Pode, assim, desconhecer que deve haver proporcionalidade entre os ângulos dos setores e os valores da variável que se pretende representar.

Outros possíveis erros devem ter sua origem investigada pelo professor.
</td>
</tr>
</table>

**Algumas referências**

1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   • Atividade 2: Circunferência e ângulos. Parte 3 e Parte 5

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 2
   • Situação de aprendizagem 1 – A geometria dos ângulos.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 3
   • Situação de aprendizagem 4 – Gráfico de setores e proporcionalidade.

4. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª serie (7º ano) – Volume 4
   • Situação de aprendizagem 4 – Proporcionalidade, equações e a regra de três.

**Habilidade:**

Saber resolver problemas variados envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.

## Questão 09 – Teste

Para produzir 32 queijos, um fazendeiro utiliza 48 litros de leite. Então, para produzir 40 queijos, a quantidade de litros de leite que ele deve utilizar é

(A) 27.

(B) 38.

(C) 56.

**(D) 60.**

## Comentários e recomendações pedagógicas

O aluno poderá resolver o problema acima desde que identifique a proporcionalidade direta entre a quantidade de queijos e a quantidade de leite e tenha uma ideia clara do que significa essa proporcionalidade. Analisando a razão entre a quantidade de queijos e a quantidade de leite em litros, chega-se à conclusão de que, para cada 2 queijos, o fazendeiro usa 3 litros de leite. Ou ainda que, para cada queijo, ele usa 1,5 litro de leite.

$$\frac{32}{48} = \frac{2}{3} = \frac{1}{1{,}5}.$$

Assim, pode-se concluir que, para fazer 40 queijos, deve usar 20x3 ou 40x1,5 litros de leite, o que resulta em 60 litros.

A chamada regra de três é uma importante ferramenta prática para a resolução de problemas envolvendo proporcionalidade direta ou inversa e representa uma mecanização do raciocínio relativo a esse tipo de problema. Quando estimulado precocemente, entretanto, o uso da regra de três pode fazer com que o aluno perca contato com o raciocínio proporcional, mecanizando o que ainda não havia sedimentado. Isso pode dar origem aos mais diversos tipos de erro.

Caso seja usada a regra de três, a resolução poderá exigir o uso de uma equação:

$$\mathbf{\frac{32}{48} = \frac{40}{\boldsymbol{x}}}$$

$$\mathbf{\frac{2}{3} = \frac{40}{\boldsymbol{x}}}$$

$$\mathbf{2\boldsymbol{x} = 120}$$

$$\mathbf{\boldsymbol{x} = 60}$$

Existem diversas variações possíveis na resolução por regra de três, dentre as quais está aquela em que o aluno não monta a igualdade entre as razões, mas parte de uma tabela (ou esquema similar) diretamente para a multiplicação em cruz. Nesse caso, é importante notar que deverá fazer $32x = 40 \cdot 48$, operando com números maiores, o que aumenta a chance de erros de cálculo.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| (A) 27 | Se o aluno trocou a ordem nas razões na regra de três, pode ter montado a equação $48x = 32 \cdot 40$. Dessa equação, resulta uma solução próxima de 27. |
| (B) 38 | Trocando a ordem das razões de uma outra forma na regra de três, o aluno pode ter montado a equação $40x = 32 \cdot 48$, de onde resulta uma solução próxima de 38. Tanto nesse caso como no caso anterior, é importante que o professor mostre aos alunos outra forma de resolver o problema sem ser pela regra de três, para que possam compreender o processo e ter mecanismos de controle para avaliar suas respostas. |
| (C) 56 | Esta alternativa pode indicar que o aluno verificou que $40 = 32 + 8$ e, portanto, acrescentou 8 também à quantidade de litros de leite. Nesse caso, o aluno está demonstrando desconhecimento do que é que caracteriza a proporcionalidade, a razão constante entre as duas variáveis. Ou pode ser que não compreenda corretamente o contexto em que o problema foi dado. Em qualquer um dos casos, a intervenção do professor será muito importante. |

| | |
|---|---|
| **(D) 60** | **Resposta correta.** Possivelmente o aluno identificou a proporcionalidade direta entre as variáveis e resolveu corretamente o problema, com a aplicação da regra de três ou simplesmente raciocinando proporcionalmente. |

**Algumas referências**

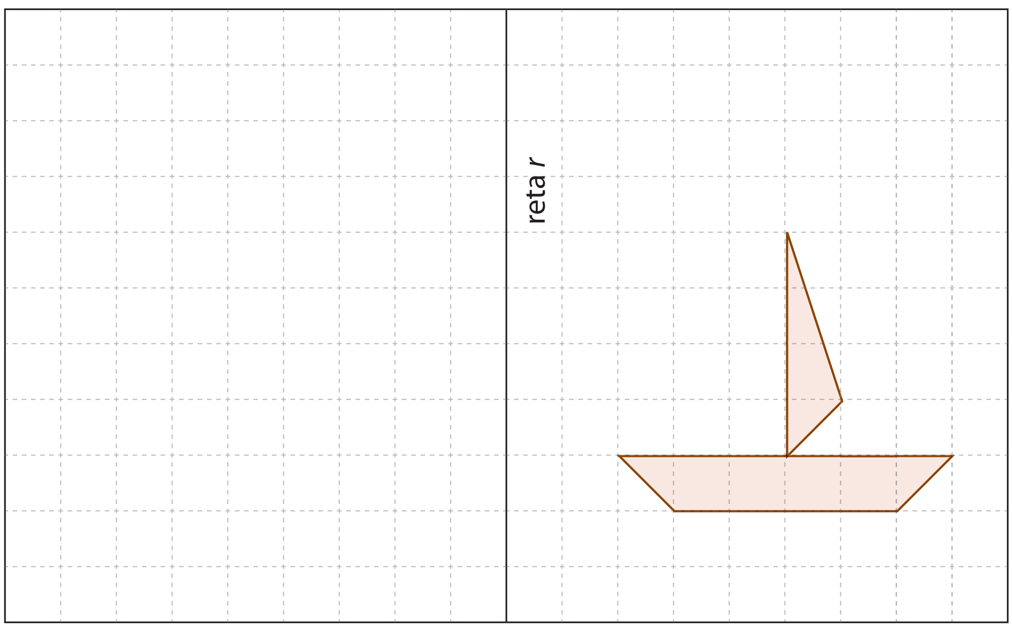
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 3.
   • Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.
   • Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 4.
   • Situação de Aprendizagem 4 – Proporcionalidade, equações e regra de três.
3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 60 – Proporcionalidade

**Habilidade:**

Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia.

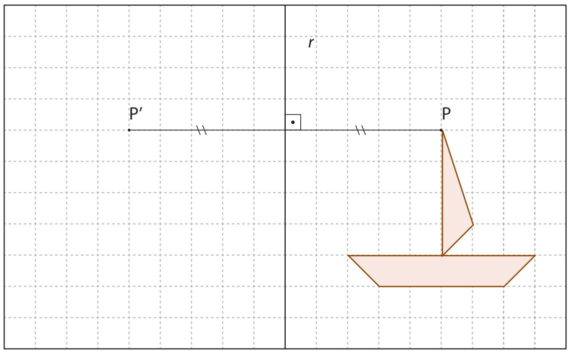
## Questão 10 – Aberta

Desenhe no quadriculado um barquinho perfeitamente simétrico ao barquinho dado, em relação à reta *r*.



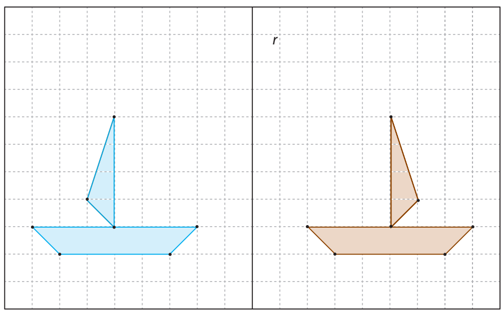
## Comentários e recomendações pedagógicas

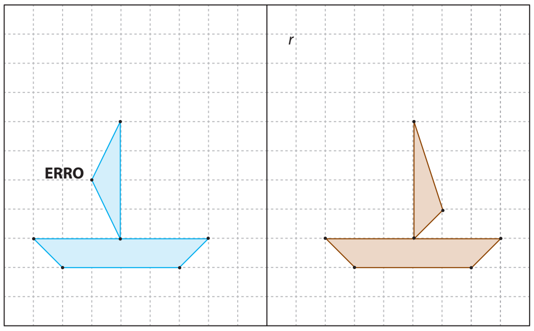
Compreender a simetria axial significa saber que o eixo de simetria é a mediatriz do segmento que une dois pontos simétricos. Ainda que o aluno não conheça esse nome (mediatriz), deve saber, ainda que intuitivamente, o simétrico de um ponto P em relação a uma reta dada deve estar a uma mesma distância dessa reta e numa direção tal que o segmento PP' seja perpendicular a ela.




Mesmo que o aluno não tenha clareza a respeito dessas características da simetria axial, ainda assim pode ser guiado por uma compreensão global e visual.

### Grade de correção

| | |
|---|---|
| **Respostas corretas** | O desenho correto deve ficar assim:   |

| | |
|---|---|
| Respostas parcialmente corretas | O aluno pode ter uma noção global do que vem a ser a simetria entre duas figuras e, assim, pode ter desenhado uma figura parcialmente correta, dado que deixou de se atentar a alguns pormenores. Por exemplo:   Neste caso, é importante que o professor retome o conceito de simetria axial, mostrando porque o ponto assinalado como errado não satisfaz as propriedades desse tipo de simetria. Para apoiar essa aprendizagem, o professor pode propor uma experiência: dobrando o papel em r, as figuras coincidem? Se não coincidirem, então não são perfeitamente simétricas.<br>O erro do aluno também pode consistir em não preservar a distância do barquinho à reta, embora nada haja de errado em seu formato. Também nesse caso, o professor deve mostrar porque isso não satisfaz às propriedades da simetria axial. |
| Respostas incorretas | Muitas são os modos de errar essa questão. Uma que merece destaque é a troca da simetria axial pela simetria de translação. Nesse caso, o novo barquinho apareceria idêntico ao primeiro, em vez de espelhado. Esse tipo de resposta demonstra que o aluno tem uma vaga noção de que, na simetria axial as figuras devem ter seus formatos preservados, sem que, no entanto, tenha compreendido o que acontece com suas posições. |

## Algumas referências


1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   • Atividade 29: Bissetriz – Parte 1: Eixo de simetria de um ângulo.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 2.
   • Situação de Aprendizagem 2 – Refletindo e girando com simetria.

3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 40 – Simetria

**Habilidade:**

Conhecer alguns procedimentos para a resolução de uma equação: equivalência e operação inversa.

## Questão 11 – Teste

A equação $2(x + 14) = 44$ tem solução igual a

(A) – 8.

**(B) 8.**

(C) 15.

(D) – 15.

## Comentários e recomendações pedagógicas

A resolução de equações é uma ferramenta essencial no estudo da Matemática e de muitas outras áreas do conhecimento. Por esse motivo, é muito importante que as técnicas de resolução de equações se apóiem muito fortemente em ideias matemáticas e não apenas na memorização de procedimentos que careçam de significado matemático real.

A equação proposta nesta questão pode ser resolvida por meio da noção de *operação inversa*. Nesse caso, a primeira operação a ser "desfeita" é a última que seria feita na expressão $2(x+14)$. Desse modo, temos:

$2(x+14) = 44 \rightarrow (x+14) = 44/2 \rightarrow x+14 = 22$

Então, resta "desfazer" a soma: $x+14 = 22 \rightarrow x = 22 - 14 \rightarrow x = 8$.

É importante frisar que, embora o registro faça parecer que simplesmente "os números passam para lá e para cá do sinal de igual", o que acontece, de fato, é que estamos usando a operação inversa para desfazer as operações a que a incógnita (ou expressões que a envolvem) está submetida. Por exemplo, o dois não "passou dividindo". Na realidade, como estávamos procurando o valor da expressão que, multiplicada por 2, resultava em 44, concluímos que a essa expressão deveria vale a metade de 44.

Outra ideia matemática importante que também poderia ser usada é a de *equivalência*: ao realizar as mesmas operações em ambos os membros da igualdade, obtém-se uma nova igualdade equivalente à primeira. Usando essa ideia, temos:

$2(x+14) = 44 \rightarrow [2(x+14)] : 2 = 44 : 2 \rightarrow x+14 = 22$

$\rightarrow x+14 - 14 = 22 - 14 \rightarrow x = 8$

Em nenhuma das duas resoluções exibidas, desenvolvemos o produto 2($x$+14), usando a propriedade distributiva, mas isso poderia ter sido feito antes de iniciar qualquer uma das resoluções.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| (A) – 8 | Esta alternativa pode indicar que o aluno generalizou incorretamente a fala "quando o número muda de lado, muda de sinal", bastante comum, mas que não elucida o que de fato ocorre na resolução de uma equação. Se for esse o caso, talvez o aluno tenha feitos as seguintes passagens:<br><br>2(x+14) = 44 → 2x + 28 = 44 → 2x = 44 – 28 →<br><br>2x = 16 → x = 16/**(-2)** → x = - 8 **Erro!**<br><br>É muito importante que o professor esclareça que o número não "muda de sinal quando muda de lado" e que utilize a ideia de operação inversa ou de equivalência para explicar o que realmente ocorre na resolução de uma equação. |
| **b) 8** | **Resposta correta.** O aluno, possivelmente, resolveu a equação de modo correto. Ou, no mínimo, compreende o que significa ser solução de uma equação e testou corretamente as alternativas. |
| c) 15 | Esta alternativa pode indicar um erro na aplicação da propriedade distributiva:<br><br>2(x+14) = 44 → 2x + **14** = 44 **Erro!** |
| d) – 15 | O erro, aqui, pode ser uma combinação dos erros das alternativas (A) e c). |

## Algumas referências


1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   Atividade 26: Representações algébricas.
   Atividade 27: Expressões algébricas

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 4
   Situação de Aprendizagem 2 – Equações e fórmulas.
   Situação de aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças.

3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   Laboratório 26: Balança.

4. *Álgebra: das variáveis às equações e funções*, Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S. V. Diniz, CAEM

## Habilidade:

Saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem algébrica.

# Questão 12 – Teste

O pai de Paulinho tem uma loja que aluga bicicletas. O preço do aluguel é R$ 5,00 por dia mais R$ 2,00 de taxa de limpeza. Para facilitar o serviço de seu pai, Paulinho fez uma tabela assim:

| NÚMERO DE DIAS | TOTAL A PAGAR (EM REAIS) |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 2 | 12 |
| 3 | 17 |
| 4 | 22 |

João foi à loja para alugar uma bicicleta, mas não sabia ao certo quantos dias iria ficar com ela. Pedrinho disse: "*Vou te ensinar uma fórmula para calcular o total a pagar, assim você pode controlar a despesa e saberá o quanto irá me pagar no dia que quiser devolver a bicicleta.*"

Se a letra *n* representa o número de dias, a fórmula que Paulinho passou para João era

**(A) 5n + 2.**

(B) 5*n* + 2*n*.

(C) 5*n* + 5.

(D) 2*n* + 2.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Nessa fase de escolaridade deve ser iniciado o ensino do pensamento algébrico, fundamental para todo o estudo que o aluno terá pela frente. Para desenvolver tal habilidade, o professor pode trabalhar vários exemplos de situações em que um texto escrito em uma situação problema é transformado em uma sentença matemática. Observar regularidades e poder descrevê-la por meio de expressões algébricas pode ser uma forma de tornar essa habilidade mais fluente e natural para o aluno.

Nesta questão, a tabela possibilita que o aluno teste cada fórmula apresentada nas alternativas e confira o resultado antes de assinalar. É uma estratégia importante que deve ser comentada pelo professor.

## Grade de correção

| Alternativa | Interpretação |
|---|---|
| **(A) 5n + 2** | **Resposta correta**. O aluno compreendeu a regularidade da situação e soube perceber que o número de dias era multiplicado por 5 (reais) e que a taxa de limpeza deveria ser aplicada uma só vez, e portanto, somada apenas no final. |
| b) 5n + 2n | O aluno que assinalou esta resposta entendeu, possivelmente, que o valor da taxa de limpeza era cobrada diariamente. Ele não verificou que seu resultado não bate com os resultados que aparecem prontos na tabela. O professor deve incentivar seus alunos a conferirem suas conjecturas sempre que possível antes de entregar uma tarefa, prova ou trabalho. É uma prática saudável e que ajuda o aluno a aprender com os erros. |
| c) 5n + 5 | Neste caso, tanto o aluno pode não ter entendido o enunciado, como pode não compreender a relação entre o texto e a fórmula. No primeiro caso, é importante que ele leia o enunciado várias vezes, calcule os valores da segunda coluna da tabela sozinho para que consiga perceber qual a relação entre o número de dias e o valor a ser pago. O segundo caso é mais profundo. O professor terá que ajudar o aluno a perceber a relação entre o texto e a fórmula com muitos exemplos e perguntas. |
| d) 2n + 2 | Neste caso, o aluno, provavelmente não entendeu o enunciado ou a relação entre o texto e a fórmula, tal como na alternativa c). |

## Algumas referências


1. Experiências Matemáticas – 6ª série (7º ano)
   • Atividade 21: Generalizações.
   • Atividade 26: Representações algébricas.
   • Atividade 27: Expressões algébricas

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 4
   • Situação de Aprendizagem 2 – Equações e fórmulas.
   • Situação de aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças.

3. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   • Laboratório 47: Introdução à álgebra.

4. *Álgebra: das variáveis às equações e funções*, Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S. V. Diniz, CAEM.

## Habilidade:

Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com decimais.

# Questão 13 – Aberta

Um quadrado mágico é uma tabela em que a soma dos números escritos em cada linha, em cada coluna e em cada diagonal é sempre a mesma. Essa soma é chamada "*soma mágica*". Roberto fez um quadrado mágico para mostrar para sua professora, mas seu irmãozinho apagou os números que estão faltando. Descubra a soma mágica e ajude o Roberto a completar novamente o quadrado mágico.

| | | |
|---|---|---|
| | 0,9 | |
| $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{2}$ | 0,7 |
| | 0,1 | 0,6 |

## Comentários e recomendações pedagógicas

Os quadrados mágicos sempre despertaram o interesse dos matemáticos, desde que surgiram, há cerca de 3000 anos, na China ou na Índia, segunda a estimativa dos historiadores. As crianças também costumam se interessar por problemas envolvendo o quadrado mágico, dado o aspecto lúdico de sua construção.

Nesta questão, o aluno terá de optar por uma das representações – fracionária ou decimal – para realizar as operações. Como há mais números na forma decimal, supõe-se que o aluno deve escolher trabalhar com tal tipo de representação. Caso não o faça, dando preferência às frações, esse fato também colabora para que o professor conheça melhor as habilidades do aluno.

O primeiro passo para a resolução da questão é a obtenção da "soma mágica", que pode ser facilmente obtida por meio da segunda linha do quadrado, que está completa: 3/10 + 1/2 +0,7 = 0,3 + 0,5 + 0,7 = 1,5. Também poderia ser obtida por meio da coluna central, também completa. A partir daí, é possível descobrir os valores que faltam.

## Grade de correção

<table>
<tr>
<td>Respostas corretas</td>
<td>O quadrado mágico completo deve ficar assim:
<table>
<tr><td>0,4</td><td>0,9</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>$\frac{3}{10}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0,7</td></tr>
<tr><td>0,8</td><td>0,1</td><td>0,6</td></tr>
</table>
Ou escrito na forma fracionária:
<table>
<tr><td>2/5</td><td>0,9</td><td>1/5</td></tr>
<tr><td>$\frac{3}{10}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0,7</td></tr>
<tr><td>4/5</td><td>0,1</td><td>0,6</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Respostas parcialmente corretas</td>
<td>É possível que o aluno acerte os valores de um ou de dois quadradinhos, mas não acerte a totalidade deles. Pode ser que tenha, simplesmente se confundido com as somas das linhas, colunas e diagonais, mas também pode ser que tenha errado os cálculos correspondentes.<br><br>Nesse caso, entretanto, ele deve ter determinado corretamente a “soma mágica”.</td>
</tr>
<tr>
<td>Respostas incorretas</td>
<td>A primeira dificuldade que pode surgir é na compreensão da estrutura do quadrado mágico. Depois, pode ser que o aluno tenha errado a adição dos números da linha central e/ou da coluna central, tomando um valor errado para a “soma mágica” ou obtendo valores divergentes para a mesma. Nesse caso, será impossível completar o quadrado corretamente, mesmo que o aluno faça os demais cálculos corretamente.</td>
</tr>
</table>

## Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 1
   • Situação de Aprendizagem 2 – Frações e decimais: um casamento de significado.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série (6º ano) – Volume 2
   • Situação de Aprendizagem 2 – Equivalência e operações com decimais.

3. Experiências Matemáticas – 5ª série (6º ano)
   • Atividade 14: Operações com números racionais.

4. Atividades de laboratório de Matemática (coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha), CAEM.
   • Laboratório 21 – Adição e subtração de frações
   • Laboratório 25 – Números decimais I
   • Laboratório 29 – Números decimais II
   • Laboratório 43 – Números decimais III

## Avaliação da Aprendizagem em Processo
## Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática


**Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional**
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

**Departamento de Avaliação Educacional**
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

**Centro de Aplicação de Avaliações**
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi
**Equipe Técnica DAVED** participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Juvenal de Gouveia, Patricia e Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

**Coordenadoria de Gestão da Educação Básica**
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

**Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica**
Diretor: João Freitas da Silva

**Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional**
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

**Equipe Curricular CGEB de Matemática**
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

**Elaboração do material de Matemática**
Aline dos Reis Matheus, Cristina Cerri, Martha Salerno Monteiro, Raul Antônio Ferraz e Rogério Osvaldo Chaparin

**Validação, Leitura e Revisão Crítica**

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

*Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos*
Agnaldo Garcia, Clarice Pereira, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Geverson Ribeiro Machi, João Acácio Busquini, Laíde Leni Lacerda N. Moleiro Martins, Luciana Vanessa de Almeida Buranello, Maria Josiléia Silva Bergamo Almeida, Mário José Pagotto, Renata Ercília Mendes Nifoci, Silvia Ignês Peruquetti Bortolatto, Sueli Aparecida Gobbo Araújo e Zilda Meira Aguiar Gomes

**Revisão de Texto**
Ademilde Ferreira de Souza