GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA
APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

8º ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2014

7ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Em 2014 a inovação introduzida a partir da sétima edição é a inclusão de provas e materiais de orientação para os anos dos ciclos de alfabetização e intermediário do Ensino Fundamental – 2º ao 5º - também articulado ao currículo e ao programa Ler e Escrever.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nesta edição da Avaliação da Aprendizagem em Processo, aplicada em todos anos/séries da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades desenvolvidas durante o primeiro semestre.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Participantes:*
   5ª Séries/6º Anos à 8ª Séries/ 9º Anos dos anos finais do Ensino Fundamental e 1ª à 3ª Séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   Anos Finais do Ensino Fundamental = 10 questões objetivas e 03 questões abertas.
   Ensino Médio = 10 questões objetivas e 02 questões abertas.

3. *Matrizes de Referência (habilidades) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo.

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nº do item	Habilidades
1 - Objetiva	Compreender a ideia de número racional em sua relação com as frações e as razões.
2 - Objetiva	Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.
3 - Aberta	Compreender a utilidade do uso da linguagem das potências para representar números muito grandes e muito pequenos.
4 - Objetiva	Compreender a utilidade do uso da linguagem das potências para representar números muito grandes e muito pequenos.
5 - Objetiva	Conhecer as propriedades das potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências (expoentes inteiros).
6 - Aberta	Realizar operações simples com monômios e polinômios.
7 - Objetiva	Realizar operações simples com monômios e polinômios.
8 - Objetiva	Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.
9 - Aberta	Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de sua representação simbólica e de seu significado geométrico (2n é um número par, 2n + 1 é um número ímpar, a soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n(n+1)}{2}$ etc.).
10 – Objetiva	Saber atribuir significado à fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos.
11 - Objetiva	Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de sua representação simbólica e de seu significado geométrico (2n é um número par, 2n + 1 é um número ímpar, a soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n(n+1)}{2}$ etc.).
12 - Objetiva	Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.
13- Objetiva	Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.

Habilidade:

Compreender a ideia de número racional em sua relação com as frações e as razões.

Questão 01 – Objetiva

Oito pessoas entram em uma pizzaria e pedem três pizzas grandes, cada uma cortada em 8 pedaços. Para as pizzas não esfriarem, solicitam ao garçom que traga uma pizza de cada vez e sirva sempre um pedaço para cada um.

Que fração representa a quantidade de pedaços de pizza que cada uma das oito pessoas comeu?

(A) $\frac{1}{24}$.

(B) $\frac{2}{24}$.

(C) $\mathbf{\frac{3}{24}}$.

(D) $\frac{24}{3}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o trabalho com frações aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular de forma adequada os problemas do mundo real, além de desenvolver e expandir as estruturas mentais.

Segundo alguns autores, Kieren (1976), Behr et al. (1983), Nunes (2003) "é preciso trabalhar com diferentes situações para que os alunos construam o conceito de número racional como parte-todo; quociente; operador multiplicativo e outros."

Se o aluno entendeu a ideia de fração perceberá que a soma dos pedidos das pizzas compõe o todo, terão 24 pedaços, e cada um comeu 3 pedaços, ou seja, $\frac{3}{24}$.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\frac{1}{24}$.	**Resposta incorreta.** O aluno, provavelmente considera apenas a problematização: o garçom servir um pedaço de pizza para cada pessoa, desconsiderando que essa situação se repete para cada uma das três pizzas.
(B) $\frac{2}{24}$.	**Resposta incorreta.** O aluno, provavelmente não compreende a situação apresentada.
(C) $\mathbf{\frac{3}{24}}$.	**Resposta correta.** O aluno interpreta a situação-problema e aponta corretamente a escrita fracionária da razão apresentada no enunciado da questão.
(D) $\frac{24}{3}$.	**Resposta incorreta.** O aluno, provavelmente não associa o total de pedaços com o denominador e a sua relação na fração.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: os racionais como mostruário das frações.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série/ 7º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: frações e decimais: um casamento com significado.
- Situação de Aprendizagem 3: multiplicação e divisão com frações.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/ 6º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: na medida certa: dos naturais as frações.
- Situação de Aprendizagem 4: equivalências e operações com frações.

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 30: metades, (p.28);
- Atividade 31: dobrando em partes iguais, (p.30);
- Atividade 32: os três problemas e mais alguns, (p.31);
- Atividade 33: novos problemas, (p.31);
- Atividade 34: as barras coloridas, (p.32);
- Atividade 35: iniciando a multiplicação, (p.33).

5. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 17: composição e decomposição de um número racional:

. Parte 1: parte e todo, (p.157).

- Atividade 23: decimais, frações e medidas de comprimento:

. Parte 1: as informações são as mesmas? (p.225).

- Atividade 27: adição e subtração com frações:

. Parte 1: jogos de frações, (p.271);

. Parte 2: escritas equivalentes, (p.274).

- Atividade 29: multiplicação e divisão com frações:

. Parte 1: o racional inteiro, (p.293);

. Parte 2: as tiras, (p.294);

. Parte 3: divisão, (p.297);

. Parte 4: problemas, (p.300).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 23: frações, (duração: 14’07”);
- Teleaula 24: frações diferentes, quantidades iguais, (duração: 12’40”);
- Teleaula 26: fração ou número com vírgula, (duração: 12’39”);
- Teleaula 45: novamente frações, (duração: 12’54”);
- Teleaula 63: operações com frações, (duração: 15’28”).

7. Revista Nova Escola:

- Operações com frações: acesso em: 18/02/2014;
- Um debate animado sobre frações: acesso em: 18/02/2014.

8. Site:

Sobre o conceito de Número Racional e a Reapresentação Fracionária:

Responsáveis:

Maria Manuela Martins Soares David

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca

Fonte: http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/livros/leituras/numero_racional/06_numero_racional.htm

9. Livro:

KIEREN, T. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). Numberand measurement: Paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144, 1976.

Habilidade:

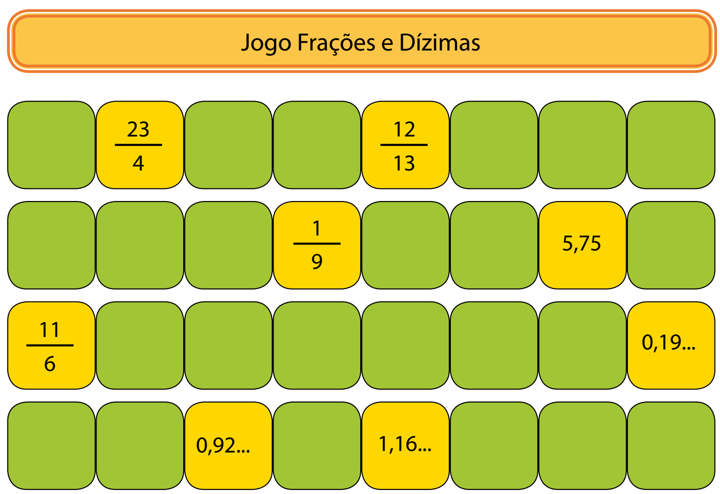
Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.

Questão 02 – Objetiva

No jogo "Frações e Dízimas", vence aquele que na sua vez de jogar acertar o maior número de dízimas e geratrizes, formando assim um par (dízima e geratriz).

Na vez de Pablo a situação ficou como a imagem abaixo.

Observe.



Banco de imagens – CGEB/CEFAF/Matemática/ 2014

Para que ele consiga acertar a dízima e a geratriz, quais cartas ele deve escolher?

(A) 5,75 $\frac{23}{4}$.

(B) 1,16... $\frac{11}{6}$.

(C) 0,19... $\frac{1}{9}$.

(D) 0,92... $\frac{12}{13}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor o trabalho com frações aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular de forma adequada os problemas do mundo real, além de desenvolver e expandir as estruturas mentais.

Segundo alguns autores (Kieren (1976), Behr et al. (1983), Nunes (2003) "é preciso trabalhar com diferentes situações para que os alunos construam o conceito de número racional como parte-todo; quociente; operador multiplicativo e outros."

Em atividades como esta, espera-se a que os alunos tenham compreendido o campo dos números racionais, como compostos por números cuja representação decimal pode ser finita ou periódica e infinita.

No caso das dízimas periódicas, a exploração das primeiras experiências com representações infinitas possibilita uma série de atividades com um sentido de investigação e pesquisa. Em uma avaliação, a exploração da curiosidade dos alunos, a prática de uma reflexão crítica diante de situações insólitas ou curiosas na escrita dos números, como são as dízimas, é muito mais relevante do que a mera fixação de regras operatórias para determinar as geratrizes.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 5,75 $\frac{23}{4}$.	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa, realiza corretamente a divisão de 23 por 4, encontrando 5,75, o que prova que ele não compreende o significado de dízima e geratriz, pelo fato da divisão ter como resultado um decimal exato, portanto, não existindo dessa maneira a dízima e sua geratriz.
(B) 1,16... $\frac{11}{6}$.	**Resposta incorreta.** O aluno que escolhe esta alternativa, provavelmente não realiza a divisão de $\frac{11}{6}$ e apenas deduz que 11 dividido por 6, terá como resultado um valor maior que um inteiro.

(C)	0,19... $\frac{1}{9}$.	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa, provavelmente não realiza a divisão de $\frac{1}{9}$ e deve ter usado esta alternativa, pelo fato da dízima apresentar os valores 1 e 9, da fração em questão.
(D)	0,92... $\frac{12}{13}$.	**Resposta correta.** O aluno que assinala esta alternativa compreende o significado de dízima e geratriz. Provavelmente, o aluno deve ter encontrado o resultado da razão $\frac{12}{13}$, como sendo: 0,9230...

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série / 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: os racionais como mostruário das frações.
- Situação de Aprendizagem 2: as dízimas periódicas são previsíveis.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série / 7º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: frações e decimais: um casamento com significado.
- Situação de Aprendizagem 3: multiplicação e divisão com frações.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série / 6º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: na medida certa: dos naturais as frações.
- Situação de Aprendizagem 4: equivalências e operações com frações.

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 30: metades, (p.28);
- Atividade 31: dobrando em partes iguais, (p.30);
- Atividade 32: os três problemas e mais alguns, (p.31);
- Atividade 33: novos problemas, (p.31);
- Atividade 34: as barras coloridas, (p.32);
- Atividade 35: iniciando a multiplicação, (p.33).

5. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 17: composição e decomposição de um número racional:

. Parte 1: parte e todo, (p.157).

- Atividade 23: decimais, frações e medidas de comprimento:

. Parte 1: as informações são as mesmas? (p.225).

- Atividade 27: adição e subtração com frações:

. Parte 1: jogos de frações, (p.271);

. Parte 2: escritas equivalentes, (p.274).

- Atividade 29: multiplicação e divisão com frações:

. Parte 1: o racional inteiro, (p.293);

. Parte 2: as tiras, (p.294);

. Parte 3: divisão, (p.297);

. Parte 4: problemas, (p.300).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 23: frações, (duração: 14’07”);
- Teleaula 24: frações diferentes, quantidades iguais, (duração: 12’40”);
- Teleaula 26: fração ou número com vírgula, (duração: 12’39”);
- Teleaula 45: novamente frações, (duração: 12’54”).
- Teleaula 63: operações com frações, (duração: 15’28”)

7. Revista Nova Escola:

- Operações com frações: acesso em: 18/02/2014;
- Um debate animado sobre frações: acesso em: 18/02/2014.

8. Site:

Sobre o conceito de Número Racional e a Reapresentação Fracionária:

Responsáveis:

Maria Manuela Martins Soares David

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca

Fonte: http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/livros/leituras/numero_racional/06_numero_racional.htm

9. Livro:

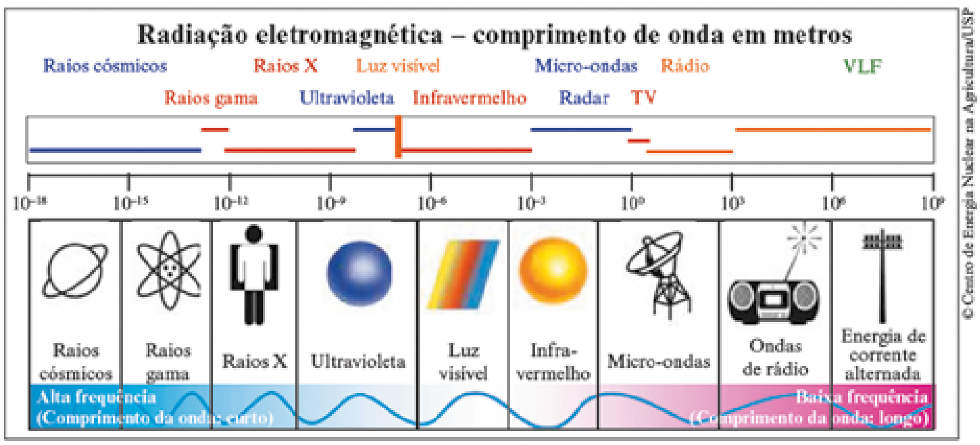
KIEREN, T. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). Numberand measurement: Paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144, 1976.

Habilidade:

Compreender a utilidade do uso da linguagem das potências para representar números muito grandes e muito pequenos.

Questão 03 – Aberta

Observe a tabela a seguir.



Encontrado em: Princípios da Irradiação. Texto: Adriano Costa de Camargo. Orientação: Prof. Dr. Júlio Marcos Melges Walder. Laboratório de Irradiação de Alimentos e Radioentomologia. Disponível em: <http://www.cena.usp.br/irradiacao/principios.htm>. Acesso em: 1 nov. 2013.

Considerando que a "Alta Frequência", é formada apenas por (Raios Cósmicos = 10^{-18} metros; Raio Gama = 10^{-15} metros e Raio X = 10^{-12}) e a "Baixa Frequência" por (Energia de Corrente Alternada = 10^{9} metros; Onda de Rádio = 10^{6} metros e Micro-ondas = 10^{3} metros), o resultado da razão $\dfrac{\text{Produto da Alta Frequência}}{\text{Produto da Baixa Frequência}}$, em metros, seria de quanto?

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, essa questão propõe a investigação do domínio da habilidade apresentada, a partir de uma observação gráfica, pois a contextualização do comprimento de onda, propícia o mover de olhares para o comprimento de onda em metros para diferentes radiações eletromagnéticas estudadas em ciências. Os valores indicados no enunciado e na imagem servem de base para a investigação da propriedade de potências que envolvem "divisão de bases iguais". Sugere-se que o trabalho com potências seja desenvolvido a partir de problemas contextualizados.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta

O aluno calcula corretamente o produto da "Alta Frequência", encontrando:

$10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12} = 10^{-18+(-15)+(-12)} = 10^{-45}$ m

Na sequência o aluno obtém o valor do produto da "Baixa Frequência", como:

$10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3} = 10^{9+6+3} = 10^{18}$ m

Logo a razão em metros dos produtos das frequências será:

$$\frac{10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12}}{10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3}} = \frac{10^{-45}}{10^{18}} = 10^{-45-18} = \mathbf{10^{-63}\ m}$$

Portanto, conclui-se que o aluno compreende os conceitos envolvidos na habilidade, no que tange as operações com base 10.

Resposta parcialmente correta

O aluno calcula corretamente o produto da "Alta Frequência", encontrando:

$10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12} = 10^{-18+(-15)+(-12)} = 10^{-45}$ m

Na sequência o aluno obtém o valor do produto da "Baixa Frequência", como:

$10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3} = 10^{9+6+3} = 10^{18}$ m

Ao analisar o cálculo da razão em metros dos produtos das frequências, conclui-se que o aluno possivelmente não lembra ou não sabe que na "divisão de bases iguais, conserva-se a base e subtraem-se os expoentes":

$$\frac{10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12}}{10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3}} = \frac{10^{-45}}{10^{18}} = 10^{-45+18} = 10^{-27}\ \text{m}$$

Respostas incorretas

Situação 1: O aluno possivelmente não calcula corretamente os produtos da "Alta Frequência" e da "Baixa Frequência", conforme o que pede a "divisão de bases iguais", pois efetua a soma das bases e ignora os sinais de (-) dos expoentes, encontrando dessa forma:

$10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12} = 30^{18+15+12} = 30^{45}$ m

$10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3} = 10^{9+6+3} = 30^{18}$ m

$$\frac{10^{-18}.\ 10^{-15}.\ 10^{-12}}{10^{9}.\ 10^{6}.\ 10^{3}} = \frac{30^{45}}{30^{18}} = 1^{\frac{45}{18}} = 1^{2,5}\ \text{m}$$

Situação 2: O aluno possivelmente não calcula corretamente os produtos da "Alta Frequência" e da "Baixa Frequência", conforme o que pede a "divisão de bases iguais", pois acaba multiplicando as bases e os expoentes, esquecendo também dos sinais de (-) e encontrando dessa forma:

$10^{-18} . 10^{-15} . 10^{-12} = 1000^{18.15.12} = 1000^{3240}$ m

$10^{9} . 10^{6} . 10^{3} = 1000^{9.6.3} = 1000^{162}$ m

$$\frac{10^{-18} . 10^{-15} . 10^{-12}}{10^{9} . 10^{6} . 10^{3}} = \frac{1000^{3240}}{1000^{162}} = 1^{\frac{3240}{162}} = 1^{20} \text{ m}$$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 - Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: do googol ao angstrom, um caminho para as potências.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/ 6º ano – Volume 1 - Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: explorando os números naturais.

3. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 4: potenciação:

. Parte 1: descobrindo outra operação, (p.41);

. Parte 2: as dobraduras e as potências de 2, (p.43);

. Parte 3: o tabuleiro de xadrez e as potências de 2, (p.45);

. Parte 4: completando tabelas, (p.46).

- Atividade 38: problemas e potenciação:

. Parte 1: a corrente de Leonardo, (p.395);

. Parte 2: a potenciação e os problemas da contagem, (p.396);

. Parte 3: um triângulo diferente, (p.397).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 21: estendendo o conceito de potência:

. Parte 1: os expoentes negativos, (p.237);

. Parte 2: aplicando propriedades de potências, (p.237);

. Parte 3: usando potência de 10, (p.238);

. Parte 4: notação científica, (p.239).

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 53: potência e raízes, (duração:14'20");

- Teleaula 70: operando com potência, (duração:12'54");

5. Revista Nova Escola:

- Para contar aos bilhões: acesso em: 16/02/2014;
- Calcular potências: acesso em: 16/02/2014.

6. Sites:

- Calculadora para a Conversão de Números em Notação Científica para Notação Decimal:

Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/

Acesso em: 16/02/2014.

- Atividade "Viagem nas Dimensões":

Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/907/atividade5.htm

Acesso em: 16/02/2014.

Habilidade:

Compreender a utilidade do uso da linguagem das potências para representar números muito grandes e muito pequenos.

Questão 04 – Objetiva

Com base na tabela (Distância, Peso, Massa e outros), analise as comparações.

Número de moléculas em 1 grama de água	$3 . 10^{22}$ moléculas
Número de átomos do corpo humano	10^{28} átomos
Raio da Terra	$6 . 10^{6}$ m
Distância entre a Terra e a Lua	$4 . 10^{8}$ m
Distância entre a Terra e o Sol	$1,5 . 10^{11}$ m
Massa da Terra	$6 . 10^{24}$ kg
Idade da Terra	$4,5 . 10^{9}$ anos
Idade do Universo	$1,5 . 10^{10}$ anos

Número de habitantes da Terra (estimativa em 2011)	7 bilhões
Expectativa de vida dos brasileiros em 2011	73,4 anos
PIB* (Produto Interno Bruto) brasileiro em 2012	4,4 trilhões de reais
Número de células do corpo humano	100 bilhões = 10^{11}
Número de possibilidades do sorteio dos seis números da Mega-Sena	50 milhões = $5 . 10^{7}$

*PIB: Produto Interno Bruto – o conjunto de bens e serviços produzidos no ano.

Imagem: Caderno do Professor de Matemática, 7ª série/ 8º ano, SA 3 – Volume 1 – Edição 2014.

Qual a alternativa que retrata a informação apresentada na tabela?

(A) A "Massa da Terra" é equivalente a "6 trilhões de toneladas".

(B) A "Idade do Universo" é maior que o triplo da "Idade da Terra".

(C) O "Número de células do corpo humano" é a metade do "Número de moléculas em 1 grama de água".

(D) O "raio da Terra" tem uma medida maior que a "Distância entre a Terra e a Lua".

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor a situação-problema apresentada recai sobre a exploração de potências por meio de sua utilização na representação do googol e do angstrom. As unidades de medida da quantidade de informação guardada nas memórias dos computadores constituem um exemplo contextualizado do significado das potências e de sua função primordial na linguagem e no registro de números muito grandes. Esta questão foi baseada nas atividades apresentadas no Material de Apoio – Caderno de Professor, as quais abrem algumas perspectivas de abordagens, mas os caminhos para a exploração do tema são variados e especialmente fecundos. Vale a pena observar que, apesar da praticidade relacionada ao uso de potências para a representação de números muito grandes, quando temos a possibilidade de nos referir a um número dessa natureza por palavras, a compreensão do significado concreto da ordem da grandeza será favorecida. Por exemplo, dizer que o número de habitantes estimado da Terra em 2011 foi de pessoas é muito menos esclarecedor do que falar em 7 bilhões de pessoas. Por esse motivo, os exercícios similares ao da questão, que estabelecem a correspondência entre o uso de potências e as palavras da nossa língua devem ser incentivados. Sugerimos a proposição de diversos trabalhos complementares às avaliações formais, envolvendo pesquisas na internet ou pequenos projetos de investigação.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) A "Massa da Terra" é equivalente a "6 trilhões de toneladas".	**Resposta incorreta.** O aluno que escolhe esta alternativa, provavelmente não tem a compreensão de valores apresentados na forma de notação científica, pois julga que o valor de 6.10^{24} kg "Massa da Terra" é equivalente a $6 \cdot 10^{9}$ t, o que não procede, pois $6 \cdot 10^{24} = 6 \cdot 10^{6} \cdot 10^{6} \cdot 10^{6} \cdot 10^{6}$.

(B) A “Idade do Universo” é maior que o triplo da “Idade da Terra”.	**Resposta correta.** O aluno que opta por esta alternativa compreende o significado de potência aplicando-as nas representações mostradas pela tabela da questão, pois provavelmente, compara as idades do Universo e da Terra nesta ordem, como se pode observar no cálculo a seguir: $\frac{(1,5 \,.\, 10^{10})}{(4,5 \,.\, 10^{9})} = \frac{(15 \,.\, 10^{9})}{(45 \,.\, 10^{8})} = \frac{1}{3} \cdot 10^{1} = \frac{10}{3}$, que tem como resultado aproximado “**3,3**”, valor superior ao triplo.
(C) O “Número de células do corpo humano” é a metade do “Número de moléculas em 1 grama de água”.	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa, provavelmente não tem a compreensão de valores apresentados na forma de notação científica, relacionando de maneira errônea 10^{11}, como metade de 10^{22}.
(D) O “raio da Terra” tem uma medida maior que a “Distância entre a Terra e a Lua”.	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa, provavelmente não tem a compreensão de valores apresentados na forma de notação científica, pois julga que $6 \,.\, 10^{6}$ m, é maior que $4 \,.\, 10^{8}$ m.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: do googol ao angstrom, uma caminho para as potências.
- Situação de Aprendizagem 4: as potências e a memória do computador.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ªsérie/6ºano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: explorando os números naturais.

3. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 4: potenciação:
. Parte 1: descobrindo outra operação, (p.41);
. Parte 2: as dobraduras e as potências de 2, (p.43);
. Parte 3: o tabuleiro de xadrez e as potências de 2, (p.45);
. Parte 4: completando tabelas, (p.46);
- Atividade 38: problemas e potenciação:
. Parte 1: a corrente de Leonardo, (p.395);
. Parte 2: a potenciação e os problemas de contagem, (p.396);
. Parte 3: um triângulo diferente, (p.397).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

Atividade 21: estendendo o conceito de potência:

. Parte 1: os expoentes negativos, (p.237);

. Parte 2: aplicando propriedades de potência, (p.237);

. Parte 3: usando potência de 10, (p.238);

. Parte 4: notação científica, (p.239).

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 53: potência e raízes, (duração: 14’20”);
- Teleaula 70: operando com potência, (duração: 12’54”).

6. Revista Nova Escola:

- Para contar aos bilhões: acesso em: 16/02/2014;
- Calcular potências: acesso em: 16/02/2014.

7. Sites:

- Calculadora para a Conversão de Números em Notação Científica para Notação Decimal:

Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/

Acesso em: 16/02/2014.

- Atividade “Viagem nas Dimensões”:

Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/907/atividade5.htm

Acesso em: 16/02/2014.

Habilidade:

Conhecer as propriedades das potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências (expoentes inteiros).

Questão 05 – Objetiva

Uma loja de informática oferece diferentes dispositivos de armazenamento de dados, cada qual com diversas capacidades. Observe a tabela: Capacidade de Armazenamento e suas Equivalências.

Base decimal (SI)	Quantidade de *bytes*
quilobyte (KB)	$10^3 = 1000$
megabyte (MB)	10^6
gigabyte (GB)	10^9
terabyte (TB)	10^{12}

Imagem: Caderno do Professor de Matemática, 7ªsérie/8ºano, SA 4 – Volume 1 – Edição 2014.

O consumidor que adquirir um pendrive de 128MB e um HD externo de 2TB, terá um dispositivo com capacidade de armazenamento equivalente a

(A) $130 . 10^{18}$ MB.

(B) $126 . 10^{6}$ MB.

(C) $2128 . 10^{18}$ MB.

(D) $2000128 . 10^{6}$ MB.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, sabemos que as unidades de medida da quantidade de informação guardada nas memórias dos computadores constituem um exemplo contextualizado do significado das potências e de sua função primordial na linguagem e no registro de números muito grandes. A situação-problema foi baseada nas atividades apresentadas no Material de Apoio – Caderno de Professor, as quais possibilitam algumas perspectivas de abordagens, mas os caminhos para a exploração do tema são variados e especialmente fecundos. Sugerimos a proposição de diversos trabalhos complementares às avaliações formais, envolvendo pesquisas na internet ou pequenos projetos de investigação.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $130 . 10^{18}$ MB.	**Resposta incorreta.** O aluno que escolhe esta alternativa, provavelmente não tem a compreensão de valores apresentados na forma de notação científica, pois, simplesmente soma os valores que compõem as capacidades dos dispositivos. O aluno tem o MB como unidade de referência, conforme se observa no cálculo a seguir: $128 . 10^{6} + 2 . 10^{12} = 130 . 10^{18}$ MB
(B) $126 . 10^{6}$ MB.	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa não compreende o significado de potência aplicado nas representações mostradas pela tabela da questão, pois provavelmente, subtrai das bases 128 e 2, e do expoentes os valores 12 e 6, como se pode observar no cálculo a seguir: $128 . 10^{6} – 2 . 10^{12} = 126 . 10^{6}$ MB.

(C) $2128 . 10^{18}$ MB.	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa, provavelmente não tem a compreensão de valores apresentados na forma de notação científica, relacionando de maneira errônea 2TB a 128MB, somando dessa forma os valores dos expoentes dados a base 10^{6+12}, obtendo: $(2000 + 128)MB = 2128 . 10^{18}$ MB.
(D) $2000128 . 10^6$ MB.	**Resposta correta.** O aluno que opta por esta alternativa, tem a compreensão dos valores que representam na forma de notação científica, a capacidade de armazenamento do pendrive "$128 . 10^6$ MB" e a do HD externo "$2 . 10^{12}$ MB", e que convertidos numa mesma representação de base 10, ou seja, mesma notação podem ser somados, como se pode observar no cálculo a seguir: Transformando $128 . 10^6$ MB, na notação científica 10^{12} MB, $128 . 10^6 MB = 12,8 . 10^7 MB = 1,28 . 10^8 MB = 0,128 . 10^9 MB = 0,0128 . 10^{10} MB = 0,00128 . 10^{11} MB = 0,000128 . 10^{12} MB$ Agora, somando os valores que estão representados na mesma notação científica (10^{12} MB): $0,000128 . 10^{12} MB + 2 . 10^{12} MB = 2,000128 . 10^{12} MB = 20,00128 . 10^{11} MB = 200,0128 . 10^{10} MB = 2000,128 . 10^9 MB = 20001,28 . 10^8 MB = 200012,8 . 10^7 MB = 2000128 . 10^6$ MB.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: do googol ao angstrom, uma caminho para as potências.
- Situação de Aprendizagem 4: as potências e a memória do computador.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/ 6º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: explorando os números naturais.

3. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 4: potenciação:

. Parte 1: descobrindo outra operação, (p.41);

. Parte 2: as dobraduras e as potências de 2, (p.43);

. Parte 3: o tabuleiro de xadrez e as potências de 2, (p.45);

. Parte 4: completando tabelas, (p.46);

- Atividade 38: problemas e potenciação:

. Parte 1: a corrente de Leonardo, (p.395);

. Parte 2: a potenciação e os problemas de contagem, (p.396);

. Parte 3: um triângulo diferente, (p.397).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

Atividade 21: estendendo o conceito de potência.

. Parte 1: os expoentes negativos, (p.237);

. Parte 2: aplicando propriedades de potência, (p.237);

. Parte 3: usando potência de 10, (p.238);

. Parte 4: notação científica, (p.239).

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 53: potência e raízes, (duração: 14’20”);
- Teleaula 70: operando com potência, (duração: 12’54”).

6. Revista Nova Escola:

- Para contar aos bilhões: acesso em: 16/02/2014;
- Calcular potências: acesso em: 16/02/2014.

7. Site:

Calculadora para a Conversão de Números em Notação Científica para Notação Decimal:

Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/

Habilidade:

Realizar operações simples com monômios e polinômios.

Questão 06 – Aberta

O amigo de Carlinhos passou um enigma para ele resolver. Os desenhos apresentados no enigma representam variáveis “letras”, conforme legenda abaixo.

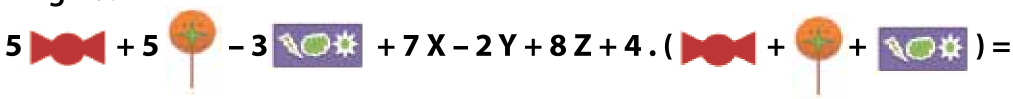
Legenda:

 Bala: **X**

 Pirulito = **Y**

 Chiclete = **Z**

Enigma:



Banco de imagens – CGEB/CEFAF/Matemática/ 2014

Quantas balas, pirulitos e chicletes aparecem no enigma?

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor o trabalho com polinômios inicia-se na 7ª série/ 8º ano relacionando conceitos algébricos e cálculo de área. Este é um contexto que permite trabalhar o conteúdo matemático, integrando a Álgebra e a Geometria.

Ao investigar a questão aplicada, muitas formas de resolução podem ser identificadas, as quais possibilitam perceber se o aluno indica ou não corretamente a equação, se a conhece ou não, se consegue estabelecer relações entre as partes literal e algébrica.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta

O aluno faz a correspondência entre as variáveis e suas representações, e realiza corretamente as operações envolvendo monômios:

$16X + 7Y + 9Z$, ou seja, 16 balas, 7 pirulitos e 9 chicletes.

Resposta parcialmente correta

O aluno faz a correspondência entre as variáveis, mas não compreende as representações e não realiza corretamente as operações simples envolvendo monômios, encontrando assim o seguinte resultado:

$5X + 5Y - 3Z + 7X - 2Y + 8Z + 4 . (X + Y + Z) = 5X + X + 5Y + Y - 3Z + Z + 7X - 2Y + 8Z + 4 = 6X + 6Y - 2Y + 7X - 2Y + 8Z + 4 = 6X + 7X + 6Y - 2Y - 2Y - 2Z + 8Z = 13X + 2Y + 6Z$

ou seja, 13 balas, 2 pirulitos e 6 chicletes.

Respostas incorretas

O aluno possivelmente não consegue fazer a correspondência entre as variáveis e suas representações, pois registra apenas os valores, sem associá-los às imagens, conforme situações abaixo:

Situação 1:

$5 + 5 - 3 + 7X - 2Y + 8Z + 4 = 10 - 3 + 7X - 2Y + 8Z + 4 = 7 + 4 + 7X - 2Y + 8Z = 7X - 2Y + 8Z + 11$

Situação 2:

$5 + 5 - 3 + 7X - 2Y + 8Z + 4 = 10 - 3 + 7 - 2 + 8 + 4 = 7 + 5 + 12 = 24$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números;
- Situação de Aprendizagem 6: produtos notáveis: significados geométricos;
- Situação de Aprendizagem 7: álgebra: fatoração e equações;
- Situação de Aprendizagem 8: aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 40: perímetros e áreas, (p.36).

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: generalizações, (p.23);
- Atividade 8: relações, (p.25);
- Atividade 9: propriedades, (p.28);
- Atividade 10: representações algébricas, (p.32);
- Atividade 11: expressões algébricas, (p.36);
- Atividade 12: cálculo literal, (p.40).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 22: identificando polinômios:

. Parte 1: polinômios, (p.251);

. Parte 2: calculando valor numérico de um polinômio, (p.255);

. Parte 3: polinômio com uma variável, (p.255).

- Atividade 23: operando com polinômios:

. Parte 1: adicionando e subtraindo polinômios, (p.261);

. Parte 2: multiplicando polinômios, (p.264);

. Parte 3: dividindo polinômios, (p.266);

. Parte 4: propriedades da divisão de polinômios, (p.267).

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração: 14’57”);

- Teleaula 69: equacionando problemas, (duração: 14’29”);

- Teleaula 71: produtos notáveis, (duração: 12'32");
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração: 15'28").

5. Revista Nova Escola:

- Produtos notáveis: o quadrado da soma: acesso em: 17/02/2014.

6. Site:

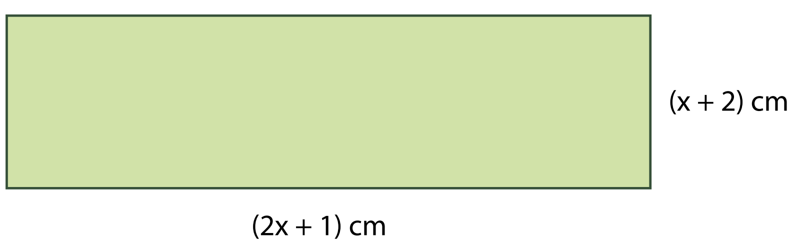
Jogos de revisão expressões monômios e polinômios:
Disponível em:
http://oitavob.pbworks.com/w/page/57770102/Jogos%20de%20
revis%C3%A3o%20express%C3%B5es%20monomios%20e%20polinomios
Acesso em: 17/02/2014.

Habilidade:

Realizar operações simples com monômios e polinômios.

Questão 07 – Objetiva

Observe o retângulo abaixo.



O polinômio na forma reduzida que representa a área do retângulo é

(A) $(2x^2 + 2)$ cm^2.
(B) $(3x^2 + 3)$ cm^2.
(C) $(2x^2 + 5x + 2)$ cm^2.
(D) $(2x^2 + 6x + 3)$ cm^2.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, o trabalho com polinômios inicia-se na 7ª série/ 8º ano relacionando conceitos algébricos e cálculo de área, integrando a Álgebra e a Geometria.

O aluno indica corretamente o polinômio correspondente ao problema proposto e desenvolve a sentença:

$(x + 2) . (2x + 1) = 2x^2 + x + 4x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$

Caso o aluno não indique corretamente a equação, algumas hipóteses podem ser levantadas: uma delas é que o aluno não conhece o conceito de cálculo de área de retângulos. Outra hipótese é ele não dominar os cálculos algébricos.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $(2x^2 + 2)cm^2$	**Resposta incorreta.** O aluno provavelmente expressa o cálculo de área $(x + 2) . (2x+1)$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra o cálculo a seguir: $(x + 2). (2x + 1) = x. 2x + 2. 1 = 2x^2 + 2$
(B) $(3x^2 + 3)cm^2$	**Resposta incorreta.** O aluno expressa o cálculo de área $(x + 2) . (2x + 1)$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra o cálculo a seguir : $(x + 2). (2x + 1) = x + 2x + 2 + 1= 3x^2 + 3$
(C) $(2x^2 + 5x + 2)$ cm²	**Resposta correta.** O aluno utiliza a estratégia correta para obter o polinômio que expressa área da figura apresentada no enunciado da questão, como mostra cálculo a seguir: $(x + 2). (2x + 1) = x. 2x + x. 1 + 2. 2x + 2. 1 =$ $2x^2 + x + 4x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$
(D) $(2x^2 + 6x + 3)cm^2$	**Resposta incorreta.** O aluno expressa o cálculo de área $(x + 2).(2x + 1)$ porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra cálculo a seguir: $(x + 2). (2x + 1) = x. 2x + x. 1 + 2. 2x + 2. 1 + x + 1 =$ $2x^2 + x + 4x + 2 + x + 1= 2x^2 + x + 4x + x + 2 + 1 =$ $2x^2 + 6x + 3$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental –7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números;
- Situação de Aprendizagem 6: produtos notáveis: significados geométricos;
- Situação de Aprendizagem 7: álgebra: fatoração e equações;
- Situação de Aprendizagem 8: aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 40: perímetros e áreas, (p.36).

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: generalizações, (p.23);
- Atividade 8: relações, (p.25);
- Atividade 9: propriedades, (p.28);
- Atividade 10: representações algébricas, (p.32);
- Atividade 11: expressões algébricas, (p.36);
- Atividade 12: cálculo literal, (p.40).

2. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 22: identificando polinômios:

. Parte 1: polinômios, (p.251);
. Parte 2: calculando valor numérico de um polinômio, (p.255);
. Parte 3: polinômio com uma variável, (p.255).

- Atividade 23: operando com polinômios:

. Parte 1: adicionando e subtraindo polinômios, (p.261);
. Parte 2: multiplicando polinômios, (p.264);
. Parte 3: dividindo polinômios, (p.266);
. Parte 4: propriedades da divisão de polinômios, (p.267).

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração: 14’57”);
- Teleaula 69: equacionando problemas, (duração: 14’29”);
- Teleaula 71: produtos notáveis, (duração: 12’32”);
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração: 15’28”).

5. Revista Nova Escola:

- Produtos notáveis: o quadrado da soma: acesso em: 17/02/2014.

6. Site:

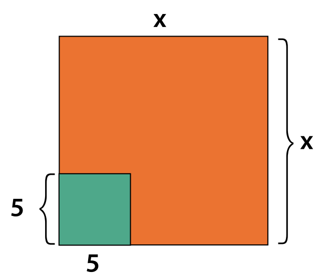
Jogos de revisão expressões monômios e polinômios:
Disponível em:
http://oitavob.pbworks.com/w/page/57770102/Jogos%20de%20revis%C3%A3o%20express%C3%B5es%20monomios%20e%20polinomios
Acesso em: 17/02/2014.

Habilidade:

Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.

Questão 08 – Objetiva

De um quadrado de lado *x*, com $x > 5$, é extraído um quadrado de lado 5 cm, conforme indica a figura a seguir.



A expressão que melhor representa a área da região restante é

(A) (x – 5) (x + 5).

(B) $(x^2 - 10x + 25)$.

(C) x (x – 25).

(D) (x – 5).

Comentários e recomendações pedagógicas

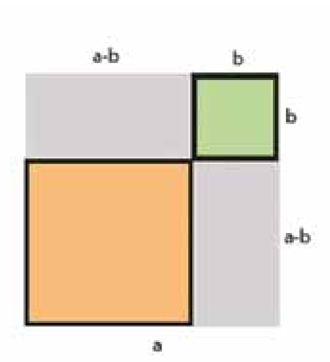
Professor, sabemos que a linguagem algébrica permite escrever simbolicamente relações entre números. É interessante que haja o trabalho concomitantemente com produtos notáveis e fatoração, que possivelmente leva o aluno a perceber que, é apenas outra forma de escrever (a + b) (a + b), pois aplicando propriedades algébricas básicas dos números, obtêm-se as expressões:

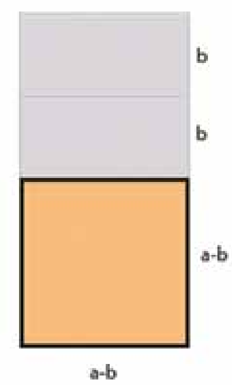
$(a - b)\,(a - b) = (a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)\,(a + b) = a^2 + ab + (-b)a + (-b)b = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$.

Contudo, para que as expressões dos produtos notáveis tenham significado e não sejam apenas decoradas, é importante que sejam utilizados e explorados os significados geométricos, relacionando o produto entre dois números com área de retângulos.

Assim, a expressão $a^2 - b^2$ ganha significado, pois representa a diferença entre a área do quadrado de lado a e a área do quadrado de lado b, conforme a figura.





No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) (x – 5)(x + 5).	**Resposta correta.** O aluno interpreta, identifica e calcula corretamente a área pedida, como sendo: $(x^2 - 5^2) = (x – 5)\ (x + 5)$
(B) $(x^2 – 10x + 25)$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente desenvolve $(x – 5)^2$, valor que não corresponde a área da região restante, solicitada no enunciado da questão.
(C) x(x – 25).	**Resposta incorreta.** Um erro comum ao se fazer a distributiva é apenas multiplicar o primeiro termo. Assim, o aluno, possivelmente encontra x (x – 25), como sendo igual a $x^2 - 25$.
(D) (x – 5).	**Resposta incorreta.** O aluno calcula apenas a diferença das medidas apresentadas, não atenta para o fato de que o enunciado da questão solicita “a expressão que representa a área da região restante é”.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8º ano/ 7ª série – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números;
- Situação de Aprendizagem 6: produtos notáveis: significados geométricos;
- Situação de Aprendizagem 7: álgebra: fatoração e equações;
- Situação de Aprendizagem 8: aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 40: perímetros e áreas, (p.36).

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: generalizações, (p.23);
- Atividade 8: relações, (p.25);
- Atividade 9: propriedades, (p.28);
- Atividade 10: representações algébricas, (p.32);
- Atividade 11: expressões algébricas, (p.36);
- Atividade 12: cálculo literal, (p.40).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 22: identificando polinômios:

. Parte 1: polinômios, (p.251);

. Parte 2: calculando valor numérico de um polinômio, (p.255);

. Parte 3: polinômio com uma variável, (p.255).

- Atividade 23: operando com polinômios:

. Parte 1: adicionando e subtraindo polinômios, (p.261);

. Parte 2: multiplicando polinômios, (p.264);

. Parte 3: dividindo polinômios, (p.266);

. Parte 4: propriedades da divisão de polinômios, (p.267).

5. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 10: alguns produtos são notáveis:

. Parte 1: lembrando o algoritmo da multiplicação, (p.127);

. Parte 2: o quadrado de uma soma, (p.129);

. Parte 3: o quadrado de uma diferença, (p.133);

. Parte 4: produto entre soma e diferença de dois termos, (p.136).

- Atividade 15: frações algébricas:

. Parte 1: o valor numérico de uma expressão algébrica, (p.197);

. Parte 3: adição e subtração com expressões algébricas, (p. 200);

. Parte 4: multiplicação e divisão com expressões algébricas, (p. 202).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração: 14’57”);

- Teleaula 69: equacionando problemas, (duração: 14’29”);
- Teleaula 71: produtos notáveis, (duração: 12’32”);
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração: 15’28”).

7. Revista Nova Escola:

- Produtos notáveis: o quadrado da soma: acesso em: 17/02/2014.

8. Sites:

- Jogos de revisão expressões monômios e polinômios:

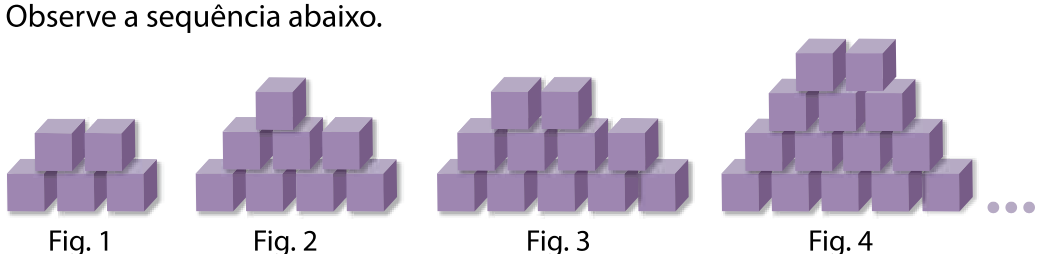
Disponível em:
http://oitavob.pbworks.com/w/page/57770102/Jogos%20de%20revis%C3%A3o%20express%C3%B5es%20monomios%20e%20polinomios
Acesso em: 17/02/2014.
- Jogo da memória de produtos notáveis:
Disponível em:
http://pibidmath.blogspot.com.br/2013/05/jogo-da-memoria-de-produtos-notaveis.html
Acesso em: 17/02/2014
9. Livros:
- Atividades de laboratório de Matemática:
Coordenação: Elza F. Gomide e org.: Janice Cassia Rocha, - Laboratório 52, CAEM-IME-USP.
- Álgebra: das variáveis às equações e funções:
Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S.V. Diniz, CAEM-IME-USP.

Habilidade:

Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de sua representação simbólica e de seu significado geométrico (2n é um número par, 2n + 1 é um número ímpar, a soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n(n+1)}{2}$ etc.).

Questão 09 – Aberta

Observe a sequência abaixo.



Banco de imagens – CGEB/CEFAF/Matemática/ 2014

Qual regra de cálculo algébrico permite a determinação do número de cubinhos que irão formar a 9ª (nona) figura da sequência apresentada acima?

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, a proposta dessa questão é a de verificar se o aluno familiarizou-se com a possibilidade de expressão de um movimento quantitativo por meio de uma fórmula ou de uma expressão algébrica. Resgatando, portanto, a noção de equivalência, com enfoque na equivalência entre expressões com letras, que representam a generalização de determinado padrão. Faça a proposição de atividades similares, que contemplam a referida habilidade, para que dessa maneira os alunos tenham condições de interagir com os seus colegas, enriquecendo assim, as discussões que envolvam o uso da linguagem matemática.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta

O aluno observa que na sequência apresentada na questão, a fig. 1 possui (5 cubinhos), a fig. 2 (8 cubinhos), a fig. 3 (11 cubinhos) e a fig. 4 (14 cubinhos). A partir das observações descritas anteriormente, o aluno percebe que de uma figura a outra há uma aumento de 3 quadradinhos, portanto, o aluno conclui que a regra para descobrir a nona figura é (3n + 2), pois:

Para n = 1 "fig. 1", tem-se: 3n + 2 = 3 . 1 + 2 = 3 + 2 = 5;

Para n = 2 "fig. 2", tem-se: 3n + 2 = 3 . 2 + 2 = 6 + 2 = 8;

Para n = 3 "fig. 3", tem-se: 3n + 2 = 3 . 3 + 2 = 9 + 2 = 11;

Para n = 4 "fig. 4", tem-se: 3n + 2 = 3 . 4 + 2 = 12 + 2 = 14;

Para n = 5 "fig. 5", tem-se: 3n + 2 = 3 . 5 + 2 = 15 + 2 = 17;

Para n = 6 "fig. 6", tem-se: 3n + 2 = 3 . 6 + 2 = 18 + 2 = 20;

Para n = 7 "fig. 7", tem-se: 3n + 2 = 3 . 7 + 2 = 21 + 2 = 23;

Para n = 8 "fig. 8", tem-se: 3n + 2 = 3 . 8 + 2 = 24 + 2 = 26;

Para n = 9 "fig. 9", tem-se: 3n + 2 = 3 . 9 + 2 = 27 + 2 = 29.

Resposta parcialmente correta

O aluno observa que na sequência apresentada na questão, a fig. 1 possui (5 cubinhos), a fig. 2 (8 cubinhos), a fig. 3 (11 cubinhos) e a fig. 4 (14 cubinhos). Após a descrição, o aluno possivelmente entende que de uma figura a outra há um aumento de 3 cubinhos, portanto, o aluno conclui que a regra para descobrir a nona figura é (n^2 + 4), pois ela dará o mesmo resultado das figuras 1 e 2, conforme cálculo a seguir:

Para n = 1 "fig.1", tem-se: $n^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$;

Para n = 2 "fig.2", tem-se: $n^2 + 4 = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$;

Portanto, para n = 9 "fig. 9", tem-se:

$n^2 + 4 = 9^2 + 4 = 81 + 4 = 85$.

Resposta incorreta

O aluno possivelmente não observa que na sequência apresentada no enunciado da questão, há uma razão de aumento de 3 cubinhos. Usa então, a regra de cálculo algébrico que contempla apenas a fig.1, como é descrito a seguir:

Para n = 1 "fig. 1", tem-se: $6n - n = 6 . 1 - 1 = 5$.

O que indica que o aluno provavelmente se restringe a regra por ele utilizada na fig.1, sem a preocupação de determinar a quantidade de cubinhos que fariam parte da 9ª figura dessa sequência.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 - Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: generalizações, (p.23).

3. Experiências Matemáticas – 6ª série:

- Atividade 21: generalizações:

. Parte 1: a álgebra empresta sua linguagem, (p.229);

. Parte 2: desafios, (p.230);

. Parte 3: outros desafios, (p.231);

. Parte 4: concluindo, (p.232).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração:14'57");
- Teleaula 61: expressões algébricas, (duração:14'49");
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração:15'28").

5. Revista Nova Escola:

- Álgebra desde cedo: acesso em: 15/02/2014;
- Introdução à álgebra: acesso em: 15/02/2014.

6. Site:

- Matemática nas esferas:
- Disponível em:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_4_t_2.html?open=instructions

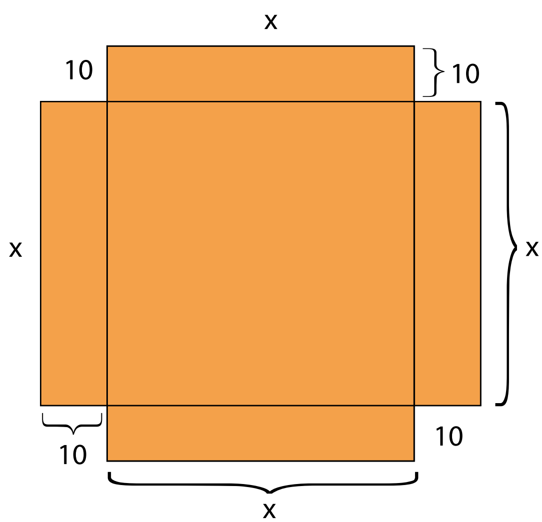
Acesso em: 16/02/2014.

Habilidade:

Saber atribuir significado à fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos.

Questão 10 – Objetiva

Pâmela pretende fazer uma caixa de papelão para guardar suas cartas. Desenhou a planificação da caixa, conforme mostra a figura abaixo.



Feita a planificação, teve a curiosidade em saber a expressão matemática do cálculo da medida em cm^2 do papelão que seria utilizado na sua construção, ou seja, o cálculo da área da planificação da caixa. Então, fez os seguintes cálculos:

Área lateral da caixa = 10 . 4

Área da base quadrada da caixa = $x \cdot x = x^2$

Portanto, a expressão que representa o cálculo da área da caixa é: $A = 40x + x^2$.

(A) Pâmela escreveu corretamente a expressão que representa o cálculo da área: $A = 40x + x^2$, que também pode ser escrita da forma $A = x(40 + x)$.

(B) Pâmela errou ao escrever a expressão. A resposta correta seria $A= 10x + x^2$.

(C) Pâmela escreveu corretamente a expressão: $A = 40x + x^2$, que também pode ser escrita na forma $(40 + x)^2$.

(D) A expressão correta é: $A= x^2 - 40x$, pois, sempre devemos começar a expressão com x^2, e ao mudar a ordem dos monômios na expressão, inverte-se a operação.

Comentários e recomendações pedagógicas

Essa é uma questão que relaciona conceitos algébricos, cálculo de áreas e fatoração, integrando os eixos Álgebra e Geometria para sua solução.

No problema proposto, a expressão que corresponde ao cálculo de área da figura é: $A = 40x + x^2$. Quando fatorada, o termo comum é colocado em evidência, resultando na expressão $A = x\ (40 + x)$.

Caso o aluno não identifique corretamente a expressão, algumas hipóteses podem ser levantadas. Uma delas é que o aluno possivelmente não conheça o conceito de cálculo de área dos quadriláteros. Outra, é que ele não compreende os cálculos algébricos. A partir dos resultados apontados pelos alunos, podemos fazer uma análise da aprendizagem, refletindo em possíveis erros detectados.

A partir de uma conversa com o aluno, é possível concluir com mais precisão quais foram as dificuldades apresentadas e optar em rever alguns conteúdos indicados nas referências.

Desse modo, espera-se que o aluno saiba interpretar um problema matemático, expressando-o numa linguagem algébrica e que demonstre conhecimento no tratamento dessas expressões. Além disso, o problema apresentado utiliza na sua resolução o conhecimento de área, conceito exigido em diversos momentos em situações contextualizadas na Matemática, assim como, externa a ela.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) Pâmela escreveu corretamente a expressão que representa o cálculo da área $A = 40x + x^2$, que também pode ser escrita da forma $A = x(40 + x)$.	**Resposta correta.** O aluno responde corretamente a questão, demonstrando reconhecer e saber utilizar, os conceitos algébricos e geométricos. Compreende a planificação da caixa, o cálculo de área envolvendo números desconhecidos, e os processos envolvidos na fatoração.
(B) Pâmela errou ao escrever a expressão. A resposta correta seria $A= 10x + x^2$	**Resposta incorreta.** O aluno provavelmente relaciona a planificação da caixa, a ideia de que a figura apresenta quatro retângulos de lados 10 e x.

(C) Pâmela escreveu corretamente a expressão $A = 40x + x^2$, que também pode ser escrita da forma $(40 + x)^2$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente compreende o cálculo de área, a planificação da caixa e a construção da expressão matemática, mas apresenta dificuldade na fatoração. Nesse caso ele estabelece que o desenvolvimento do produto notável, seria $1600 + 80x + x^2$, como forma fatorada da expressão $(40 + x)^2$.
(D) A expressão correta é $A= x^2 - 40x$, pois, sempre devemos começar a expressão com x^2, e ao mudar a ordem dos monômios na expressão, inverte-se a operação.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente apresenta dificuldade em trabalhar com as expressões algébricas, pois não estabelece relações com a posição dos monômios na expressão algébrica e dos termos na resolução de equações.

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: Aritmética com álgebra: as letras como números;
- Situação de Aprendizagem 6: Produtos notáveis: significados geométricos;
- Situação de Aprendizagem 7: Álgebra: fatoração e equações;
- Situação de Aprendizagem 8: Aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 40: perímetros e áreas, (p.36).

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: Generalizações, (p.23);
- Atividade 8: Relações, (p.25);
- Atividade 9: Propriedades, (p.28);
- Atividade 10: Representações algébricas, (p.32);
- Atividade 11: Expressões algébricas, (p.36);
- Atividade 12: Cálculo literal, (p.40).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 22: Identificando polinômios:

. Parte 1: Polinômios, (p.251);

. Parte 2: Calculando valor numérico de um polinômio, (p.255);

. Parte 3: Polinômio com uma variável, (p.255).

- Atividade 23: Operando com polinômios:

. Parte 1: Adicionando e subtraindo polinômios, (p.261);
. Parte 2: Multiplicando polinômios, (p.264);
. Parte 3: Dividindo polinômios, (p.266);
. Parte 4: Propriedades da divisão de polinômios, (p.267).

5. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 10: Alguns produtos são notáveis:
. Parte 1: Lembrando o algoritmo da multiplicação, (p.127);
. Parte 2: O quadrado de uma soma, (p.129);
. Parte 3: O quadrado de uma diferença, (p.133);
. Parte 4: Produto entre soma e diferença de dois termos, (p.136)
- Atividade 15: Frações algébricas:
. Parte 1: O valor numérico de uma expressão algébrica, (p.197);
. Parte 3: Adição e subtração com expressões algébricas, (p.200);
. Parte 4: Multiplicação e divisão com expressões algébricas, (p.202).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

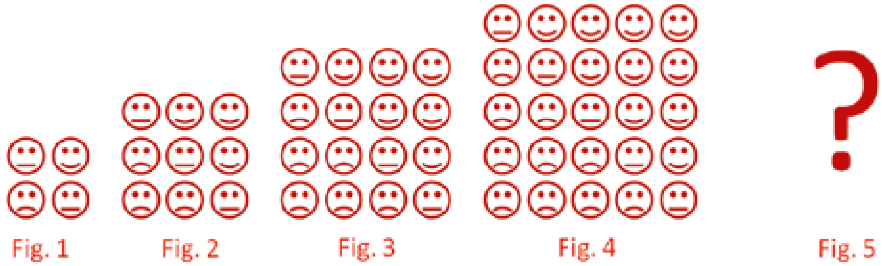
-Teleaula 51: Introdução à álgebra, (duração: 14’57”);
- Teleaula 69: Equacionando problemas, (duração: 14’29”);
- Teleaula 71: Produtos notáveis, (duração: 12’32”);
- Teleaula 80: Revisão IV: álgebra, (duração: 15’28”).

Habilidade:

Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de sua representação simbólica e de seu significado geométrico (2n é um número par, 2n + 1 é um número ímpar, a soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n(n+1)}{2}$ etc.).

Questão 11 – Objetiva

Suponha que a sequência da figura abaixo continue seguindo sempre o mesmo padrão.



Banco de imagens – CGEB/CEFAF/Matemática/ 2014

Qual é a expressão algébrica que permite determinar o número de caras neutras (nem alegres, nem tristes), da quinta figura da sequência apresentada acima?

(A) $\dfrac{n^2 - 2n}{n}$.

(B) $\dfrac{2n^2}{4n}$.

(C) $\sqrt{n^2}$.

(D) $\boldsymbol{\sqrt{n}}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, a proposta dessa questão é verificar se o aluno familiarizou-se com a possibilidade de expressão de um movimento quantitativo por meio de uma fórmula ou de uma expressão algébrica, resgatando, portanto, a noção de equivalência, com enfoque na equivalência entre expressões com letras, que representam a generalização de determinado padrão. Proponha atividades similares a esta, que contemplam a referida habilidade, para que dessa maneira os alunos tenham condições de interagir com os seus colegas, enriquecendo assim, as discussões que envolvam o uso da linguagem matemática.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

<table>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A) $\dfrac{n^2 - 2n}{n}$.</td><td>

Resposta incorreta. O aluno que assinala esta alternativa possivelmente utiliza o cálculo algébrico $\dfrac{n^2 - 2n}{n}$, apenas para figura 1 da sequência,

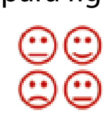


Fig. 1

indicando, portanto, que o aluno conclui que tal situação poderia ser aplicada a todas as figuras que compõem a sequência, conforme cálculo:

- Para n = 4, (figura 1 da sequência):

$$\frac{n^2 - 2n}{n} = \frac{4^2 - 2 . 4}{4} = \frac{16 - 8}{4} = \frac{8}{4} = 2,$$

portanto, 2 caras neutras.

</td></tr>
</table>

(B) $\frac{2n^2}{4n}$.	**Resposta incorreta.** O aluno que opta por esta alternativa possivelmente utiliza o cálculo algébrico $\frac{2n^2}{4n}$ apenas para figura 1 da sequência, indicando, portanto, que o mesmo conclui que tal situação poderia ser aplicada a todas as figuras que compõem a sequência, conforme cálculo: - Para n = 4, (figura 1 da sequência): $\frac{2n^2}{4n} = \frac{2 \,.\, 4^2}{4 \,.\, 4} = \frac{2 \,.\, 16}{16} = 2$, portanto, 2 caras neutras.
(C) $\sqrt{n^2}$.	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa possivelmente utiliza o cálculo algébrico $\sqrt{n^2}$ apenas para figura 1 da sequência, indicando, portanto, que o mesmo conclui que tal situação poderia ser aplicada a todas as figuras que compõem a sequência, conforme cálculo: - Para n = 4, (figura 1 da sequência): $\sqrt{n^2} = n \therefore n = 4$, portanto, 4 caras; Podemos concluir que o aluno pensou apenas na quantidade de caras, e não no enunciado da questão.
(D) $\sqrt{n}$.	**Resposta correta.** O aluno que opta por esta alternativa, compreende que a sequência é formada pela representação de figuras quadradas de lados 2, 3, 4, 5, ..., portanto, para determinar o número de caras neutras da próxima sequência, usa a raiz quadrada da quantidade de caras que estruturam cada figura, satisfazendo assim, todas as situações mostradas, como: - Para n = 4, (figura 1 da sequência): $\sqrt{4} = 2$, portanto, 2 caras neutras; - Para n = 9, (figura 2 da sequência): $\sqrt{9} = 3$, portanto, 3 caras neutras; - Para n = 16, (figura 3 da sequência): $\sqrt{16} = 4$, portanto, 4 caras neutras; - Para n = 25, (figura 4 da sequência): $\sqrt{25} = 5$, portanto, 5 caras neutras; **- Para n = 36, (figura 5 da sequência):** **$\sqrt{36} = 6$, portanto, 6 caras neutras.**

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série / 8º ano – Volume 1 - Edição 2014:
- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:
- Atividade 7: generalizações, (p.23).

3. Experiências Matemáticas – 6ª série:
- Atividade 21: generalizações:
. Parte 1: a álgebra empresta sua linguagem, (p.229);
. Parte 2: desafios, (p.230);
. Parte 3: outros desafios, (p.231);
. Parte 4: concluindo, (p.232).

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:
- Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração:14’57”);
- Teleaula 61: expressões algébricas, (duração:14’49”);
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração:15’28”).

5. Revista Nova Escola:
- Álgebra desde cedo: acesso em: 15/02/2014;
- Introdução à álgebra: acesso em: 15/02/2014.

6. Site:
- Matemática nas esferas:
Disponível em: http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_4_t_2.html?open=instructions Acesso em: 16/02/2014.

Habilidade:

Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.

Questão 12 – Objetiva

Um grupo de amigos amantes da matemática estão brincando com um jogo de cartas: “Qual o maior número”. O amigo “A” tirou a carta $\frac{40}{73}$, o amigo “B” tirou a carta $\frac{23}{42}$, o amigo “C” a carta $\frac{12}{22}$ e o amigo “D” a carta $\frac{38}{70}$.
Qual dos amigos tirou a maior carta?

(Dica: faça a divisão até a 4ª casa decimal)

(A) Amigo A.

(B) Amigo B.

(C) Amigo C.

(D) Amigo D

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor o trabalho com frações aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular de forma adequada os problemas do mundo real, além de desenvolver e expandir as estruturas mentais.

Segundo alguns autores (Kieren (1976), Behr et al. (1983), Nunes (2003) "é preciso trabalhar com diferentes situações para que os alunos construam o conceito de número racional como parte-todo; quociente; operador multiplicativo e outros." Como atividades como a apresentada no enunciado, espera-se a que os alunos tenham compreendido o campo dos números racionais como compostos por números cuja representação decimal pode ser finita ou periódica e infinita. Tal definição dos números racionais é importante, pois será retomada na discussão sobre outro tipo de número, os irracionais.

No caso das dízimas periódicas, a exploração das primeiras experiências com representações infinitas possibilita uma série de atividades com um sentido de investigação e pesquisa. Em uma avaliação, a exploração da curiosidade dos alunos, a prática de uma reflexão crítica diante de situações insólitas ou curiosas na escrita dos números, como são as dízimas, é muito mais relevante do que a mera fixação de regras operatórias para determinar as geratrizes.

Sugere-se que ao comentar esta questão com alunos amplie o estudo destacado na situação de aprendizagem 1, 7ª série – Volume1 – Edição 2014.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) Amigo A.	**Resposta correta.** O aluno que opta por esta alternativa, interpreta corretamente o enunciado da questão, utiliza a metodologia de resolver todas as divisões das frações, até a 4ª casa decimal, encontrando para a carta do: **Amigo "A" =** $\mathbf{\frac{40}{73}}$ **=> 0,5479...** Amigo "B"= $\frac{23}{42}$ => 0,5476...

<table>
<tr>
<td>(A) Amigo A.</td>
<td>Amigo ″C″= $\frac{12}{22}$ => 0,5454...
Amigo ″D″= $\frac{38}{70}$ => 0,5428...
O que mostra que o aluno compreende o significado de dízima e geratriz aplicado na situação-problema.</td>
</tr>
<tr>
<td>(B) Amigo B.</td>
<td>Resposta incorreta. O aluno que escolhe esta alternativa, provavelmente consegue resolver corretamente até a 3ª casa decimal, pois não continua a divisão, encontrando:

230 | 42
− 210   0,547
0200
− 168
0320
− 294

A resposta correta para a carta do Amigo“B” seria 0,5476</td>
</tr>
<tr>
<td>(C) Amigo C.</td>
<td>Resposta incorreta. O aluno que assinala esta alternativa, provavelmente consegue resolver corretamente até a 2ª casa decimal, pois não continua a divisão, encontrando:

120 | 22
− 110   0,51
0100
− 088
012

A resposta correta para a carta do Amigo “C” seria 0,5454...</td>
</tr>
<tr>
<td>(D) Amigo D.</td>
<td>Resposta incorreta. O aluno que escolhe esta alternativa, provavelmente consegue resolver corretamente até a 3ª casa decimal, pois não continua a divisão, encontrando:

380 | 70
− 350   0,542
0300
− 280
0200
− 140
060

A resposta correta para a carta do Amigo“D” seria 0,5428...</td>
</tr>
</table>

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série / 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: os racionais como mostruário das frações.
- Situação de Aprendizagem 2: as dízimas periódicas são previsíveis.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série / 7º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: frações e decimais: um casamento com significado.
- Situação de Aprendizagem 3: multiplicação e divisão com frações.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série / 6º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: na medida certa: dos naturais as frações.
- Situação de Aprendizagem 4: equivalências e operações com frações.

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 30: metades, (p.28);
- Atividade 31: dobrando em partes iguais, (p.30);
- Atividade 32: os três problemas e mais alguns, (p.31);
- Atividade 33: novos problemas, (p.31);
- Atividade 34: as barras coloridas, (p.32);
- Atividade 35: iniciando a multiplicação, (p.33).

5. Experiências Matemáticas – 5ª série:

- Atividade 17: composição e decomposição de um número racional:

. Parte 1: parte e todo, (p.157).

- Atividade 23: decimais, frações e medidas de comprimento:

. Parte 1: as informações são as mesmas? (p.225).

- Atividade 27: adição e subtração com frações:

. Parte 1: jogos de frações, (p.271);
. Parte 2: escritas equivalentes, (p.274).

- Atividade 29: multiplicação e divisão com frações:

. Parte 1: o racional inteiro, (p.293);
. Parte 2: as tiras, (p.294);
. Parte 3: divisão, (p.297);
. Parte 4: problemas, (p.300).

6. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 1: dízimas e geratrizes.

. Parte 1: conversando sobre números, (p.17);
. Parte 2: sequências, (p.20);
. Parte 3: aumentando a folha tipo, (p.21);
. Parte 4: geratrizes, (p.23).

7. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

- Teleaula 23: frações, (duração: 14’07”);
- Teleaula 24: frações diferentes, quantidades iguais, (duração: 12’40”);
- Teleaula 26: fração ou número com vírgula, (duração: 12’39”);
- Teleaula 45: novamente frações, (duração: 12’54”);
- Teleaula 63: operações com frações, (duração: 15’28”).

8. Revista Nova Escola:

- Operações com frações: acesso em: 18/02/2014;
- Um debate animado sobre frações: acesso em: 18/02/2014.

9. Livro:

- **KIEREN, T.** On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). Numberand measurement: Paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144, 1976.

Habilidade:

Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.

Questão 13 - Objetiva

Considere a seguinte situação-problema: “A área de um retângulo é expressa por $\mathbf{x^2 + 15x + 56}$”.

A alternativa que indica a representação geométrica da expressão algébrica acima é:

(A)  x + 6

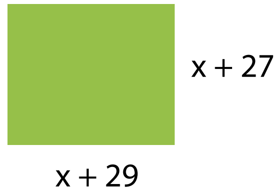
x + 9

(B)  x + 3

x + 5

(C)  x + 7

x + 8

(D) 

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor, sabemos que a linguagem algébrica permite escrever, simbolicamente, relações entre números. É interessante trabalhar concomitantemente produtos notáveis e fatoração para que o aluno entenda que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, que é outra forma de escrever $(a + b)(a + b)$.

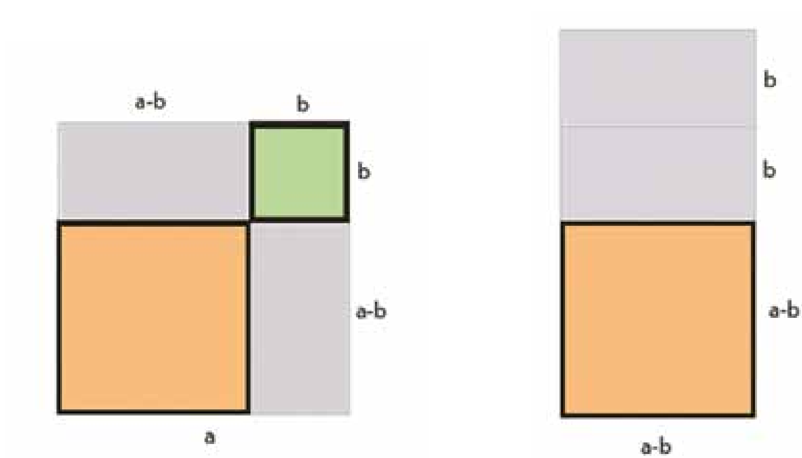
Aplicando propriedades algébricas básicas dos números obtém as expressões:

$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 + ab + (-b)a + (-b)b = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$.

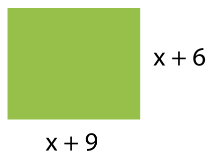
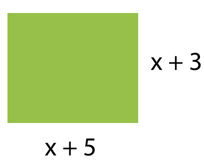
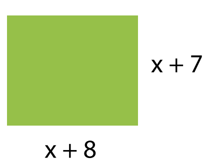
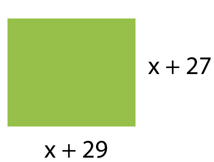
Contudo, para que as expressões dos produtos notáveis tenham significado e não sejam apenas decoradas, é importante que sejam utilizados e explorados os significados geométricos, relacionando o produto entre dois números com área de retângulos.

Assim, a expressão ganha significado, pois representa a diferença entre a área do quadrado de lado *a* e a área do quadrado de lado *b*, conforme a figura:



No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 	**Resposta incorreta.** O aluno que opta esta alternativa possivelmente multiplica “x” com “x”, soma (9 e 6) e por último multiplica também (9 e 6), encontrando 56, conforme cálculos abaixo: $x \,.\, x = x^2$ $9 + 6 = 15$ $9 \,.\, 6 = 56$ $(x^2 + 15x + 56)$
(B) 	**Resposta incorreta.** O aluno que assinala esta alternativa possivelmente multiplica “x” com “x” e (3 e 5), conforme cálculos abaixo: $x \,.\, x = x^2$ $3 \,.\, 5 = 15$
(C) 	**Resposta correta.** O aluno que opta por esta alternativa aplica corretamente a propriedade distributiva da multiplicação, conforme cálculos a seguir: $(x + 7) \,.\, (x + 8) = x^2 + 7x + 8x + 56 = \mathbf{x^2 + 15x + 56}$
(D) 	**Resposta incorreta.** O aluno que escolhe esta alternativa possivelmente multiplica “x” com “x”, e simplesmente soma os valores (27 e 29), conforme cálculos abaixo: $x \,.\, x = x^2$ $27 + 29 = 56$

Algumas Referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: aritmética com álgebra: as letras como números;
- Situação de Aprendizagem 6: produtos notáveis: significados geométricos;

- Situação de Aprendizagem 7: álgebra: fatoração e equações;
- Situação de Aprendizagem 8: aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2:

- Atividade 40: perímetros e áreas, (p.36).

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 7: generalizações, (p.23);
- Atividade 8: relações, (p.25);
- Atividade 9: propriedades, (p.28);
- Atividade 10: representações algébricas, (p.32);
- Atividade 11: expressões algébricas, (p.36);
- Atividade 12: cálculo literal, (p.40).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 22: identificando polinômios:

. Parte 1: polinômios, (p.251);
. Parte 2: calculando valor numérico de um polinômio, (p.255);
. Parte 3: polinômio com uma variável, (p.255).

- Atividade 23: operando com polinômios:

. Parte 1: adicionando e subtraindo polinômios, (p.261);
. Parte 2: multiplicando polinômios, (p.264);
. Parte 3: dividindo polinômios, (p.266);
. Parte 4: propriedades da divisão de polinômios, (p.267).

5. Experiências Matemáticas – 8ª série:

- Atividade 10: alguns produtos são notáveis:

. Parte 1: lembrando o algoritmo da multiplicação, (p.127);
. Parte 2: o quadrado de uma soma, (p.129);
. Parte 3: o quadrado de uma diferença, (p.133);
. Parte 4: produto entre soma e diferença de dois termos, (p.136)

- Atividade 15: frações algébricas:

. Parte 1: o valor numérico de uma expressão algébrica, (p.197);
. Parte 3: adição e subtração com expressões algébricas, (p.200);
. Parte 4: multiplicação e divisão com expressões algébricas, (p.202).

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental:

-Teleaula 51: introdução à álgebra, (duração: 14’57”);
- Teleaula 69: equacionando problemas, (duração: 14’29”);
- Teleaula 71: produtos notáveis, (duração: 12’32”);
- Teleaula 80: revisão IV: álgebra, (duração: 15’28”).

7. Revista Nova Escola:

- Produtos notáveis: o quadrado da soma: acesso em: 17/02/2014.

8. Sites:

- Jogos de revisão expressões monômios e polinômios:

Disponível em:

http://oitavob.pbworks.com/w/page/57770102/Jogos%20de%20revis%C3%A3o%20express%C3%B5es%20monomios%20e%20polinomios

Acesso em: 17/02/2014.

- Jogo da memória de produtos notáveis:

Disponível em:

http://pibidmath.blogspot.com.br/2013/05/jogo-da-memoria-de-produtos-notaveis.html

Acesso em: 17/02/2014.

9. Livros:

- Atividades de laboratório de Matemática:

Coordenação: Elza F. Gomide e org.: Janice Cassia Rocha, - Laboratório 52, CAEM-IME-USP.

- Álgebra: das variáveis às equações e funções:

Eliane Reame de Souza e Maria Ignez de S.V. Diniz, CAEM-IME-USP.

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Eliezer Pedroso da Rocha, Juvenal de Gouveia, Patrícia Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Equipe Curricular de Matemática CGEB/CEFAF e PCNP das Diretorias de Ensino da SEE

Validação, Leitura Crítica
Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Ana Lúcia Nunes Urtado Silva, Arlete Aparecida de Oliveira Almeida, Azenaide Sousa da Silva, Cleonice da Silva Menegatto, Edson Basilio Amorim Filho, Fabiana C. Gonçalves Frank, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaço Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares da Silva, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Paula Pereira Guanais, Rebeca Moralles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente