



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO  
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

# COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o  
Professor de Matemática

**7º ano do Ensino Fundamental**

**Prova de Matemática**

São Paulo  
1º Semestre de 2014

**6ª Edição**

## **Avaliação da Aprendizagem em Processo**

### APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO  
E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO  
DA EDUCAÇÃO BÁSICA

## **Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática**

Nos dois segmentos (Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio) avaliados, as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades já desenvolvidas em períodos anteriores, seja no ano, ou no semestre letivo. Particularmente no 6º ano (5ª série) do EF foram utilizadas as expectativas de aprendizagens contidas na grade do 5º ano (4ª série) do EF.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

### **Composição:**

1. *Anos/séries participantes:*  
*6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;*  
*1ª a 3ª séries do Ensino Médio.*
2. *Composição das provas de Matemática:*  
*10 questões objetivas e algumas dissertativas.*
3. *Matrizes de referência (habilidades/descriptores) para a constituição de itens das provas objetivas:*  
*– Currículo do Estado de São Paulo.*
4. *Banco de questões:*  
*– Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo.*

EQUIPE DE MATEMÁTICA

## MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

### 7º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL

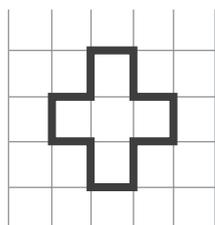
Nº do item	Habilidades
1	Compreender a noção de perímetro de figuras geométricas.
2	Compreender o uso da notação decimal para representar quantidades não inteiras, bem como a ideia de valor posicional.
3	Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado de múltiplos e divisores.
4	Composição de figuras geométricas.
5	Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações.
6	Saber realizar operações com números naturais de modo significativo (adição e subtração, multiplicação, divisão e potenciação).
7	Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas.
8	Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado de múltiplos e divisores.
9	Saber transformar frações em números decimais e vice-versa.
10	Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais, conhecer diversos sistemas de medidas.
11	Compreender informações transmitidas em tabelas e gráficos
12	Saber transformar frações em números decimais e vice-versa.
13	Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras.

## Habilidade:

Compreender a noção de perímetro de figuras geométricas.

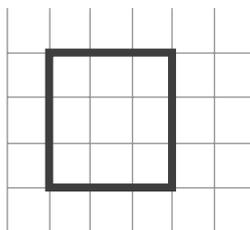
### Questão 01 – Teste

Considere a figura abaixo, desenhada numa malha quadriculada.

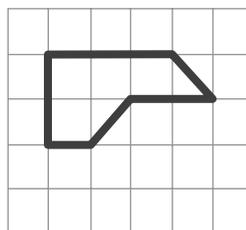


A figura que tem o mesmo perímetro que a figura acima é

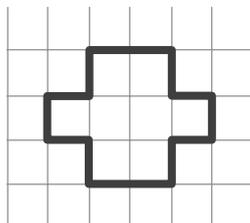
(A)



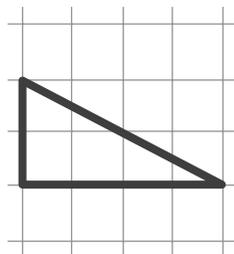
(B)



(C)



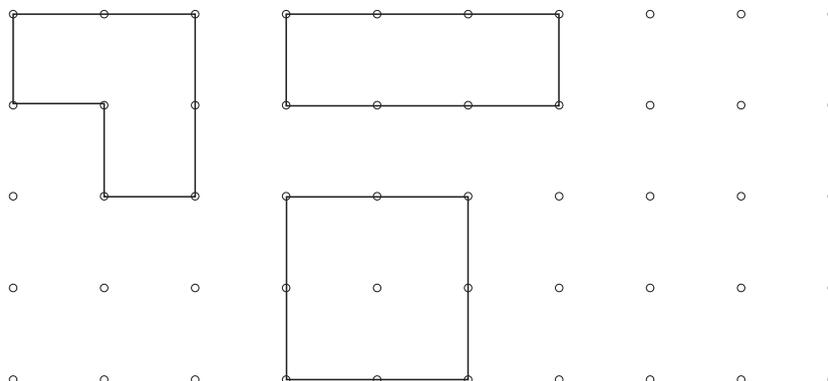
(D)



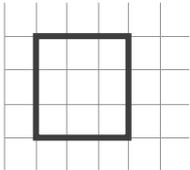
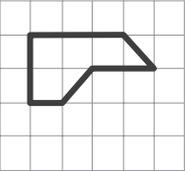
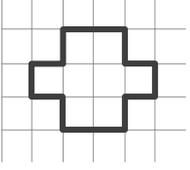
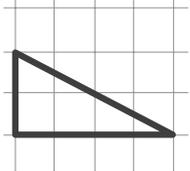
### Comentários e recomendações pedagógicas

O objetivo desta questão é verificar se aluno compreende o conceito de perímetro (contorno) sem o uso de fórmulas, ou seja, sem procedimentos envolvendo cálculos. É importante o aluno perceber que figuras diferentes em relação ao formato podem ter a mesma propriedade, isto é, dado um certo comprimento podemos moldar diversas figuras cujo “contorno” mede este comprimento. O geoplano e o tangram são ferramentas pedagógicas muito pertinentes para tratar esse assunto. Atividades com barbante, canudinhos e outros objetos concretos pode auxiliar no entendimento deste conceito geométrico.

Veja alguns exemplos abaixo de polígonos de perímetro 8 no Geoplano. O aluno poderá construir outros polígonos que tenham a mesma propriedade.



### Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 	<b>Resposta correta.</b> O perímetro do polígono dado é 12 unidades padrão (lado do quadrado unitário). O quadrado de lado 3 têm o mesmo perímetro.
(B) 	O aluno opta pelo polígono que tem a mesma área que a figura dada.
(C) 	O aluno observa a figura que tem o formato mais próximo da figura dada.
(D) 	O aluno determina o perímetro 12 e observa que a soma dos catetos deste triângulo é 6 e conclui que a soma dos catetos é igual a hipotenusa, ou seja, o terceiro lado mede 6.

### Algumas referências

- SERRAZINA, L. e MATOS, J. M. O Geoplano na Sala de Aula. São Paulo: Associação de Professores de Matemática (APM), 1998.
- KNIJNIK, Gelsa; BASSO, Vinicius de Azevedo Basso; KLÜSENER, Renita. *Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano*. Ijuí – RS: Unijui, 2004.

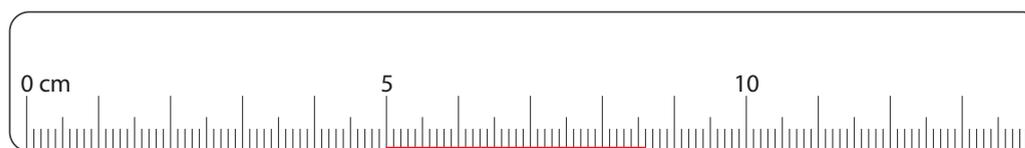
- FACCO, S.R. *Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem*. Dissertação do Mestrado em Educação Matemática da PUC/ SP sob orientação do Professor Dr Saddo Ag Amoulound. São Paulo: 2003
- KALEFF, REI & GARCIA. *Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas*. Niterói: EDUFF, 1997 (2ª ed.).
- LIMA, P.F. *Considerações sobre o ensino do conceito de áreas*. LEMAT, 1995, p.1-10.
- FRANCHI, A. et al. *Geometria no 1º grau: da decomposição a decomposição de figuras às fórmulas de área*. CLR Baileiro Editores Ltda, 1992.

### Habilidade:

Compreender o uso da notação decimal para representar quantidades não inteiras, bem como a ideia de valor posicional.

### Questão 02 – Teste

A medida do segmento destacado na régua abaixo é



- (A) 8,6 cm.
- (B) 8 cm.
- (C) 3,6 cm.**
- (D) 3 cm.

### Comentários e recomendações pedagógicas

O objetivo desta questão é verificar se o aluno conhece o significado de números decimais associado à medida. O uso de uma régua é um bom recurso para a manipulação dos números decimais. Tal prática também pode ser experimentada no cálculo do perímetro das figuras geométricas e nas operações envolvendo números decimais. A noção de medida, além de fundamental para a vida cotidiana, é importante pré-requisito nas aplicações em áreas de conhecimento (Física, Química, Biologia,...).

## Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 8,6 cm	O aluno considera o número que representa a extremidade direita do segmento.
(B) 8 cm	O aluno considera a parte inteira que representa a extremidade direita do segmento.
<b>(C) 3,6 cm</b>	<b>Resposta correta.</b> O aluno faz a diferença entre 8,6 e 5 e obtém o valor 3,6.
(D) 3 cm	Como na régua está registrado somente números inteiros, o aluno considera só a parte inteira da distância entre as duas extremidades.

## Algumas referências

- MUNIZ, C.A., BATISTA, C.O. SILVA, E.B. *Módulo IV: Matemática e Cultura: Decimais, Medidas e Sistema Monetário* – Brasília: Universidade de Brasília, 2008. 109 p.
- PÉREZ, J. C. *Números decimales. Por qué? Para qué?* Madrid: Editorial Síntesis, São Paulo, 1988.
- BEZERRA, Francisco José Brabo. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2001.
- WOERLE, N. H. *Números racionais no ensino fundamental: múltiplas representações*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
- SILVA, M. C. *Reta graduada: Um registro de representação dos números racionais*. São Paulo, 2008. 121p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

## Habilidade:

Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado de múltiplos e divisores.

## Questão 03 – Aberta

Dada a tabela abaixo, Daniela traçou um caminho saindo da casa com o número 33 (na parte de baixo da tabela) e chegando na casa com o número 66, passando **somente** por casas com números múltiplos de 3 e andando na vertical ou na horizontal, nunca na diagonal. Trace, no mapa um caminho percorrido por Daniela.

21	66	24	13	36	15
27		16	12		23
18	24	37	34	24	17
25	36	27	14	44	35
26		15	12		42
36	11	31	24	30	33 ← INÍCIO

## Comentários e recomendações pedagógicas

Uma parte importante da matemática é a teoria elementar dos números e um dos conceitos básicos é o da divisibilidade. É importante que o professor verifique se tal conceito está bem consolidado, pois será muito utilizado ao se trabalhar com os números racionais, na resolução de problemas que envolvem os números naturais (matemática discreta) e em muitas outras situações. Atividades e jogos, como o proposto nessa questão podem ser utilizados como recursos pedagógicos eficientes. O professor pode aproveitar a sugestão e criar outras atividades semelhantes com múltiplos de 4, 5 etc. Também o jogo *Avançando com o Resto* (em BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: CAEM-IME-USP; 1996) é uma opção interessante e envolvente para discutir múltiplos e divisores.

### Grade de correção

<b>Resposta correta</b>	O trajeto correto é: 33 – 30 – 24 – 12 – 15 – 27 – 36 – 24 – 18 – 27 – 21 e 66.
Respostas parciais	6-18-3-12 e para. Ele faz um percurso envolvendo os múltiplos de 3, mas faz um caminho não contínuo ou um caminho com ‘buracos’ e / ou andando na diagonal.

### Algumas referências

- SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I.. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades para aprender matemática*. Porto Alegre: ARTMED, 2001
- GÁLVEZ, G. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas* / Cecília Parra, Irma Sariz. [et al]; trad. Juan Acuña Liorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: CAEM-IME-USP; 1996.
- FRANCHI, A. *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. Tese de Doutorado. PUC - SP. 1995.
- NUNES. T. et al. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo; Cortez, 2005.

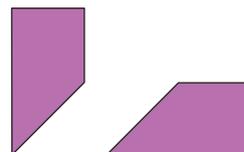
## Habilidade:

Composição de figuras geométricas.

### Questão 04 – Teste

Um quadrado feito de papel foi cortado em três peças.

Duas dessas peças são dois trapézios idênticos, ilustrados ao lado.



Dentre as peças listadas abaixo, aquela que se deve juntar aos dois trapézios para formar o quadrado é

(A)



(B)



(C)



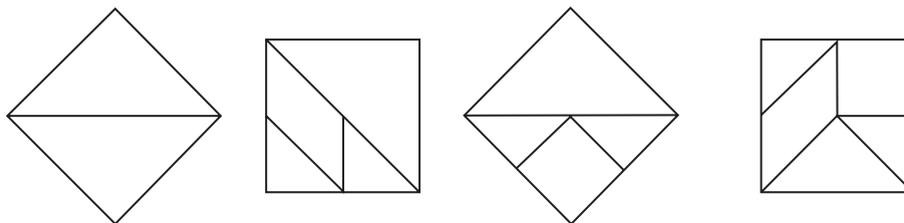
(D)



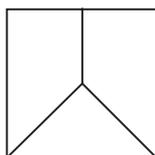
### Comentários e recomendações pedagógicas

A composição e decomposição de figuras para obter outros polígonos é uma competência muito importante considerando o estudo da geometria. Por exemplo, o aluno verá que no estudo dos quadriláteros, tal competência será muito útil. Atividades envolvendo o Tangram ajudam a potencializar esta habilidade. O recurso usado na questão serve de base também para a compreensão do conceito de área.

Podemos com as peças do Tangram, por exemplo, formar vários quadrados:



Observe que é possível obter um quadrado com os dois trapézios de outra forma,



porém o aluno deve selecionar a resposta dentre as listadas.

## Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) quadrado	<b>Resposta correta.</b> Juntando os dois trapézios percebe-se que a figura que encaixa para formar o quadrado é um quadrado menor.
(B) retângulo	O aluno junta os dois lados oblíquos congruentes dos trapézios e não percebe que as duas bases menores vão ser os lados adjacentes da figura que falta.
(C) paralelogramo	O aluno pensa em colocar uma peça que está entre as duas figuras dadas e observa que é o paralelogramo e “esquece” que a figura original tem que ser um quadrado.
(D) trapézio retângulo	O aluno pensa que as figuras têm que ter o mesmo formato.

## Algumas referências

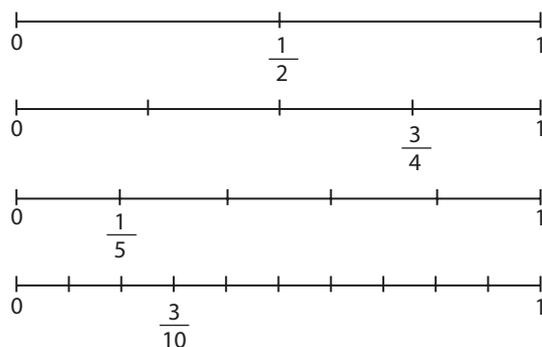
- SOUZA, E. R. *A Matemática das Sete Peças do Tangram*, CAEM-IME-USP.
- KALEFF, REI & GARCIA. *Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas*. Niterói: EDUFF, 1997 (2ª ed.).
- Revista do Professor de Matemática-RPM, nº 57, Seção Problemas, SBM, 2005.
- Revista do Professor de Matemática-RPM, nº 72, Quebra-cabeça quadrado, SBM, 2010.
- LORENZATTO, S. **Porque ensinar geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano 3, n. 4, 1995
- SECCO, A. (2007). Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. São Paulo. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica.

## Habilidade:

Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações.

### Questão 05 – Teste

Considere as retas numéricas abaixo .



A única sentença verdadeira é

(A)  $\frac{7}{10} > \frac{3}{4}$

(B)  $\frac{4}{5} > \frac{8}{10}$

(C)  $\frac{5}{10} > \frac{2}{5}$

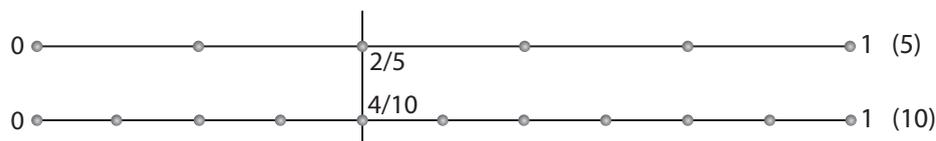
(D)  $\frac{2}{10} > \frac{1}{4}$

### Comentários e recomendações pedagógicas

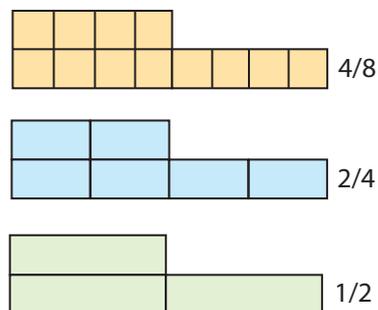
Um dos significados do conceito de fração é o de medida. O uso das retas numéricas pode ser um recurso didático interessante para trabalhar com as operações envolvendo números naturais, inteiros e racionais. Neste caso, estamos usando a representação na reta numérica como um recurso auxiliar para comparar frações (números racionais). Para responder corretamente a questão é importante localizar nas retas os números envolvidos nas alternativas e usar que números maiores que um número dado ficam situados à direita desse número. A noção de estimativa também pode ser um norteador, pois comparando o numerador (2) com o denominador (5) do número dois quintos percebe-se que 2 é menor que a metade de 5. O aluno pode

usar, como recursos para resolver a questão, frações equivalentes ou a representação decimal, pois os números envolvidos tem representação decimal finita. Espera-se que o aluno recorra a frações equivalentes para localizar os números: seis décimos, cinco décimos e dois décimos.

A identificação das frações com pontos na reta numérica não apenas ajuda o aluno a perceber a fração como um novo tipo de número, mas também é um ótimo recurso didático no estudo de frações equivalentes. Por exemplo, na figura abaixo vemos a divisão da unidade em cinco e em dez partes iguais. Fica simples perceber que as frações são equivalentes.



Um outro material que pode auxiliar na concepção de fração como medida é o material *cuisinaire*. Veja o exemplos a seguir:



### Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $\frac{7}{10} > \frac{3}{4}$	O aluno não se baseia na reta numérica e compara os numeradores das duas frações e os denominadores, observando que sete é maior que três e dez é maior que quatro.
(B) $\frac{4}{5} > \frac{8}{10}$	O aluno não percebe que as duas frações são equivalentes, e confunde o sinal de maior e menor.
(C) $\frac{5}{10} > \frac{2}{5}$	<b>Resposta correta.</b> Cinco décimos é maior que quatro décimos, que é a fração equivalente de dois quintos.
(D) $\frac{2}{10} > \frac{1}{4}$	O aluno simplifica a primeira fração e compara um quinto com um quarto e observa que o denominador cinco é maior que quatro e conclui que as frações obedecem tal comparação.

## Algumas referências

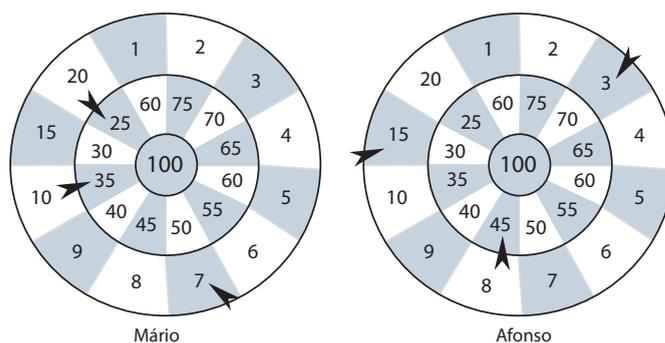
- Campos, T. M. M.; Rodrigues, W. R.. *A ideia de unidade na construção do conceito do número racional*. REVMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V. 2.4, p. 68-93, RFSC, 2007.
- Merlini, V. L. *O conceito de frações em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª série do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
- Bertoni, N.E. (1994). *A construção do conceito de fração e de número fracionário numa abordagem sócio-construtivista*. Solta a Voz. Número 6. Universidade Federal de Goiás
- NUNES, T.; BRYANT, P., PRETZLIK, U. & HURRY, J. (2003). *The effect of situations on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford: June, 2003.
- JESS, L. C. *Frações em um livro didático na 5ª e 6ª séries: Uma aproximação através da história da Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação, UFPR, Curitiba, 2004.

## Habilidade:

Saber realizar operações com números naturais de modo significativo (adição e subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

## Questão 06 – Teste

Mário e Afonso estavam jogando dardos. Cada um atirou três dardos que ficaram nas posições indicadas na figura abaixo.



Pode-se afirmar que

- (A) Mário está com treze pontos de vantagem.
- (B) Afonso está com seis pontos de vantagem.
- (C) Mário está com quatro pontos de vantagem.**
- (D) Afonso está com dez pontos de vantagem.

## Comentários e recomendações pedagógicas

A situação problema proposta tem como objetivo verificar se o aluno compreende o significado de adição como reunião e o significado da subtração como comparação. O problema evita os termos “chavões” como juntar, reunir, tirar, diminuir. Os problemas aritméticos são importantes para priorizar os significados das operações ao invés do cálculo, do procedimento ou do algoritmo. A interpretação também é um aspecto importante. Normalmente, os alunos leem um problema e perguntam à professora se o problema é “de mais”, “de menos”, “de multiplicar” ou “de dividir”. E o que é esperado é que o aluno consiga interpretar corretamente a situação-problema e decidir a melhor estratégia.

O importante é dar ênfase aos significados das operações e não apenas aos algoritmos. O quadro abaixo exemplifica alguns significados das operações de adição e subtração.

Tipos de problemas	Quantidades indefinidas		
<b>Problemas de juntar</b>	<i>Quantidade final indefinida</i> Ex.: João tem 16 balas. Ele comprou 9. Quantas balas tem agora? $16 + 9 = ?$	<i>Quantidade inicial indefinida</i> Ex.: João tem algumas balas. Ele comprou mais 9, ficando com 25 balas. Quantas balas ele tinha no início? $? + 9 = 25$	<i>Quantidade acrescida indefinida</i> Ex.: João tem 16 balas. Comprou algumas na cantina da escola e agora tem 25. Quantas balas ele comprou? $16 + ? = 25$
<b>Problemas de retirar</b>	<i>Quantidade final indefinida</i> Ex.: João tem 16 balas. Cedeu 5 para a sua amiga Ana. Quantas balas ele tem agora? $16 - 5 = ?$	<i>Quantidade inicial indefinida</i> Ex.: João tem algumas balas. Ele deu 5 balas para Ana. Agora ele tem 11. Quantas balas havia no início? $? - 5 = 11$	<i>Quantidade retirada indefinida</i> Ex.: João tem 16 balas. Gentilmente resolve dar algumas para Ana. Agora ele tem 11 balas. Quantas balas Ana ganhou? $16 + ? = 11$
<b>Problemas de reunião</b>	<i>Total indefinido</i> Ex.: João tem algumas balas. 15 balas são de morango e 12 são de abacaxi. Quantas balas tem João? $15 + 12 = ?$		<i>Parte do total indefinido</i> Ex.: João tem 15 balas de morango e algumas de abacaxi. Ele tem 27 balas no total. Quantas balas são de abacaxi? $15 + ? = 27$
<b>Problemas de comparação</b>	<i>Diferença indefinida</i> Ex. João tem 15 balas e Maria, 12. Quantas balas o João tem a mais? $15 - 12 = ?$	<i>Quantidade de referência indefinida</i> Ex.: Maria tem 12 balas e João tem 3 a mais. Quantas balas tem ele? $? - 12 = 3$	<i>Quantidade de comparação indefinida</i> Ex.: João tem 15 balas e Maria, algumas. Ele tem 3 balas a mais do que ela. Quantas balas tem a Maria? $15 - ? = 3$

## Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) Mário está com quatorze pontos de vantagem.	O aluno descobre que Mário fez 67 pontos, porém erra no cálculo para obter os pontos de Afonso, ou seja, 53 e percebe que Mário têm 14 unidades a mais que Afonso.
(B) Afonso está com seis pontos de vantagem.	O aluno obtém o total de pontos de Afonso, 63, porém erra na conta ao calcular o número de pontos de Mário, obtendo 57 pontos. Portanto, observa que Afonso tem 6 pontos a mais que Mário.
<b>(C) Mário está com quatro pontos de vantagem.</b>	<b>Resposta correta.</b> Mário conseguiu 67 pontos e Afonso 63, ou seja, Mário ganhou com 4 pontos a mais.
(D) Afonso está com dez pontos de vantagem.	O aluno considera que Afonso ganhou, pois ele compara os dois números maiores de cada um e verifica que 45 é 10 unidades a mais que 35.

## Algumas referências

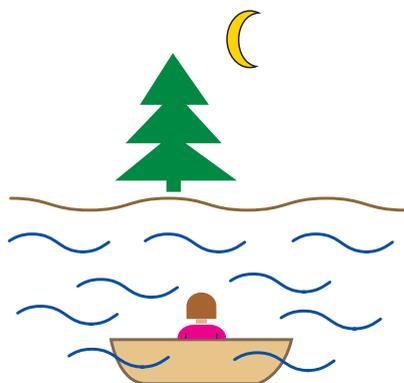
- SMOOTHY, Marion. *Atividades e Jogos com Números*. São Paulo: Scipione, 1997. – (Coleção Investigação Matemática).
- BRASÍLIA, *Leitura 8 – Resolução de Problemas*, Curso de Matemática por Correspondência: INEP/FUNBEC (Programa de Educação Continuada);
- IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande invenção*. São Paulo: Editora Globo, 1985. (3ª edição).
- CENTURION, M. *Conteúdos e Metodologia da Matemática: Números e Operações*. São Paulo: Scipione, 1998
- SOUSA, U. R. *Sistema De Numeração Decimal e Operações Fundamentais: ideias que os envolve e a resolução de problemas*. Anais IX ENEM. SBEM, Belo Horizonte, 2008.
- CARDOSO, V.C., *Materiais didáticos para as quatro operações*, CAEM-IME-USP.

## Habilidade:

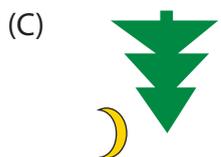
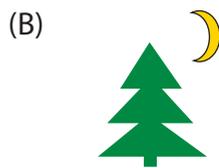
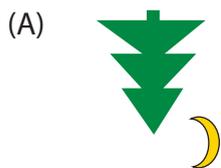
Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas.

### Questão 07 – Teste

Catarina está passeando de barco num lago. Veja a ilustração abaixo.



Das figuras abaixo, a que mais se aproxima da imagem que ela vê refletida no lago é a



### Comentários e recomendações pedagógicas

As transformações geométricas têm um papel muito importante no ensino da geometria. O professor pode dar um tratamento que desenvolva as intuições que os alunos têm e que precisam ser aprimoradas. A simetria está presente na natureza, nos objetos e principalmente na interação com a arte via os mosaicos, os frisos etc. Atividades com origami são oportunidades ricas em que os alunos podem vivenciar e experimentar, dando um significado diferente ao trabalho com os polígonos.

## Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 	O aluno observa a simetria da árvore em relação ao lago mas inverte a posição da lua.
(B) 	O aluno acredita que a imagem da árvore será a mesma.
(C) 	O aluno observa corretamente a posição simétrica da árvore mas inverte a posição da lua em relação à árvore.
(D) 	<b>Resposta correta.</b> O aluno observa que as duas figuras são simétricas em relação ao lago.

## Algumas referências

- FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Kátia Regina Ashton. *Fazendo Arte com a Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- FLORES, Cláudia R. *Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares*. Revista ZETETIKÉ, Campinas: Unicamp – FE -CEMPEM, v.18, 2011
- Ripplinger, H. M. G. (2006). *Simetria nas práticas escolares*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Pires, C.M.C., *Transformações no plano*, in Prática Pedagógica: Matemática – 1º grau, CENP-SEE-SP, 1993.

## Habilidade:

Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado de múltiplos e divisores.

### Questão 08 – Teste

De um terminal de ônibus, saem ônibus da linha A de 10 em 10 minutos e da linha B, de 8 em 8 minutos. Às 7 horas da manhã, João percebeu que ao mesmo tempo saíram ônibus da linha A e B. O próximo horário em que tal coincidência acontecerá será às

- (A) 7h 10 min.
- (B) 7h 20 min.
- (C) 7h 24 min.
- (D) 7h 40 min.**

### Comentários e recomendações pedagógicas

Para resolver este problema o aluno precisa aplicar o conceito de múltiplo de um número. O objetivo é contextualizar o significado de mínimo múltiplo comum ao invés de optar pelo cálculo, pelo procedimento.

O estudo das características de números naturais ajuda os alunos a desenvolverem o sentido do número e melhora o uso dos números em situações cotidianas. É importante desenvolver um entendimento conceitual do mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais.

Alternativa	Interpretação
(A) 7h 10min	O aluno pensa que após 10 min, sairá ônibus de novo das duas linhas, considerando apenas a periodicidade dos ônibus da linha A.
(B) 7h 18min	O aluno pode achar que somando os minutos obterá a próxima partida simultânea.
(C) 7h 24min	O aluno possivelmente considera que este é um horário possível, sendo uma partida do ônibus da linha B.
<b>(D) 7h 40 min</b>	<b>Resposta correta.</b> O aluno determina as próximas partidas. A: 7h10min, 7h20min, 7h30min, 7h40min, 7h50min,... B: 7h08min, 7h16min, 7h24min, 7h32min, 7h40min, 7h48min Percebe que às 7h40min será a próxima partida simultânea.

### Algumas referências

- SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I.. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades para aprender matemática*. Porto Alegre: ARTMED, 2001
- GÁLVEZ, G. *Didática da Matemática: reflexões psicológicas / Cecília Parra, Irma Sariz. [et al]; trad. Juan Acuña Liorens*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: CAEM-IME-USP; 1996.
- FRANCHI, A. *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. Tese de Doutorado. PUC - SP. 1995.
- NUNES. T. et al. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo; Cortez, 2005.

### Habilidade:

Saber transformar frações em números decimais e vice-versa.

### Questão 09 – Aberta

Abaixo temos cartões com números representados de maneiras diferentes.

$\frac{15}{20}$	50%	75%	$\frac{15}{6}$	2,5	0,75	$\frac{5}{20}$
$\frac{5}{2}$	250%	$\frac{1}{4}$	0,5	0,25	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{16}$
$\frac{3}{4}$	25%	$\frac{5}{10}$				

Podemos escolher cartões e formar um grupo com representações diferentes do mesmo número. Por exemplo, um grupo será formado pelos cartões:

$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{8}{16}$	0,5
---------------	-----	----------------	-----

Forme um **outro** grupo com 4 representações diferentes do mesmo número.

## Comentários e recomendações pedagógicas

É muito importante que os alunos desenvolvam a habilidade de representar um número de diversas formas. Não existe a melhor forma, pois a escolha irá depender do contexto. A habilidade de mudar a representação de um número racional pode ser um facilitador na abordagem das operações, na situação de comparação, na localização na reta real e na resolução de problemas.

### Grade de correção

<b>Respostas corretas</b>	Grupo 1 : 0,5; 8/16; 5/10 e 1/2.
	Grupo 2: 0,25; 1/4; 5/20, 25%.
	Grupo 3: 75%, 3/4; 0,75 e 15/20.
	Grupo 4: 250%; 5/2, 15/6 e 2,5.

### Algumas referências

- BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. *O Ensino/aprendizagem das medidas e de números decimais*. Brasília, 2004.
- ESCOLANO, R. V.; GAÍRIN, J. M. S. *Modelos de Medida para la enseñanza del número racional em educación primaria*. Revista Iberoamericana in educación Matemática, nr 1, p. 17-35, Zaragoza, 2005.
- HARIKI, S. *Sobre Frações Próprias, Impróprias e Aparentes*. Revista do Professor de Matemática, IME-USP, São Paulo, 1993, n. 23, p. 19-22.
- RODRIGUES, W. R. *Números racionais: Um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. São Paulo, 2005. 246p. Dissertação (Mestrado em Educação matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

## Habilidade:

Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais, conhecer diversos sistemas de medidas.

### Questão 10 – Teste

A seguir temos a programação diária da TV Vitoriosa.

PROGRAMA		HORÁRIO
	Você na TV	10h45 às 11h20
	Jornal da TV Vitoriosa	11h20 às 11h45
	Linha Dura	11h45 às 12h35
	No Foco da Notícia	18h50 às 19h10

O programa que tem a maior duração é

- (A) “Você na TV”.
- (B) “Jornal da TV Vitoriosa”.
- (C) “Linha Dura”.**
- (D) “No Foco da Notícia”.

### Comentários e recomendações pedagógicas

O problema proposto explora uma situação cotidiana do aluno envolvendo a unidade de tempo. É um tema que deve ser trabalhado ao longo de toda a vida escolar do aluno, pois envolve o letramento matemático (alfabetização) do cidadão. Um obstáculo possível é que o sistema de unidades de tempo não é decimal. Lidar com o sistema de medidas é também requisito básico para trabalhar outras áreas do conhecimento, como física, química, biologia, geografia etc.

#### Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) Você na TV	O aluno pode não saber determinar a duração dos programas e assinala a primeira alternativa como opção.

(B) Jornal da TV Vitoriosa	O aluno possivelmente considera o término das programações e observa que o Jornal têm a maior dezena representando os minutos.
<b>(C) Linha Dura</b>	<b>Resposta correta.</b> O aluno verifica que tal programação tem a duração de 50 minutos que é o maior intervalo de tempo entre 35 min, 25 min e 20 min que são da programação do itens A, B e D, respectivamente.
(D) No Foco da Notícia	O aluno pode ter assinalado essa alternativa por ser o programa que é exibido mais tarde no dia.

### Algumas referências

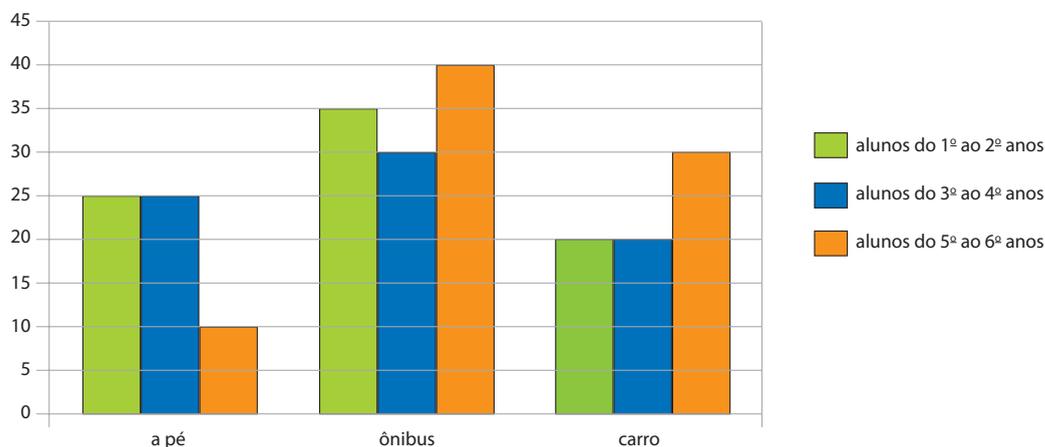
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. *Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental*. Natal: SBHMata, 2002.
- CHAMORRO PLAZA, M. del C.; BELMONTE GÓMEZ, J. M. *El problema de la medida – didáctica de las magnitudes lineares*. Madrid: Editorial Síntesis S. A., 2000.
- LOUZADA, Fernando M.; SILVA, Cláudio. X. *Medir e comparar*. São Paulo: Ática, 1998. (Série: A descoberta da Matemática). 64p.
- MARCONDES, Carlos; GENTIL, Nelson. *Como encontrar a medida certa*. São Paulo: Ática, 1990. 63p. (Série: A descoberta da Matemática).
- MACHADO, Nilson José. *Medindo Comprimentos*. São Paulo: Scipione, 1988. 43 p. (Coleção Vivendo a Matemática). 43p.
- CUNHA M. R. K.; MAGINA S. M. P. *A Medida e o Número Decimal: um estudo sobre a elaboração de conceito em crianças do Nível Fundamental*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais eletrônicos do VIII ENEM.
- PONTES G. *Medidas e Proporcionalidade na Escola e no Mundo do Trabalho*. João Pessoa: Idea, 2009.
- LIMA, Paulo Figueiredo & BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. *Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental*. Série Textos de História da Matemática, v. 8. Rio Claro-SP: SBHMAT, 2002.

## Habilidade:

Compreender informações transmitidas em tabelas e gráficos

### Questão 11 – Teste

No colégio de Maria foi feita uma pesquisa para saber qual a forma de deslocamento que os alunos utilizam para ir da sua casa à escola. O gráfico de barras, abaixo, mostra o resultado obtido.



Observando-se o resultado obtido pode-se afirmar que

- (A) considerando os alunos do 1º ao 2º anos, o número de alunos que vão de ônibus é o dobro do número de alunos que vão de carro.
- (B) o total de alunos que vão de carro é 30.
- (C) metade dos alunos que vão a pé são alunos do 3º ou 4º anos.
- (D) o ônibus é opção mais utilizada em qualquer um dos três grupos de alunos.**

### Comentários e recomendações pedagógicas

A educação Estatística apresenta três competências: o raciocínio estatístico, que compreende a capacidade de saber usar corretamente as ferramentas e os conceitos estatísticos; o pensamento estatístico, que possibilita a compreensão de situações problemas a partir dos conhecimentos estatísticos; e a literária estatística que é a capacidade de entender e interpretar com base na Estatística as informações que lhe são apresentadas. No Ensino Fundamental I a preocupação deve ser com a terceira competência. Esta questão visa verificar a habilidade do aluno em interpretar as informações dadas na forma de gráfico.

## Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A)	O aluno não considera a frequência e por estimativa acredita que o tamanho da coluna dos alunos que usam ônibus é o dobro dos que usam carro.
(B)	O aluno só considera a maior frequência no grupo dos que utilizam o carro.
(C)	O aluno observa que o número de crianças do 1º ou 2º anos é o mesmo que o do 3º ou 4º anos (os tamanhos das colunas é o mesmo) e deduz que é metade sem considerar os alunos do 5º ou 6º anos.
(D)	<b>Resposta correta.</b> A opção que têm maior frequência nos três grupos de alunos é o ônibus.

## Algumas referências

- UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ, Centro de Ciências, Departamento de Estatística e Matemática Aplicada. *Noções de estatística no ensino de matemática do 1º grau*. Rio de Janeiro: MEC/ SEPS/ PREMEN: FENAME, 1981.
- ILVA, Brunno Freitas, et al . Conhecimento de Gráficos e Tabelas no Ensino Fundamental. Anais XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011, p.1-12
- REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA-RPM, nº .20. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1992.
- INSTITUTO DE MATEMÁTICA-UFRJ, *Tratamento da Informação – Explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais*. Projeto Fundão, 1997.
- BARRETO, M.de F. T. *Gráficos, tabelas e pesquisa de campo – o número em contexto significativo*. In: Anais do II SIPEM, CD room. Santos: SBEM, 2003.
- CORDANI, L. K. *Algumas considerações sobre a inferência estatística*. In: Linguagem, Conhecimento, Ação: ensaios de epistemologia e didática. Organização de Nilson J. Machado e Marisa O. Cunha. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.

## Habilidade:

Saber transformar frações em números decimais e vice-versa.

### Questão 12 – Teste

Numa prova de matemática com dez questões valendo 1 ponto cada, Sandra obteve 7,5 pontos, Marcela acertou 75 % da prova e Rafaela,  $\frac{4}{5}$  do total.

Pode-se afirmar que

- (A) Sandra teve a menor pontuação.
- (B) Marcela foi melhor que a Rafaela.
- (C) Rafaela obteve a maior nota.**
- (D) Sandra e Marcela não tiraram a mesma nota.

### Comentários e recomendações pedagógicas

É muito importante que os alunos desenvolvam a habilidade de representar um número de diversas formas. As razões e as frações estão presentes no nosso cotidiano e são representadas de várias formas. Reconhecer e manipular as várias maneiras de representar os números fracionários é uma habilidade que o aluno precisa desenvolver ao longo de sua vida escolar.

Ao detectar que os alunos ainda não desenvolveram essa habilidade, o professor pode fazer uso de diversos recursos pedagógicos, como jogos e atividades em grupo. Algumas sugestões podem ser encontradas nas referências.

#### Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) Sandra teve a menor pontuação	Sandra teve a mesma nota que Marcela, por isso, ela não teve a menor pontuação.
(B) Marcela foi melhor que a Rafaela	O aluno pensa que o valor 75% é igual ao valor absoluto 75 que é melhor que o número $\frac{4}{5}$ que é menor que 1.

(C) Rafaela obteve a maior nota	<b>Resposta correta.</b> Rafaela tirou 8,0 pontos, Marcela e Sandra 7,5 pontos, portanto, Rafaela obteve a maior nota.
(D) Sandra e Marcela não tiraram a mesma nota	O aluno entende que como as notas estão representadas de forma diferente, os números não são equivalentes.

### Algumas referências

- ROMANATTO, M. C. Número Racional: Relações necessárias à sua compreensão. Campinas, 1997. 158p. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1997.
- MOUTINHO, L. V. Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. São Paulo, 2005. 193p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.
- VALERA, A. R. Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal. Marília: 2003, 164p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília.
- MARANHÃO, M.C; IGLIORI, S. B. C. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. São Paulo: Papyrus, 2003.
- GIL, J. Da S. Uma abordagem lúdica para as diferentes representações do número racional positivo. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

### Habilidade:

Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras.

### Questão 13 – Aberta

Observe as figuras a seguir, desenhadas no mesmo papel quadriculado.

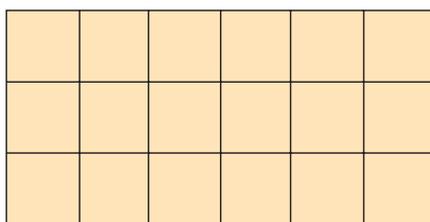


figura 1

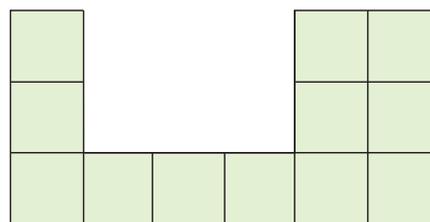


figura 2

Verifique se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas.

(i) A área da figura 1 é maior que a área da figura 2.

(ii) O perímetro da figura 1 é maior que o perímetro da figura 2.

Explique como você chegou às suas respostas.

## Comentários e recomendações pedagógicas

Para que o aluno não confunda perímetro com área é necessário trabalhar com figuras que tenham o mesmo perímetro e áreas diferentes, figuras que sejam equivalentes, mas com perímetros diferentes, figuras que tenham perímetro e áreas diferentes. Queremos verificar se os estudantes também associam os conceitos de perímetro e área para formatos diferentes. Atividades com malhas, geoplanos e tangram são recursos didáticos ricos para que os alunos experimentem as situações citadas acima.

### Grade de correção

Alternativa	Interpretação
Resposta correta	<p>A figura 2 pode ser obtida retirando-se um retângulo de área 6 da figura 1, por isso, a figura 1 tem maior área. Se o aluno contar o número de quadradinhos, ele percebe que área da figura 1 é 18 e a figura da área 2 é 12. A sentença (i) é verdadeira.</p> <p>A retirada do retângulo de área 6 provoca o surgimento de 4 unidades a mais na borda da figura, ou seja, o perímetro da figura 1 é menor que o perímetro da figura 2.</p> <p>Usando o lado do quadrado como unidade padrão, o aluno pode calcular que o perímetro da figura 1 é 18 e o perímetro da figura 2 é 22. Portanto, a sentença (ii) é falsa.</p>
Respostas parciais	<p>Se o aluno afirmar que as duas sentenças são verdadeiras ou são falsas, ou ainda se afirmar que (i) é falsa e (ii) é verdadeira, ele ainda não domina os conceitos e tem uma experiência muito restrita com situações onde essas comparações são necessárias.</p>

### Algumas referências

- FACCO, S.R. *Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem*. Dissertação do Mestrado em Educação Matemática da PUC/ SP sob orientação do Professor Dr Saddo Ag Amoulound. São Paulo: 2003.
- LIMA, P.F. *Considerações sobre o ensino do conceito de áreas*. LEMAT, 1995, p.1-10.

- FRANCHI, A. et al. *Geometria no 1º grau: da decomposição a decomposição de figuras às fórmulas de área*. CLR Baileiro Editores Ltda, 1992.
- SECCO, A. (2007). *Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas*. São Paulo. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica.
- *Avaliação da Aprendizagem em Processo – Comentários e Recomendações Pedagógicas - Matemática*

# **Avaliação da Aprendizagem em Processo**

## **Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática**

### **Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional**

Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

### **Departamento de Avaliação Educacional**

Diretor: William Massei

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

### **Centro de Aplicação de Avaliações**

Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

**Equipe Técnica DAVED** participante da AAP

Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Juvenal de Gouveia, Patricia e Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

### **Coordenadoria de Gestão da Educação Básica**

Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

### **Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica**

Diretor: João Freitas da Silva

### **Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional**

Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

### **Equipe Curricular CGEB de Matemática**

Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

### **Elaboração do material de Matemática**

Aline dos Reis Matheus, Cristina Cerri, Martha Salerno Monteiro, Raul Antônio Ferraz e Rogério Osvaldo Chaparin

### **Validação, Leitura e Revisão Crítica**

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

### *Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos*

Aginaldo Garcia, Clarice Pereira, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Geverson Ribeiro Machi, João Acácio Busquini, Laíde Leni Lacerda N. Moleiro Martins, Luciana Vanessa de Almeida Buranello, Maria Josiléia Silva Bergamo Almeida, Mário José Pagotto, Renata Ercília Mendes Nifoci, Silvia Ignês Peruquetti Bortolatto, Sueli Aparecida Gobbo Araújo e Zilda Meira Aguiar Gomes

### **Revisão de Texto**

Ademilde Ferreira de Souza



