GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

7º Ano do Ensino Fundamental

Matemática

São Paulo

1º Bimestre de 2018

19ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB) e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA).

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL - CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA - 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP02	Identificar informações numéricas que envolvem frações e decimais em contextos diversificados.
02		
03	MP03	Realizar operações de multiplicação e divisão com frações em diferentes contextos.
04		
05	MP04	Resolver problemas aritméticos com frações utilizando a ideia de equivalência.
06		
07	MP05	Identificar situações e contextos matemáticos nos quais se utilizam números negativos.
08		
09	MP06	Resolver operações e expressões envolvendo números negativos.
10		
11	MP07	Localizar números negativos na reta numérica.
12		

GABARITO

	A	B	C	D
01				X
02			X	
03		X		
04	X			
05			X	
06				X
07	X			
08		X		
09			X	
10	X			
11		X		
12				X

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 1º Bimestre Letivo.

A seguir, apresentamos uma breve caraterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- *(MP02) – Identificar informações numéricas que envolvem frações e decimais em contextos diversificados.*

A proposta de se diagnosticar os conhecimentos referentes à habilidade, diz respeito ao aprofundamento da relação existente entre frações e números decimais por meio de outras representações, em troca, da fixação apenas da relação entre parte e todo.

Destaca-se que, o objetivo proposto pela habilidade, seria a ênfase na representação de uma fração como o resultado da divisão entre o numerador e o denominador. Apesar de ser uma motivação quase que natural esta relação carece de ser muito aplicada para o aluno, pois prepara o caminho para a discussão sobre os números racionais.

- *(MP03) – Realizar operações de multiplicação e divisão com frações em diferentes contextos.*

O objetivo principal na indicação da habilidade é a apropriação do raciocínio operatório e resolver a situação problema apresentada por meio do raciocínio aritmético.

- *(MP04) – Resolver problemas aritméticos com frações utilizando a ideia de equivalência.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem em detectar o domínio dos conhecimentos relativos às classes de equivalência, pois, trata-se de um conceito importante para ampliar as noções sobre frações, condição essencial para a compreensão do conjunto dos números racionais.

- *(MP05) – Identificar situações e contextos matemáticos nos quais se utilizam números negativos.*

O conceito dos números inteiros, pelo ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, o que justifica as dificuldades encontradas na construção deste conceito. A compreensão de que o produto – a por – b é igual ao de a por b.

Neste sentido, fica claro que a compreensão de um número está ligada a quantificação de conjuntos discretos, sentido esse que foi construído durante a introdução do número natural.

A introdução de um novo conjunto de números dotados de sinais, com qualidade específica, representa um novo sentido (de transformação), pode apresentar-se como um elemento de dificuldade para a compreensão destes números.

Fato esse não informado aos alunos, desde as primeiras séries quando escutavam as palavras: “perdeu, faltou, está devendo, está faltando”, e agora, essa informação, tratada de modo numérico, chega a ser confusa, mesmo que remeta a um conhecimento de “falta ou ausência”.

Essa nova compreensão surge quando o aluno visualiza uma nova representação da reta numérica, que incluem os números negativos, nesta representação os alunos terão que perceber que os naturais foram absorvidos pelos inteiros positivos e, consequentemente, se modificou para números que se ordenam em direções e sentidos opostos, a partir de uma origem.

Uma ideia recorrente à reta numérica, é a de que os inteiros negativos podem ser conceituados a partir da ideia de simetria em relação aos inteiros positivos na reta numérica.

- *(MP06) – Resolver operações e expressões envolvendo números negativos.*

Neste caso, a ideia central é a de que, a operacionalização com números inteiros, supõe a construção de esquemas com referenciais distintos, ou seja, trabalhar com números cujos valores se modificam conforme a sua posição, assim, o número inteiro é um operador com duplo sentido: representa uma quantidade escalonada e ao mesmo tempo é resultado de transformações que se dão em dois sentidos, representados em uma reta numérica única.

- *(MP07) – Localizar números negativos na reta numérica.*

A ordenação a que obedece a representação dos números inteiros em uma reta numérica supõe a integração de uma ordem crescente entre os números positivos e decrescente entre os negativos a partir de um ponto de referência.

Esta ordenação permite abstrair o invariante de que os números à direita aumentam e à esquerda diminuem, seja qual for o ponto de origem tomado.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

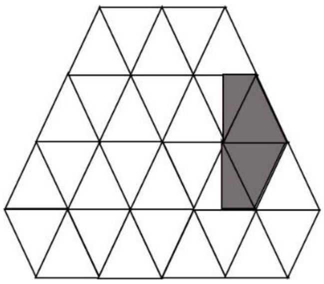
É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática –CGEB/ CEFAF

Habilidade MP02	Identificar informações numéricas que envolvem frações e decimais em contextos diversificados.

Questão 1

Trinta triângulos iguais são desenhados como mostra a figura.



A fração que representa a área sombreada é

(A) $\frac{2}{15}$

(B) $\frac{1}{15}$

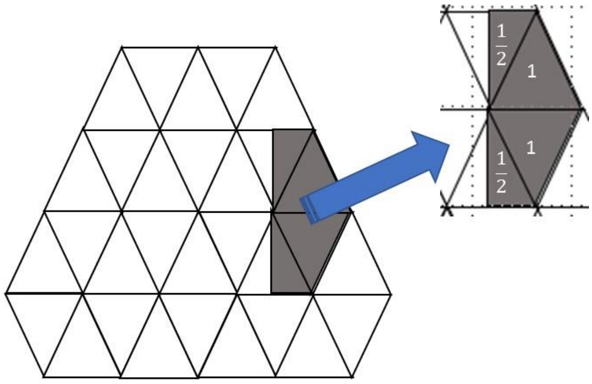
(C) $\frac{1}{5}$

(D) $\mathbf{\frac{1}{10}}$

CORREÇÃO COMENTADA

A questão apresenta a temática da passagem de uma representação simbólica para a representação fracionária.

Nas linhas a seguir, apresentaremos uma possível solução para a questão proposta.



Então, na parte hachurada encontram-se 3 triângulos. A malha triangular contém 30 triângulos e a fração referente será descrita por $\frac{3}{30}$, que é equivalente a $\mathbf{\frac{1}{10}}$ **,** atendendo assim, à alternativa **D.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\frac{2}{15}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou as duas metades sombreadas completando dois triângulos, totalizando 4 triângulos sombreados, e desta forma inferiu que: $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

(B)

$\frac{1}{15}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou apenas os triângulos totalmente sombreados, ou seja, $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

(C)

$\frac{1}{5}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou a metade do triângulo como unidade de medida da parte sombreada, ou seja, $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

(D)

$\mathbf{\frac{1}{10}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade MP02	Identificar informações numéricas que envolvem frações e decimais em contextos diversificados.

Questão 2

Numa prova de Matemática com dez questões valendo 1 ponto cada, Sandra obteve 7,5 pontos, Marcela acertou 75% da prova e Rafaela, $\frac{4}{5}$ do total.

Pode-se afirmar que

(A) Sandra obteve a maior nota.

(B) Marcela foi melhor que a Rafaela.

(C) Rafaela obteve a maior nota.

(D) Sandra e Marcela não tiraram a mesma nota.

Correção Comentada

É muito importante que os alunos desenvolvam a habilidade de representar um número de diversas formas. As razões e as frações estão presentes no nosso cotidiano e são representadas de várias formas. Reconhecer e manipular as diversas maneiras de representar os números fracionários é uma habilidade que o aluno precisa desenvolver ao longo de sua vida escolar.

Ao detectar que os alunos ainda não desenvolveram essa habilidade, o professor pode fazer uso de diversos recursos pedagógicos, como jogos e atividades em grupo.

Desta forma, pode-se encaminhar a seguinte solução para esta questão:

Tomando-se como referência a quantidade de pontos de cada aluna:

Sandra: 7,5

Marcela 75% da prova, ou seja: $\frac{75}{100} \cdot 10 = \frac{75}{10} = 7{,}5$

Rafaela $\frac{4}{5}$ do total, ou seja: $\frac{4}{5} \cdot 10 = \frac{40}{5} = 8{,}0$

Então, pode-se concluir que:

Sandra e Marcela tiraram a mesma nota.

Rafaela obteve a maior nota, desta forma, este resultado atende à alternativa **C** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Sandra obteve a maior nota.	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, compara os valores absolutos (7,5 e 75), desconsiderando a representação da porcentagem.

(B)

Marcela foi melhor que a Rafaela.	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, compara os valores absolutos (75 e 0,8), desconsiderando a representação da porcentagem.

(C)

Rafaela obteve a maior nota.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

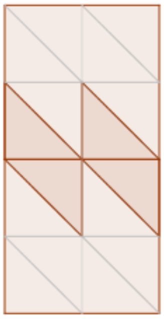
Sandra e Marcela não tiraram a mesma nota.	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, compara os valores absolutos (7,5 e 75), desconsiderando a representação da porcentagem ou os valores (0,75 e 7,5), considerando a representação decimal da porcentagem.

Habilidade MP03	Realizar operações de multiplicação e divisão com frações em diferentes contextos.

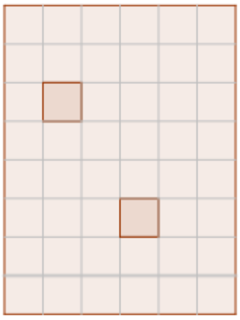
Questão 3

A figura que representa, a sexta parte de um quarto, será

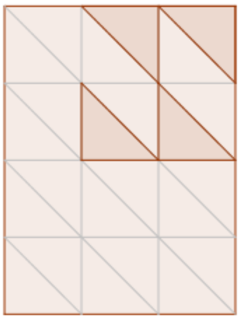
(A)



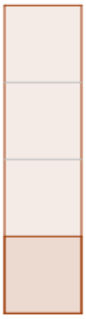
(B)



(C)



(D)



CORREÇÃO COMENTADA

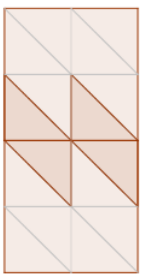
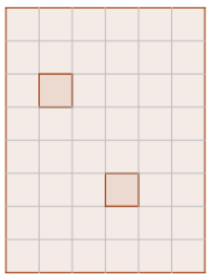
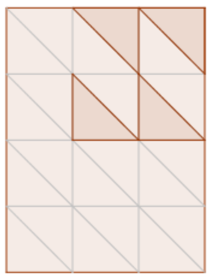
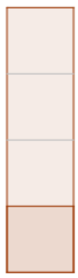
A primeira fase consiste na transcrição do texto: "*a sexta parte de um quarto"* para a representação matemática: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}$.

Cabe ressaltar aqui que existe implicitamente um tratamento das informações contidas na frase, ou seja, *"sexta parte"* para *"um sexto"* e finalmente para a representação fracionária: $\frac{1}{6}$, o mesmo procedimento será aplicado para *"um quarto".*

Consequentemente, existirá a conversão das representações acima descritas, para o produto entre as frações e finalmente destacando o cálculo numérico, no caso: $\frac{1}{24}$

A segunda fase, consiste em transcrever ou converter o resultado obtido, no caso a representação fracionária $\frac{1}{24}$ a uma das figuras apresentadas nas alternativas da questão.

Evidentemente que em cada uma das figuras apresentadas, existem tratamentos e conversões para que o aluno possa realizar a codificação ou a transcrição da linguagem matemática para a representação figural, conforme detalharemos a seguir:

(A)	(B)	(C)	(D)
			
Todo: 16 partes	Todo: 48 partes	Todo: 24 partes	Todo: 4 partes
Coloridas: 4 partes	Coloridas: 2 partes	Coloridas: 4 partes	Colorida: 1 parte
Fração: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	Fração: $\mathbf{\frac{2}{48} = \frac{1}{24}}$	Fração: $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	Fração: $\frac{1}{4}$

Verificando as figuras apresentadas, constata-se que a figura que representa a fração $\frac{1}{24}$ corresponde à alternativa **B.**

GRADE DE CORREÇÃO

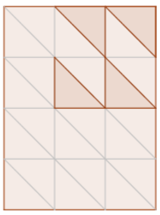
(A)

	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, não compreendeu o enunciado do problema, e apenas constata que a figura representa a fração $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ indicada no enunciado e não realizando a representação simbólica referente à "um sexto de um quarto"

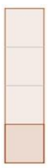
(B)

	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, não compreendeu o enunciado do problema, e apenas constata que a figura representa a fração $\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$ indicada no enunciado e não realizando a representação simbólica referente à "um sexto de um quarto"

(D)

	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, não compreendeu o enunciado do problema, mostrando apenas que consegue realizar o tratamento referente à informação *"um quarto"* para a representação figural da relação parte-todo, referente a esta fração.

Habilidade MP03	Realizar operações de multiplicação e divisão com frações em diferentes contextos.

Questão 4

Quantas vezes a fração $\frac{2}{11}$ “cabe” em $\frac{6}{11}$.

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

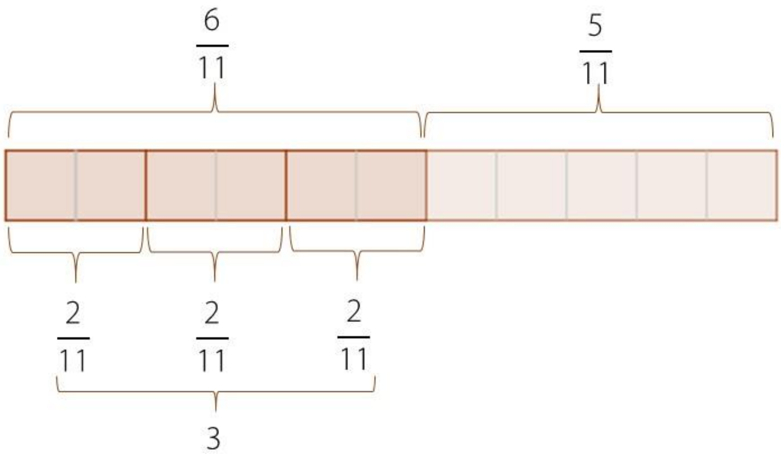
Correção Comentada

Em Matemática é muito importante poder “desfazer” uma operação ou inverter um processo, descobrir o ponto de partida para se conseguir chegar a um certo resultado. Para que o aluno adquira tal habilidade é interessante trabalhar cada operação e sua inversa conjuntamente.

Desta forma a transcrição do enunciado em linguagem natural para a linguagem matemática é representado da seguinte maneira:

Quantas vezes a fração $\frac{2}{11}$ “cabe” em $\frac{6}{11}$? $\Rightarrow$ $\frac{6}{11} \div \frac{2}{11}$

Em detrimento da utilização de um algoritmo que traduza o resultado deste quociente, iremos utilizar uma representação figural do contexto apresentado, da seguinte maneira:



Como podemos observar a fração $\frac{2}{11}$ “cabe” 3 vezes na fração $\frac{6}{11}$, logo: $\frac{6}{11} \div \frac{2}{11} = 3$. Portanto, a alternativa **A** é a correta.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

3	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

4	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e optou por realizar a diferença entre: $\frac{6}{11}$ e $\frac{2}{11}$ não considerando o denominador da fração.

(C)

5	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e inferiu que o todo corresponde a 11 partes, e são consideradas 6 partes, então restam 5 partes do todo.

(D)

6	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e inferiu apenas que se tratam de 6 partes da fração $\frac{1}{11}$ não se atentando ao fato da solicitação da fração $\frac{2}{11}$, ou indica uma resposta aleatória.

Habilidade MP04	Resolver problemas aritméticos com frações utilizando a ideia de equivalência.

Questão 5

Haverá uma festa na sala do sétimo ano e Julia fará um bolo de cenoura. Ela dividiu o bolo em 9 fatias iguais. Julia levou para a escola $\frac{6}{9}$ do bolo distribuído igualmente em 2 pratos. Que porção do bolo ficou em cada prato?

(A) $\frac{1}{9}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\mathbf{\frac{1}{3}}$

(D) $\frac{1}{2}$

CORREÇÃO COMENTADA

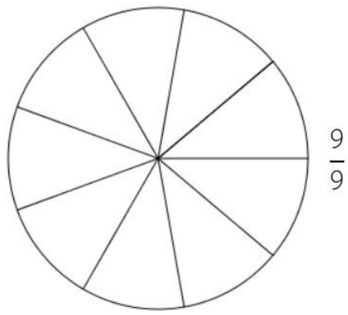
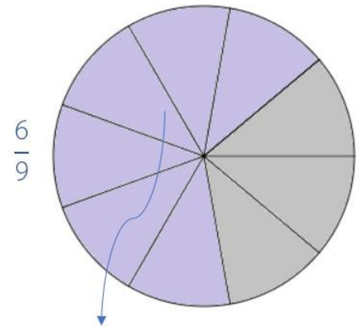
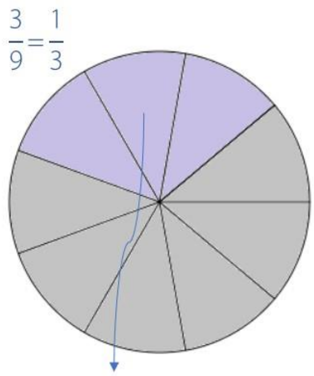
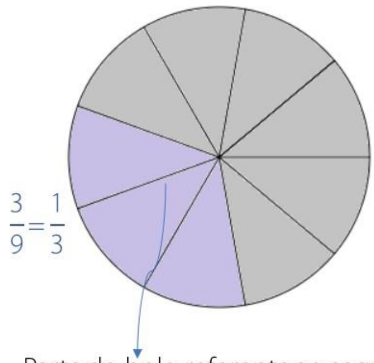
O conceito de fração é uma ideia matemática complexa e importante na formação do aluno. Apesar de ser importante tem-se um baixo desempenho dos alunos com relação a esse tema. Esse resultado pode ser uma das consequências da ênfase curricular nos procedimentos e algoritmos. Segundo alguns pesquisadores, Kieren (1976)[1], Behr et al. (1983)[2], Nunes et al. (1985)[3], é preciso trabalhar com diferentes situações para que os alunos construam o conceito de número racional como parte-todo, quociente, operador multiplicativo e outros.

Nesta questão o aluno precisa relacionar as partes distribuídas nos pratos com o bolo inteiro (relação parte-todo) e deve também simplificar a fração correspondente. Esses conceitos são trabalhados em vários momentos da escolaridade e quanto antes detectar algum problema, melhor será sua aprendizagem.

Os registros dos alunos poderão servir como uma boa forma de diagnosticar seu conhecimento e sua forma de raciocínio.

Uma das possibilidades de resolução da questão, pode ser encaminhada da seguinte maneira:

[1] KIEREN, T. **On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers**. In: LESH, R. (Ed.). Number and measurement: Paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144, 1976.
[2] HIEBERT, J. e BEHR, M. **Number concepts and operations in the middle grades**. Hillsdale, NJ: Erbaum, 1983, p.162-80.
[3] NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática: números e operações**. São Paulo: Cortez, 2005.

 Bolo repartido em 9 partes iguais	 Parte do bolo que Julia levou para a escola.
 Parte do bolo referente ao primeiro prato.	 Parte do bolo referente ao segundo prato.

Portanto em cada um dos pratos estarão $\frac{1}{3}$ do bolo, esta resposta atende a alternativa **C.**

Grade de Correção

(A)

$\frac{1}{9}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, levou em consideração somente o fato de o bolo ter sido dividido em 9 partes iguais.

(B)

$\frac{1}{6}$	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, levou em consideração somente o fato de que Julia levou 6 pedaços do bolo, representando a fração $\frac{1}{6}$.

(C)

$\mathbf{\frac{1}{3}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

$\frac{1}{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou a divisão equitativa em dois pratos, portanto indicou a fração $\frac{1}{2}$.

Habilidade MP04	Resolver problemas aritméticos com frações utilizando a ideia de equivalência.

Questão 6

Dadas as frações: $\frac{6}{11}$ e $\frac{a}{b}$

Estas frações são equivalentes, de modo que na segunda fração a diferença entre o denominador (b) e o numerador (a) é 45.

Nessas condições, os valores do numerador (a) e o denominador (b) da segunda fração, são respectivamente,

(A) 21 e 66.

(B) 10 e 55.

(C) 36 e 81.

(D) 54 e 99.

CORREÇÃO COMENTADA

Na questão, a primeira forma de tratamento, seria a inferência, pois ela é detectada quando o aluno realiza e associa o símbolo $\frac{a}{b}$ com as palavras: “*numerador”* e *“denominador”.*

Existe também uma outra inferência relativa a interpretação da frase: “*... de modo que na segunda fração a diferença entre o denominador (b) e o numerador (a) é 45”,* e registrá-lo numa expressão simbólica, da seguinte maneira: b – a = 45.

A próxima etapa, refere-se ao cálculo numérico, que nada mais é do que uma das formas do tratamento de representações semióticas.

Podemos estabelecer alguns dos múltiplos de 6 e 11, respectivamente o numerador e o denominador da primeira fração indicada no enunciado da questão.

M (6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...}

M (11) = {0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, ...}

Tomando-se os termos de cada sequência, temos que:

b	M (11)	11	22	33	44	55	66	77	88	**99**
a	M (6)	6	12	18	24	30	36	42	48	**54**
b – a		5	10	15	20	25	30	35	40	**45**

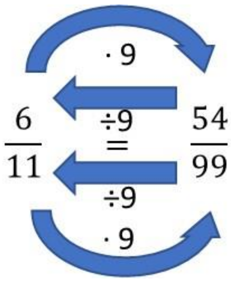
Então, concluímos que:

$$\frac{6}{11} = \frac{54}{99}$$

Pois, na equivalência encontrada, podemos inferir que o fator multiplicativo de ambas é 9:

$$\frac{6 \cdot (9)}{11 \cdot (9)} = \frac{54}{99} \text{ ou } \frac{54 \div (9)}{99 \div (9)} = \frac{6}{11}$$

Ou por meio de outra representação:



Desta forma o resultado indicado em ambas resoluções, atende a alternativa **D.**

Sugerimos um aprofundamento teórico, a respeito da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, propostos por Raymond Duval, no artigo: “Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento”, disponível em:

https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p266/23465, acesso em 01/02/2017.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

21 e 66.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente ao verificar os números que constam nesta alternativa, inferiu que 11 é divisor de 66, não verificando que 21 não é múltiplo de 6, apesar de que a diferença entre 66 e 21 seja 45.

(B)

10 e 55.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente ao verificar os números que constam nesta alternativa, inferiu apenas que 11 é divisor de 55, não verificando que 10 não é múltiplo de 6.

(C)

36 e 81.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, ao verificar os números que constam nesta alternativa, inferiu apenas que 36 é múltiplo de 6, não verificando que 81 não é múltiplo de 11, apesar de que a diferença entre 81 e 36 seja 45.

(D)

54 e 99.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade MP05	Identificar situações e contextos matemáticos nos quais se utilizam números negativos.

Questão 7

Os alunos do Grêmio Estudantil, da E.E. "Matemática é Facil", organizaram um campeonato de futebol entre os alunos.

Veja, na tabela, o total de gols que cada equipe marcou e sofreu nesse campeonato.

Equipes	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
6º A	15	23	
7º C	14	10	
8º C	13	17	
9º F	15	7	

Preencha a coluna denominada "Saldo de gols" e indique nas alternativas abaixo, as equipes que ficaram com o maior e o menor saldo de gols, respectivamente.

(A) 9°F e 6°A.

(B) 9°F e 8°C.

(C) 7°C e 6°A.

(D) 7°C e 8°C.

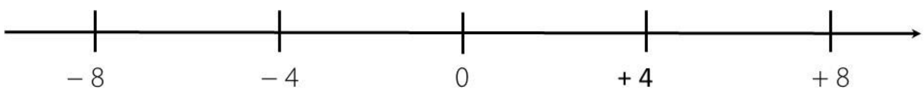
CORREÇÃO COMENTADA

Nos comentários referentes à Situação de Aprendizagem 4, do 7º Ano do Ensino Fundamental, os autores fundamentam que um dos maiores desafios didáticos é a compreensão da linguagem, entre o sinal da operação e o sinal do número, na medida em que o sinal de "menos" indica uma operação de subtração, e o aluno deverá compreender que esta operação refere-se a uma soma de uma determinada parcela com o oposto da outra, por exemplo, quando se indica 5 – 3, estamos nos referindo à 5 + (–3), desta forma, a compreensão do sinal à esquerda do número indica o "sinal do número" que deverá ser levado em consideração na ocasião em que adicionamos "saldos positivos" e "saldos negativos".

Desta forma, o objetivo da questão consta em apresentar a ideia de número negativo, com a utilização de uma tabela, a partir da informação de saldos positivos (gols pró) e negativos (gols contra), cuja possível resolução detalharemos a seguir.

Equipes	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
6º A	15	23	*(+15) + (–23) = –8*
7º C	14	10	*(+14) + (–10) = +4*
8º C	13	17	*(+13) + (–17) = –4*
9º F	15	7	*(+15) + (–7) = +8*

Se representarmos os resultados encontrados em uma reta numérica, temos:



O que nos permite, realizar as devidas comparações solicitadas na questão, então:

O menor saldo de gols, refere-se ao número inteiro (–8), que é o saldo de gols da equipe do 6º A, e o maior saldo de gols, refere-se ao número inteiro (+8), que é o saldo de gols da equipe do 9º F.

Então a alternativa que compreende as duas características mencionadas, é a alternativa **A.**

(A)

9º F e 6º A.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

9º F e 8º C.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno compreendeu a solicitação dada no problema, calculou os valores numéricos corretamente, porém indicou a equipe que possui o menor saldo de gols erroneamente, talvez escolheu a equipe do 8ºC, por possuir um valor absoluto menor que a equipe do 9º F.

(C)

7º C e 6º A.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno calculou corretamente os valores numéricos, e verificou apenas que a equipe do 6º A, possui o menor saldo de gols, e indicando de forma errônea a equipe que possui o maior saldo de gols.

(D)

7º C e 8º C.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno calculou corretamente os valores numéricos, porém comparou os saldos de gols somente destas duas equipes, que são respectivamente +4 para a equipe do 7º C e –4 para a equipe do 8º C.

Habilidade MP05	Identificar situações e contextos matemáticos nos quais se utilizam números negativos.

Questão 8

Seja uma sequência numérica em que o primeiro número é (–8).

Sabendo-se que o segundo número é o dobro do primeiro mais quatro e o terceiro número é o triplo do primeiro menos 10, então essa sequência será representada por:

(A) –8, 12, 34

(B) –8, –12, –34

(C) –8, –20, 14

(D) –8, –8, –54

CORREÇÃO COMENTADA

Dando continuidade à exploração da utilização dos números negativos em diferentes contextos, esta questão, apresenta uma temática que favorece a utilização da transformação referente a inferência, que é uma das formas de tratamento de um registro de representação, da linguagem natural para outra forma de tratamento que é o cálculo numérico, desta forma, uma das maneiras de se resolver a questão, seria:

<table>
<tr><th>1º Número</th><th colspan="3">2º Número</th><th colspan="3">3º Número</th></tr>
<tr><td>–8</td><td rowspan="3">TRATAMENTO</td><td rowspan="2">Inferência</td><td>“Dobro do primeiro número mais quatro”</td><td rowspan="3">TRATAMENTO</td><td rowspan="2">Inferência</td><td>“Triplo do primeiro número menos dez”</td></tr>
<tr><td>–8</td><td>2 · (–8) + 4</td><td>3 · (–8) – 10</td></tr>
<tr><td>–8</td><td>Cálculo Numérico</td><td>–16 + 4 = –12</td><td>Cálculo Numérico</td><td>–24 – 10 = –34</td></tr>
<tr><td>–8</td><td colspan="3">–12</td><td colspan="3">–34</td></tr>
</table>

Portanto, o resultado obtido atende à alternativa **B.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

–8, 12, 34	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, considerou apenas a soma dos valores absolutos do segundo e terceiro números da sequência em questão.

(B)

–8, –12, –34	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

–8, –20, 14	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, identificou de maneira incorreta, uma operação de adição nos dois últimos números, e tendo em mente a regra de sinais, aplicou, supostamente a da multiplicação de dois números inteiros.

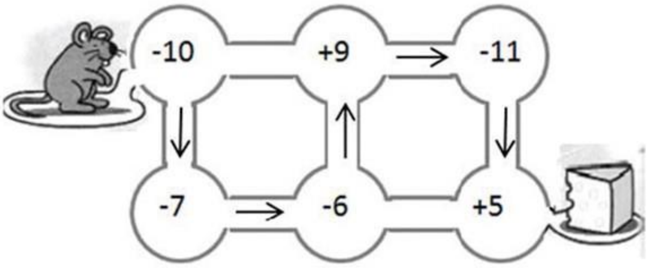
(D)

–8, –8, –54	**Resposta incorreta.**	O aluno possivelmente, não aplicou a ordem correta das operações, realizando respectivamente, a soma e o produto nos dois casos.

Habilidade MP06	Resolver operações e expressões envolvendo números negativos.

Questão 9

Vamos ajudar o rato chegar até o queijo. Ao fazer o trajeto, escolheu o caminho mais longo, conforme indicado pelas setas.



Realizando a **adição** dos números por onde passou para encontrar o queijo, teremos como o resultado:

(A) 0

(B) +14

(C) –20

(D) +48

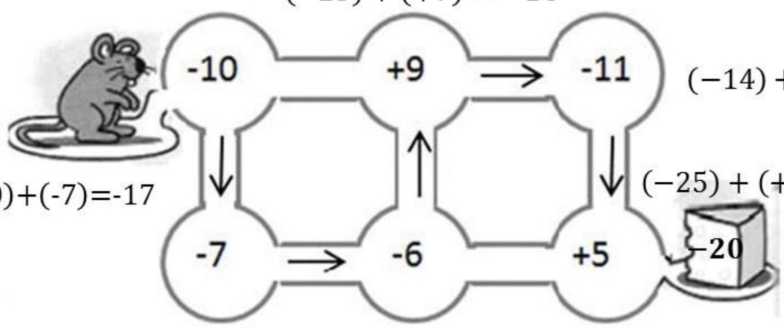
CORREÇÃO COMENTADA

A habilidade em resolver problemas que envolvem as operações com números inteiros é necessária e indispensável. O objetivo principal da questão é analisar se o aluno realiza as operações com números inteiros corretamente e explora a adição de números inteiros. Para isso, é essencial a análise do protocolo do aluno para verificar as possíveis estratégias utilizadas e em qual nível de aprendizagem o aluno se encontra.

Muitas vezes o ensino deste tópico se vale de ideias não matemáticas para que o aluno memorize a chamada regra de sinais. É o caso, por exemplo, em que se memoriza que “sinais iguais: soma e conserva o sinal” e “sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do número de maior módulo”. Também é comum que o aluno confunda a “regra de sinais” utilizada na multiplicação e divisão com as estratégias que devem ser utilizadas na adição de números inteiros. Dessa forma, é importante que o aluno compreenda que um número positivo representa “ganho ou lucro” e um número negativo representa “prejuízo, perda ou dívida” para realizar de modo significativo a adição de números inteiros.

Desta forma, uma possível resolução, da questão, pode ser encaminhada da seguinte maneira:

$(-23)+(+9)=-14$



$(-14)+(-11)=-25$

$(-10)+(-7)=-17$

$(-25)+(+5)=$

$(-17)+(-6)=-23$

Portanto, o resultado obtido na última expressão, atende à alternativa **C.**

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

0	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno realiza a subtração dos dois primeiros números (–10 e –7), desconsiderando o sinal do 10. Realiza as demais operações corretamente, demonstrando assim algum conhecimento da habilidade (10 – 7 – 6 + 5 – 11 + 9 = 0)

(B)

+14	**Resposta incorreta.**	O aluno realiza a adição dos dois primeiros números (–10 e –7), e possivelmente atribui sinal positivo ao resultado, confundindo a “regra de sinais” utilizada na multiplicação e divisão. Realiza as demais operações na ordem em que apareceram, demonstrando conhecimento das operações com números naturais.

(C)

–20	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

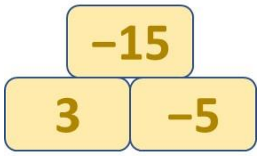
+48	**Resposta incorreta.**	O aluno percorre o trajeto mais longo, e possivelmente efetua a soma de todos os números sem se atentar ao sinal e atribui o sinal positivo ao resultado, ou seja, não compreende a adição de números inteiros.

Habilidade MP06	Resolver operações e expressões envolvendo números negativos.

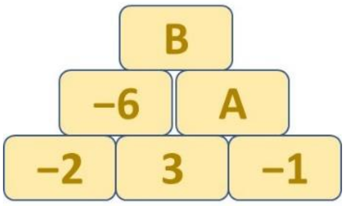
Questão 10

Observe na figura:

O número que fica em cima é o produto dos dois números que estão nos retângulos debaixo.



Vamos agora construir uma torre mais alta, mas valendo a mesma regra: cada número é o produto dos dois que estão nos retângulos que ficam abaixo dele.



Sendo assim os valores de A e B são, respectivamente,

(A) –3 e 18

(B) –3 e –18

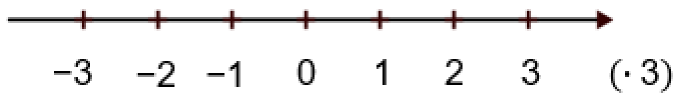
(C) 3 e –18

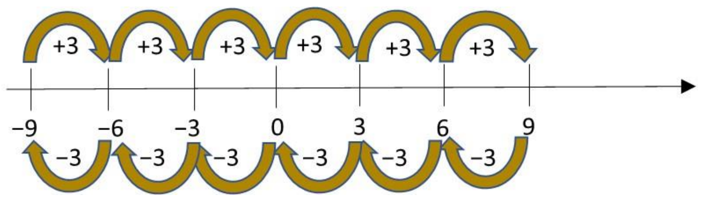
(D) 3 e 18

Esta questão explora a multiplicação de números inteiros, que envolve uma problemática referente ao sinal do produto. Por esse motivo, as alternativas apresentam os mesmos valores absolutos, diferindo apenas no sinal. É isso que se pretende avaliar.

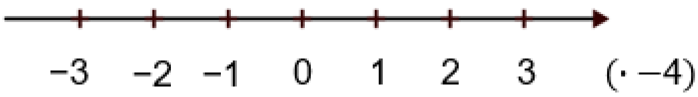
Muitas vezes, o ensino deste tópico se vale de ideias *não matemáticas* para que o aluno memorize a chamada regra de sinais. É o caso, por exemplo, de falas como “o amigo (+) do meu amigo (+) é meu amigo (+), o inimigo (–) do meu inimigo (–) é meu amigo (+) ...” ou similares. Também é comum que se sugira ao aluno memorizar a regra “mais com mais, dá mais; menos com mais, dá menos, ...” etc. Essas estratégias de ensino usadas de modo isolado não dão conta de explicar o sentido matemático da regra de sinais e podem causar diferentes equívocos. Por exemplo que (–3) + (–7) = 10, pois afinal, “mais com mais”, dá mais”.

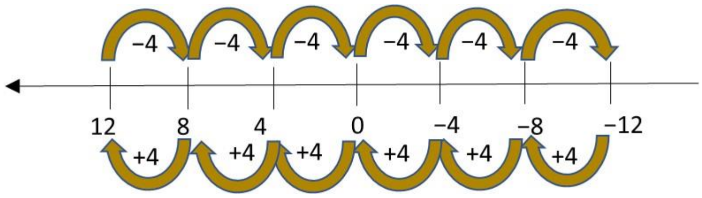
É de mais valia apoiar o aprendizado desse tópico em ideias matemáticas que de fato, expliquem o significado da regra de sinais. Uma das possibilidades é usar a ideia de *regularidade.* Veja como essa ideia pode explicar que um número negativo multiplicado por um positivo resulte em produto negativo.





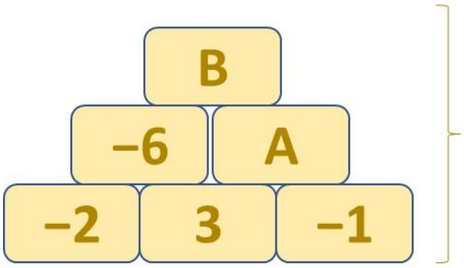
A partir disso, também se pode, da mesma forma, explicar porque um negativo multiplicado por outro negativo resulta em positivo, como mostra a figura a seguir:





Sabendo-se disto, pode-se concluir que o sinal do produto de um número negativo com outro negativo, é o oposto do produto de um número negativo com um número positivo, ou seja, $(-4) \cdot (-3) = -(4 \cdot (-3))$ = oposto de $-12 = 12$.

Então uma possível resolução da questão será:



$A = 3 \cdot (-1) = -3$

$B = -6 \cdot (-3) = -(6 \cdot (-3)) = -(-18) =$
$=$ oposto de $-18 = 18$

Os resultados obtidos, atendem à alternativa **A**.

(A)

–3 e 18	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

–3 e –18	**Resposta incorreta.**	O aluno, possivelmente, efetuou corretamente o primeiro produto, mas se equivocou no segundo.

(C)

3 e –18	**Resposta incorreta.**	Neste caso, o aluno, possivelmente, errou o sinal de A. Com isso, o sinal de B também fica errado, mas esse erro é coerente com o resultado anterior.

(D)

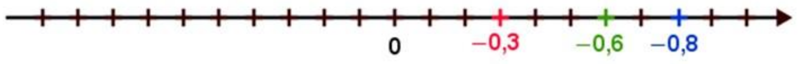
3 e 18	**Resposta incorreta.**	O aluno que respondeu (D), possivelmente, fez apenas o produto dos valores absolutos dos números e não levou em consideração a regra de sinais.

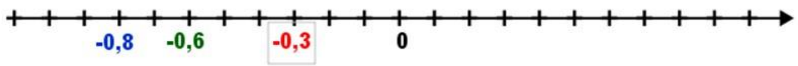
Habilidade MP07	Localizar números negativos na reta numérica.

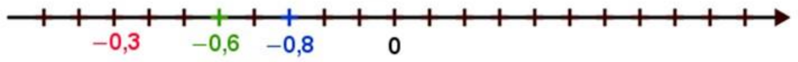
Questão 11

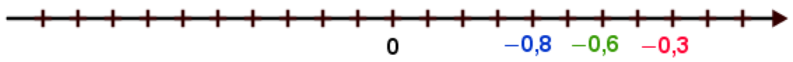
A Professora Adriana pediu a seus alunos que posicionassem corretamente na reta numérica os números: –0,3; –0,6 e –0,8.

A reta numérica em que estes números estão devidamente posicionados será

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

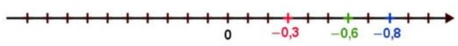
CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo desta questão, não é propor ao aluno a simples localização de números inteiros na reta numérica e sim, associar com algum conceito anteriormente desenvolvido, neste caso a leitura de um decimal e identificá-lo na reta numérica.

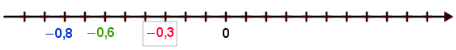
Então, espera-se que o aluno, ao associar corretamente os decimais fornecidos no enunciado, indique a reta numérica da alternativa **B**.

GRADE DE CORREÇÃO

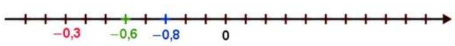
(A)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno tenha encontrada a posição correta dos decimais na reta numérica, porém não se atentou ao sinal dos respectivos números decimais.

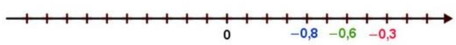
(B)

	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, compreendeu que se tratam de números negativos, porém não se atentou na localização dos mesmos na reta numérica.

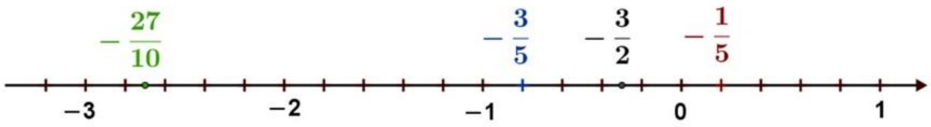
(D)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo do problema, ou ainda não possui conhecimentos necessários para responder à questão e indicou aleatoriamente esta resposta.

Habilidade	Localizar números negativos na reta numérica.
MP07	

Questão 12

Ao realizar uma atividade de Matemática, Otaviano, encontrou algumas dúvidas ao indicar frações na reta numérica, e entregou para a Professora Adriana a resolução da atividade:



Ajude Otaviano, indicando nas alternativas abaixo, a única fração que está representada corretamente na reta numérica.

(A) $-\frac{1}{5}$

(B) $-\frac{3}{5}$

(C) $-\frac{3}{2}$

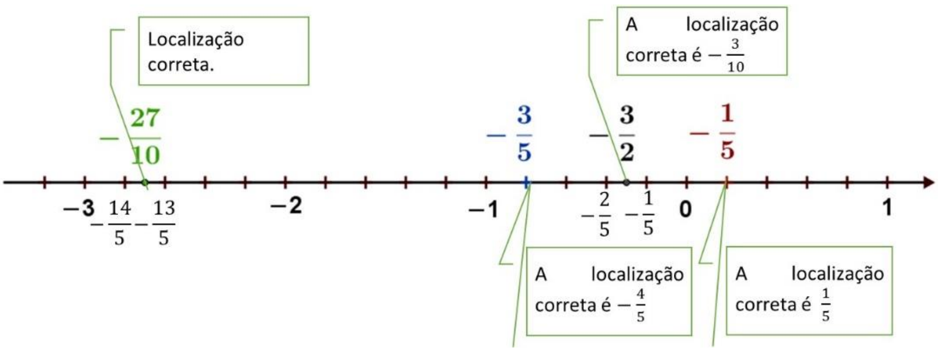
(D) $\mathbf{-\frac{27}{10}}$

Correção Comentada

Nesta questão procuramos, destacar alguns procedimentos necessários quando se trata de localização de números na reta numérica, o primeiro refere-se à origem da reta numérica, destacada a origem da reta numérica, adotamos um "sentido positivo" para a reta numérica. Ao adotarmos o sentido positivo como sendo da esquerda para a direita, o resultado da ordenação, implica que os números positivos ficarão à direita da origem e os negativos à esquerda da origem.

O próximo passo é a verificação da unidade de medida adotada na reta numérica, na questão cada unidade de medida corresponde à $\frac{1}{5}$ do todo.

Sabendo-se disto, indicamos na reta numérica, as frações, com as observações a respeito de sua localização.



A respeito da localização das frações $-\frac{27}{10}$ e $-\frac{3}{10}$, observamos que:

A primeira fração, é justamente o "número médio" entre $-\frac{14}{5}$ e $-\frac{13}{5}$, ou seja:

$$\frac{-\frac{13}{5}+\left(-\frac{14}{5}\right)}{2}=\frac{-\frac{27}{5}}{2}=-\frac{27}{10}$$

O mesmo procedimento, pode ser aplicado para a segunda fração, que é o "número médio" entre $-\frac{1}{5}\ e\ -\frac{2}{5}$

Portanto, a alternativa **D** é a correta.

(A)

$-\frac{1}{5}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno relacionou corretamente, a unidade de medida, da reta numérica, porém não se atentou no sentido da localização da fração.

(B)

$-\frac{3}{5}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno identificou corretamente a unidade de medida na qual corresponde as subdivisões da reta numérica, porém equivocou-se na ocasião da contagem da mesma.

(C)

$-\frac{3}{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno não compreendeu que a fração corresponde a um número maior que 1, e talvez tenha associado visualmente na reta numérica o decimal 1,5.

(D)

$-\mathbf{\frac{27}{10}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Rosangela Aparecida de Almeida Valim

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Jane Rubia Adami da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Autoria, Leitura crítica e validação do material
João dos Santos Vitalino, Maria Adriana Pagan, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino
Leitura crítica e validação do material de Matemática
Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.

Representantes do CAPE
Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais
Tânia Regina Martins Resende