



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO  
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

# **Caderno do Professor**

**3ª Série do Ensino Médio**

**Matemática**

**São Paulo**

**3º Bimestre de 2017**

**17ª Edição**

## APRESENTAÇÃO

---

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA  
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,  
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -  
CIMA

## MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

---

Questão	Código da Habilidade	Descrição
1	MP12	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
2		
3		
4	MP13	Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.
5		
6		
7	MP14	Identificar o crescimento ou decréscimo de funções lineares representados por gráficos.
8		
9		
10	MP15	Identificar o crescimento ou decréscimo de funções exponenciais representados por gráficos.
11		
12		

## GABARITO

---

	A	B	C	D	E
01	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
07	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
08	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
09	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

---

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 3º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

▶ *(MP12) – Representar diferentes fenômenos por meio de funções.*

O recurso à linguagem das funções para representar interdependências conduz a um aumento na capacidade de expressão, favorecendo a construção de um discurso mais eficaz para enfrentar problemas em diferentes contextos; a capacidade de compreensão de uma variada gama de fenômenos é ampliada, uma vez que muitas situações de interdependência estão naturalmente associadas a modelagens que conduzem a explicações dos referidos fenômenos. O reconhecimento das funções envolvidas em um fenômeno possibilita a sistematização de propostas de intervenção consciente sobre a realidade representada.

▶ *(MP13) – Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.*

Compreender transformações realizadas nos gráficos em diferentes contextos.

- ▶ *(MP14) – Identificar o crescimento ou decréscimo de funções lineares representadas por gráficos.*

As representações gráficas das relações de interdependência entre grandezas são importantes para a visualização das variações das grandezas representadas, como a identificação de seus sinais e valores, dos intervalos de crescimento ou de decréscimo da variável dependente.

- ▶ *(MP15) – Identificar o crescimento ou decréscimo de funções exponenciais representadas por gráficos.*

São destacadas as propriedades das funções exponenciais, o crescimento e decréscimo, que difere muito das variações lineares, devido ao fato da sua taxa de variação unitária. As competências básicas que podem ser desenvolvidas pela exploração de tal tema, são as capacidades de expressão, de compreensão de fenômenos, de contextualização e de formulação de propostas de intervenção na realidade.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

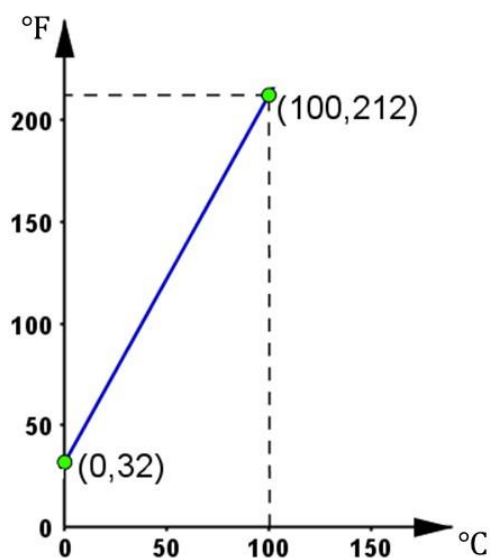
Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

## QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 3º BIMESTRE

Habilidade	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
MP12	

### Questão 1

O gráfico abaixo expressa a temperatura em graus Fahrenheit em função da temperatura em graus Celsius.



A função algébrica que determina o gráfico é dada por

- (A)  $y = 1,8x + 0,32$
- (B)  $y = 1,8x + 32$**
- (C)  $y = 18x + 32$
- (D)  $y = 112x - 32$
- (E)  $y = 180x + 32$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

*O objetivo da questão é aprofundar conteúdos abordados anteriormente, porém com uma linguagem mais ampla. Procurando compor um panorama da função afim, destacando suas propriedades e representações, favorecendo a compreensão de fenômenos da realidade.*

*Analisando o sistema de coordenadas XOY indicado na figura, notamos que uma função do tipo  $y = a \cdot x + b$  ou  $f(x) = m \cdot x + h$  é que determina o gráfico.*

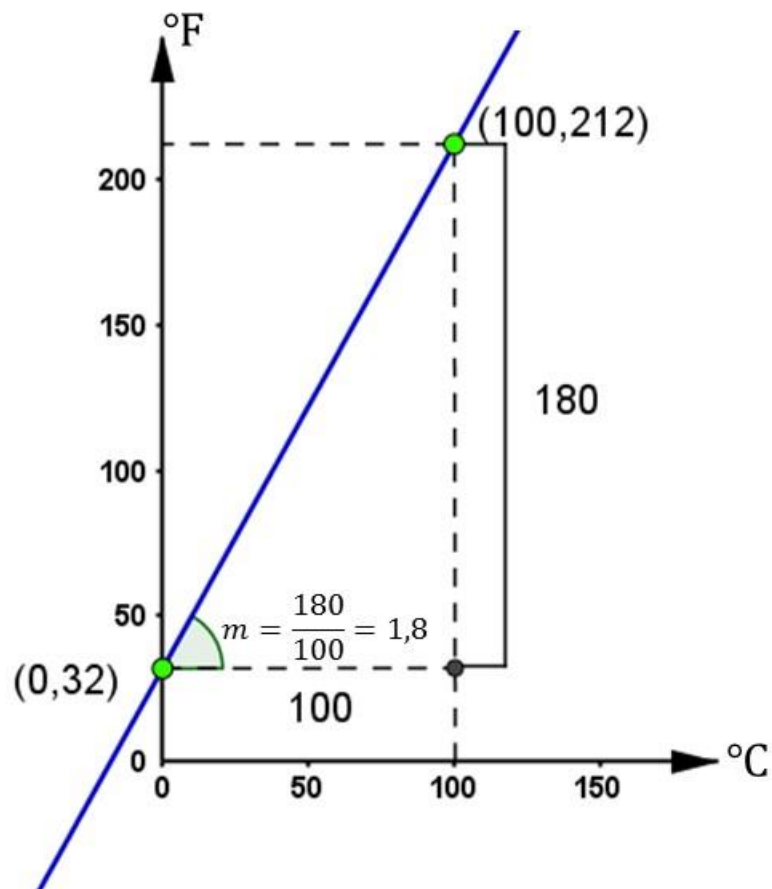
*Da situação indicada na questão temos que, Fahrenheit é uma escala de temperatura proposta pelo físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit, em 1724.*

*Nesta escala o ponto de congelamento da água é 32 graus Fahrenheit (32°F) e o ponto de ebulição é 212 graus Fahrenheit (212°F), uma diferença de 180°. Na escala Celsius, o ponto de congelamento e de ebulição da água são respectivamente 0°C e 100°C, uma diferença de 100°.*

*No estudo de escalas de temperatura, aprendemos que a conversão de graus Fahrenheit (F), para graus Celsius (C) se dá pela fórmula:  $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$ , assim 1°F é  $\frac{5}{9}$  de 1°C. Da fórmula podemos escrever:  $\frac{9}{5} \cdot C = (F - 32)$ , se dá pela fórmula  $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$ , assim 1°F é  $\frac{5}{9}$  de 1°C. Da fórmula podemos escrever,  $\frac{9}{5} \cdot C = (F - 32)$  então  $1,8 \cdot C = (F - 32)$  e de forma equivalente por  $C = \frac{(F - 32)}{1,8}$*

*Utilizando o conhecimento da inclinação da reta estudado no 1º Bimestre, empregamos a função  $f(x) = m \cdot x + h$ , em que "m" é o coeficiente angular e "h" o ponto em que o gráfico descrito pela função corta o eixo y.*





Logo a função que representa o gráfico da situação dada é:

$$F(x) = 1,8x + 32$$

Portanto, (B) é a alternativa correta.

## GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
$y = 1,8x + 0,32$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno calculou corretamente a inclinação da reta, mas se equivocou ao considerar o coeficiente do ponto onde a parábola cruza o eixo y. Pode ter considerado, equivocadamente, a informação do enunciado.
(B)		
$y = 1,8x + 32$	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(C)		
$y = 18x + 32$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno considerando a solução por meio da inclinação da reta se equivocou na operação de divisão ao calcular o coeficiente angular, encontrado 18 ao invés de 1,8.
(D)		
$y = 112x - 32$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno calculou o valor do coeficiente <b>a</b> ou <b>m</b> incorretamente, efetuando a subtração entre as coordenadas dos pontos indicados no enunciado.
(E)		
$y = 180x + 32$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno verificou a diferença de $180^\circ$ em y, isso mostra que tem conhecimento sobre as coordenadas, porém não se atentou em concluir o cálculo do coeficiente de x.

Habilidade	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
MP12	

---

**Questão 2 – (Adaptada – ENEM)**

O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 mil por Km construído ( $n$ ), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 mil, enquanto a segunda cobrou R\$ 120 mil por Km construído ( $n$ ), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 mil. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

- (A)  $100n + 350 = 120n + 150$
- (B)  $100n + 150 = 120n + 350$
- (C)  $100(n + 350) = 120(n + 150)$
- (D)  $100(n + 350\ 000) = 120(n + 150\ 000)$
- (E)  $350(n + 100\ 000) = 150(n + 120\ 000)$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

---

## CORREÇÃO COMENTADA

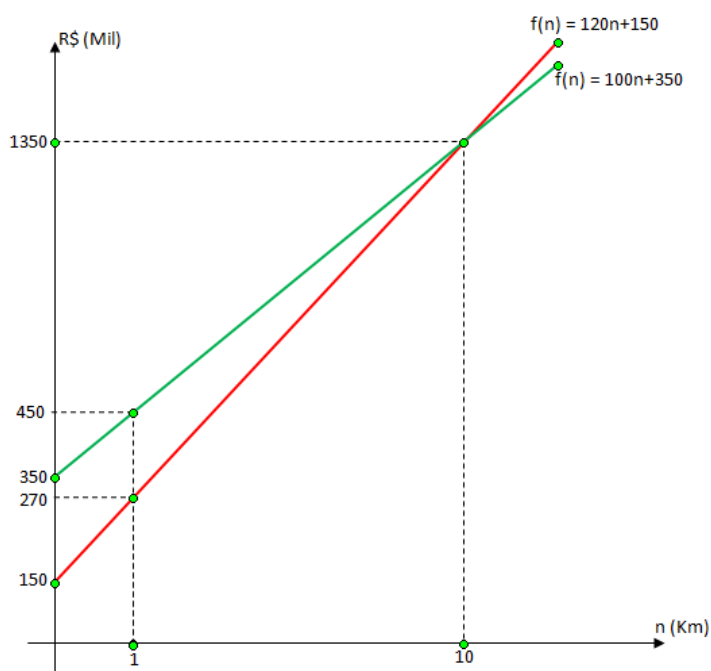
O objetivo da questão está em avaliar a familiaridade que se espera que os alunos tenham para reconhecer situações de interdependência entre grandezas em contextos diversos.

A questão, busca a equação que representa a função entre a extensão ( $n$ ) da rodovia e seu preço e vice-versa. De acordo com a expressão,  $100n + 350 = 120n + 150$  é possível identificar a extensão da estrada entre os municípios, em que, indiferentemente da proposta os valores serão iguais. Pois:  $120n - 100n = 350 - 150 \Rightarrow 20n = 200 \Rightarrow n = 10$

Assim, quando  $n=10$  km o custo da estrada será de R\$1 350 000,00 em qualquer das propostas.

Podemos dizer que, o Valor numérico da função, em questão, será 1350 para a extensão de 10 km da estrada, nas duas propostas.

Analisando os gráficos das funções: (Obs. gráfico sem escala)



*Interessante observar o custo inicial por km de cada proposta, a primeira 450 e a segunda, 270.*

*Nota-se ainda que, caso a estrada tenha menos de 10 km, a segunda proposta ( $120n+150$ ) é mais econômica, se tiver exatamente 10 km as duas propostas têm o mesmo valor e se a estrada tiver mais de 10 km a primeira proposta ( $100n+350$ ) será mais econômica para a prefeitura.*

*Temos então que, a extensão da estrada que torna as duas propostas de igual valor (indiferente para a prefeitura) será dada pela equação:*

$$100n + 350 = 120n + 150$$

*Portanto, (A) é a alternativa correta.*

## GRADE DE CORREÇÃO

<b>(A)</b> $100n + 350 = 120n + 150$	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
<b>(B)</b> $100n + 150 = 120n + 350$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno escolheu esta resposta aleatoriamente, visto que, inverteu os valores dos termos independentes das equações.
<b>(C)</b> $100(n + 350) = 120(n + 150)$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ao interpretar o enunciado considera esse registro mais adequado ao que propõe a questão multiplicando o valor por km à soma da variável com o valor fixo.
<b>(D)</b> $100(n + 350\ 000) = 120(n + 150\ 000)$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno ao interpretar o enunciado considera esse registro mais adequado ao que propõe a questão multiplicando o valor por km à soma da variável com o valor fixo, nesse caso admitindo os zeros correspondentes às centenas de milhar.
<b>(E)</b> $350(n + 100\ 000) = 150(n + 120\ 000)$	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno considerou esta alternativa aleatoriamente, pois, não se atentou que os valores referentes aos valores fixos, não estão corretamente indicados nas respectivas equações.

Habilidade	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
MP12	

---

### Questão 3

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa  $m$  reduz-se a metade do valor inicial a cada 4 horas, ou seja,  $m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$ , sendo  $m_0$  o valor inicial da massa ( $t$  em horas).

Pode-se afirmar que a partir do valor inicial de 60 g a função é

- (A) exponencial crescente.
- (B) logarítmica crescente.
- (C) exponencial decrescente.**
- (D) logarítmica decrescente.
- (E) quadrática decrescente.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

---

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*O objetivo da questão é que o aluno identifique uma função exponencial e seu crescimento ou decrescimento.*

*A função  $m = f(t) = 60 \cdot 2^{-0,25t}$  é uma função exponencial decrescente, a partir do valor inicial 60. Pois, dizemos que  $f(x)$  é decrescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de  $x$  crescem, então os correspondentes valores de  $f(x)$  decrescem.*

*Portanto, (C) é a alternativa correta.*



## GRADE DE CORREÇÃO

---

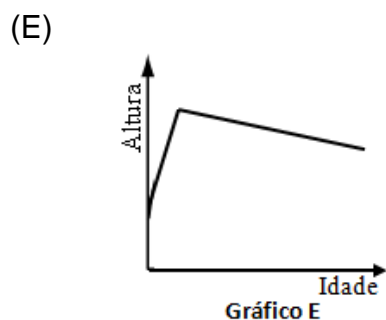
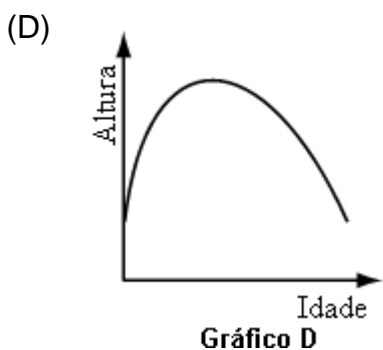
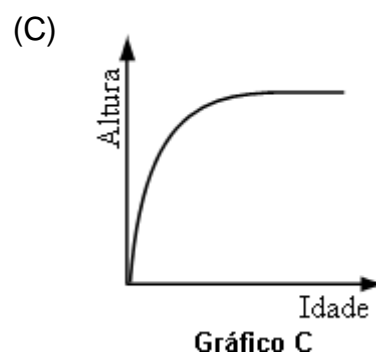
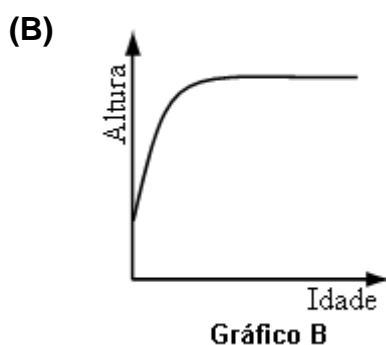
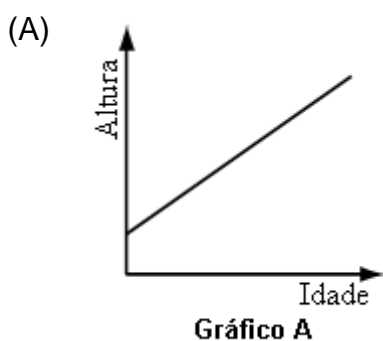
(A)	exponencial crescente.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno identificou que se trata de uma função exponencial, porém a considerou como crescente, não observou que quando os valores de $x$ crescem os valores de $f(x)$ decrescem.
(B)	logarítmica crescente.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.
(C)	exponencial decrescente.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(D)	logarítmica decrescente.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.
(E)	quadrática decrescente.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.

### Questão 4

Ao longo da vida, o crescimento é um processo bastante dinâmico, que se prolonga até à idade adulta.

A relação entre a altura e a idade de uma pessoa, desde que nasce até atingir os 50 anos de idade pode ser expressa por meio de gráficos.

O gráfico da função que representa essa situação é



A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

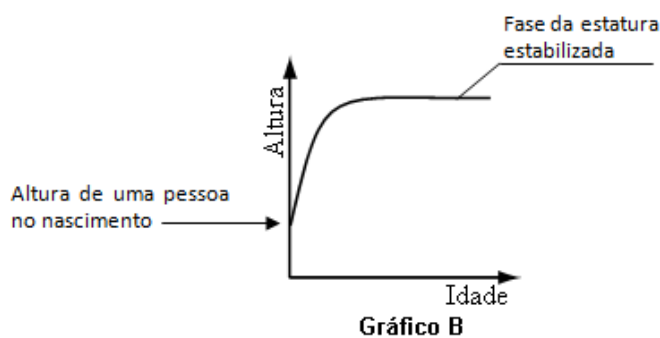
## CORREÇÃO COMENTADA

---

*O objetivo desta questão é que o aluno saiba expressar fenômenos por meio de gráficos. Raciocinar e Comunicar-se matematicamente.*

*Na questão estabelece-se a relação entre a altura de uma pessoa desde seu nascimento até a idade adulta de 50 anos.*

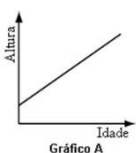
*Visto que, as pessoas já nascem com certa altura, e na idade adulta tem o seu crescimento estabilizado, o gráfico que representa esse fenômeno tem seu início em um valor no eixo vertical referente à altura, e segue em crescimento com o passar da idade até se tornar constante, quando a estatura das pessoas se estabiliza.*



*Portanto, (B) é a alternativa correta.*

## GRADE DE CORREÇÃO

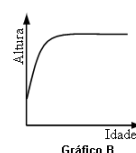
(A)



**Resposta incorreta.**

Possivelmente o aluno não relacionou adequadamente os dados apresentados na situação problema com sua representação gráfica, pois o gráfico da alternativa mostra que altura de uma pessoa sempre aumentará à medida que a sua idade avança o que não é verdadeiro.

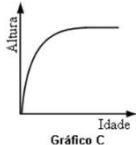
(B)



**Resposta correta.**

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

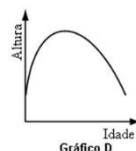
(C)



**Resposta incorreta.**

Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, ao não identificar a altura zero do início do gráfico na origem, o que indicaria o equívoco de que uma pessoa não possui altura ao nascer.

(D)



**Resposta incorreta.**

Possivelmente o aluno não relacionou os dados apresentados na situação problema com sua representação gráfica. Neste caso, o gráfico mostra que após atingir a estabilidade na altura, em certa idade da vida, a pessoa passaria a perder altura vertiginosamente o que na realidade não acontece.

(E)



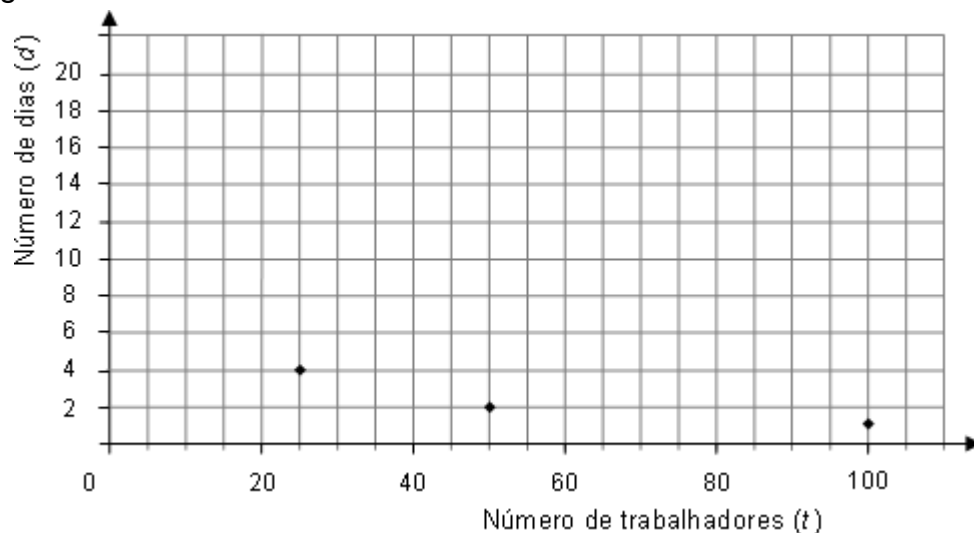
**Resposta incorreta.**

Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, quando não identifica o comportamento do gráfico não compatível ao fenômeno descrito na função idade e altura de uma pessoa.

Habilidade	Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.
MP13	

### Questão 5

Para planejar a apanha da uva, em uma vinícola de São Roque, o gerente construiu o seguinte gráfico.



Assinalando no gráfico os tempos correspondente à apanha da uva feita por 5, por 10 e por 20 trabalhadores, as coordenadas dos respectivos pontos seriam:

- (A) (100, 1); (50, 2); (25, 4).
- (B) (20, 5); (20, 10); (100, 20).
- (C) (5, 20); (10, 10); (20, 5).**
- (D) (2, 50); (25, 4); (4, 25).
- (E) (1, 100); (20, 5); (4, 25).

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo desta questão é que o aluno reconheça e maneje informações referentes a atividades do cotidiano, expressas por meio de gráficos.

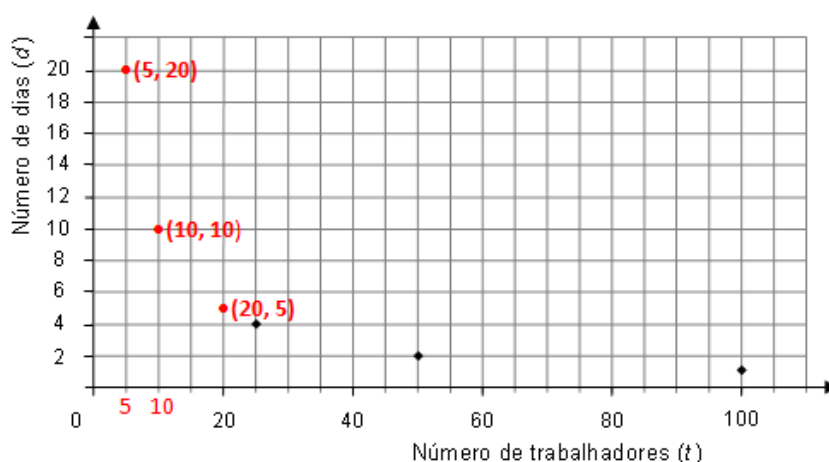
A partir das informações contidas no gráfico construído pelo gerente constatamos que:

- Para apanha de toda uva em 1 dia é preciso 100 trabalhadores;
- Para apanha de toda uva em 2 dias é preciso 50 trabalhadores;
- Para apanha de toda uva em 4 dias é preciso 25 trabalhadores;

Assim para assinalar no gráfico os tempos correspondente à apanha da uva feita por 5, por 10 e por 20 trabalhadores, as coordenadas dos pontos respectivamente seriam:

$$(5, 20); (10, 10) \text{ e } (20, 5)$$

Plotando no gráfico os pontos,



Portanto, o resultado acima atende a alternativa (C) da questão.

## GRADE DE CORREÇÃO

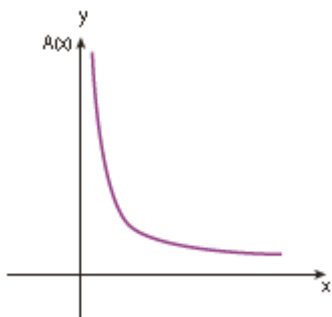
(A)		
(100, 1); (50, 2); (25, 4).	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno utiliza os pontos plotados no gráfico do enunciado e considera suas coordenadas como resposta. Isso mostra que identifica informações em gráficos, porém pode não ter compreendido a proposta da questão.
(B)		
(20, 5); (20, 10); (100, 20).	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno associou os valores numéricos do gráfico correspondentes aos pontos com as quantidades de trabalhadores. Isso mostra que tem conhecimento sobre a representação cartesiana, contudo pode não ter entendido o que pede a questão.
(C)		
(5, 20); (10, 10); (20, 5).	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(D)		
(2, 50); (25, 4); (4, 25).	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno pode ter observado que os produtos das coordenadas dos pontos que aparecem no gráfico são iguais a 100; e tomados da esquerda para a direita formam a sequência dos pontos na resposta.
(E)		
(1, 100); (20, 5); (4, 25).	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno utiliza os pontos do gráfico identificando suas coordenadas, porém inverte suas posições em relação aos eixos das abscissas e ordenadas.

### Questão 6

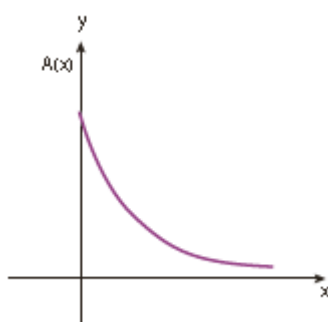
A área  $A$  de um quadrado é uma função de seu lado  $x$ , ou seja,  $A(x) = x^2$

O gráfico que representa essa função é

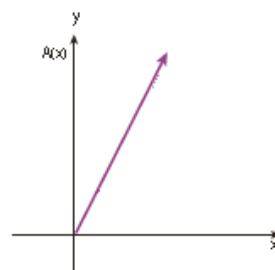
(A)



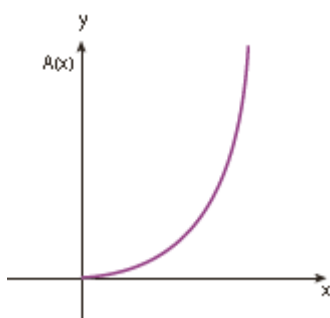
(B)



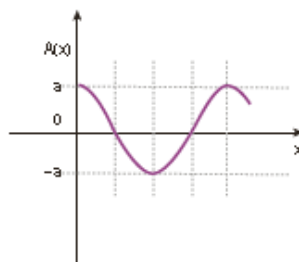
(C)



(D)



(E)



A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.



## CORREÇÃO COMENTADA

---

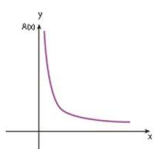
*O objetivo desta questão é que o aluno reconheça que a área só pode ser expressa por valores positivos.*

*O gráfico da função dada por  $A = x^2$  é uma parábola, pois se trata de uma função quadrática.*

*Portanto, a resposta correta, é a alternativa **D**.*

## GRADE DE CORREÇÃO

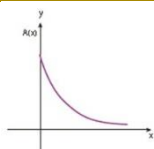
(A)



**Resposta incorreta.**

Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.

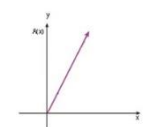
(B)



**Resposta incorreta.**

Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.

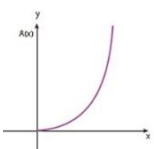
(C)



**Resposta incorreta.**

Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.

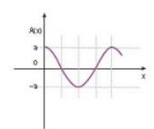
(D)



**Resposta correta.**

**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(E)



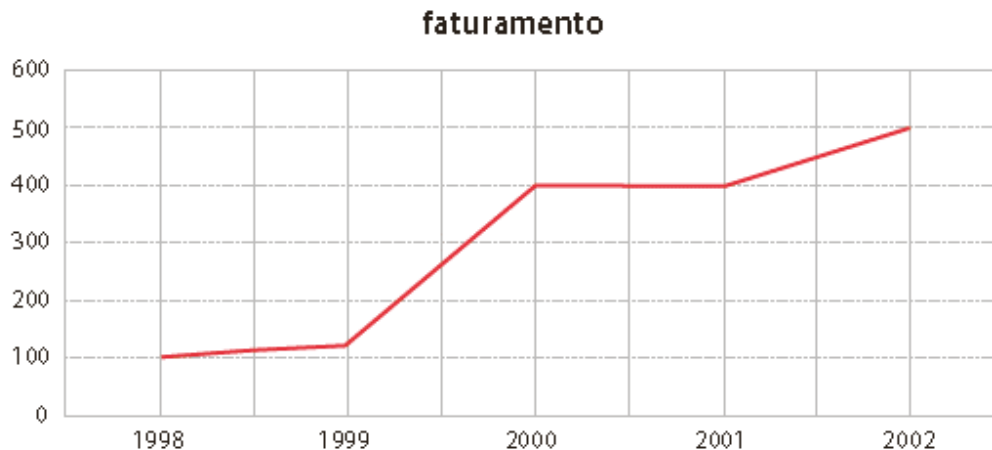
**Resposta incorreta.**

Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares
MP14	representadas por gráficos.

### Questão 7

Novos projetos e investimentos na área comercial levaram, a indústria de doces de banana MiracaDoces a aumentar seu faturamento nos últimos 5 anos com praticamente o mesmo número de funcionários (valores em milhões de reais).



Analisando o gráfico, o intervalo de tempo em que o faturamento teve seu maior crescimento foi

- (A) de 1998 a 1999.
- (B) de 1999 a 2000.**
- (C) de 2000 a 2001.
- (D) de 2000 a 2002.
- (E) de 2001 a 2002.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*O objetivo da questão é verificar se o estudante identifica o intervalo de maior crescimento da função a partir da análise do gráfico.*

*De acordo com o gráfico, com exceção do intervalo entre 2000 e 2001 em que o faturamento da empresa ficou estabilizado, e a taxa de crescimento é nula, a taxa de crescimento nos demais intervalos teve variação positiva.*

*No intervalo de 1999 a 2000 a taxa de crescimento apresenta a maior variação.*

*Portanto, (B) é a alternativa correta.*

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

de 1998 a 1999.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno possivelmente interpretou “menor crescimento” ou respondeu de forma aleatória.
-----------------	----------------------------	--

(B)

de 1999 a 2000.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
-----------------	--------------------------	---

(C)

de 2000 a 2001.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno possivelmente não interpretou corretamente o enunciado da questão, pois assinalou o intervalo em que não houve aumento no faturamento.
-----------------	----------------------------	--

(D)

de 2000 a 2002.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno supôs que por se tratar de um intervalo de dois anos, implicaria em maior faturamento.
-----------------	----------------------------	--

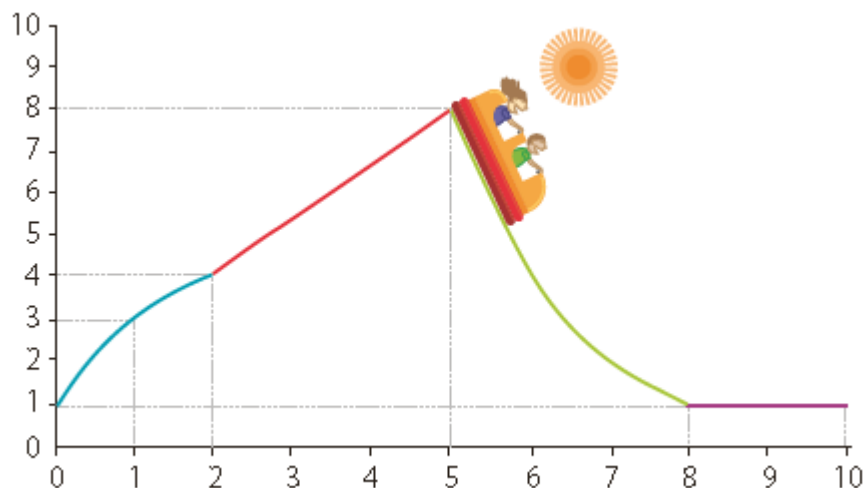
(E)

de 2001 a 2002.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno considerou equivocadamente que neste intervalo houve a maior taxa de variação.
-----------------	----------------------------	--

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares
MP14	representadas por gráficos.

### Questão 8

No Parque das Águas quentes um carrinho percorre um trajeto até cair numa piscina conforme gráfico.



Observa-se que todo o trajeto é modelado por quatro funções, sendo que o trecho I (de 0 a 2) é modelado por uma função quadrática, o trecho II (de 2 a 5) por uma função linear, o trecho III (5 a 8) por uma função exponencial e o trecho IV (de 8 a 10) por uma função constante.

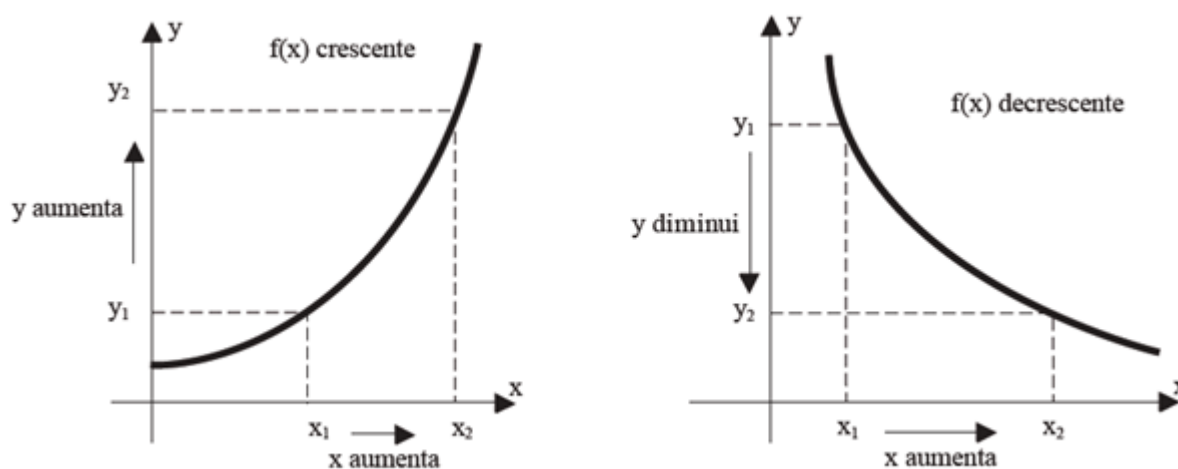
Pode-se afirmar que o trecho que representa uma função decrescente está no

- (A) trecho I.
- (B) trecho II.
- (C) trecho III.**
- (D) trecho III e IV.
- (E) trecho IV.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

Dizemos que uma função  $f(x)$  é crescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de  $x$  crescem, então os correspondentes valores de  $f(x)$  também crescem. E dizemos que  $f(x)$  é decrescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de  $x$  crescem, então os correspondentes valores de  $f(x)$  decrescem. O significado do crescimento ou do decrescimento no gráfico de  $f(x)$  é bastante expressivo:



Na questão, o intervalo em que  $x$  cresce e o  $f(x)$  correspondente decresce é apenas no trecho III.

Portanto, (C) é a alternativa correta.

## GRADE DE CORREÇÃO

---

(A)

trecho I.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é crescente.
-----------	----------------------------	---

(B)

trecho II.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é crescente.
------------	----------------------------	---

(C)

trecho III.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
-------------	--------------------------	---

(D)

trecho III e IV.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno percebe que a função no trecho III é decrescente, mas não considerou que no trecho IV a função é constante.
------------------	----------------------------	---

(E)

trecho IV.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é constante
------------	----------------------------	--



Habilidade	Identificar o crescimento ou decréscimo de funções lineares
MP14	representadas por gráficos.

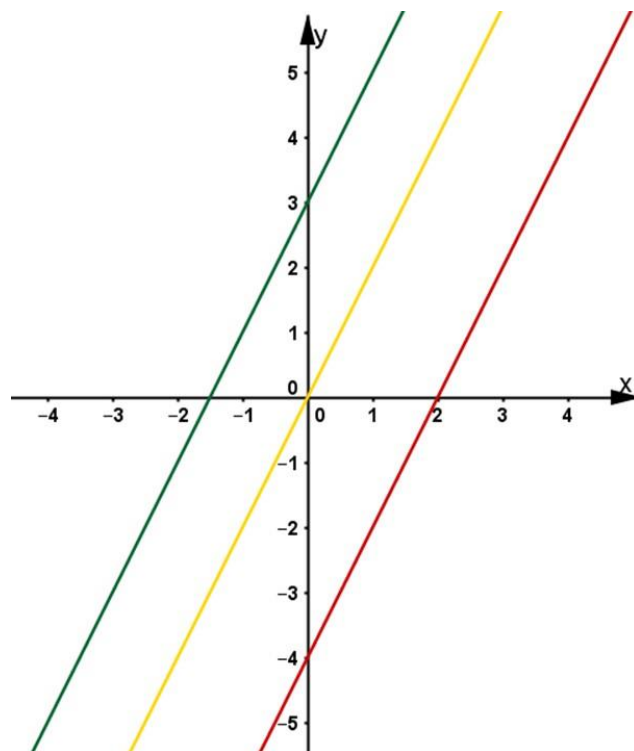
### Questão 9

Examine os gráficos de três funções crescentes

$$y = 2x \text{ (gráfico amarelo)}$$

$$y = 2x - 4 \text{ (gráfico vermelho)}$$

$$y = 2x + 3 \text{ (gráfico verde)}$$



Considerando como essas funções crescentes estão relacionadas, é correto afirmar que

- (A) as inclinações das linhas são diferentes e positivas.
- (B) as inclinações das linhas são iguais e negativas.
- (C) as inclinações das linhas são diferentes e negativas.
- (D) as inclinações das linhas são iguais e positivas.**
- (E) as inclinações das linhas são iguais e nulas.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

---

*Esta questão tem como objetivo, verificar se o aluno compreende a representação gráfica apresentada e saiba relacionar os gráficos e associar a alternativa correta, assim pode-se concluir que:*

- ▶ *A primeira afirmação é falsa, pois  $f(x)$  é decrescente quando os valores de  $x$  crescem e os correspondentes valores de  $f(x)$  decrescem, o que ocorre no intervalo  $]0, 2]$ .*
- ▶ *A segunda afirmação é falsa, pois  $f(2) = 0$ .*
- ▶ *Nesse gráfico, no intervalo  $]0, 2]$ ,  $f(2) < 2$ . Logo a terceira afirmação é falsa.*
- ▶ *A quarta afirmação considera que  $f(0) = 2$ , mas o gráfico mostra que  $]0, 2]$ . Logo a quarta afirmação é verdadeira.*
- ▶ *Consequentemente, a última afirmação também é falsa, pois não existe  $f(0)$  e  $f(2) = 0$ , logo a soma não é 2.*

*Portanto, a alternativa correta é a (D).*

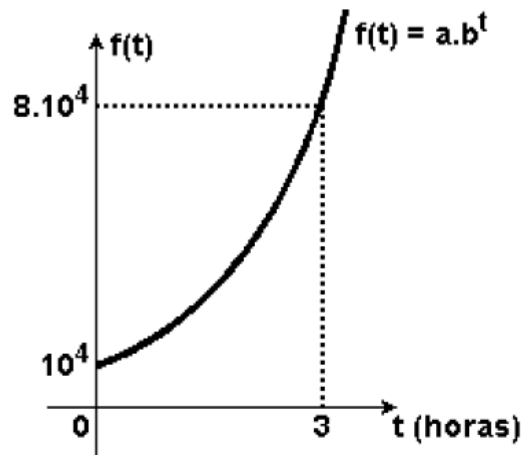
## GRADE DE CORREÇÃO

(A)	as inclinações das linhas são diferentes e positivas.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno não se atentou que o intervalo é aberto em $x=0$ .
(B)	as inclinações das linhas são iguais e negativas.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno interpretou equivocadamente os dados da função e a sua representação gráfica, pois $f(2)=0$ .
(C)	as inclinações das linhas são diferentes e negativas.	<b>Resposta incorreta.</b>	O aluno interpretou equivocadamente os dados da função e a sua representação gráfica, pois não existe $f(x)>2$ .
(D)	as inclinações das linhas são iguais e positivas.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(E)	as inclinações das linhas são iguais e nulas.	<b>Resposta incorreta.</b>	Possivelmente o aluno não se atentou que o intervalo é aberto em $x=0$ , sendo assim a soma não é igual a 2.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decréscimo de funções exponenciais
MP15	representadas por gráficos.

### Questão 10

O gráfico mostra, em função do tempo, a evolução do número de bactérias em certa cultura.



Decorridos 30 minutos do início das observações, o valor mais próximo do número de bactérias é:

- (A) 18.000
- (B) 20.000.
- (C) 32.000.
- (D) 14.000.**
- (E) 40.000.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

---

O objetivo da questão é verificar o conhecimento do estudante a respeito de crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.

Considerando a função exponencial

$$f(t) = a \cdot b^t$$

$$\text{Quando } t = 0 \Rightarrow f(0) = a \cdot b^0 \Rightarrow f(0) = a \cdot 1 \Rightarrow f(0) = a$$

Do gráfico:

$$P/t = 0 \Rightarrow f(0) = 10^4 \Rightarrow a = 10^4$$

$$P/t = 3 \Rightarrow f(3) = a \cdot b^3 \Rightarrow f(3) = 10^4 \cdot b^3$$

$$\text{Do gráfico: } f(3) = 8 \cdot 10^4 \Rightarrow f(3) = 10^4 \cdot b^3 \Rightarrow b^3 = 8 \Rightarrow b = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$P/t = 30 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h} \Rightarrow f(1/2) = a \cdot b^{1/2}$$

$$f(1/2) = 10^4 \cdot 2^{1/2} \Rightarrow f(1/2) = 10^4 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow f(1/2) = 10^4 \cdot 1,4 \Rightarrow$$

$$f(1/2) = 10.000 \times 1,4 = 14.000$$

Portanto, (D) é a alternativa correta.

## GRADE DE CORREÇÃO

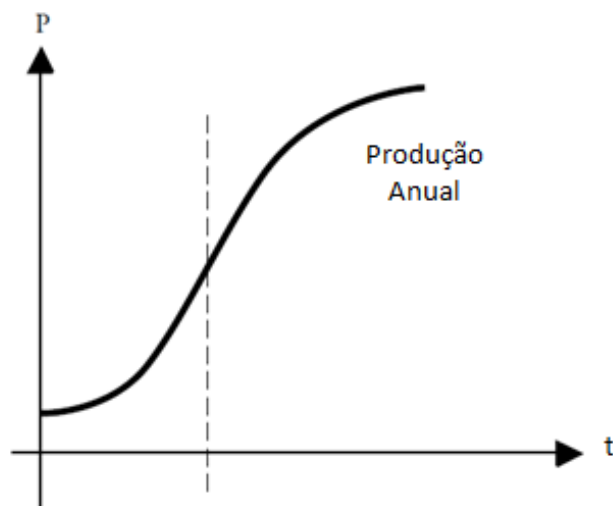
---

(A)		
18.000	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao optar por esta resposta, o aluno pode ter considerado uma aproximação visual do gráfico em relação aos eixos, na representação gráfica.
(B)		
20.000	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao optar por esta resposta, o aluno pode ter associado o tempo de meia hora ( $1/2$ ) no gráfico ao produto $1/2 \times 10^4$ e equivocadamente multiplicou por dois.
(C)		
32.000	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao optar por esta resposta, o aluno pode equivocadamente ter multiplicado os números ( $4 \times 8 = 32$ ) na representação do ponto no eixo y, ( $8 \cdot 10^4$ ).
(D)		
14.000	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(E)		
40.000	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao optar por esta resposta, o aluno pode ter estimado como a metade de ( $8 \cdot 10^4$ ) ao considerar o tempo de meia hora.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.
MP15	

### Questão 11

O gráfico a seguir representa a produção anual (P) de uma indústria.



Analisando o gráfico é correto dizer, do ponto de vista do crescimento e decrescimento que:

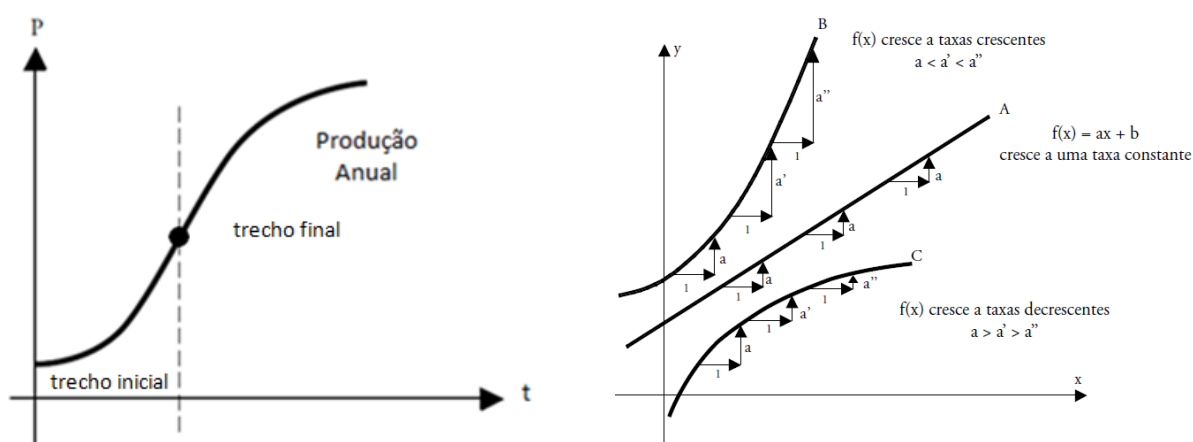
- (A) a produção aumentou, sempre com inclinação positiva, a uma taxa constante.
- (B) inicialmente a produção aumentou a taxas crescentes e depois a taxas decrescentes.**
- (C) inicialmente a produção diminuiu a taxas crescentes aumentou a taxas decrescentes.
- (D) a produção aumentou sempre a taxas decrescentes.
- (E) a produção sempre esteve estabilizada ao longo do ano a taxas crescentes.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

## CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno em relação à taxa de variação de uma função.

Analisando o gráfico de produção anual proposto na questão, comparando-o ao da taxa de variação unitária (CP-V2, 3ª Série EM, p.32) e considerando um ponto sobre a curva no qual a curvatura troca de sinal, ou seja, muda da curvatura côncava para cima (positiva) no trecho inicial, para concavidade para baixo (curvatura negativa), trecho final, conforme segue:



No trecho inicial a produção cresce a taxas crescentes e no trecho final do gráfico continua em crescimento, porém a taxas decrescentes, como se pode observar.

Portanto, a alternativa (B) é a correta.



## GRADE DE CORREÇÃO

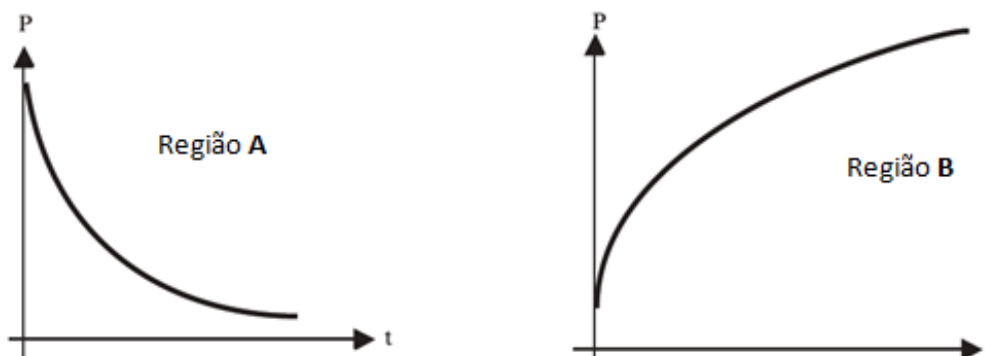
(A)	a produção aumentou, sempre com inclinação positiva, a uma taxa constante.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não identifica que o gráfico tem características de uma função exponencial, $y = 2^x$ , e não se dá conta de que a função solicitada na questão não é constante.
(B)	inicialmente a produção aumentou a taxas crescentes e depois a taxas decrescentes.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
(C)	inicialmente a produção diminuiu a taxas crescentes aumentou a taxas decrescentes.	<b>Resposta incorreta.</b>	Nessa resposta, o aluno possivelmente identifica no gráfico o ponto de mudança das curvaturas e considera equivocadamente apenas o trecho final função/produção.
(D)	a produção aumentou sempre a taxas decrescentes.	<b>Resposta incorreta.</b>	Para a escolha dessa resposta, o aluno possivelmente avalia de forma inadequada o gráfico da função, e admite, equivocadamente, que no trecho inicial, a taxa é decrescente.
(E)	a produção sempre esteve estabilizada ao longo do ano a taxas crescentes.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não reconhece as características do gráfico de uma função exponencial que cresce a taxas decrescentes, e considera apenas o aspecto visual de um gráfico aparentemente crescente.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.
MP15	

## Questão 12

Devido à diferença de climas no Brasil, a produção de hortaliças e seus preços variam conforme a região.

Duas regiões do país têm seus gráficos de preços em função do tempo representados a seguir.



Em relação às taxas de crescimento e decrescimento nos gráficos de preços das hortaliças nas regiões A e B é correto dizer que:

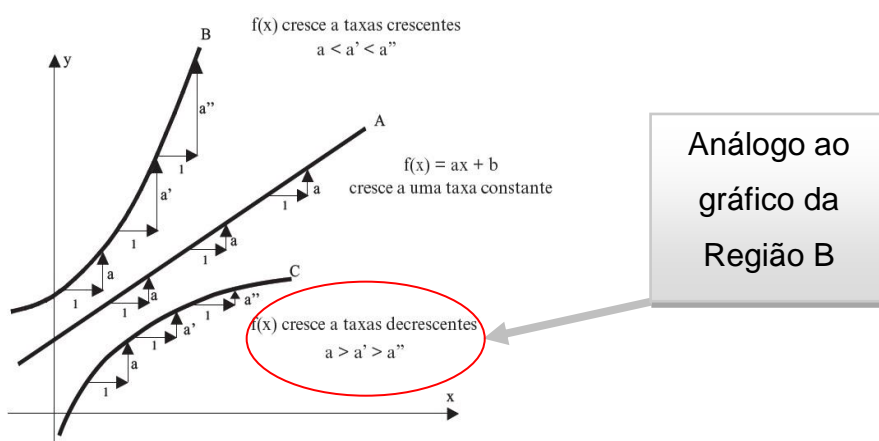
- (A) na Região A os preços diminuíram e na Região B aumentaram, a taxas decrescentes.
- (B) na Região A os preços diminuíram e na Região B aumentaram, a taxas crescentes.
- (C) na Região A os preços diminuíram e na Região B aumentaram, a taxas invariáveis.
- (D) na Região A os preços diminuíram e na Região B aumentaram, a taxas constantes.
- (E) na Região A os preços diminuíram e na Região B aumentaram, a taxas da inflação.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

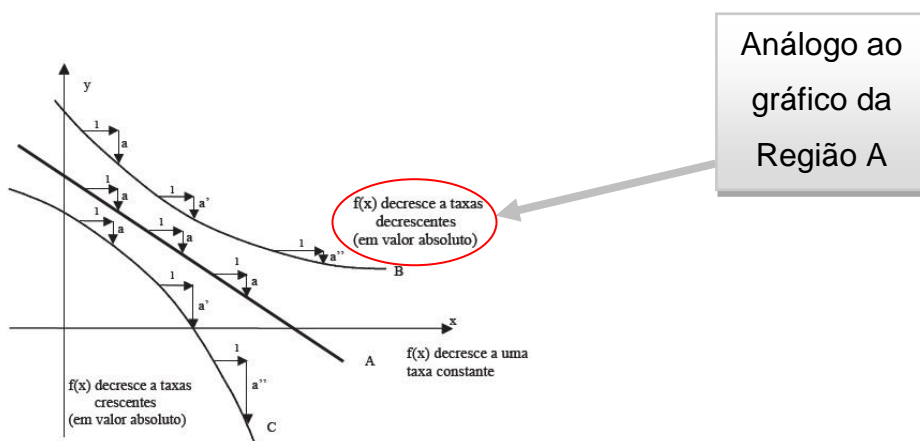
## CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno em relação a uma característica fundamental de uma função exponencial, referente ao modo de crescimento e decrescimento.

Quando uma função  $f(x)$  cresce a taxas crescentes, seu gráfico fica encurvado para cima; quando ela cresce a taxas decrescentes, seu gráfico fica encurvado para baixo.



Quando uma função descreve a taxas decrescentes, seu gráfico fica encurvado para cima; quando ela descreve a taxas crescentes, seu gráfico fica encurvado para baixo.



Portanto, a resposta correta, é a alternativa (A).

## GRADE DE CORREÇÃO

<b>(A)</b> na Região <b>A</b> os preços diminuíram e na Região <b>B</b> aumentaram, a taxas decrescentes.	<b>Resposta correta.</b>	<b>O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar por meio dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</b>
<b>(B)</b> na Região <b>A</b> os preços diminuíram e na Região <b>B</b> aumentaram, a taxas crescentes.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente identifica que no gráfico A os preços diminuem, que na região B os preços aumentam, porém se equivoca em relação às taxas, pois estas decrescem.
<b>(C)</b> na Região <b>A</b> os preços diminuíram e na Região <b>B</b> aumentaram, a taxas invariáveis.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente identifica que no gráfico A os preços diminuem, que na região B os preços aumentam, porém se equivoca em relação às taxas, pois elas variam quando decrescem.
<b>(D)</b> na Região <b>A</b> os preços diminuíram e na Região <b>B</b> aumentaram, a taxas constantes.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente identifica que no gráfico A os preços diminuem, que na região B os preços aumentam, porém se equivoca em relação às taxas, pois não são constantes.
<b>(E)</b> na Região <b>A</b> os preços diminuíram e na Região <b>B</b> aumentaram, a taxas da inflação.	<b>Resposta incorreta.</b>	Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente identifica que no gráfico A os preços diminuem, que na região B os preços aumentam, porém se equivoca em relação às taxas.

# **AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO**

## **Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional**

Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

## **Departamento de Avaliação Educacional**

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

## **Centro de Planejamento e Análise de Avaliações**

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

## **Centro de Aplicação de Avaliações**

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

## **Coordenadoria de Gestão da Educação Básica**

Coordenadora: Valéria de Souza

## **Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica**

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

## **Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional - CEFAF**

Diretor: Herbert Gomes da Silva

## **Equipe Curricular CGEB de Matemática**

Autoria, Leitura crítica e validação do material

João dos Santos Vitalino, Maria Adriana Pagan, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

## **Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino Leitura crítica e validação do material de Matemática**

Ademar Gomes Vieira, Arlete Ap. Oliveira de Almeida, Carlos Alberto Simas de Almeida, Cristina Aparecida da Silva, Eliana Rodrigues Lotte, Fátima Rosangela Gebin, Maria Helena Silveira, Raphael J. Mamede, Reis Magno Leal Pereira, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski, Sandra Shisue Yamaguchi.

## **Representantes do CAPE**

### **Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais**

Tânia Regina Martins Resende