



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

3ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
3º Bimestre de 2016
13ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, terão como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas na plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui, além das informações sistematizadas no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – e agora também com previsão de incorporação à Plataforma Foco Aprendizagem, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL - CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

3ª Série do Ensino Médio

**Habilidades da Matriz Processual de Matemática - CGEB
3º Bimestre**

Questão	Código da Habilidade	Descrição da Habilidade
01	MP12	<i>Representar diferentes fenômenos por meio de funções.</i>
02		
03		
04	MP13	<i>Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.</i>
05		
06		
07	MP14	<i>Identificar o crescimento ou decréscimo de funções lineares representadas por gráficos.</i>
08		
09		
10	MP15	<i>Identificar o crescimento ou decréscimo de funções exponenciais representadas por gráficos.</i>
11		
12		

**Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação -
SARESP
Foco Aprendizagem**

Questão	Cod. Hab.	Descrição
	Ano	
13	H04	<i>Representar, por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.</i>
	3ª Série - EM	
14	H08	<i>Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.</i>
	3ª Série - EM	
15	H17	<i>Identificar a localização de números reais na reta numérica.</i>
	3ª Série - EM	

Gabarito

	A	B	C	D	E
01	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
07	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
08	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
09	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Comentários e recomendações pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 3º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de referência para a Avaliação – SARESP.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. (MP12) – Representar diferentes fenômenos por meio de funções.

O recurso à linguagem das funções para representar interdependências conduz a um aumento na capacidade de expressão, favorecendo a construção de um discurso mais eficaz para enfrentar problemas em diferentes contextos; a capacidade de compreensão de uma variada gama de fenômenos é ampliada, uma vez que muitas situações de interdependência estão naturalmente associadas a modelagens que conduzem a explicações dos referidos fenômenos. O reconhecimento das funções envolvidas em um fenômeno possibilita a sistematização de propostas de intervenção consciente sobre a realidade representada.

2. (MP13) – Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.

Compreender transformações realizadas nos gráficos em diferentes contextos.

3. (MP14) – Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares representadas por gráficos.

As representações gráficas das relações de interdependência entre grandezas são importantes para a visualização das variações das grandezas representadas, como a identificação de seus sinais e valores, dos intervalos de crescimento ou de decrescimento da variável dependente.

4. (MP15) – Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.

São destacadas as propriedades das funções exponenciais, o crescimento e decrescimento, que difere muito das variações lineares, devido ao fato da sua taxa de variação unitária. As competências básicas que podem ser desenvolvidas pela exploração de tal tema, são as capacidades de expressão, de compreensão de fenômenos, de contextualização e de formulação de propostas de intervenção na realidade.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.¹

► H04 (3ª Série - EM) – Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.

A 3ª série do Ensino Médio aprofunda os conceitos associados às funções, como, por exemplo, as relações de interdependência. Uma das formas de abordagem dessa interdependência são as relações de proporcionalidade nessas diversas formas.

► H08 (3ª Série - EM) – Resolver problemas envolvendo equações de 2º grau.

Um aprofundamento dos conceitos de equações como, por exemplo, a associação entre as raízes e seus coeficientes é realizado na 3ª série do Ensino Médio. Nesse sentido, é importante rever essas relações nas equações do 2º grau.

¹ Fonte: <http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br> – acesso: 27/11/2015

► **H17 (3ª Série - EM) – Identificar a localização de números reais na reta numérica.**

A construção de gráficos, em qualquer momento do estudo de Matemática, em que as funções estejam sendo estudadas no conjunto “R”, exige identificar a localização de números reais na reta numérica.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.

(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

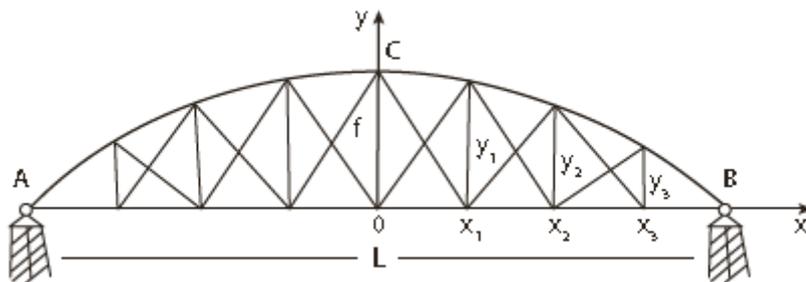
1. Questões referentes às habilidades da Matriz de Avaliação Processual - CGEB

Habilidade	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
MP12	

Questão 01

Difícil

Na figura abaixo, esta representada uma viga reta AB, que sustenta um arco AB de parábola, construído em ferro e apoiado em hastes verticais igualmente espaçadas. A largura L do vão é de 40 m e a flecha f (segmento OC) do arco de parábola tem 5 m.



A função que representa essa situação é dada por

(A) $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 5$

(B) $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5$

(C) $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 40$

(D) $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 40$

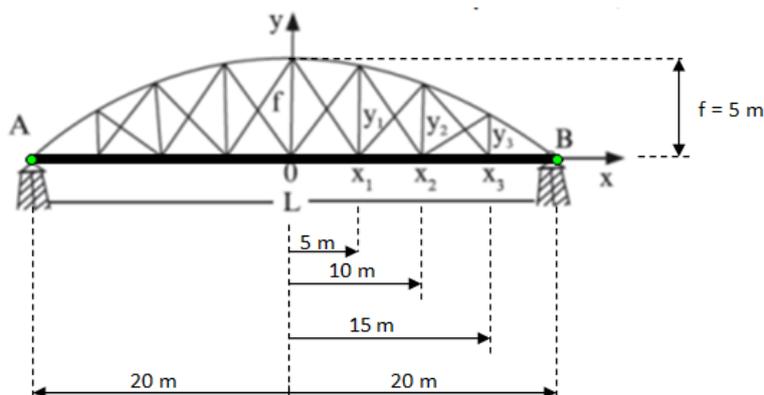
(E) $f(x) = \frac{1}{80}x^2 + 5$

Resolução comentada

O objetivo da questão é aprofundar temas abordados em anos anteriores, porém com uma linguagem mais ampla. Procurando compor um panorama da função quadrática, destacando suas propriedades e representações, favorecendo uma compreensão de múltiplos fenômenos da realidade.

Escolhendo o sistema de coordenadas XOY indicado na figura, a parábola será o gráfico da função $f(x) = ax^2 + c$, com $a < 0$. Como as hastes são igualmente espaçadas, os comprimentos das hastes serão os valores de $f(x)$ para $x_1=5$, $x_2=10$ e $x_3=15$. Como a flecha do arco de parábola é $f=5$, segue que $c=5$ e $f(x)=ax^2+5$. Como o ponto B tem abscissa $x=20$ e ordenada $y=0$ ($B(20;0)$), segue que $f(20)=0$ e, então, $0=a \cdot 20^2 + 5$, ou seja, $a = -\frac{1}{80}$. Logo, $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 5$.

Outra maneira de resolução:



Por ser arco de parábola, o gráfico é de uma função de grau dois, do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que:

- $a < 0$, porque a parábola tem a concavidade para baixo.
- $c = 5$, porque é exatamente o ponto em que a parábola cruza o eixo y .
- $b = 0$, porque a parábola cruza o eixo y no valor do coeficiente “ c ” e exatamente no vértice.

Então a função fica definida como $f(x) = ax^2 + c \Rightarrow f(x) = ax^2 + 5$

Do problema temos que:

No ponto B , $x = 20$ (raiz) e $y = 0 \Rightarrow f(20) = 0 \Rightarrow 0 = a \cdot 20^2 + 5 \Rightarrow -5 = 400a \Rightarrow$

$$a = -\frac{5}{400} = -\frac{1}{80} \Rightarrow a = -\frac{1}{80}$$

Logo a função que representa a situação dada é $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 5$

Portanto, A é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa	Observação
(A) $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 5$	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B) $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno ao elevar 20 ao quadrado, efetuou $20+20$ ou $20 \cdot 2$.</p>
(C) $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 40$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno desconsiderou o coeficiente c (onde a parábola cruza o eixo y). Pode ter considerado os dados do enunciado.</p>
(D) $f(x) = -\frac{1}{80}x^2 + 40$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calculou o valor do coeficiente a corretamente, mas errou ao determinar o coeficiente c.</p>
(E) $f(x) = \frac{1}{80}x^2 + 5$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não se atentou que a concavidade está para baixo, isso indica que $a < 0$.</p>

Habilidade
MP12

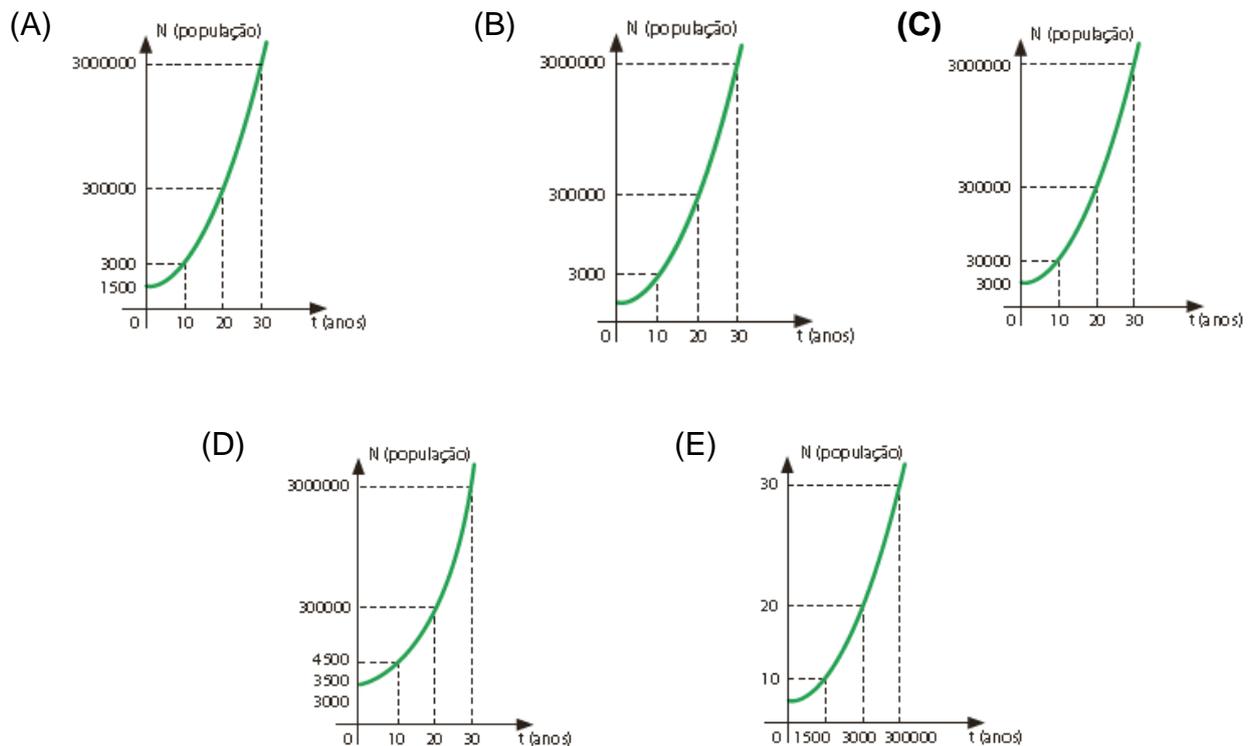
Representar diferentes fenômenos por meio de funções.

Questão 02

Fácil

A população N de determinado município cresce exponencialmente, desde a sua fundação há 20 anos, de acordo com a expressão $N = 3000 \cdot 10^{0,1t}$, sendo t em anos.

Considerando que os valores no eixo vertical não respeitam escala, o gráfico que representa o crescimento da população é

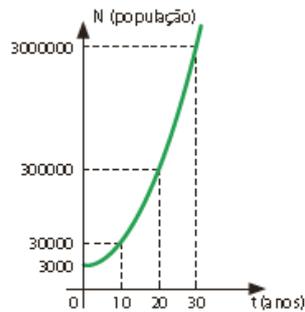


Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a familiaridade que se espera que os alunos tenham com funções do tipo $y = y_0 \cdot a^{kx}$ em que y_0 e k são constantes.

Na questão, $a > 0$, logo o gráfico que representa a função é crescente.

De acordo com a expressão, $N = 3000 \cdot 10^{0,1t}$ quando $t=0 \Rightarrow N = 3000$ que corresponde à população na fundação do município, isso identifica o início do gráfico na ordenada $y=3000$.



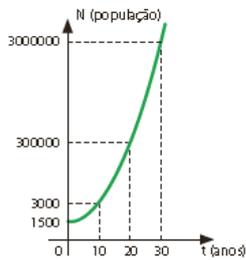
Portanto C é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa

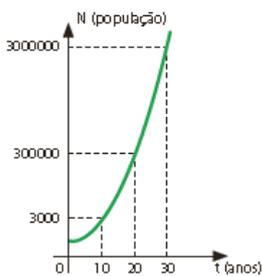
Observação

(A)



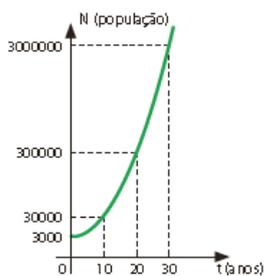
Resposta incorreta. Possivelmente o aluno dividiu o 3000 por 2 na tentativa de usar o número 20 do enunciado.

(B)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno escolheu esta resposta aleatoriamente, visto que, não considerou o instante $t=0$, que substituído na função encontra a quantidade de 3000 pessoas.

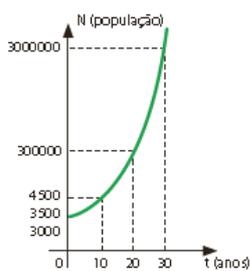
(C)



Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.

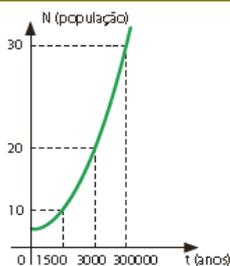
Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(D)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno escolheu esta resposta aleatoriamente, visto que, não considerou o instante $t=0$, que substituído na função encontra a quantidade de 3000 pessoas.

(E)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considerou esta alternativa aleatoriamente, pois, não se atentou que os valores referentes à população (N) e o tempo (t), não estão corretamente indicados nos respectivos eixos do plano cartesiano.

Habilidade	Representar diferentes fenômenos por meio de função.
MP12	

Questão 03

Médio

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa m reduz-se a metade do valor inicial a cada 4 horas, ou seja, $m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$, sendo m_0 o valor inicial da massa (t em horas).

Pode-se afirmar que a partir do valor inicial de 60 g a função é

- (A) exponencial crescente.
 - (B) logarítmica crescente.
 - (C) exponencial decrescente.**
 - (D) logarítmica decrescente.
 - (E) quadrática decrescente.
-

Resolução comentada

O objetivo da questão é que o aluno identifique uma função exponencial e seu crescimento ou decrescimento.

A função $m = f(t) = 60 \cdot 2^{-0,25t}$ é uma função exponencial decrescente, a partir do valor inicial 60. Pois, dizemos que $f(x)$ é decrescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de x crescem, então os correspondentes valores de $f(x)$ decrescem.

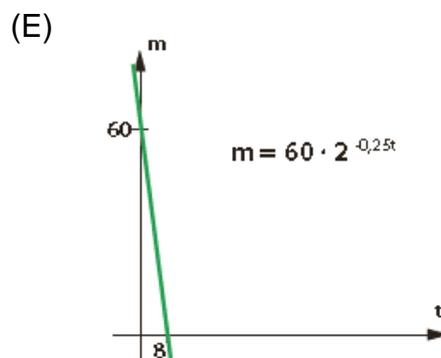
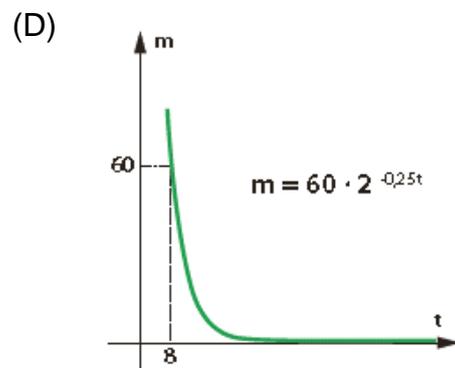
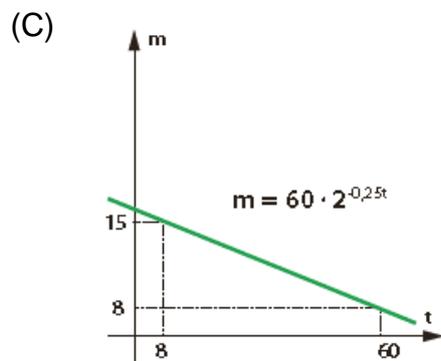
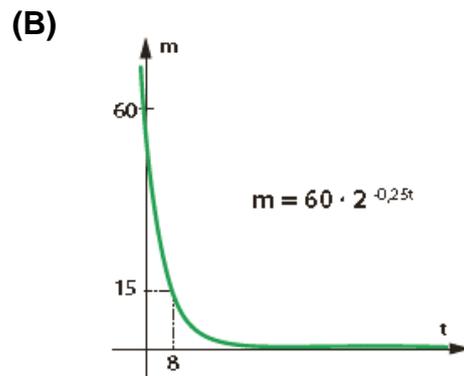
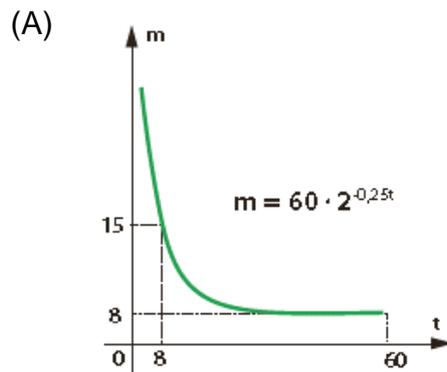
Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	exponencial crescente.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno identificou que se trata de uma função exponencial, porém a considerou como crescente, não observou que quando os valores de x crescem os valores de $f(x)$ decrescem.
(B)	logarítmica crescente.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.
(C)	exponencial decrescente.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	logarítmica decrescente.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.
(E)	quadrática decrescente.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta questão, não identificando a função como exponencial.

Questão 04

Difícil

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa m reduz-se a metade do valor inicial a cada 4 horas, ou seja, $m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$ sendo m_0 o valor inicial da massa que é igual a 60g, e t o tempo em horas, o gráfico que representa a decomposição dessa substância é

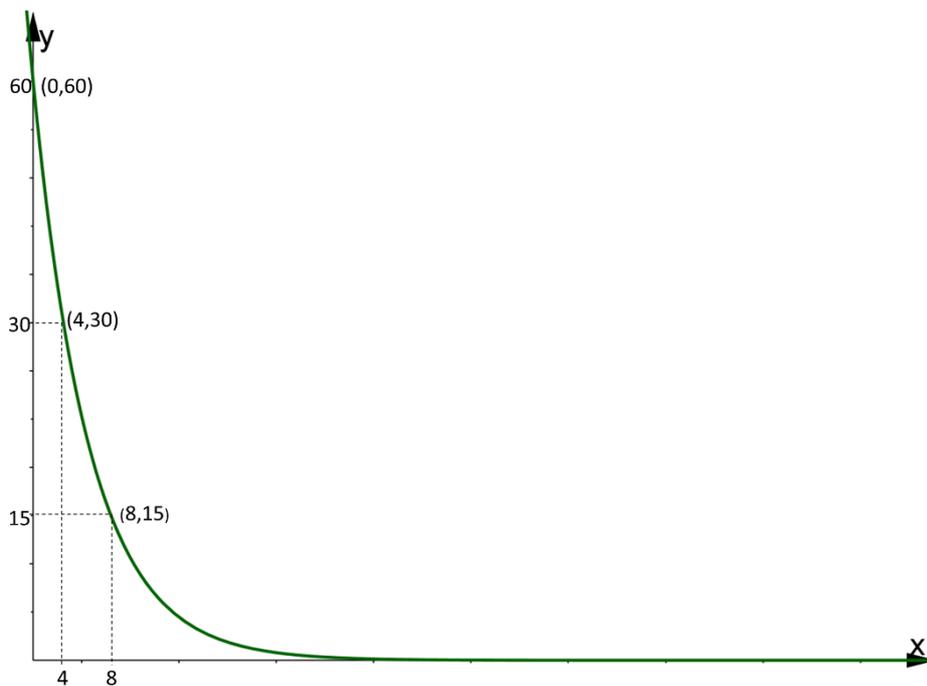


Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno saiba expressar fenômenos por meio de gráficos. *Descrições de fenômenos em que a variável aparece no expoente caracteriza uma função exponencial, nesse caso descrita como $m = 60 \cdot 2^{-0,25t}$.*

$t(h)$	$m = 60 \cdot 2^{-0,25t}$
0	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 0} = 60 \cdot 1 = 60$
4	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 4} = 60 \cdot 2^{-1} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$
8	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 8} = 60 \cdot 2^{-2} = 60 \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{60}{4} = 15$

Os valores indicados na tabela, correspondem ao gráfico:



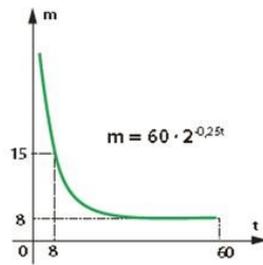
Portanto B é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa

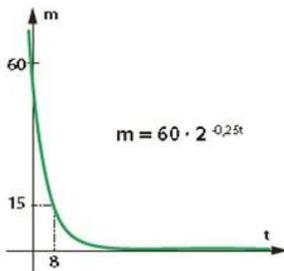
Observação

(A)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não relacionou os dados apresentados na situação problema com sua representação gráfica, e pode ter trocado os valores de tempo e massa nos eixos.

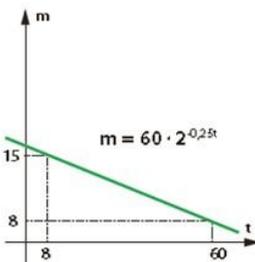
(B)



Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.

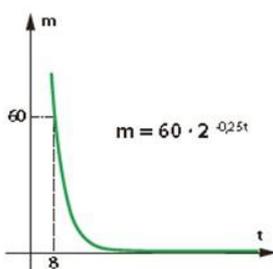
Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(C)



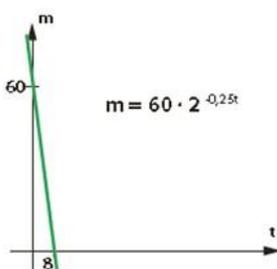
Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como exponencial.

(D)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não relacionou os dados apresentados na situação problema com sua representação gráfica. Neste caso, relacionou o valor da massa com o tempo final.

(E)



Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como exponencial.

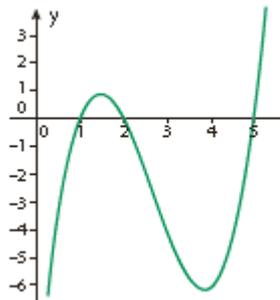
Questão 05

Médio

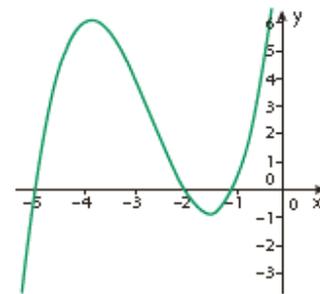
O gráfico que representa a função polinomial:

$$f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 5) \text{ é}$$

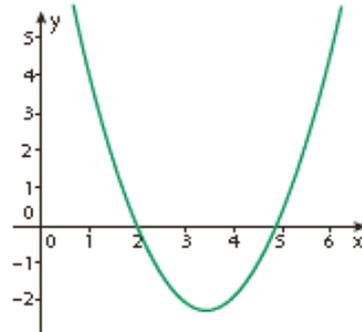
(A)



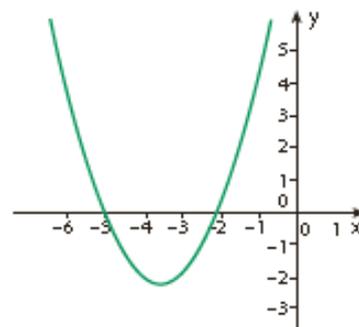
(B)



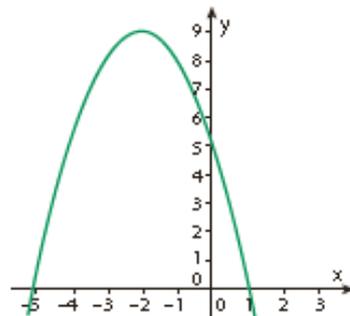
(C)



(D)



(E)



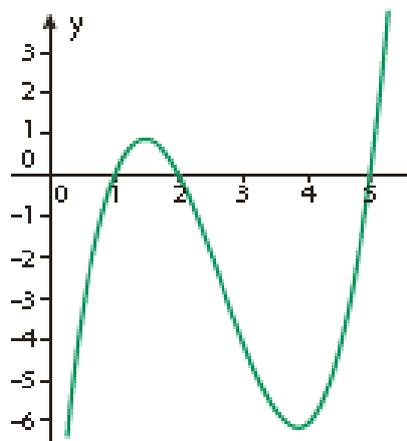
Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno reconheça fenômenos matemáticos, expressos por meio de gráficos.

As raízes da equação polinomial de grau 3 representada pela igualdade:

$f(x) = 0$ são , $x = 1$, $x = 2$ e $x = 5$;

A equação de grau 3, terá no máximo 3 raízes reais, ou seja, o gráfico cortará o eixo x somente nos pontos correspondentes às três raízes mencionadas;

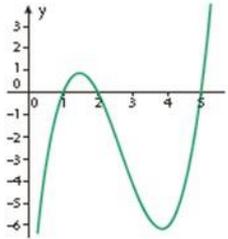
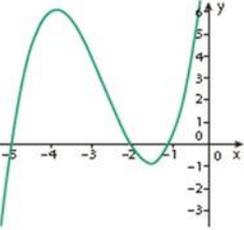
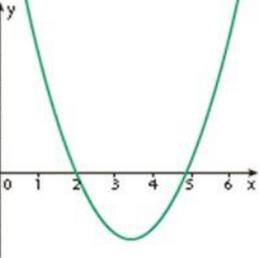
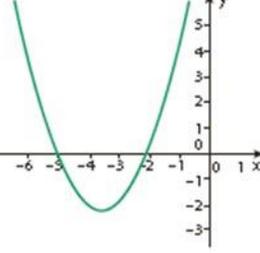
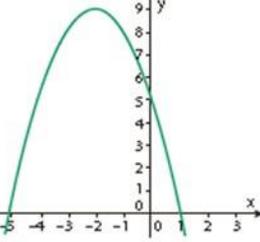


O resultado acima atende a alternativa A da questão.

Grade de correção

Alternativa

Observação

(A)		<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno associou os valores numéricos da função dada com os valores de raízes negativas, ou seja, como são apresentadas na função polinomial do 3º Grau.</p>
(C)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como sendo função polinomial do 3º Grau.</p>
(D)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como sendo função polinomial do 3º Grau.</p>
(E)		<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como sendo função polinomial do 3º Grau.</p>

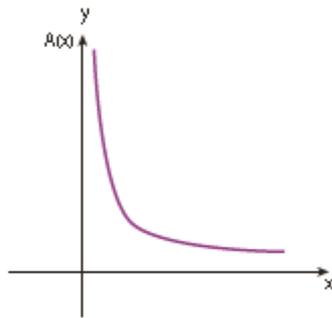
Habilidade	Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.
MP13	

Questão 06

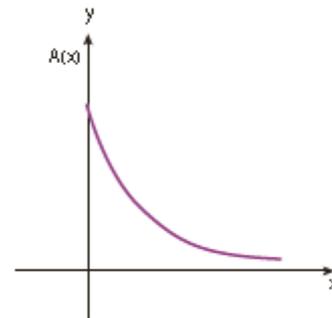
Fácil

A área A de um quadrado é uma função de seu lado x , ou seja, $A(x) = x^2$. O gráfico que representa essa função é

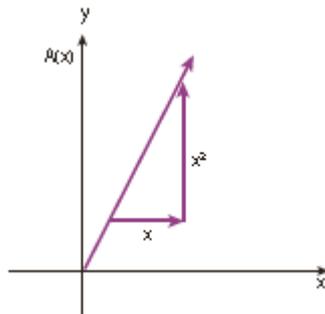
(A)



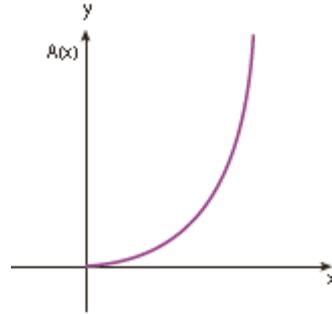
(B)



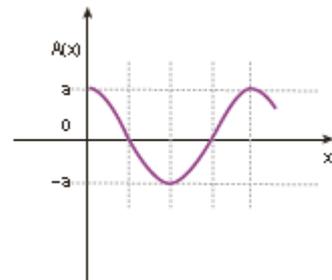
(C)



(D)



(E)



Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno reconheça, que a área só pode ser expressa por valores positivos.

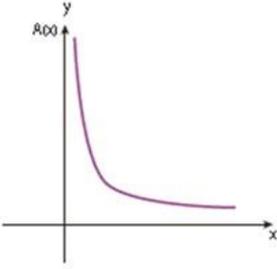
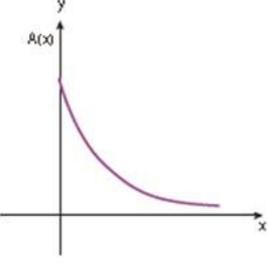
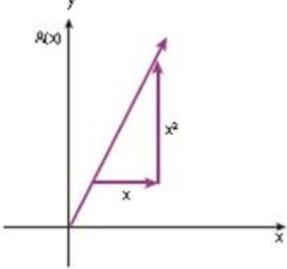
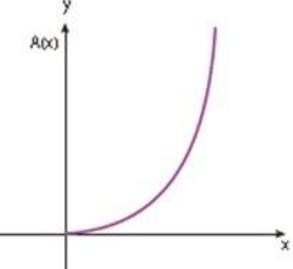
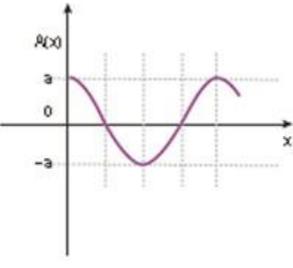
O gráfico da função dada por $A = x^2$ é uma parábola, pois trata-se de uma função quadrática.

Portanto, a resposta correta, é a alternativa D.

Grade de correção

Alternativa

Observação

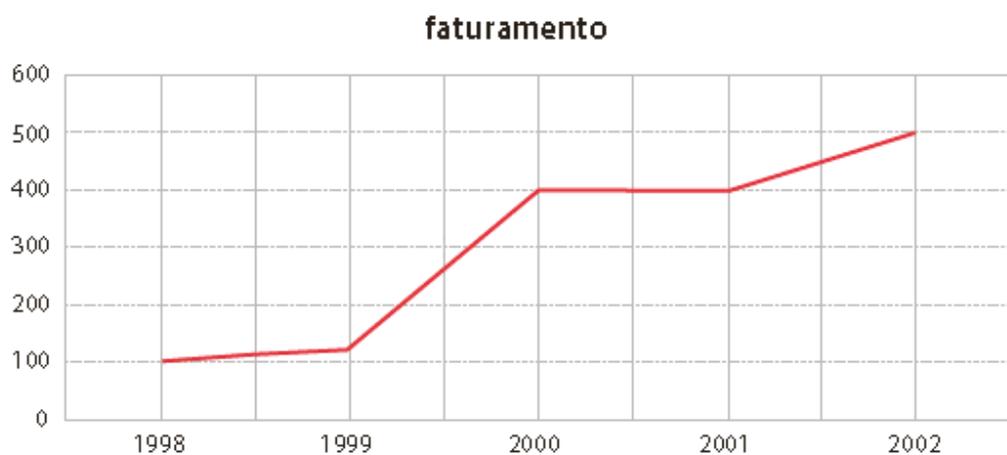
(A)		Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.
(B)		Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.
(C)		Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.
(D)		Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(E)		Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno não associou a função com a sua representação gráfica.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decréscimo de funções lineares representadas por gráficos.
MP14	

Questão 07

Fácil

Novos projetos e investimentos na área comercial levaram, a indústria de doces de banana MiracaDoces a aumentar seu faturamento nos últimos 5 anos com praticamente o mesmo número de funcionários (valores em milhões de reais).



Analisando o gráfico, o intervalo de tempo em que o faturamento teve seu maior crescimento foi

- (A) de 1998 a 1999.
 - (B) de 1999 a 2000.**
 - (C) de 2000 a 2001.
 - (D) de 2000 a 2002.
 - (E) de 2001 a 2002.
-

Resolução comentada

O objetivo da questão é verificar se o estudante identifica o intervalo de maior crescimento da função a partir da análise do gráfico.

De acordo com o gráfico, com exceção do intervalo entre 2000 e 2001 em que o faturamento da empresa ficou estabilizado, e a taxa de crescimento é nula, a taxa de crescimento nos demais intervalos teve variação positiva.

No intervalo de 1999 a 2000 a taxa de crescimento apresenta a maior variação.

Grade de correção

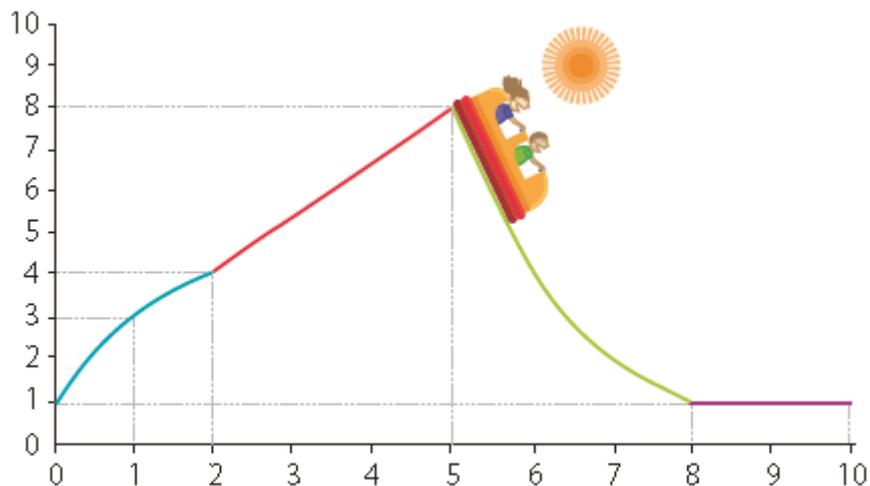
Alternativa		Observação
(A)	de 1998 a 1999.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente interpretou “menor crescimento” ou respondeu de forma aleatória.
(B)	de 1999 a 2000.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	de 2000 a 2001.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não interpretou corretamente o enunciado da questão, pois assinalou o intervalo em que não houve aumento no faturamento.
(D)	de 2000 a 2002.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno supôs que por se tratar de um intervalo de dois anos, implicaria em maior faturamento.
(E)	de 2001 a 2002.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno considerou equivocadamente que neste intervalo houve a maior taxa de variação.

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares representadas por gráficos.
MP14	

Questão 08

Fácil

No Parque das Águas quentes um carrinho percorre um trajeto até cair numa piscina conforme gráfico.



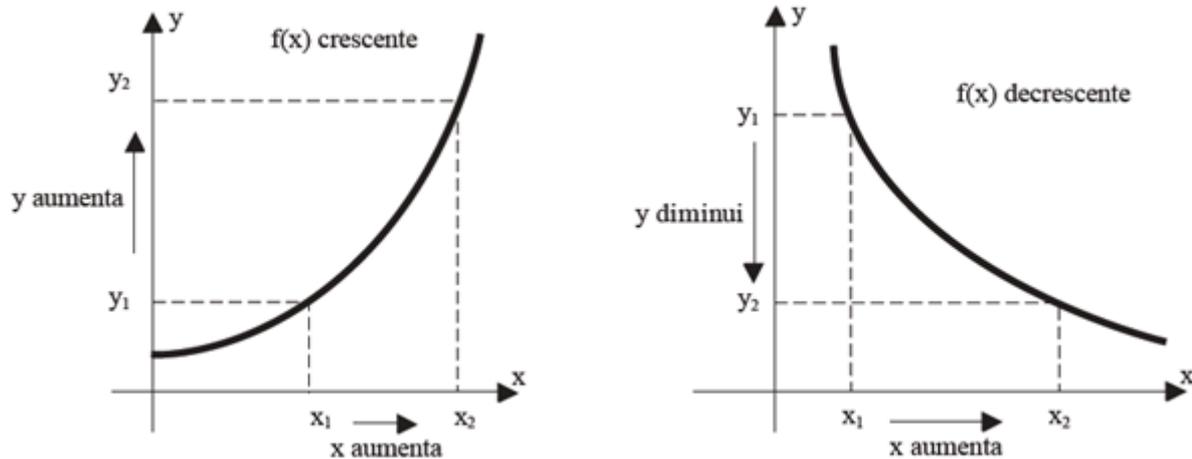
Observa-se que todo o trajeto é modelado por quatro funções, sendo que o trecho I (de 0 a 2) é modelado por uma função quadrática, o trecho II (de 2 a 5) por uma função linear, o trecho III (5 a 8) por uma função exponencial e o trecho IV (de 8 a 10) por uma função constante.

Pode-se afirmar que o trecho que representa uma função decrescente está no

- (A) trecho I.
- (B) trecho II.
- (C) trecho III.**
- (D) trecho III e IV.
- (E) trecho IV.

Resolução comentada

Dizemos que uma função $f(x)$ é crescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de x crescem, então os correspondentes valores de $f(x)$ também crescem. E dizemos que $f(x)$ é decrescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de x crescem, então os correspondentes valores de $f(x)$ decrescem. O significado do crescimento ou do decrescimento no gráfico de $f(x)$ é bastante expressivo:



Na questão, o intervalo em que x cresce e o $f(x)$ correspondente decresce é apenas no trecho III.

Grade de correção

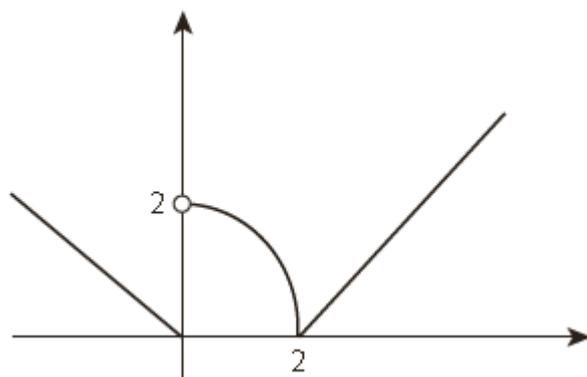
Alternativa		Observação
(A)	trecho I.	Resposta incorreta. O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é crescente.
(B)	trecho II.	Resposta incorreta. O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é crescente.
(C)	trecho III.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	trecho III e IV.	Resposta incorreta. O aluno percebe que a função no trecho III é decrescente, mas não considerou que no trecho IV a função é constante.
(E)	trecho IV.	Resposta incorreta. O aluno pode ter se equivocado, pois neste trecho a função é constante.

Habilidade	<i>Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares representadas por gráficos.</i>
MP14	

Questão 09

Médio

A função real de variável real f está representada pelo gráfico.



É correto afirmar que

- (A) f é decrescente no intervalo $]0; 2]$
- (B) $f(2) = 2$
- (C) no intervalo de $]0;2]$, $f(x) > 2$
- (D) $f(0) = 2$
- (E) $f(0) + f(2) = 2$

Resolução comentada

Esta questão tem como objetivo, verificar se o aluno compreende a representação gráfica apresentada e associar a alternativa correta, assim pode-se concluir que:

- ▶ *A primeira afirmação é verdadeira, pois $f(x)$ é decrescente quando os valores de x crescem e os correspondentes valores de $f(x)$ decrescem, o que ocorre no intervalo $]0, 2]$.*
- ▶ *A segunda afirmação é falsa, pois $f(2) = 0$.*
- ▶ *Nesse gráfico, no intervalo $]0, 2]$, $f(2) < 2$. Logo a terceira afirmação é falsa.*
- ▶ *A quarta afirmação considera que $f(0) = 2$, mas o gráfico mostra que $]0, 2]$. Logo a quarta afirmação é falsa.*
- ▶ *Consequentemente, a última afirmação também é falsa, pois não existe $f(0)$ e $f(2) = 0$, logo a soma não é 2.*

Portanto a alternativa correta é a (A).

Grade de correção

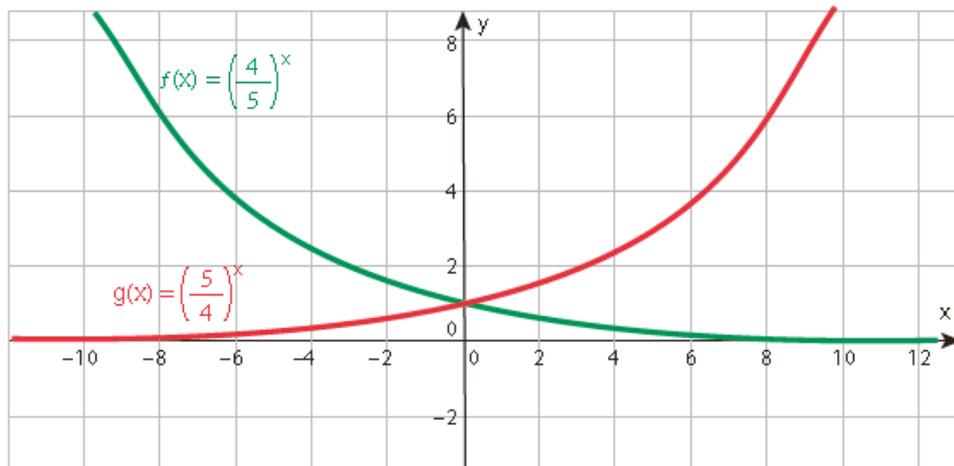
Alternativa	Observação
(A) f é decrescente no intervalo $]0; 2]$	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B) $f(2) = 2$	<p>Resposta incorreta. O aluno interpretou equivocadamente os dados da função e a sua representação gráfica, pois $f(2)=0$.</p>
(C) no intervalo de $]0;2]$, $f(x)>2$	<p>Resposta incorreta. O aluno interpretou equivocadamente os dados da função e a sua representação gráfica, pois não existe $f(x)>2$.</p>
(D) $f(0) = 2$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não se atentou que o intervalo é aberto em $x=0$.</p>
(E) $f(0) + f(2) = 2$	<p>Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não se atentou que o intervalo é aberto em $x=0$, sendo assim a soma não é igual a 2.</p>

Habilidade	<i>Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.</i>
MP15	

Questão 10

Fácil

Dadas as funções definidas por $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ e $g(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^x$.



Então, é correto afirmar que

- (A) os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em (0,2).
- (B) $f(x)$ é crescente e $g(x)$ é decrescente.
- (C) $f(x)$ é decrescente e $g(x)$ é crescente.**
- (D) os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em (3,2).
- (E) os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em (2,3).

Resolução comentada

O objetivo da questão é verificar o conhecimento do estudante à respeito de crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.

Pela definição de uma função exponencial, temos que:

- Os valores e ax aumentam correspondentemente quando $a > 1$;
- Os valores e ax diminuem correspondentemente quando $0 < a < 1$.

Portanto como $4/5$ está entre zero e um, a função $f(x)$ é decrescente, e $5/4$ sendo maior que um, $g(x)$ é crescente.

Então, temos que a resposta correta, é a alternativa C.

Grade de correção

	Alternativa	Observação
(A)	os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em $(0,2)$.	Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno pode não ter associado as funções com a sua representação gráfica.
(B)	$f(x)$ é crescente e $g(x)$ e decrescente.	Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno pode não ter associado o gráfico com a definição de função exponencial.
(C)	$f(x)$ é decrescente e $g(x)$ e crescente.	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em $(3,2)$.	Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno pode não ter associado as funções com a sua representação gráfica.
(E)	os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em $(2,3)$.	Resposta incorreta. Ao optar por esta resposta, o aluno pode não ter associado as funções com a sua representação gráfica.

Habilidade	<i>Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.</i>
MP15	

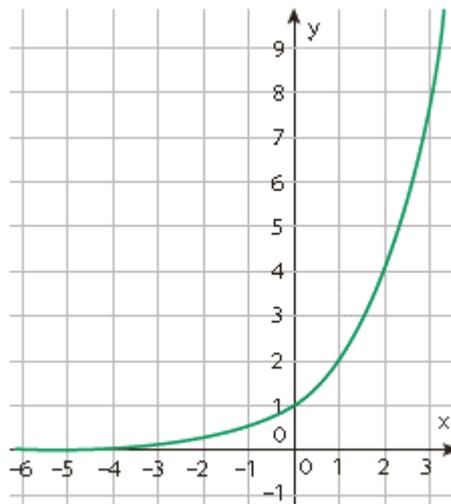
Questão 11

Fácil

Tem-se dois casos para o gráfico cartesiano de uma função exponencial:

- quando $a > 1$;
- quando $0 < a < 1$.

Observe o gráfico da função $y = 2^x$



Pode-se afirmar que

- (A) $f(x)$ é crescente, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio.
- (B) $f(x)$ é decrescente, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio.
- (C) $f(x)$ é decrescente, para todo $x < 0$.
- (D) $f(x) = 0$ para $x = 0$.
- (E) $f(x)$ possui duas raízes reais.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno em relação a uma característica fundamental de uma função exponencial, referente ao modo de crescimento e decrescimento.

A função $y = 2^x$ possui $a > 0$, logo é classificada como uma função crescente.

Grade de correção

Alternativa	Observação
(A) $f(x)$ é crescente, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio.	<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B) $f(x)$ é decrescente, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio.	<p>Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente identifica que o gráfico tem características de uma função exponencial, $y = 2^x$, porém não se dá conta de que a função solicitada na questão não é crescente.</p>
(C) $f(x)$ é decrescente, para todo $x < 0$.	<p>Resposta incorreta. Nessa resposta, o aluno possivelmente interpreta equivocadamente a função.</p>
(D) $f(x) = 0$ para $x = 0$.	<p>Resposta incorreta. Para a escolha dessa resposta, o aluno possivelmente avalia de forma inadequada a função, pois admite, equivocadamente, que a exponencial em questão contenha o ponto $(0, 0)$.</p>

(E)	f(x) possui duas raízes reais.	Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não reconhece as características de uma função exponencial e seu respectivo gráfico.
-----	--------------------------------	--

Habilidade	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representadas por gráficos.
MP15	

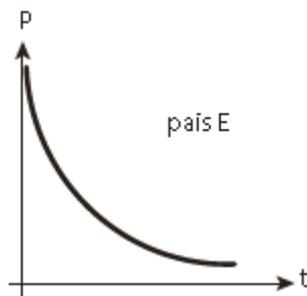
Questão 12

Médio

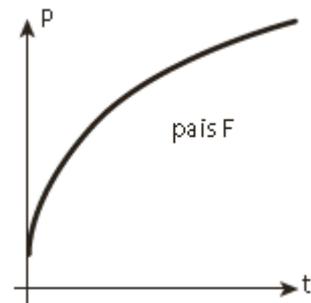
Os gráficos a seguir representam o preço médio P dos alimentos da mesma cesta básica, em diferentes países, em função do tempo t , ao longo de determinado ano.

O país em que os preços diminuíram a taxas decrescentes é

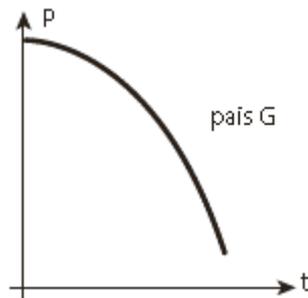
(A)



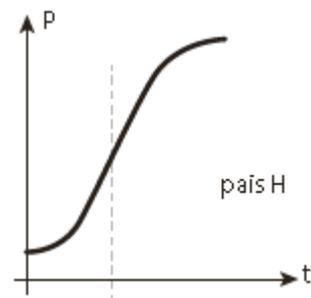
(B)



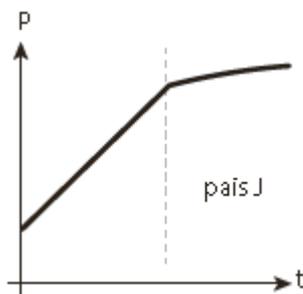
(C)



(D)



(E)

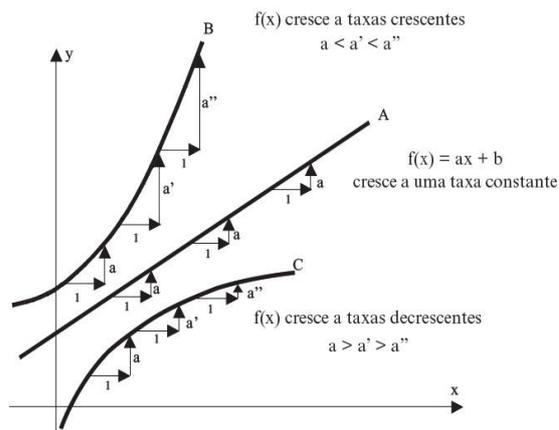


Resolução comentada

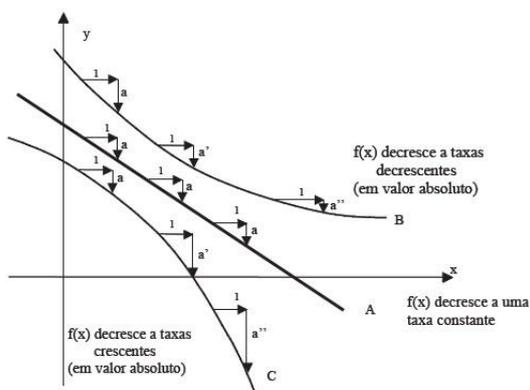
O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno em relação a taxa de variação unitária de uma função.

Chamaremos a taxa de variação unitária de uma função, para cada valor de x , o valor da diferença $f(x + 1) - f(x)$.

Quando uma função $f(x)$ cresce a taxas crescentes, seu gráfico fica encurvado para cima; quando ela cresce a taxas decrescentes, seu gráfico fica encurvado para baixo.



Quando uma função descreve a taxas decrescentes, seu gráfico fica encurvado para cima; quando ela descreve a taxas crescentes, seu gráfico fica encurvado para baixo.

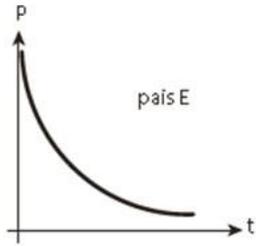
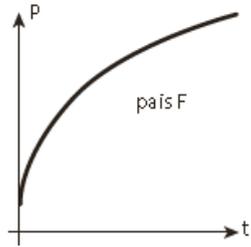
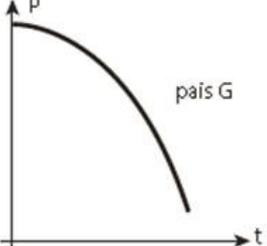
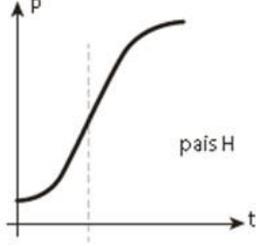
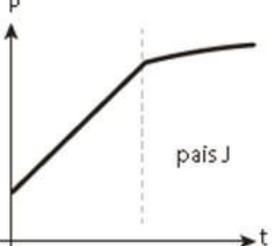


Portanto, a resposta correta, é a alternativa A.

Grade de correção

Alternativa

Observação

(A)		<p>Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.</p> <p>Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.</p>
(B)		<p>Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não identifica que a função apresentada mostra que os preços aumentam a taxas decrescentes $a > a' > a''$.</p>
(C)		<p>Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno não identifica que o gráfico tem características de uma função que decresce, em que os preços diminuem, a taxas crescentes (em valor absoluto).</p>
(D)		<p>Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não identifica que no gráfico os preços aumentam gradativamente, pois na situação apresentada, os preços aumentam a taxas crescentes.</p>
(E)		<p>Resposta incorreta. Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não identifica que no primeiro trecho (linear) do gráfico os preços aumentam a taxas crescentes.</p>

2. Questões referentes às habilidades da Matriz de Referência para Avaliação – SARESP.

H04	Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.
3ª Série – E.M	

Questão 13

Difícil

Diante do resultado de um experimento envolvendo um fenômeno natural, um pesquisador organizou os dados obtidos numa tabela, como vemos a seguir.

Experimento	1	2	3	4	5
Resultado	2	5	10	17	26

Observando essa tabela, é possível afirmar que

- (A) existe uma relação de proporcionalidade direta, na forma $\frac{y-1}{x} = k$.
- (B) **existe uma relação de proporcionalidade direta com o quadrado, na forma $\frac{y-1}{x^2} = k$.**
- (C) existe uma relação de proporcionalidade direta, na forma $y = kx$.
- (D) existe uma relação de proporcionalidade direta com o quadrado, na forma $y = kx^2$.
- (E) não há uma relação de proporcionalidade nesses resultados.
-

Comentários

A questão envolve conteúdos explorados nos materiais de apoio ao Currículo, que trata as equações de 2º grau na forma de relação de proporcionalidade direta com o quadrado.

No caso específico desta questão, é necessário observar os antecessores de y , e então fica mais evidente a relação $\frac{y-1}{x^2} = k$.

Experimento	1	2	3	4	5
Resultado	2	5	10	17	26
Resultado - 1	1	4	9	16	25

Logo, $y - 1 = kx^2$.

Alternativa correta é a B.

Grade de correção

	Alternativa	Observação
(A)	existe uma relação de proporcionalidade direta, na forma $\frac{y-1}{x} = k$.	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente associou a relação com uma proporcionalidade direta.
(B)	existe uma relação de proporcionalidade direta com o quadrado, na forma $\frac{y-1}{x^2} = k$.	Alternativa correta. O aluno possivelmente fez a associação correta com a proporcionalidade direta com o quadrado, observando que essa relação se dá com o antecessor de y .
(C)	existe uma relação de proporcionalidade direta, na forma $y = kx$.	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente associou a relação com uma proporcionalidade direta.
(D)	existe uma relação de proporcionalidade direta com o quadrado, na forma $y = kx^2$.	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente fez a associação com a proporcionalidade direta com o quadrado não levou em conta o antecessor dos valores de y .
(E)	não há uma relação de proporcionalidade nesses resultados.	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente não associa relação de proporcionalidade entre os valores fornecidos.

H08

3ª Série –
E.M

Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.

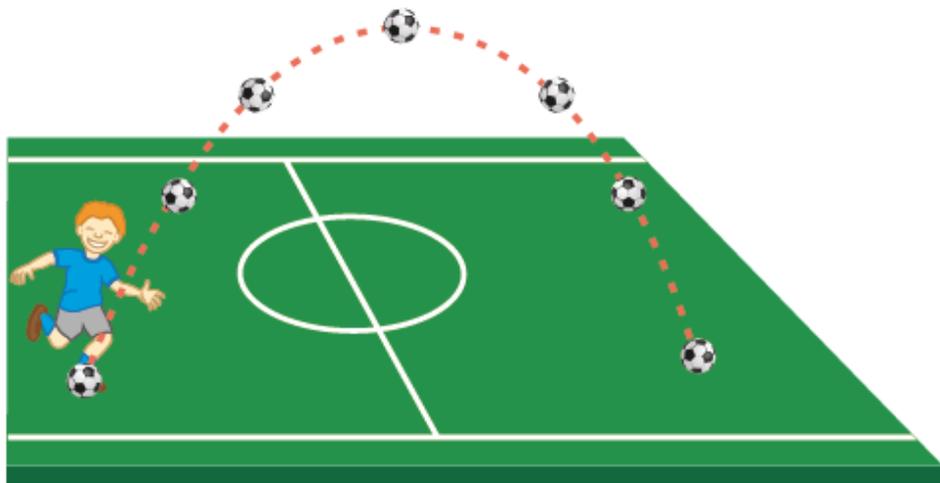
Questão 14

Médio

Realizando um estudo matemático da trajetória da bola, numa partida de futebol, chegou-se a seguinte equação:

$$y = -0,01x^2 + 0,8x - 12, \text{ com } x \text{ e } y \text{ medidos em metros.}$$

Qual a altura máxima que a bola atingiu?



- (A) 4 metros
- (B) 12 metros
- (C) 20 metros
- (D) 40 metros
- (E) 60 metros

Comentários

As aplicações das equações do 2º grau são as mais variadas possíveis. Nesse caso o aluno deve encontrar o valor de y_v , podendo fazer isso por meio da fórmula $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, ou calculando as raízes, encontrando sua média e fazendo o valor da função para x_v .

Grade de correção

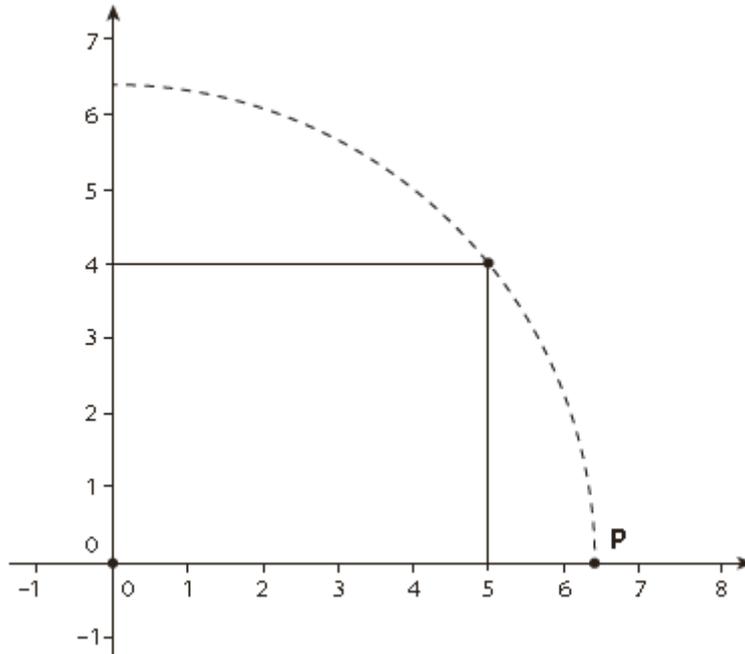
Alternativa		Observação
(A)	4 metros	Alternativa correta. O aluno possivelmente calculou o valor de y_v por algum processo conhecido.
(B)	12 metros	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente tomou esse valor por estar exibido na equação, trocando o sinal para dar-lhe melhor sentido.
(C)	20 metros	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente tomou uma das raízes da equação e utilizou-a como altura máxima.
(D)	40 metros	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente tomou esse valor por ser a média entre as raízes da equação e utilizou-a como altura máxima.
(E)	60 metros	Alternativa incorreta. O aluno possivelmente tomou uma das raízes da equação e utilizou-a como altura máxima.

H17	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
3ª Série – E.M	

Questão 15

Médio

Observe a representação geométrica abaixo, na qual o arco da circunferência com centro na origem (linha tracejada) contém o ponto P.



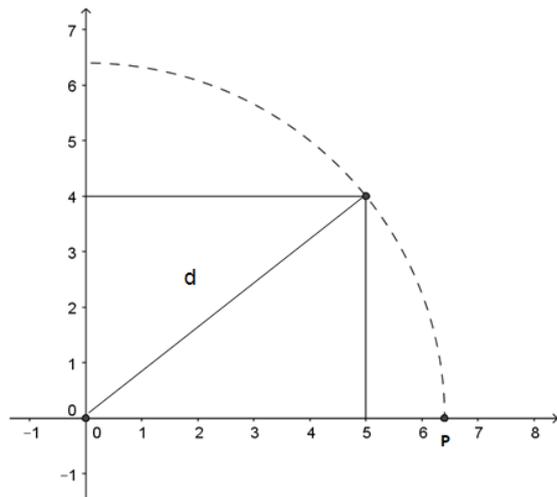
O valor da abscissa do ponto P nesse gráfico é

- (A) $\sqrt{4}$
- (B) $\sqrt{5}$
- (C) $\sqrt{9}$
- (D) $\sqrt{20}$
- (E) $\sqrt{41}$**

Comentários

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de identificar a localização de um número na reta numérica.

Para resolver essa questão, o aluno precisa conhecer e aplicar o conceito do teorema de Pitágoras, na diagonal do retângulo. Ao aplicar tal conceito, remete o resultado para o eixo das abscissas, indicando o valor do ponto P.



$$d^2 = 5^2 + 4^2$$

$$d^2 = 25 + 16$$

$$d^2 = 41$$

$$d = \sqrt{41}$$

Logo a alternativa correta é a letra (E).

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$\sqrt{4}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente utilizou nessa resposta a ordenada do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(B)	$\sqrt{5}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente utilizou nessa resposta a abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(C)	$\sqrt{5}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente utilizou como resposta a soma das ordenada e abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(D)	$\sqrt{20}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente multiplicou a ordenada e a abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(E)	$\sqrt{41}$	Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenador: Antonio Celso de Paula Albuquerque Filho

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita,
Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes
Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko
Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional

Diretora: Valeria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Aatoria, Leitura crítica e validação do material

Adriana Santos Morgado, Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio
Yoshio Yamanaka, e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Adriana Santos Morgado, Antonia Zulmira da Silva, Cristina Aparecida da Silva, Edson
Basilio Amorim Filho, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino
Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario
José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge
Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski, Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo