GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

3ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2014

7ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Em 2014 a inovação introduzida a partir da sétima edição é a inclusão de provas e materiais de orientação para os anos dos ciclos de alfabetização e intermediário do Ensino Fundamental – 2º ao 5º - também articulado ao currículo e ao programa Ler e Escrever.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nesta edição da Avaliação da Aprendizagem em Processo, aplicada em todos anos/séries da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades desenvolvidas durante o primeiro semestre.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Anos/séries participantes:*
   6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;
   1ª a 3ª séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   10 questões objetivas e algumas dissertativas.

3. *Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo.

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

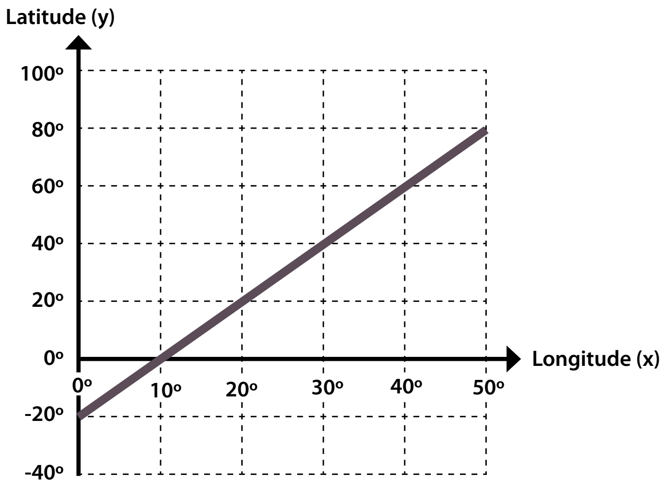
Nº do item	Habilidades
1 - Objetiva	Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações.
2 - Objetiva	Saber reconhecer a equação da reta, o significado de seus coeficientes, às condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas.
3 - Aberta	Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações.
4 - Objetiva	Compreender a representação de regiões do plano por meio de inequações lineares.
5 - Objetiva	Saber reduzir a ordem de uma equação a partir do conhecimento de uma raiz
6 - Aberta	Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares
7 - Objetiva	Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares.
8 - Objetiva	Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas.
9 – Objetiva	Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas.
10 – Objetiva	Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.
11 – Objetiva	Compreender o significado geométrico das operações com números complexos, associando-as a transformações no plano.
12 – Objetiva	Compreender o significado geométrico das operações com números complexos, associando-as a transformações no plano.

Habilidade:

Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações.

Questão 01 – Objetiva

(SARESP – 2008) A linha representada no sistema de eixos abaixo, descreve a rota de um avião no radar. Como o avião voa em linha reta (entre longitudes 0º e 60º), a cada grau de longitude é possível se prever a latitude em que o avião estará.



Se chamarmos de x a longitude e de a latitude, a equação que descreve a rota do avião no radar é dada por:

(A) y = 1x + 10.

(B) y = x – 20.

(C) y = 2x – 20.

(D) y = 2x + 20.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

É necessário que os alunos tenham conhecimentos sobre função do primeiro grau e de como definir a lei dessa função. Além de interpretar a identificação de coordenadas num plano. Deve reconhecer que a abscissa do ponto é o primeiro elemento do par e a ordenada é o segundo elemento. Deve ainda trabalhar com números inteiros e reconhecer que abscissa ou ordenada nula implica em pontos sobre os eixos ordenados.

O professor poderá considerar também a resolução do problema proposto, atribuindo valores reais para x observando os dados no gráfico com as funções apresentadas nas alternativas para que possam achar os valores correspondentes em y, uma vez que na construção do gráfico de uma função do 1°

grau, basta indicar dois valores para x, pois o gráfico é uma reta e uma reta é formada, no mínimo, por dois pontos.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $y = 1x + 10$.	**Resposta incorreta.** O aluno acerta parcialmente a questão quando se refere a 2x como um dos termos da função, mas erra quando considera o +10 como o termo constante dessa função. Uma possível justificativa para tal erro seria devido à reta cortar o eixo da abscissa no ponto de 10°. Outra justificativa seria o fato do aluno considerar o eixo da abscissa por conterem os valores referentes a longitude de 10 em 10 graus.
(B) $y = x – 20$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente relaciona como termo constante da função o início da reta no ponto –20 no eixo das ordenadas, não fazendo a relação entre as demais informações contidas no texto e no próprio gráfico.
(C) $y = 2x – 20$.	**Resposta correta.** O aluno poderá relacionar o gráfico com as funções apresentadas nas alternativas, atribuindo-lhes valores reais para x, e assim, achar os valores correspondentes em y. Por exemplo: Para x= 10 no gráfico, temos na função: $y = 2x – 20 \longrightarrow y = 2 . 10 – 20 = 0$. Assim forma-se o par ordenado (10, 0).
(D) $y = 2x + 20$.	**Resposta incorreta.** O aluno ao escolher esta alternativa possivelmente não inferiu corretamente sua resposta no plano cartesiano e concluiu que –2 é menor -3.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: a geometria e o método das coordenadas.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 2:

- Situação de Aprendizagem 2: coordenadas cartesianas e transformações no plano.

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 7: coordenadas cartesianas.
.Parte 1: pedestre, (p.85)
.Parte 2: guia da sua cidade, (85)
.Parte 3: o papel quadriculado, (p.88).
.Parte 4: pares ordenados e sistemas de eixos coordenados, (p.90)

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:
- Atividade 17: coordenadas cartesianas, (p.62)

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:
-Teleaula 36: localizando ponto no mapa, (duração: 15’24”)

6. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:
-Teleaula 08: coordenadas, (duração: 14’15”)

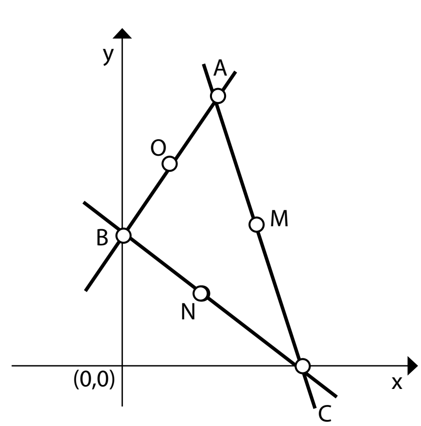
7. Revista Nova Escola
- Localização de um ponto no plano
Disponível em:
http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/localizacao-ponto-plano-511493.shtml
Acesso em: 09/02/2014

Habilidade:

Saber reconhecer a equação da reta, o significado de seus coeficientes, as condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas.

Questão 02 – Objetiva

No triângulo ABC, M = (a, a) é o ponto médio do segmento AC, N é o ponto médio do segmento BC e O é o ponto médio do segmento AC, sendo que, os vértices A, B e C, são representados pelas coordenadas:: A (2, 6), B (0, a) e C (c, 0), conforme a figura apresentada abaixo:



Dados:

Fórmula da distância entre dois pontos: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Sabendo-se disso, assinale a alternativa correta.

(A) Sendo $y_1 = 3$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos B e M e $y_2 = -3x$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos A e C, então pode-se afirmar que $\overline{BM} \perp \overline{AC}$.

(B) Sendo $y_3 = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos M e N e $y_4 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$, a equação do segmento de reta formados pelos pontos O e M, então pode-se afirmar que $\overline{MN} \perp \overline{OM}$.

(C) Se a distância entre os pontos B e M é de 3 unidades e a distância entre B e C é de 5 unidades, então a distância entre M e C é de 4 unidades.

(D) Sabendo-se que as quatro equações de retas que compõe os lados do quadrilátero BOMN são: $y_5 = \frac{3}{2}x + 3$, $y_6 = \frac{3}{4}x + 3$, $y_7 = \frac{3}{2}x - 3$ e $y_8 = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$, então BOMN é um paralelogramo.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Com a aplicação dos conceitos que são utilizados na formalização da habilidade referente à esta questão, procuramos dar continuidade aos principais tópicos relacionados ao estudo da Geometria Analítica e a consolidação de alguns conceitos já adquiridos em estudos anteriores, bem como o uso do sistema de coordenadas cartesianas, ampliando este estudo, para a determinação da distância entre dois pontos, o ponto médio e a inclinação do segmento determinado pelos dois pontos, com o auxílio dos conceitos relacionados ao cálculo algébrico.

Em relação às retas inclinadas em relação aos eixos OX e OY, a qualidade comum a todos os seus pontos é o fato de que, qualquer que seja o par ordenado escolhido, corresponde a uma razão, que expressa a taxa de variação da grandeza y com a grandeza x, ou seja:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Convém lembrar que, a partir das inclinações das retas e o respectivo valor de seu coeficiente angular, pode-se determinar que duas retas são: concorrentes, paralelas e perpendiculares, da seguinte maneira:

Dadas duas retas r_1 e r_2, temos que:

$$\text{Se: } \begin{cases} m_{r_1} \neq m_{r_2} \Rightarrow r_1 \text{ e } r_2 \text{ são concorrentes} \\ m_{r_1} = m_{r_2} \Rightarrow r_1 \text{ e } r_2 \text{ são paralelas} \\ m_{r_1} \ . \ m_{r_2} \Rightarrow r_1 \text{ e } r_2 \text{ são perpendiculares} \end{cases}$$

Nas linhas a seguir, aplicaremos os apontamentos referidos anteriormente na resolução da questão apresentada.

De acordo com o enunciado:

$$\begin{cases} M(a,a) \\ A(2,6) \\ B(0,a) \\ C(c,0) \end{cases}$$

Inicialmente, vamos calcular as coordenadas dos pontos médios: M, N e O:

De acordo com o enunciado do problema, M é o ponto médio do segmento AC, desta forma, temos:

$$(a,a) = \left(\frac{x_a + x_c}{2} , \frac{y_a + y_c}{2} \right) \Rightarrow (a,a) = \left(\frac{2 + c}{2} , \frac{6 + 0}{2} \right) \Rightarrow (a,a) = \left(\frac{2 + c}{2} , 3 \right)$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ a = \dfrac{2 + c}{2} \Rightarrow 3 = \dfrac{2 + c}{2} \Rightarrow 6 = 2 + c \Rightarrow c = 4 \therefore M\ (3,3), B(0,3) \text{ e } C\ (4,0) \end{cases}$$

A partir dos dados apresentados acima, calcularemos os pontos médios dos segmentos BC e BA.

N é o ponto médio do segmento BC, então:

$$N = \left(\frac{0 + 4}{2} , \frac{3 + 0}{2} \right) \Rightarrow N \left(2, \frac{3}{2} \right)$$

O é o ponto médio do segmento AB, então:

$$O = \left(\frac{2 + 0}{2} , \frac{6 + 3}{2} \right) \Rightarrow 0 \left(0, \frac{9}{2} \right)$$

Com a obtenção de N e O, passaremos então a calcular os coeficientes angulares dos diferentes segmentos de retas que compõe o triângulo em questão.

▶ Coeficiente angular do segmento AC

$$A\ (2{,}6)\ \text{e}\ C\ (4{,}0) \Rightarrow m_{\overline{AC}} = \frac{0-6}{4-2} = -\frac{6}{2} = -3$$

▶ Coeficiente angular do segmento BC

$$B\ (0{,}3)\ \text{e}\ C\ (4{,}0) \Rightarrow m_{\overline{BC}} = \frac{0-3}{4-0} = -\frac{3}{4}$$

▶ Coeficiente angular do segmento AB

$$A\ (2{,}6)\ \text{e}\ B\ (0{,}3) \Rightarrow m_{\overline{AB}} = \frac{3-6}{0-2} = \frac{3}{2}$$

▶ Coeficiente angular do segmento MN

$$M\ (3{,}3)\ \text{e}\ N\left(2, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{MN}} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{2-3} = \frac{\frac{3}{2}}{-1} = \frac{3}{2}$$

▶ Coeficiente angular do segmento BO

$$B\ (0{,}3)\ \text{e}\ O\left(1, \frac{9}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{BO}} = \frac{\frac{9}{2} - 3}{1-0} = \frac{\frac{9-6}{2}}{1} = \frac{3}{2}$$

▶ Coeficiente angular do segmento BN

$$B\ (0{,}3)\ \text{e}\ N\left(2, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow m_{\overline{BN}} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{2-0} = \frac{\frac{3-6}{2}}{2} = \frac{-\frac{3}{2}}{2} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

▶ Coeficiente angular do segmento OM

$$O\left(1, \frac{9}{2}\right)\ \text{e}\ M\ (3{,}3) \Rightarrow m_{\overline{OM}} = \frac{3 - \frac{9}{2}}{3-1} = \frac{\frac{6-9}{2}}{2} = \frac{-\frac{3}{2}}{2} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

Observando os quatro últimos cálculos, observa-se que:

$$\begin{cases} m_{\overline{MN}} = m_{\overline{BO}} \Rightarrow \overline{MN}\ \|\ \overline{BO} \\ m_{\overline{BN}} = m_{\overline{OM}} \Rightarrow \overline{BN}\ \|\ \overline{OM} \end{cases}$$

Provaremos que o quadrilátero BOMN é um paralelogramo.

Distância entre os pontos M (3,3) e N $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

$$d_{MN} = \sqrt{(3-2)^2 + \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cong 1{,}8$$

Distância entre os pontos B (0,3) e O $\left(1, \frac{9}{2}\right)$

$$d_{BO} = \sqrt{(0-1)^2 + \left(3 - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cong 1{,}8$$

Distância entre os pontos B (0,3) e N $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

$$d_{BN} = \sqrt{(0-2)^2 + \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Distância entre os pontos O $\left(1, \frac{9}{2}\right)$ e M (3,3)

$$d_{OM} = \sqrt{(1-3)^2 + \left(\frac{9}{2} - 3\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

A partir dos cálculos acima, temos que

I) $d_{MN} = d_{BO}$ e $\overline{MN} \parallel \overline{BO}$

II) $d_{BN} = d_{OM}$ e $\overline{BN} \parallel \overline{OM}$

De I e II, concluímos que BOMN é um paralelogramo.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada..

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) Sendo $y_1 = 3$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos B e M e $y_2 = -3x$ a equação do segmento de reta formado pelos pontos A e C, então pode-se afirmar que $\overline{BM} \perp \overline{AC}$.	**Resposta incorreta.** Ao escolher este item, o aluno mostra que apenas visualizou o paralelismo do segmento BN com o eixo das ordenadas, e concluiu que este segmento é perpendicular ao segmento AC, esquecendo-se do fato que o coeficiente angular deste segmento é -3.
(B) Sendo $y_3 = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, a equação do segmento de reta formado pelos pontos M e N e $y_4 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$ a equação do segmento de reta formados pelos pontos O e M, então pode-se afirmar que $\overline{MN} \perp \overline{OM}$.	**Resposta incorreta.** O mesmo que ocorre no item A, ocorre nesse item, pois o aluno apenas visualizou os dois segmentos e concluiu que eles são perpendiculares, sem efetuar os devidos cálculos para inferir se é esta a alternativa, pois verificou que o produto dos coeficientes angulares: $\frac{3}{2}$ (coeficiente angular de y_3) e $\frac{3}{4}$ (coeficiente angular de y_4) não resulta em -1.
(C) Se a distância entre os pontos B e M é de 3 unidades e a distância entre B e C é de 5 unidades, então a distância entre M e C é de 4 unidades.	**Resposta incorreta.** Realmente, no triângulo em questão a medida do segmento BM é de 3 unidades e a medida do segmento BC é 5 ($\sqrt{(0-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$), porém $\overline{BM}$ não é perpendicular à $\overline{BC}$, visto que a distância entre C e M é: $d_{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \cong 3{,}16 \neq 4$

(D) Sabendo-se que as quatro equações de retas que compõe os lados do quadrilátero BOMN são: $y_5 = \frac{3}{2}x + 3$, $y_6 = -\frac{3}{4}x + 3$, $y_7 = \frac{3}{2}x - 3$, $y_8 = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$, então BOMN é um paralelogramo.	**Resposta correta.** Neste item o aluno mostrou que é capaz de verificar as relações existentes entre os diferentes coeficientes angulares e aplicar o conceito de paralelismo entre duas retas através do seguinte conceito: *Dadas duas retas r_1 e r_2:* $m_{r1} = m_{r2} \Rightarrow r_1$ *e* r_2 *são paralelas.*

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: a geometria e o método das coordenadas.
- Situação de Aprendizagem 2: a reta, a inclinação e a proporcionalidade.

2. Artigos Acadêmicos:

- Cunha, M.C; "Um Ambiente Virtual de Aprendizagem para o Ensino Médio sobre Tópicos de Geometria Analítica Plana";

Disponível em: http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=3386

Acesso em: 04/03/2014

- Zulatto, R.B.A; "Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: Suas Características e Perspectivas";

Disponível em: http://www.geogebra.im-uff.mat.br/biblioteca/zulatto_rba_me_rcla.pdf

Acesso em: 04/03/2014

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:

-Teleaula 36: localizando ponto no mapa, (duração: 15'24")

-Teleaula 45: equação da reta, (duração: 13'20")

-Teleaula 46: coeficiente angular, (duração: 13'45")

4. Vídeo:

- Aula 52 - Geometria Analítica - Distância entre Pontos

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=alXcuud7QUo

Acesso em: 03/03/2014

Habilidade:

Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações.

Questão 03 – Aberta

Um agricultor quer dividir o seu sítio em quatro glebas[1], que serão cortadas por duas ruas (Rua 1 e Rua 2), perpendiculares entre si, em uma das ruas serão plantadas árvores frutíferas, sendo que para realizar este trabalho é necessário manter uma certa distância entre a primeira e a segunda árvore, definida da seguinte maneira:

– a primeira árvore dista 300 metros da Rua 1 e a 100 metros da Rua 2;

– a segunda árvore dista 600 metros da Rua 1 e 500 metros da Rua 2.

Calcule a distância entre os dois pontos, formada pelo segmento de reta resultante das coordenadas apresentadas acima.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão apresentada tem como objetivo reforçar outro conceito importante da Geometria Analítica, o cálculo da distância entre dois pontos, e também potencializa a correta representação dos dados apresentados no plano cartesiano, através da interpretação textual que fornecerá importantes subsídios para que o aluno concretize a resolução da questão.

A respeito dos tratamentos e conversões dos registros de representação semiótica, Raymond Duval[2], afirma que não se pode jamais interpretar uma representação semiótica qualquer, com foco exclusivamente na maneira em que ela é apresentada, para tal é necessário isolar as unidades que são relevantes para proceder a perfeita ligação entre o que se apresenta como registro inicial e o sentido matemático que será trabalhado na situação apresentada, para tal o autor apresenta duas operações necessárias. Primeiro, converter a representação para outro registro. Depois gerar todas as modificações, possíveis desta representação para outro registro, desta forma o segundo registro serve como revelador das unidades que dão sentido matemático pertinente às representações do registro de partida, a este procedimento cognitivo, Duval, nomeia como tratamento. Os comentários a serem apresentados nas linhas a seguir, procurarão retratar as duas operações do pensamento matemático, destacados por Duval.

---

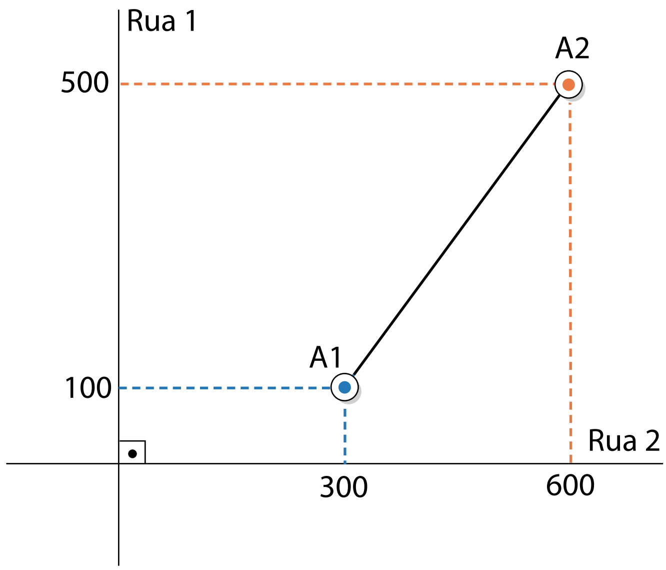
1 Gleba: solo cultivável; porção de terra; terreno onde se encontra; propriedade agrícola; terreno feudal; torrão.

2 "Ver e ensinar a matemática de outra forma", Raymond Duval, Tania M. M. Campos (org)., 2011, Livraria da Física.

Primeiramente trataremos da conversão da primeira representação, ou seja da linguagem materna para a representação gráfica.

Segundo os dados apresentados no enunciado, temos:

- "A gleba será cortada por duas ruas, perpendiculares entre si";
- "A primeira árvore dista 300 metros da Rua 1 e a 100 metros da Rua 2";
- "A segunda árvore dista 600 metros da Rua 1 e a 500 metros da Rua 2".



Efetuada a primeira operação que é a conversão da linguagem materna, para uma representação gráfica, a próxima operação a ser considerada nesta questão, refere-se ao tratamento, no qual o aluno procurará em seus esquemas o conceito mais apropriado para se resolver a representação obtida na conversão dos dados apresentados, desta forma, tem-se que:

Considerando-se a representação gráfica apresentada, temos que a distância entre as árvores A_1 e A_2, contidas no segmento de reta A_1A_2 é calculada da seguinte maneira:

$$\sqrt[2]{(x_{A2} - x_{A1})^2 + (y_{A2} - y_{A1})^2} = \sqrt[2]{(600 - 300)^2 + (500 - 100)^2} =$$

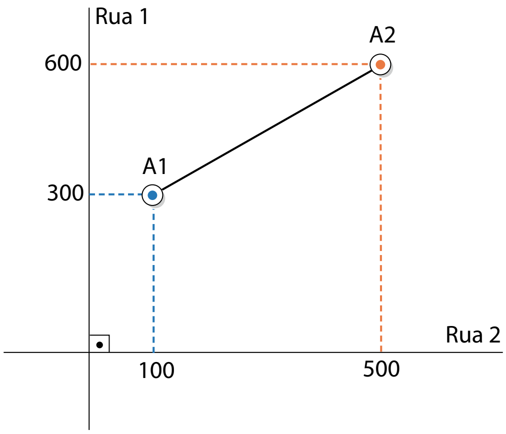
$$= \sqrt[2]{(300)^2 + (400)^2} = \sqrt[2]{90000 + 160000} = \sqrt[2]{250000} = 500 \text{ unidades}$$

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta.

Além da representação gráfica apresentada anteriormente, considera-se como correta também a seguinte situação:



Para efeitos de cálculos, pode-se considerar como correta, no caso da obtenção da distância entre os pontos A_1 e A_2, se o aluno inverter o $(\Delta_y)^2$ com o $(\Delta_x)^2$ nas duas representações gráficas, pois, através do algoritmo apresentado, a distância sempre será um número positivo e diferente de zero.

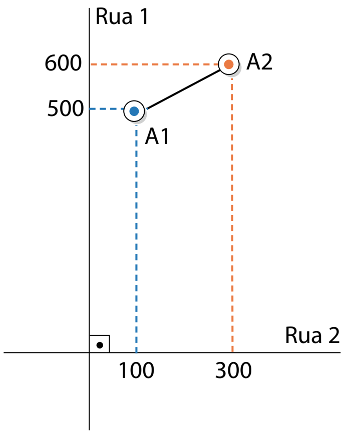
Considere-se como correta, também quando o aluno aplica o Teorema de Pitágoras, para resolver esta questão.

Resposta parcialmente correta.

Neste caso considera-se como parcialmente correta a situação em que o aluno, representa corretamente o gráfico, porém não consegue efetuar os procedimentos para a obtenção da distância entre os dois pontos.

Resposta incorreta.

Quanto à representação gráfica:



Neste caso o aluno representa literalmente a série de dados apresentados no enunciado da questão, sem indicar nenhuma referência quanto às ruas 1 e 2.

▶ Quanto ao cálculo da distância:

Neste caso o aluno pode aplicar corretamente o algoritmo, porém utiliza uma representação gráfica errônea, conforme segue:

$$\sqrt[2]{(300-100)^2+(600-500)^2} = \sqrt[2]{(200\,)^2+(100)^2} =$$

$$\sqrt[2]{40000+10000} = \sqrt[2]{50000} \cong 223{,}60 \text{ unidades}$$

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ª Série – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: a geometria e o método das coordenadas.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 2:

- Situação de Aprendizagem 2: coordenadas cartesianas e transformações no plano.

3. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 7: coordenadas cartesianas.

.Parte 1: pedestre, (p.85);

.Parte 2: guia da sua cidade, (85);

.Parte 3: o papel quadriculado, (p.88);

.Parte 4: pares ordenados e sistemas de eixos coordenados, (p.90).

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3:

- Atividade 17: coordenadas cartesianas, (p.62).

5. Artigo Acadêmico:

- Calculando distâncias: Matemática – Geometria Analítica, Organizadores: Antonio Carlos Brolezzi, Martha S. Monteiro,

Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/pru/_geometriaanalitica.apostila.pdf, Acesso em: 23/02/2014

6. Livro:

- Construindo gráficos, Shilov, Série Matemática – Aprendendo e Ensinando, Atual/Saraiva.

7. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:

-Teleaula 36: localizando ponto no mapa, (duração: 15’24”)

8. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 08: coordenadas, (duração: 14’15”)

-Teleaula 45: equação da reta, (duração: 13’20”)

-Teleaula 46: coeficiente angular, (duração: 13’45”)

9- Revista Nova Escola

- Localização de um ponto no plano

Disponível em:

http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/localizacao-ponto-plano-511493.shtml

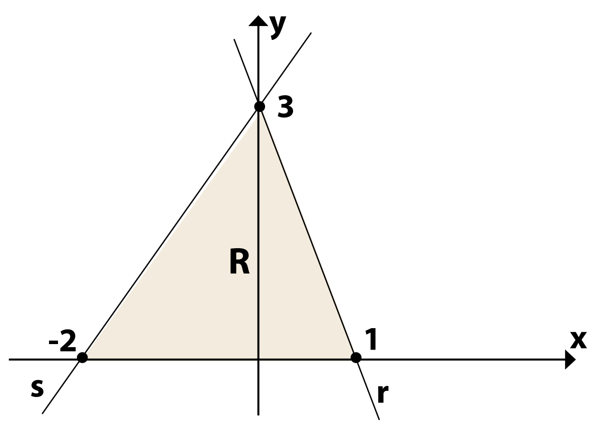
Acesso em: 09/02/2014

Habilidade:

Compreender a representação de regiões do plano por meio de inequações lineares.

Questão 04 – Objetiva

Seja R a região sombreada na figura abaixo.



R é o conjunto dos pontos (x,y) do plano cartesiano , com y > 0, tais que:

(A) $\mathbf{y \leq \frac{3}{2}x + 3}$ **e** $\mathbf{y \leq -3x + 3}$**.**

(B) $y \leq \frac{2}{3}x + 3$ e $y \leq -3x + 1$.

(C) $y \leq \frac{3}{2}x + 3$ e $y \geq -3x + 3$.

(D) $y \geq 2x + 3$ e $y \geq -3x - 1$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Em continuidade ao diagnóstico referente aos tópicos de Geometria Analítica, um aspecto importante é quando se estuda a inclinação da reta em relação aos eixos coordenados, ou seja, uma reta divide o plano cartesiano em dois semiplanos. Em um deles, o que se situa acima da reta, os pontos são tais que $y > mx + h$; no outro abaixo da reta, os pontos são tais que $y < mx + h$. Se os semiplanos incluem os pontos da reta, temos $y \geq mx + h$, para os pontos acima da reta ou na reta e $y \leq mx + h$, para os pontos abaixo da reta ou na reta, sabendo-se disso, passaremos a resolução da questão apresentada.

A partir da representação gráfica, temos que: A (1,0); B (0,3) e C (-2,0)

Equação reduzida da reta r.

Cálculo do coeficiente angular da reta r: $\boldsymbol{m_r = \dfrac{3-0}{0-1} = -3}$

Como a reta r corta o eixo y em 3, temos que o coeficiente linear (h) da reta será 3, desta forma, temos que: $y_r = -3x + 3$

Equação reduzida da reta s:

Cálculo do coeficiente angular da reta s: $\boldsymbol{m_s = \dfrac{0-3}{-2-0} = \dfrac{3}{2}}$

Como a reta r corta o eixo y em 3, temos que o coeficiente linear (h) da reta será 3, desta forma, temos que: $\boldsymbol{y_s = \dfrac{3}{2}x + 3}$

Obtidas as equações das retas r e s, partiremos então para análise referente à região R, então, para que os pontos da reta r estejam contidos na região R, a inequação é: $y_r \leq -3x + 3$,

e para que os pontos da reta s estejam contidos na região R, a inequação é:

$y_s \leq \dfrac{3}{2}x + 3$

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\boldsymbol{y \leq \dfrac{3}{2}x + 3}$ **e** $\boldsymbol{y \leq -3x + 3}$**.**	**Resposta correta.** O aluno calcula corretamente os coeficientes angulares e determina à equação reduzida de ambas as retas.
(B) $y \leq \dfrac{2}{3}x + 3$ e $y \leq -3x + 1$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não calcula corretamente o coeficiente angular da reta s e também o coeficiente linear (h) da reta s.

(C) $y \leq \frac{3}{2}x + 3$ e $y \geq -3x + 3$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não verifica que nesta alternativa a reta r compreende os pontos que estão fora desta reta.
(D) $y \geq 2x + 3$ e $y \geq -3x - 1$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente considera que os pontos estão contidos nas duas inequações, observando que eles estão fora da região R.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ª Série – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 2: a reta, a inclinação e a proporcionalidade.

2. Artigo Acadêmico:

- Retas e Sistemas Lineares: Matemática – Geometria Analítica, Organizadores: Antonio Carlos Brolezzi, Martha S. Monteiro,

Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/pru/_geometriaanalitica.apostila.pdf, Acesso em: 23/02/2014

3. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 45: equação da reta. (duração: 13’20”)

-Teleaula 46: coeficiente angular. (duração: 13’45”)

4. Vídeos:

- Aula 9 - Inequações

Disponível em:

http://www.youtube.com/watch?v=G_k7qrbMguE
http://www.youtube.com/watch?v=JVMj1-xPvmI
http://www.youtube.com/watch?v=D4X3xRLIVUQ
http://www.youtube.com/watch?v=mswdWkY2Ys0
http://www.youtube.com/watch?v=tqYdfVIfok0
http://www.youtube.com/watch?v=4e2SGfvE-bY
http://www.youtube.com/watch?v=OJlfwpz8bgM
http://www.youtube.com/watch?v=F827POnd70E
http://www.youtube.com/watch?v=Gb-zx80R7p8
http://www.youtube.com/watch?v=RMktQ1TpV3g

Acesso em: 04/03/2014

- Aula 52 - Geometria Analítica - Distância entre Pontos

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=aIXcuud7QUo

Acesso em: 04/03/2014

- Aula 55 - Geometria Analítica - Formas da Equação da Reta

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=Xj57NSQKbAo

Acesso em: 04/03/2014

Habilidade:

Saber reduzir a ordem de uma equação a partir do conhecimento de uma raiz.

Questão 05 – Objetiva

Dado o polinômio $x^3 - x^2 - 14x + 24$, uma das raízes deste polinômio e o seu quociente são:

(A) 1 e $x^2 - 14x + 10$.

(B) -2 e $x^2 - 4x - 8$.

(C) 3 e $x^2 + 2x - 8$.

(D) -5 e $x^2 - 6x + 16$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Dando continuidade ao estudo das raízes de polinômios, esta questão aborda a utilização do algoritmo de Briot-Ruffini, o algoritmo é um caso particular do método da "chave" que consiste efetuar a divisão de um polinômio por outro polinômio, utilizando-se um processo semelhante à divisão de dois números, aplicando o teorema do resto, já no algoritmo o divisor é um polinômio de grau 1, ou seja um polinômio escrito algebricamente da seguinte maneira: ax+b.

Uma das aplicações da divisão de polinômios se reporta à redução do grau do polinômio ou equação, com base no conhecimento de uma de suas raízes, para se efetuar as divisões entre polinômios existe vários processos ou algoritmos que efetuam tal operação e o algoritmo de Briot-Ruffini é um deles, na Situação de Aprendizagem 6, apresenta-se um estudo da aplicação deste processo de cálculo.

Na grade de correção utilizaremos o algoritmo para a resolução dos itens apresentados na questão.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

<table>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A) 1 e $x^2 - 14x + 10$.</td><td>

Resposta incorreta.

<table>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>–1</td><td>–14</td><td>24</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>0</td><td>–14</td><td>10</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>(1 . 1) –1</td><td>(0 . 1) –14</td><td>(–14 . 1) + 10</td></tr>
</table>

Neste caso, 1 não é raiz deste polinômio, pois o resto é 10, porém o quociente foi determinado corretamente pelo algoritmo de Briot-Ruffini.

</td></tr>
<tr><td>(B) –2 e $x^2 - 4x - 8$.</td><td>

Resposta incorreta.

<table>
<tr><td>–2</td><td>1</td><td>–1</td><td>–14</td><td>24</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>–3</td><td>–8</td><td>30</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>(1 . –2) –1</td><td>(–3 . –2) –14</td><td>(–8 . –2) + 24</td></tr>
</table>

Aqui também, -2 não é raiz do polinômio, e o quociente apresentado na alternativa não é o mesmo do calculado no algoritmo de Briot-Ruffini.

</td></tr>
<tr><td>**(C) 3 e $x^2 + 2x - 8$.**</td><td>

Resposta correta.

<table>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>–1</td><td>–14</td><td>24</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>–8</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>(1 . 3) –1</td><td>(2 . 3) –14</td><td>(–8 . 3) + 24</td></tr>
</table>

Neste caso, aplicando o algoritmo de Briot-Ruffini a alternativa apresentada atende o que foi calculado com o respectivo algoritmo.

</td></tr>
<tr><td>(D) –5 e $x^2 - 6x + 16$.</td><td>

Resposta incorreta.

<table>
<tr><td>-5</td><td>1</td><td>–1</td><td>–14</td><td>24</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>–6</td><td>16</td><td>–56</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>(1 . –5) –1</td><td>(–6 . –5) –14</td><td></td></tr>
</table>

Apesar de os coeficientes calculados pelo algoritmo estarem corretos, segundo o polinômio apresentado na alternativa, porém -5 não é raiz do polinômio, pois o resto da divisão não é zero.

</td></tr>
</table>

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 7: equações e polinômios: divisão por x-k e redução do grau da equação.

2. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 45: equação da reta. (duração: 13’20”)

-Teleaula 46: coeficiente angular. (duração: 13’45”)

3. Site:

- Introdução aos polinômios – Dispositivo de Briot-Ruffini

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=HLPRSk2gux8

Acesso em: 19/03/2014

4. Vídeo:

- Aula 87 - Polinômios e Equações Polinomiais (Algébricas)

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=w7gn-3gf01A

Acesso em: 04/03/2014

Habilidade:

Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares.

Questão 06 – Aberta

Uma fábrica produz dois tipos de calças, A e B, sendo x a quantidade diária produzida da calça A e y, a da calça B. Cada unidade produzida de A custa R$ 30,00 e cada unidade de B custa R$ 70,00, sendo o custo total diário da produção conjunta de A e B igual a $p = 30x + 70y$, sendo p em Reais, determine os valores máximos para x e y para que o valor máximo de p seja de R$ 6.300,00 e represente em um sistema de coordenadas os pares (x;y) para os quais se tem $p \leq 6.300$, dados: $x \geq 0$ e $y \geq 0$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Apesar da mudança de contexto, esta questão ressalta a aplicação dos conceitos básicos aplicados no estudo da Geometria Analítica, que envolvem as equações de retas e inequações atrelados ao estudo de otimização, ou seja, a resolução de problemas que envolvam a maximização e a minimização de resultados.

A questão que se apresenta, solicita o valor máximo do custo de produção de duas calças A e B, para tal, apresenta-se uma possível resolução desta situação-problema, conforme segue.

Sendo p = 6 300, então temos:

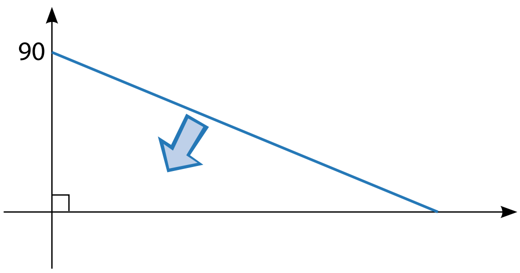
$6\,300 = 30x + 70y$

Sendo que:

Quando y=0, x assume o valor máximo possível: x= 210

Quando x = 0, y assume o valor máximo possível: y = 90

Concluímos então que o custo de produção seja igual ou inferior à R$ 6 300,00 os custos das calças A e B, necessariamente estarão abaixo da reta 30x + 70y = 6 300, conforme o gráfico a seguir.



No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Resposta correta.

O aluno aplica corretamente os valores que maximizam o resultado chegando ao resultado x= 210 e y= 90 e representa corretamente os dados no plano cartesiano.

Resposta parcialmente correta.

O aluno desenvolve algebricamente o problema, chegando em x= 210 e y= 90, porém não representa graficamente a solução.

Resposta incorreta.

O aluno não realiza a conversão da linguagem materna para a linguagem algébrica, apresentando uma equação de reta que não condiz com o problema e consequentemente não apresenta uma representação gráfica compatível.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: problemas lineares – máximos e mínimos .

2. Artigo Acadêmico:

- Retas e Sistemas Lineares: Matemática – Geometria Analítica, Organizadores: Antonio Carlos Brolezzi, Martha S. Monteiro,

Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/pru/_geometriaanalitica.apostila.pdf, Acesso em: 23/02/2014.

3. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 45: equação da reta, (duração: 13'20")

-Teleaula 46: coeficiente angular, (duração: 13'45")

4. Vídeos:

- Aula 9 - Inequações

Disponível em:

http://www.youtube.com/watch?v=G_k7qrbMguE
http://www.youtube.com/watch?v=JVMj1-xPvmI
http://www.youtube.com/watch?v=D4X3xRLIVUQ
http://www.youtube.com/watch?v=mswdWkY2Ys0
http://www.youtube.com/watch?v=tqYdfVIfok0
http://www.youtube.com/watch?v=4e2SGfvE-bY
http://www.youtube.com/watch?v=OJlfwpz8bgM
http://www.youtube.com/watch?v=F827POnd70E
http://www.youtube.com/watch?v=Gb-zx80R7p8
http://www.youtube.com/watch?v=RMktQ1TpV3g

Acesso em: 04/03/2014

- Aula 52 - Geometria Analítica - Distância entre Pontos

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=aIXcuud7QUo

Acesso em: 04/03/2014

- Aula 55 - Geometria Analítica - Formas da Equação da Reta

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=Xj57NSQKbAo

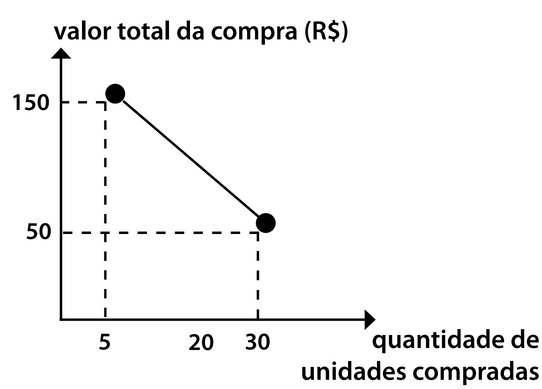
Acesso em: 04/03/2014

Habilidade:

Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares.

Questão 07 – Objetiva

A promoção de uma mercadoria em um supermercado está representada, no gráfico a seguir por 2 pontos de uma mesma reta.



Se uma pessoa estima em comprar de 5 a 20 unidades, a estimativa de quanto ela deverá gastar é de

(A) Até R$ 50,00

(B) R$ 50,00

(C) R$ 150,00

(D) Entre R$ 50,00 e R$ 150,00

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Esta situação-problema pode ser perfeitamente resolvida através dos conceitos relativos à Geometria Analítica, a qual se refere ao estudo de inequações lineares, aplicados ao tópico relacionado à equação reduzida da reta, conforme segue.

Seja A o ponto (30, 50) e B o ponto (5, 150), a inclinação da reta que passa por estes dois pontos é dada por:

$$m = \frac{150 - 50}{5 - 30} = -\frac{100}{25} = -4$$

e o coeficiente linear da reta será dado por:

$y = -4x + h \Rightarrow 50 = -4 \,.\, 30 + h \Rightarrow 170 \therefore y = -4x + 170$

No enunciado consta que o intervalo referente a quantidade de unidades está entre 5 e 30, portanto $y \leq -4x + 170$, consequentemente o valor a ser pago estará entre 50 e 150 Reais.

A fim de elucidar este fato, calcularemos o valor referente a compra de 20 unidades.

Seja $y = -4x + 170$ e $x = 20$, então, $y = -4 \,.\, 20 + 170 \Rightarrow y = 90$

Desta forma obtêm-se o par ordenado (20,90) e que pertence a região delimitada por $y \leq -4x + 170$.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) até R$ 50,00	**Resposta incorreta.** O intervalo que compreende os valores de 0 a 50 reais, não pertence a região solicitada na situação-problema.

(B) R$ 50,00	**Resposta incorreta.** Trata-se do valor mínimo da compra, o que se quer no problema é o intervalo entre o valor mínimo e o valor máximo.
(C) R$ 150,00	**Resposta incorreta.** Trata-se do valor máximo da compra, o que se quer no problema é o intervalo entre o valor mínimo e o valor máximo.
(D) entre R$ 50,00 e R$ 150,00	**Resposta correta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno mostrou que compreende a situação e aplica os conceitos de maneira correta.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 3: problemas lineares – máximos e mínimos .

2. Artigo Acadêmico:

- Retas e Sistemas Lineares: Matemática – Geometria Analítica, Organizadores: Antonio Carlos Brolezzi, Martha S. Monteiro,

Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/pru/_geometriaanalitica.apostila.pdf, Acesso em: 23/02/2014.

3. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 45: equação da reta, (duração: 13’20”)

-Teleaula 46: coeficiente angular, (duração: 13’45”)

4. Vídeos:

- Aula 9 - Inequações

Disponível em:

http://www.youtube.com/watch?v=G_k7qrbMguE

http://www.youtube.com/watch?v=JVMj1-xPvmI

http://www.youtube.com/watch?v=D4X3xRLIVUQ

http://www.youtube.com/watch?v=mswdWkY2Ys0

http://www.youtube.com/watch?v=tqYdfVIfok0

http://www.youtube.com/watch?v=4e2SGfvE-bY

http://www.youtube.com/watch?v=OJlfwpz8bgM

http://www.youtube.com/watch?v=F827POnd70E

http://www.youtube.com/watch?v=Gb-zx80R7p8

http://www.youtube.com/watch?v=RMktQ1TpV3g

Acesso em: 04/03/2014

- Aula 52 - Geometria Analítica - Distância entre Pontos

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=aIXcuud7QUo
Acesso em: 04/03/2014
- Aula 55 - Geometria Analítica - Formas da Equação da Reta
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=Xj57NSQKbAo
Acesso em: 04/03/2014

Habilidade:

Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas.

Questão 08 – Objetiva

Joaquim fez uma linha reta na areia da praia. Fincou duas varetas nesta linha com certa distância entre elas, amarradas com um barbante com certa folga. Apoiando outra vara neste barbante, com o mesmo esticado, fez uma curva na areia nos dois lados da linha, unindo as extremidades.

Este procedimento é utilizado para exemplificar a construção da figura denominada:

(A) Circunferência.

(B) Elipse.

(C) Hipérbole.

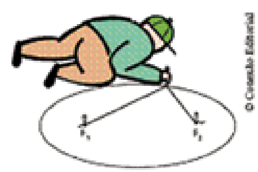
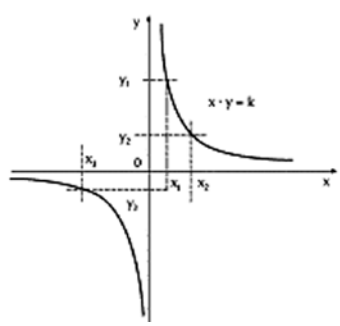
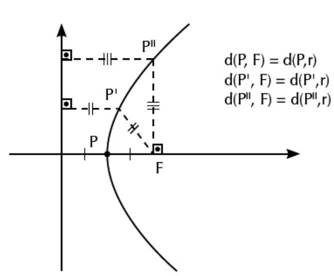
(D) Parábola.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O assunto é tratado no inicio da 3ª série do Ensino Médio. As cônicas estão presentes no cotidiano do aluno, muitas vezes passam despercebidas. Basta citar as antenas parabólicas, as estruturas dos telhados de algumas quadras de futebol, aquecedores solares, entre outros. É interessante o professor abordar essas questões com uma roda de conversa com os alunos. Pode até mesmo utilizar o dicionário para os alunos procurarem as diversas definições para as cônicas, fazendo as intervenções que considerar pertinentes. Outras atividades que possibilitam o reforço e a recuperação consistem na retomada do assunto e até mesmo propor a construção da elipse utilizando, por exemplo, uma placa de isopor, alfinetes, linha e pincel atômico.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
Circunferência.	**Resposta incorreta.** O aluno provavelmente não reconheceu os princípios da construção da Elipse ou não interpretou corretamente o enunciado e pode ter confundido com a circunferência, que é caracterizada da seguinte maneira: Os seus pontos são todos equidistantes de um ponto interior chamado centro; a distância comum de cada um de seus pontos ao centro é o raio da circunferência.
Elipse.	**Resposta correta.** O aluno reconhece as características da construção de uma elipse e a curva obtida é representada a seguir: 
Hipérbole.	**Resposta incorreta.** O aluno provavelmente não reconheceu uma das características principais da hipérbole que é a representação de um par ordenado (x,y) de grandezas inversamente proporcionais cujo produto xy é uma constante e não nula e obtemos a seguinte curva: 
Parábola	**Resposta incorreta.** Provavelmente o aluno não assimilou que a cônica parábola possui as seguintes características: a existência de um ponto F, fixado, e de uma reta r, fixada, tais que a distância de cada ponto P da parábola até F é igual à distância de P até r. F é o foco da parábola e r é sua diretriz, conforme imagem abaixo. 

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 4: circunferências e cônicas: significados, equações, aplicações.

2. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 47: equação da circunferência. (duração: 13’03”)

3. Sites:

- Banco Internacional de Objetos Educacionais
Disponível em: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br
Acesso em: 28/02/2014
- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio.
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/page:1/midia:audio/tema:3.
Acesso em: 28/02/2014
- Construção de cônicas com dobraduras – Guilherme Erwin Hartung
Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27219
Acesso em 15/03/2014.

4. Vídeos:

- Aula 60 - Geometria Analítica – Circunferência
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=NG-oZZDgnZY
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 61 - Geometria Analítica - Circunferência - Posições Relativas
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=EpTL_Oeeahg
http://www.youtube.com/watch?v=5CB-vsGM7dU
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 62 - Geometria Analítica - Elipse
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=jzQNP_cEULg
http://www.youtube.com/watch?v=MPGKxNesFVk
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 63 - Geometria Analítica – Hipérbole
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=xXYKaCA7q7U
http://www.youtube.com/watch?v=4s_cI3EaUvo
- Aula 64 - Geometria Analítica - Parábola
http://www.youtube.com/watch?v=_JUpxc3W-CU
http://www.youtube.com/watch?v=QOYQVm3CcAc

Habilidade:

Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas.

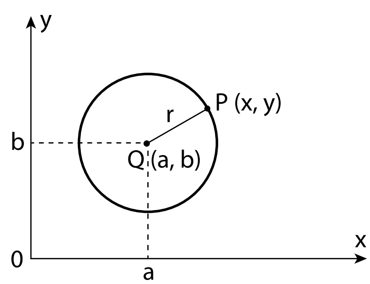
Questão 09 – Objetiva

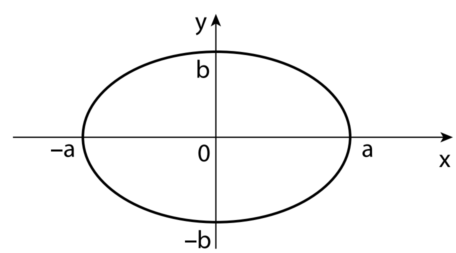
As definições: I e II referem-se a duas superfícies cônicas.

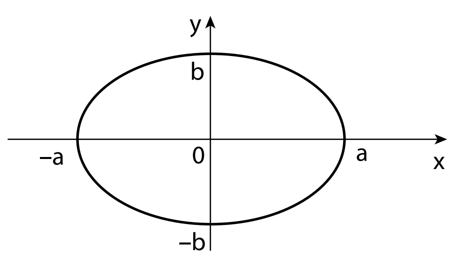
I) "é o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos (focos) é constante e maior que a distância entre eles."

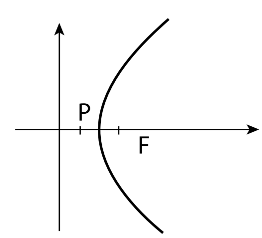
II) "é o conjunto dos pontos do plano equidistantes de um ponto fixo (foco) e de uma reta (diretriz), que não contém o ponto."

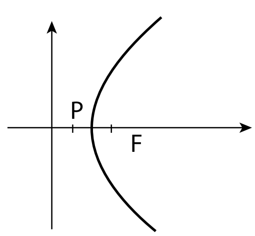
Portanto as definições apresentadas na ordem I e II referem-se às seguintes representações gráficas:

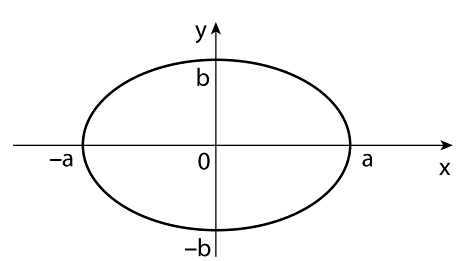
(A) 

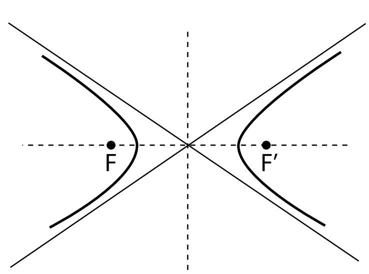


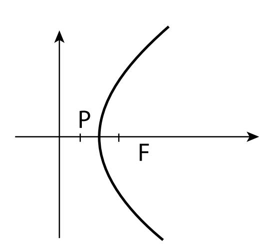
(B) 



(C) 



(D) 

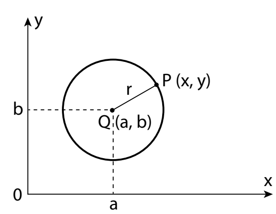


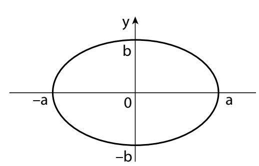
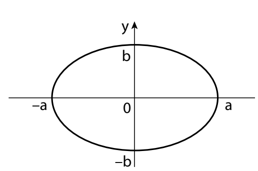
Comentários e Recomendações Pedagógicas

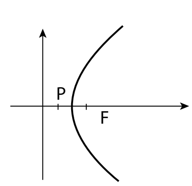
Esta questão tem como objetivo destacar o aprofundamento da competência leitora por meio da interpretação de um texto que descreve as características de duas formas cônicas e solicita-se a associação destes textos com as representações gráficas contidas nas alternativas. Desta forma, não consideramos a busca de tratamentos algébricos para identificar, por exemplo a equação geral de cada uma das cônicas e sim a identificação de algumas das características principais das cônicas, como retratado na Situação de Aprendizagem 4, do "Material de Apoio do Currículo do Estado de São Paulo".

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

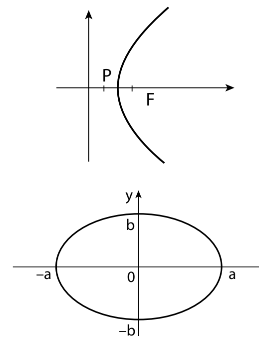
Grade de Correção

<table>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A)



</td><td>Resposta incorreta. Ao indicar esta alternativa o aluno provavelmente, associa a descrição dada no texto (I), identificando o centro (O) e o ponto (P), como pontos constantes e equidistantes, sendo que os dois pontos fixos seriam o raio da circunferência.
Quanto ao texto (II), o aluno provavelmente relacionou a origem do sistema cartesiano, sendo o ponto fixo (foco), e entendeu que os pontos: a, - a, b, -b como simétricos, portanto concluiu que são equidistantes.</td></tr>
<tr><td>(B)


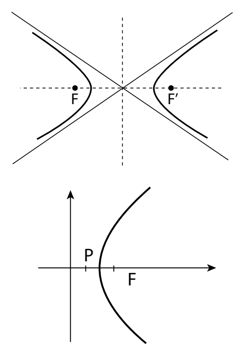

</td><td>Resposta correta. Ao indicar esta alternativa percebe-se que o aluno compreende as características mencionadas nos textos (I) e (II), relacionando-as com a representação gráfica da elipse e da parábola.</td></tr>
</table>

(C)



Resposta incorreta. Neste caso observa-se que o aluno, compreendeu parcialmente o enunciado da questão, pois ao estabelecer uma relação entre os textos (I) e (II), não atentou para a ordem em que são apresentadas as cônicas.

(D)



Resposta incorreta. Nesta situação o aluno não foi bem sucedido na análise do texto (I), pois interpretou erroneamente os "F" apresentados como sendo pontos fixos e equidistantes, quanto ao texto (II) a análise atende completamente à representação gráfica da cônica parábola.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie - Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 4: circunferências e cônicas: significados, equações, aplicações..

2. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

-Teleaula 47: equação da circunferência. (duração: 13'03")

3. Sites:

- Banco Internacional de Objetos Educacionais
Disponível em: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br
Acesso em: 28/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio.
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/page:1/midia:audio/tema:3.
Acesso em: 28/02/2014

- Construção de cônicas com dobraduras – Guilherme Erwin Hartung
Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27219
Acesso em 15/03/2014.

4. Vídeos:

- Aula 60 - Geometria Analítica – Circunferência

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=NG-oZZDgnZY
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 61 - Geometria Analítica - Circunferência - Posições Relativas
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=EpTL_Oeeahg
http://www.youtube.com/watch?v=5CB-vsGM7dU
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 62 - Geometria Analítica - Elipse
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=jzQNP_cEULg
http://www.youtube.com/watch?v=MPGKxNesFVk
Acesso em: 03/03/2014
- Aula 63 - Geometria Analítica – Hipérbole
Disponível em:
http://www.youtube.com/watch?v=xXYKaCA7q7U
http://www.youtube.com/watch?v=4s_cI3EaUvo
- Aula 64 - Geometria Analítica - Parábola
http://www.youtube.com/watch?v=_JUpxc3W-CU
http://www.youtube.com/watch?v=QOYQVm3CcAc

Habilidade:

Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.

Questão 10 – Objetiva

Uma equação do terceiro grau: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, pode ser escrita da seguinte maneira: $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$ e fatorada da seguinte forma, considerando r_1, r_2, r_3, as raízes da equação: $(x - r_1).(x - r_2).(x - r_3)$, de tal forma que: $\frac{b}{a} = -(r_1 + r_2 + r_3)$, $\frac{c}{a} = -(r_1 . r_2 + r_1 . r_3 + r_2 . r_3)$ e $\frac{d}{a} = (r_1 . r_2 . r_3)$. Sabendo-se disto, a equação: $x^3 + 7x^2 + kx - 15 = 0$.

Quais as raízes da equação, sabendo-se que 1 é uma das raízes?

(A) 3 e 12.

(B) 6 e –1.

(C) 3 e –5.

(D) 3 e 5.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A questão que se apresenta, tem o objetivo de investigar uma outra forma de obtenção de raízes algébricas de equações, neste caso uma equação do terceiro, porém o algoritmo apresentado no enunciado da questão pode ser estendido para outras equações, portanto a questão aplica a generalização existente entre a relação soma e produto dos termos de uma dada equação, desta forma, encaminha-se nas linhas a seguir um processo de resolução da questão apresentada, dado a equação generalizada: $x^3 + S_1x^2 + S_2x - P = 0$ que possibilita determinar a relação existente entre a soma e o produto na equação de terceiro grau.

Resolução Comentada.

O enunciado da questão apresenta que 1 é uma das raízes da equação, em consequência disto, substituiremos o valor à equação dada:

$x^3 + 7x^2 + kx - 15 = 0 \Rightarrow (1)^3 + 7 . (1)^2 + k . (1) - 15 = 0 \Rightarrow k = 7$

$\frac{b}{a} = -(r_1 + r_2 + r_3) \Rightarrow \frac{7}{1} = -(r_1 + r_2 + r_3) \Rightarrow (1 + r_2 + r_3) = -7(1)$ e $\frac{d}{a} =$

$r_1 . r_2 . r_3 \Rightarrow 15$ (II)

Temos que:

De (I), temos que: $r_2 + r_3 = -8$, e $r_2 . r_{35} = 15$, então as outras raízes serão determinadas pela seguinte equação do segundo grau: $x^2 - 8x + 15 = 0$, cujas raízes são: –3 e –5, , então concluímos que as raízes da equação: $x^3 + 7x^2 + kx - 15 = 0$ são {1, –3 e –5}.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
A) 3 e 12.	**Resposta incorreta.** Aqui o aluno não compreendeu os aspectos teóricos apresentados no enunciado da questão, e apontou que a soma das duas raízes é 15, porém, o correto seria o produto das raízes é igual a quinze.
B) -6 e -1	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno compreendeu que a soma das outras raízes é -7 porém não percebeu que o seu produto é 15.

(C) –3 e –5	**Resposta correta.** O aluno compreendeu os aspectos teóricos apresentados no enunciado e indicou corretamente, pois, (–3) + (–5) = (–8) e (–8) + 1= -7, e ainda (–3) . (–5) = 15
D) 3 e 5	**Resposta incorreta.** Aqui se entende que o aluno conseguiu determinar o valor que indica o produto das raízes que é 15, porém a soma raízes não resulta em –8.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: a equação de 3º grau e o aparecimento natural dos números complexos.

2. Artigo Acadêmico:

- O Teorema Fundamental da Álgebra – Cecília de Souza Fernandez e Raphael Antunes dos Santos
Disponível em: http://bienalsbm.solrac.org/arquivos/Mini_Cursos_Completos/MC5Completo.pdf
Acesso em: 11/03/2014
- Equações Algébricas - Rosali Brusamarello
Disponível em: http://www.coloquiodematematica.ufms.br/conteudo/material/mc02_7.pdf
Acesso em: 11/03/2014.

3. Vídeo:

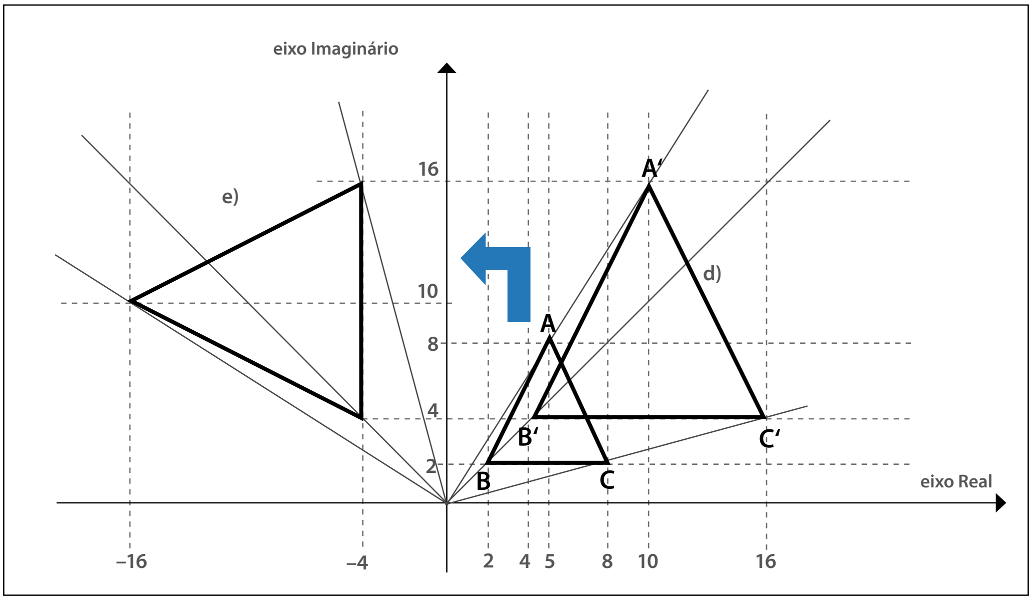
- Curso de Matemática, resolução de equação do 3º grau, com fatoração passo a passo
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=RdfFBhF_yP4
Acesso em: 21/03/2014

Habilidade:

Compreender o significado geométrico das operações com números complexos, associando-as a transformações no plano.

Questão 11 – Objetiva

No gráfico abaixo, cada ponto da região é a imagem de um complexo e será objeto de uma transformação, o triângulo ABC representado na figura abaixo sofrerá uma rotação de 90º, correspondente à multiplicação por i, e também será ampliada de um fator 2, resultando o triângulo A'B'C'.



A informação apresentada é válida somente quando todos os vértices do triângulo:

(A) forem multiplicados pelo número real 2.

(B) forem multiplicados pelo número imaginário i.

(C) forem multiplicados pelo número imaginário 4i.

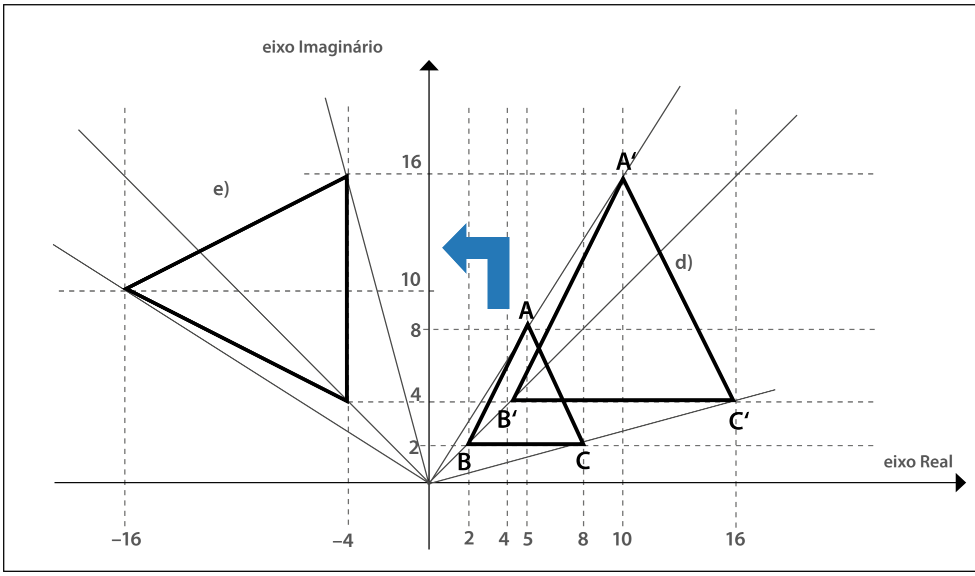
(D) forem multiplicados pelo número imaginário 2i.

(D) forem multiplicados pelo número imaginário 2i.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Professor a informação que segue contempla a proposta do problema: cada ponto da região é a imagem de um complexo e será objeto de uma

transformação, o triângulo ABC representado na figura abaixo sofrerá uma rotação de 90º, correspondente à multiplicação por i, e também será ampliada de um fator 2, tendo sua área quadruplicada.



se for multiplicado pelo número imaginário 2i.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
A) forem multiplicados pelo número real 2; a região será ampliada, cada complexo z tendo seu valor absoluto multiplicado por 2.	**Resposta incorreta.** O aluno assinalou esta alternativa porque provavelmente na leitura observou que estava citando o fator multiplicativo por 2 e não observou que estava focando o número imaginário i, conforme aparece na justificativa que se segue: se for multiplicado pelo número real 2; a região será ampliada, cada complexo z tendo seu valor absoluto multiplicado por 2.
(B) forem multiplicados pelo número imaginário i.	**Resposta incorreta.** O aluno assinalou esta alternativa porque provavelmente na leitura observou que estava citando o fator da multiplicação do número imaginário i, conforme aparece na justificativa que se segue: se for multiplicado pelo número imaginário i.
(C) forem multiplicados pelo número imaginário 4i.	**Resposta incorreta.** O aluno assinalou esta alternativa porque provavelmente na leitura observou que estava citando o fator da multiplicação do número imaginário i, tendo sua área quadruplicada conforme aparece na justificativa que se segue: se for multiplicado pelo número imaginário 4i.

(D) forem multiplicados pelo número imaginário 2i.	**Resposta correta**. O aluno leu, observou e compreendeu a informação apresentada pelo problema e relacionou com a imagem, logo a região sofrerá uma rotação de 90º, correspondente à multiplicação por i, e também será ampliada de um fator 2, tendo sua área quadruplicada, se for multiplicado pelo número imaginário 2i.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie – Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: a equação de 3º grau e o aparecimento natural dos números complexos.
- Situação de Aprendizagem 8: números complexos: representação no plano e significados das operações (translações, rotações, ampliações).

2. Artigo Acadêmico:

- O Teorema Fundamental da Álgebra – Cecília de Souza Fernandez e Raphael Antunes dos Santos
Disponível em: http://bienalsbm.solrac.org/arquivos/Mini_Cursos_Completos/MC5Completo.pdf
Acesso em: 11/03/2014
- Equações Algébricas - Rosali Brusamarello
Disponível em: http://www.coloquiodematematica.ufms.br/conteudo/material/mc02_7.pdf
Acesso em: 11/03/2014.
- Nem tudo é abstrato no reino dos complexos – Walter Spinelli –
Disponível em:
http://www.nilsonjosemachado.net/sema20091027.pdf,
Acesso em: 19/03/2014
- Números Complexos na vida real
Disponível em:
http://www.sbempa.mat.br/Boletim/Anais/secoes/CC0103.pdf,
Acesso em: 19/03/2014
- O Ensino dos Números Complexos numa Perspectiva Histórica: de Tartaglia ao Uso das TICs
Disponível em:
http://matematica.ulbra.br/ocs/index.php/ebrapem2012/xviebrapem/paper/viewFile/459/377,
Acesso em: 19/03/2014

3. Site:
- Complexos e aplicações geométricas
Disponível em:
http://www.ime.unicamp.br/~marcio/ss2011/ma770/cpxqtn/cq1.htm,
Acesso em: 19/03/2014

4. Vídeos:
- Adrien Douady e os Números Complexos
Disponível em: http://media.rededosaber.sp.gov.br/Portal_efap/2011/PEB_INGRESSANTES_II/MATEMATICA/MATEMATICA_MOD_03_NUMEROS_COMPLEXOS_CAP_05.wmv
Acesso em: 02/03/2014
- Aula 86 – Números Complexos
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=067QVJrJt1Q
Acesso em: 02/03/02014

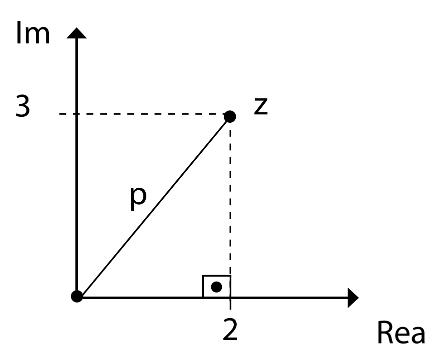
5. Objeto de Aprendizagem:
- Jogando com os Números Complexos
Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=2637
Acesso em: 03/03/2014

Habilidade:

Compreender o significado geométrico das operações com números complexos, associando-as a transformações no plano.

Questão 12 – Objetiva

Algebricamente um Número Complexo ”z” é dado por “z = a + bi”, sendo “a” a parte real desse número e “b” a parte imaginária. Dado o Número Complexo z = 2 + 3i representado no plano abaixo.



Podemos dizer que o valor do módulo “ρ” desse número complexo é

(A) 2i.

(B) 2 + 3i.

(C) $\sqrt{\mathbf{13}}$**.**

(D) $\sqrt{a + bi}$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Com essa atividade espera-se que o aluno demonstre o quanto conseguiu desenvolver a habilidade trabalhada em sala ou que consiga relacionar o problema com outras habilidades já trabalhadas em anos anteriores.

Segundo os dados apresentados no enunciado, temos:

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
A) 2i.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente lembra-se da fórmula ou a interpreta usando o Teorema de Pitágoras, mas usa "3i" como parte imaginária do número complexo obtendo assim 2i como resultado. O aluno tem domínio parcial dessa habilidade, porém ainda faz confusão entre a parte real e a parte imaginária de um número complexo.
(B) 2 + 3i	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não se lembra da fórmula e também não faz a interpretação da mesma usando o Teorema de Pitágoras, optando pelo próprio número complexo "z" como resposta. O aluno não demonstra domínio dessa habilidade.
(C) $\sqrt{\mathbf{13}}$**.**	**Resposta correta.** Seja usando a fórmula ou mesmo interpretando o módulo "ρ" do número complexo "z" pelo Teorema de Pitágoras o aluno calcula corretamente o valor do módulo sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos "a" e "b", que no caso são 2 e 3. Com essa resposta o aluno mostra que desenvolveu tal habilidade como o esperado.
(D) $\sqrt{a + bi}$.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente lembra-se da fórmula, mas não consegue utilizá-la usando os dados trazidos pelo problema. Assim o aluno mostra que não desenvolveu tal habilidade e também existe uma defasagem em outras habilidades relacionadas ao problema.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 3ªSérie - Ensino Médio –Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: a equação de 3º grau e o aparecimento natural dos números complexos.
- Situação de Aprendizagem 8: números complexos: representação no plano e significados das operações (translações, rotações, ampliações).

2. Artigo Acadêmico:

- O Teorema Fundamental da Álgebra – Cecília de Souza Fernandez e Raphael Antunes dos Santos
Disponível em: http://bienalsbm.solrac.org/arquivos/Mini_Cursos_Completos/MC5Completo.pdf
Acesso em: 11/03/2014
- Equações Algébricas - Rosali Brusamarello
Disponível em: http://www.coloquiodematematica.ufms.br/conteudo/material/mc02_7.pdf
Acesso em: 11/03/2014.
- Nem tudo é abstrato no reino dos complexos – Walter Spinelli –
Disponível em:
http://www.nilsonjosemachado.net/sema20091027.pdf,
Acesso em: 19/03/2014
- Números Complexos na vida real
Disponível em:
http://www.sbempa.mat.br/Boletim/Anais/secoes/CC0103.pdf,
Acesso em: 19/03/2014
- O Ensino dos Números Complexos numa Perspectiva Histórica: de Tartaglia ao Uso das TICs
Disponível em:
http://matematica.ulbra.br/ocs/index.php/ebrapem2012/xviebrapem/paper/viewFile/459/377,
Acesso em: 19/03/2014

3. Site:

- Complexos e aplicações geométricas
Disponível em:
http://www.ime.unicamp.br/~marcio/ss2011/ma770/cpxqtn/cq1.htm,
Acesso em: 19/03/2014

4. Vídeos:

- Adrien Douady e os Números Complexos
Disponível em: http://media.rededosaber.sp.gov.br/Portal_efap/2011/PEB_INGRESSANTES_II/MATEMATICA/MATEMATICA_MOD_03_NUMEROS_COMPLEXOS_CAP_05.wmv
Acesso em: 02/03/2014
- Aula 86 – Números Complexos
Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=067QVJrJt1Q
Acesso em: 02/03/02014

5. Objeto de Aprendizagem:

- Jogando com os Números Complexos
Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=2637
Acesso em: 03/03/2014

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Eliezer Pedroso da Rocha, Juvenal de Gouveia, Patrícia Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Equipe Curricular de Matemática CGEB/ CEFAF e PCNP das Diretorias de Ensino da SEE

Validação, Leitura Crítica
Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Ana Lúcia Nunes Urtado Silva, Arlete Aparecida de Oliveira Almeida, Azenaide Sousa da Silva, Cleonice da Silva Menegatto, Edson Basilio Amorim Filho, Fabiana C. Gonçalves Frank, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaço Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares da Silva, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Paula Pereira Guanais, Rebeca Moralles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente.