



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

2ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo

2º Bimestre de 2018

20ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e disponibilizada à rede.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e as informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, que incorpora os dados resultantes da AAP, devem auxiliar a equipe escolar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -
CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA - 2º SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP05	<i>Expressar algebricamente uma matriz.</i>
02		
03	MP06	<i>Identificar a matriz que representa uma situação problema.</i>
04		
05	MP07	<i>Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.</i>
06		
07	MP08	<i>Calcular determinantes de 3ª ordem.</i>
08		
09	MP09	<i>Resolver sistemas de equações lineares.</i>
10		
11	MP10	<i>Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.</i>
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
02	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
03	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
04	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
05	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
06	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
07	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
08	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
09	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- ▶ (MP05) – Expressar algebricamente uma matriz.

A ideia principal, que se associa ao estudo das matrizes é o de uma tabela de dupla entrada contendo dados numéricos, desta forma, torna-se importante a correta interpretação destes dados, registrados em matrizes a partir de uma condição matemática, relacionando a posição de cada um de seus termos, associados a contextos significativos.

- ▶ (MP06) – Identificar a matriz que representa uma situação problema.

Um dos objetivos principais do estudo das matrizes é representação através de matrizes, situações problemas, em que tal ferramenta pode auxiliar a resolução. Para exemplificar, podemos citar a utilização das matrizes na codificação de seqüências de ligações entre pontos do plano com o objetivo de formar determinada imagem.

- ▶ (MP07) – Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.

A transformação da linguagem cotidiana para a linguagem matemática é realizada na maioria das vezes, por intermédio de uma equação. Uma situação problema que pode ser resolvida com cálculo mental não exige que equações sejam escritas, e não se trata, de forma

alguma, de priorizar o cálculo mental em detrimento do cálculo algébrico. No entanto, são inúmeras as situações problema em que se evidencia a necessidade de escrever e resolver sistemas lineares. Neste sentido a utilização de matrizes para representar um sistema de equações pode auxiliar na busca da solução desejada.

- ▶ (MP08) – Calcular determinantes de 3ª ordem.

Neste caso a habilidade propõe a utilização dos diversos métodos para a obtenção do determinante de uma matriz de 3ª ordem. Sabendo-se que o determinante de uma matriz é um número que é obtido pela operação dos elementos que compõe uma matriz.

- ▶ (MP09) – Resolver sistemas de equações lineares.

Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações problemas, é importante a revisão dos métodos utilizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, isto é, os métodos de adição, substituição ou comparação. Salientamos a importância de o professor priorizar que a resolução dos sistemas seja feita com base nesses métodos, ou por escalonamento, em detrimento do método de Cramer com o uso de determinantes.

- ▶ (MP10) – Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativo ao 2º bimestre, pretendemos verificar quais os métodos que os alunos utilizam, quando resolvem um sistema linear.

Todavia, ressaltamos que a aplicação de regras de cálculo, que exigem dos alunos apenas a mobilização da habilidade de memorização, e estas não podem ser priorizadas em detrimento de outras condutas e outros procedimentos que permitem aos alunos exercitarem de estratégias de raciocínio. Nesse sentido, chamamos a atenção do professor para que a resolução e a discussão de sistemas lineares por intermédio do escalonamento seja, se não o único procedimento apresentado, aquele que priorize a apresentação conceitual.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.

(BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática
CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 2º BIMESTRE

Habilidade	<i>Expressar algebricamente uma matriz.</i>
MP05	

Questão 01

A matriz de ordem 3 que pode ser expressa por $a_{ij} = 2i - j$ é:

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$
A)	B)	C)	D)	E)

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter considerado os valores de i e j distribuindo-os pela matriz.
(B)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta alternativa identifica cada uma das posições dos termos de uma matriz e sabe utilizar a expressão algébrica que os representa: $a_{11} = 2.1 - 1 = 1$; $a_{12} = 2.1 - 2 = 0$; $a_{13} = 2.1 - 3 = -1$; $a_{21} = 2.2 - 1 = 3$; $a_{22} = 2.2 - 2 = 2$; $a_{23} = 2.2 - 3 = 1$; $a_{31} = 2.3 - 1 = 5$; $a_{32} = 2.3 - 2 = 4$; $a_{33} = 2.3 - 3 = 3$.
(C)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que escolheu esta alternativa pode tê-lo feito por ter reconhecido a matriz identidade e considerou-a a mais diferente dentre as respostas apresentadas, indicando uma escolha que não envolve a expressão dada.
(D)	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: A escolha desta alternativa indica que o aluno considera que i representa a coluna e j representa a linha, levando-o a matriz transposta da correta.
(E)	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode tê-lo feito considerando que os valores de i e j deveriam corresponder a cada uma das linhas da matriz.

Habilidade	<i>Expressar algebricamente uma matriz.</i>
MP05	

Questão 02

Dada a matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sua representação algébrica pode ser dada por:

$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ i^2 & \text{se } i \neq j \end{cases}$	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	$a_{ij} = \begin{cases} i, & \text{se } i = j \\ j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	$a_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{se } i = j \\ i + j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ 1, & \text{se } i \neq j \end{cases}$
A)	B)	C)	D)	E)

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ i^2 & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que escolheu esta alternativa pode tê-lo feito por verificar que a representação é válida para a diagonal principal e para a primeira linha, não tendo verificado sua validade para as outras linhas.
(B)	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter se confundido na análise de i e j e sua representação na matriz.
(C)	$a_{ij} = \begin{cases} i, & \text{se } i = j \\ j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Alternativa Incorreta: Ao escolher esta alternativa o aluno mostra não identificar os índices que fornecem a posição dos elementos de uma matriz, podendo ter feito uma escolha aleatória.
(D)	$a_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{se } i = j \\ i + j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que escolheu esta alternativa pode ter considerado apenas a validade da representação para os elementos da diagonal principal, sem ter verificado a validade para os outros elementos da matriz.
(E)	$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ 1, & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Alternativa Correta: O aluno que optou por esta alternativa mostra identificar a representação genérica de cada posição dos elementos de uma matriz e sabe fazer a conversão de uma representação para outra.

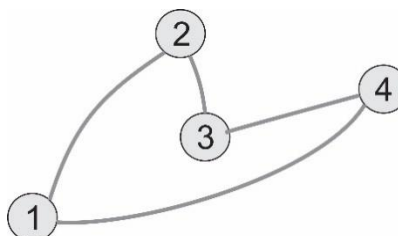
Habilidade	<i>Identificar a matriz que representa uma situação problema.</i>
MP06	

Questão 03

Eleneide criou uma matriz V para representar as possibilidades de propor viagens com sua Van entre 4 cidades, usando a seguinte regra:

$$V_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \text{ ou não houver estrada que liga as cidades } i \text{ e } j \text{ diretamente} \\ 1, & \text{se houver estrada que liga as cidades } i \text{ e } j \text{ diretamente} \end{cases}$$

Para a montagem dessa matriz baseou-se no diagrama abaixo que mostra as estradas existentes entre as quatro cidades.



A matriz V que montou é:

A	B	C	D	E
$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$v = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta resposta mostra que soube interpretar a situação apresentada, que compreendeu o diagrama e que identifica as posições definidas genericamente para os elementos da matriz.
(B)	$v = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta mostra que não compreendeu a proposta e não reconhece as posições dos termos de uma matriz quando apresentados de modo genérico.
(C)	$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta resposta pode ter se confundido e fez exatamente o contrário do proposto, colocando 1 onde seria 0 e vice-versa.
(D)	$v = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta matriz pode ter considerado que apenas os elementos da diagonal principal seriam iguais a 0, pois $i = j$, e para as outras pode não ter interpretado a condição de se ter ligação direta entre as cidades e considerado que se poderia de uma a qualquer outra passando por uma das cidades.
(E)	$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa mostra não ter compreendido o problema e não identificar as posições dos elementos de uma matriz.

Habilidade	<i>Identificar a matriz que representa uma situação problema.</i>
MP06	

Questão 04

Uma empresa de confecção de roupas estabeleceu uma matriz P para previsão e controle de sua produção. As roupas que produzem são vestido, blusa ou calça comprida que recebem, cada uma, um único tipo de enfeite: botão, fita ou cristais. Se para o próximo mês a previsão de produção total é de 80 vestidos, 65 blusas e 70 calças, a matriz que corresponde a essa previsão é:

A	B	C	D	E
$\begin{bmatrix} 15 & 18 & 25 \\ 20 & 35 & 45 \\ 45 & 10 & 25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{20} & \mathbf{45} \\ \mathbf{18} & \mathbf{12} & \mathbf{35} \\ \mathbf{25} & \mathbf{0} & \mathbf{45} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 0 & 30 \\ 15 & 15 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 & 20 & 35 \\ 15 & 20 & 25 \\ 35 & 0 & 45 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 25 & 35 & 45 \\ 10 & 20 & 30 \\ 12 & 22 & 32 \end{bmatrix}$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{bmatrix} 15 & 18 & 25 \\ 20 & 35 & 45 \\ 45 & 10 & 25 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que apontou esta matriz pode ter verificado apenas a primeira coluna e percebido que poderia ser uma distribuição do total de vestidos, porém não conferiu as outras.
(B)	$\begin{bmatrix} 15 & 20 & 45 \\ 18 & 12 & 35 \\ 25 & 0 & 45 \end{bmatrix}$	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta alternativa mostra que interpretou corretamente o problema, identificando uma matriz como uma tabela de dupla entrada, e reconheceu que cada tipo de roupa estava representado em uma linha da matriz e, portanto, a previsão do total de cada tipo deve corresponder à soma dos elementos da linha correspondente. Assim, $80 = 15 + 20 + 45$; $65 = 18 + 12 + 35$; $70 = 25 + 0 + 45$.
(C)	$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 0 & 30 \\ 15 & 15 & 15 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta matriz pode ter verificado que a primeira coluna poderia representar o número de blusas e a terceira linha representaria o número de calças, o que indica a não compreensão do significado de organização que uma matriz representa.
(D)	$\begin{bmatrix} 15 & 20 & 35 \\ 15 & 20 & 25 \\ 35 & 0 & 45 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta matriz pode ter considerado que na primeira coluna obtém-se o total de blusas, na primeira linha se obtém o total de calças e na diagonal principal se obtém o total de vestidos, denotando que não compreende a organização de tabela dupla entrada que uma matriz deve ter.
(E)	$\begin{bmatrix} 25 & 35 & 45 \\ 10 & 20 & 30 \\ 12 & 22 & 32 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter apenas considerado que os termos estão organizados nas linhas em ordem crescente mantendo uma regularidade de 10 em 10, o que mostra que o aluno não compreendeu a proposta do problema e pode ter feito uma escolha aleatória.

Habilidade	<i>Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.</i>
MP07	

Questão 05

Observe o sistema de equações a seguir.

$$\begin{cases} 3x + y = 20 \\ x - 36 = 2y \end{cases}$$

A matriz completa que pode ser escrita a partir deste sistema de equações é:

$\begin{bmatrix} 3x & y & 20 \\ x & -36 & 2y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3x & y & 20 \\ x & -2y & 36 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{20} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{36} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 1 & -36 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 1 & 2 & -36 \end{bmatrix}$
A)	B)	C)	D)	E)

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{bmatrix} 3x & y & 20 \\ x & -36 & 2y \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta matriz não compreende a relação solicitada, uma vez que apenas reproduziu o sistema dado.
(B)	$\begin{bmatrix} 3x & y & 20 \\ x & -2y & 36 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta resposta, embora reconheça a necessidade de o sistema estar organizado em termos de colunas para x e para y, não compreendeu o significado de uma matriz correspondente a um sistema.
(C)	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 1 & -2 & 36 \end{bmatrix}$	Alternativa Correta: Ao indicar esta matriz o aluno denota que sabe estabelecer a correspondência entre um sistema linear e a matriz completa associada a ele, identificando a necessidade de estabelecer uma coluna para os valores dos coeficientes de x, outra para os coeficientes de y e outra para os termos independentes, verificando a necessidade de primeiro organizar o sistema dado.
(D)	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 1 & -36 & 2 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: O estudante de indicou esta resposta reconhece que a matriz associada a um sistema deve ser montada apenas com os coeficientes das equações, porém não considerou a necessidade de organização das colunas para os coeficientes de x e y e dos termos independentes.
(E)	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 1 & 2 & -36 \end{bmatrix}$	Alternativa Incorreta: Ao indicar esta matriz o aluno denota que sabe estabelecer a correspondência entre um sistema linear e a matriz completa associada a ele, identificando a necessidade de estabelecer uma coluna para os valores dos coeficientes de x, outra para os coeficientes de y e outra para os termos independentes, porém não respeitou a troca de operação considerando os dois membros da igualdade.

Habilidade	<i>Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.</i>
MP07	

Questão 06

Jaqueline está resolvendo um sistema linear de duas equações e duas incógnitas usando a matriz completa abaixo.

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 19 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

O sistema linear que ela está resolvendo é:

A	B	C	D	E
$\begin{cases} 2x + y = 19 \\ -3x + 6y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 3y + 19 = 0 \\ x + 6y + 2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x - 3x = 19 \\ 2y + 6y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 19 = 3y \\ 6y - 2 = -x \end{cases}$	$\begin{cases} x - 3y + 19 \\ y - 6x + 2 \end{cases}$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{cases} 2x + y = 19 \\ -3x + 6y = 2 \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta pode ter pensado numa organização em que os elementos da 1ª coluna são os coeficientes de x e os da 2ª coluna seriam os coeficientes de y, mostrando que não compreende a relação que se estabelece entre matrizes e sistemas lineares.
(B)	$\begin{cases} 2x - 3y + 19 = 0 \\ x + 6y + 2 = 0 \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que escolheu este sistema mostra reconhecer algumas das características da matriz em relação às equações do sistema, porém equivocou-se ao indicar os termos independentes.
(C)	$\begin{cases} x - 3x = 19 \\ 2y + 6y = 2 \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa pode ter considerado que o sistema se monta tomando os coeficientes de x e de y cruzando a matriz.
(D)	$\begin{cases} 2x - 19 = 3y \\ 6y - 2 = -x \end{cases}$	Alternativa Correta: O aluno que identificou este sistema como sendo o equivalente à matriz completa dada mostra que sabe as condições de organização do sistema para que se construa as matrizes correspondentes a ele. O aluno percebeu a necessidade de organizar o sistema dado antes de o comparar com a matriz apresentada.
(E)	$\begin{cases} x - 3y + 19 \\ y - 6x + 2 \end{cases}$	Alternativa Incorreta: O aluno que escolheu este sistema, não observou que não há uma igualdade estabelecida e não adequou os sinais dos termos independentes.

Habilidade	<i>Calcular determinantes de 3ª ordem.</i>
MP08	

Questão 07

Dada a matriz B.

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 2 & 2 & -8 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz é:

- (A) 64
- (B) 26**
- (C) 17
- (D) -10
- (E) -17

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	64	Alternativa Incorreta: O aluno que assinalou esta resposta pode ter se enganado nas multiplicações por 0 não as anulando.
(B)	26	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta resposta mostra saber aplicar o procedimento de cálculo do determinante, reconhecendo as regras de sinal envolvidas no processo.
(C)	17	Alternativa Incorreta: O aluno que assinalou esta resposta pode ter errado o cálculo na diagonal secundária, chegando a esse valor.
(D)	-10	Alternativa Incorreta: A opção por esta resposta pode ter acontecido porque o aluno tomou a direção da diagonal secundária como positiva e cometeu um erro de sinal em uma multiplicação, indicando não reconhecer o procedimento de cálculo do determinante.
(E)	-17	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa mostra que fez os cálculos de modo correto, porém tomou a direção da diagonal principal como negativa.

Habilidade	<i>Calcular determinantes de 3ª ordem.</i>
MP08	

Questão 08

Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ seu determinante é dado por:

- (A) $aei + dch + bfg - ceg - bdi - afh.$
 - (B) $aei + dch + bfg + ceg + bdi + afh.$
 - (C) $ceg + bdi + afh - aei - dch - bfg.$
 - (D) $abc + def + ghi - adg - beh - cfi.$
 - (E) $aei - ceg + bfi - bdg + aeh - ceh.$
-

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$aei + dch + bfg - ceg - bdi - afh.$	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta resposta mostra que sabe realizar o procedimento de cálculo para a obtenção do valor do determinante de 3ª ordem.
(B)	$aei + dch + bfg + ceg + bdi + afh.$	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta resposta mostra que reconhece a organização para executar o procedimento de cálculo, porém não considerou que ao realizar os cálculos de mesma direção da diagonal secundária deve-se inverter o sinal do resultado.
(C)	$ceg + bdi + afh - aei - dch - bfg.$	Alternativa Incorreta: O aluno que assinalou esta alternativa mostra que reconhece a organização a ser utilizada para o cálculo do determinante, porém tomou a direção da diagonal secundária como positiva e a da direção da diagonal principal como negativa.
(D)	$abc + def + ghi - adg - beh - cfi.$	Alternativa Incorreta: O aluno que assinalou esta resposta mostra não reconhecer a forma de organização para o cálculo pedido, porém percebe que há uma sequência de multiplicações a serem feitas, pois fez as multiplicações positivas seguindo as linhas e as negativas seguindo as colunas.
(E)	$aei - ceg + bfi - bdg + aeh - ceh.$	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa mostra não reconhecer como efetuar o cálculo deste determinante e pode ter apenas escolhido a resposta de modo aleatório.

Habilidade	<i>Resolver sistemas de equações lineares.</i>
MP09	

Questão 09

Os valores de x , y e z que satisfazem o sistema linear abaixo são:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 6 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

- (A) $x = 1, y = -1, z = 1$
 - (B) $x = 1, y = 1, z = -1$
 - (C) $x = -2, y = 2, z = -1$
 - (D) $x = -2, y = 1, z = -1$
 - (E) $x = 2; y = -1, z = 1$**
-

Grade de correção

(A)	$x = 1,$ $y = -1,$ $z = 1$	<p>Alternativa Incorreta: O aluno que apontou esta resposta pode ter cometido um erro de sinal ao desenvolver o determinante ou no escalonamento ao calcular x.</p>
(B)	$x = 1,$ $y = 1,$ $z = -1$	<p>Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter cometido erro no desenvolvimento do determinante ao calcular x e pode ter invertido os resultados de y e z.</p>
(C)	$x = -2,$ $y = 2,$ $z = -1$	<p>Alternativa Incorreta: A opção por esta alternativa pode ter sido aleatória.</p>
(D)	$x = -2,$ $y = 1,$ $z = -1$	<p>Alternativa Incorreta: A opção por esta alternativa pode ter ocorrido por uma troca de sinais na determinação das variáveis.</p>
(E)	$x = 2;$ $y = -1,$ $z = 1$	<p>Alternativa Correta: O aluno que assinalou esta resposta mostra saber resolver um sistema linear como o apresentado. Esta solução pode ser obtida aplicando a regra de Cramer ou escalonamento. Por Cramer:</p> $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -18, D_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -36; D_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 18; D_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -18$ $D_x/D = 2; D_y/D = -1; D_z/D = 1.$ <p>Por escalonamento:</p> $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -2 & -5 \\ 0 & 3 & -8 & -11 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & -6 & -6 \end{bmatrix}$ <p>$-6z = -6 \rightarrow z = 1, 3y - 2z = -5 \rightarrow y = -1; x - y + 3z = 6 \rightarrow x = 2.$</p>

Habilidade	<i>Resolver sistemas de equações lineares.</i>
MP09	

Questão 10

Dado o sistema de equações a seguir.

$$\begin{cases} ax + by - z = -3 \\ 2x - by - az = 5 \\ -3x + ay + bz = -4 \end{cases}$$

Sabendo que a solução deste sistema é $x = 2$, $y = -2$ e $z = 1$,
os valores de a e b são, respectivamente:

- (A) -9 e 0 .
 - (B) $\frac{-9}{2}$ e 1 .
 - (C) -1 e 0 .**
 - (D) 1 e $\frac{-1}{2}$.
 - (E) 1 e 0 .
-

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	-9 e 0.	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta pode ter determinado corretamente o valor de b, porém ao calcular o valor de a se confunde com a regra de sinal de y com o sinal da segunda equação.
(B)	$\frac{-9}{2}$ e 1.	Alternativa Incorreta: O aluno que assinalou esta resposta pode ter utilizado a última equação e além de cometer um erro de sinal, substituiu o valor de b por 1 e obtém $2a = -9$.
(C)	-1 e 0.	Alternativa Correta: O aluno que indicou esta resposta mostra que entendeu a proposta, substituiu corretamente os valores de x, y e z fazendo as regras de sinal envolvidas, montando um novo sistema que ficará com 2 incógnitas e 3 equações: $a - b = -1$; $-a + 2b = 1$ e $-2a + b = 2$. Ao resolver o sistema usando quaisquer duas equações e validando na 3ª equação tem-se $a = -1$ e $b = 0$.
(D)	1 e $\frac{-1}{2}$.	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa mostra não compreender o problema e pode ter feito uma escolha aleatória.
(E)	1 e 0.	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta alternativa pode ter realizado todo o processo de modo correto, errando apenas o sinal na finalização para obter o valor de a.

Habilidade	<i>Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.</i>
MP10	

Questão 11

Vinicius está carregando em sua carteira R\$ 72,00 em notas de R\$ 2,00 e de R\$ 5,00. Sabendo que o número de notas de dois reais é o dobro das notas de cinco, a quantidade de notas que Vinicius tem na carteira é:

- (A) 24
 - (B) 21
 - (C) 16
 - (D) 9
 - (E) 8
-

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	24	Alternativa Correta: O aluno que assinalou esta resposta indica que fez uma interpretação correta do enunciado do problema, soube convertê-lo na linguagem algébrica, resolveu de modo correto o sistema obtido: $2x + 5y = 72$ e $x = 2y$ e percebeu que deveria calcular o total de notas de dois e de cinco reais.
(B)	21	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter resolvido por tentativa obter um total de notas que resultasse em R\$72,00, percebendo que 11 notas de R\$2,00 e 10 notas de R\$ 5,00 formam essa quantia, porém esqueceu-se da condição da quantidade de uma ser o dobro da outra.
(C)	16	Alternativa Incorreta: Ao escolher esta alternativa o aluno pode ter apenas determinado o número de notas de R\$2,00, o que indica não ter feito uma interpretação completa do problema.
(D)	9	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta mostra não ter compreendido a proposta e pode ter feito uma escolha aleatória.
(E)	8	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter encontrado apenas o total de notas de R\$ 5,00 e concluiu que era a resposta, o que indica a pouca compreensão da proposta do problema.

Habilidade	<i>Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.</i>
MP10	

Questão 12

Veja esta promoção de talheres:



Nesta promoção o valor de cada faca, colher e garfo é, nesta ordem:

- (A) R\$4,50; R\$4,00 e R\$5,00.
- (B) R\$4,50; R\$3,50 e R\$4,00.
- (C) R\$5,00; R\$3,00 e R\$4,00.
- (D) R\$5,50; R\$3,00 e R\$4,00.**
- (E) R\$6,00; R\$3,50 e R\$4,50.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	R\$4,50; R\$4,00 e R\$5,00.	Alternativa Incorreta: O aluno que optou por esta alternativa pode ter apenas escolhido aleatoriamente.
-----	-----------------------------------	---

(B)	R\$4,50; R\$3,50 e R\$4,00.	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta pode ter resolvido tudo de modo correto até a obtenção do valor de G, depois enganou-se na obtenção de F e C.
-----	-----------------------------------	--

(C)	R\$5,00; R\$3,00 e R\$4,00.	Alternativa Incorreta: Ao dar esta resposta o aluno pode ter obtido o valor correto de G e de C, tendo cometido algum erro de cálculo ao obter F.
-----	-----------------------------------	---

(D)	R\$5,50; R\$3,00 e R\$4,00.	<p>Alternativa Correta: O aluno que indicou esta alternativa mostra que soube construir um sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas e aplicar procedimentos de resolução. Neste caso a solução mais simples é por escalonamento. O sistema linear pode ser representado por:</p> $F + 2C + 3G = 23,5$ $2F + 5C + 6G = 50$ $2F + 3C + 4G = 36$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 23,5 \\ 2 & 5 & 6 & 50 \\ 2 & 3 & 4 & 36 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 23,5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & -11 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 23,5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & -8 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: right;">$G = 4; C = 3; F = 5,5$</p>
-----	-----------------------------------	--

(E)	R\$6,00; R\$3,50 e R\$4,50.	Alternativa Incorreta: O aluno que indicou esta resposta parece não ter entendido a proposta e nem se propôs a fazer os cálculos necessários para resolvê-lo.
-----	-----------------------------------	---

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes

Candido, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Célia Maria Monti Viam Rocha

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretor: Herbert Gomes da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional

Diretora: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Autoria

Maria Silvia Brumatti Sentelhas

Robespierre Sentelhas

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Leitura crítica e validação do material

João dos Santos Vitalino, Maria Adriana Pagan, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley

Aparecido Cornatione

Representantes do CAPE

Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais

Tânia Regina Martins Resende