GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

2ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo

1º Bimestre de 2018

19ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB) e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA).

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL - CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP01	Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.
02		
03		
04	MP02	Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte ao ciclo trigonométrico.
05		
06		
07	MP03	Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno
08		
09		
10	MP04	Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.
11		
12 Anulada		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01		●			
02				●	
03		●			
04	●				
05					●
06			●		
07		●			
08					●
09			●		
10					●
11	●				
12				●		Anulada

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo.

A seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- *(MP01) – Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.*

A periodicidade de determinado fenômeno pode ser associada ao movimento de um ponto girando sobre uma circunferência, desta forma, as medidas das projeções desse ponto sobre determinados eixos são valores de funções trigonométricas associadas a arcos percorridos pelo ponto.

Sabendo-se disto, é importante ressaltar que até essa etapa dos estudos, os arcos foram medidos em graus e não em radianos. Isso é aconselhável pelo fato do grau ser a unidade de medida familiar aos alunos nesse momento, uma vez que convivem com a ideia de ângulo de giro desde a 7ª série/8º Ano do Ensino Fundamental. No entanto é razoável apresentar aos alunos a unidade **radiano,** bem como a relação de conversão entre as unidades de medida nesse caso.

Finalmente, a proposição da habilidade, tem como objetivo principal o diagnóstico de algumas concepções básicas a respeito do modelo matemático em questão:

- Identificar a posição da extremidade final de um arco medido em graus;

- Identificar a posição da extremidade final de um arco medido em radianos;
- Converter para radianos uma medida de arco em graus;
- Obter a menor determinação positiva de um arco qualquer.

- *(MP02) – Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte do ciclo trigonométrico.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conhecimentos relativos às medidas de um arco e assinalar as extremidades finais dos arcos correspondentes aos valores notáveis e seus correspondentes, associados a algumas equações trigonométricas do tipo sen x= k ou cosx= m, definidas em R e também em intervalos definidos, como por exemplo, $[0, 2\pi]$, $[0,4\pi]$, $[2\pi, 6\pi]$, etc. Para não resolver apenas o aspecto algébrico envolvido na resolução de equações dessa natureza, optamos pelo suporte do ciclo trigonométrico.

- *(MP03) – Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem, no reconhecimento dos seguintes pressupostos básicos, a respeito da modelagem matemática implícita na habilidade, conforme segue:

- completar uma tabela com valores de arcos e de funções;
- construir o gráfico de uma função de uma função trigonométrica dada a sentença algébrica que a representa;
- determinar a sentença algébrica da função representada por um gráfico dado.

- *(MP04) – Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.*

Ao indicar esta habilidade, objetivamos que esta permita a interligação dos conceitos destacados nas habilidades anteriormente descritas à luz da modelagem de funções trigonométricas, que podem ampliar sobremaneira os significados associados a este tipo de função, ressaltando a ideia de que a trigonometria apresenta a importante característica de estabelecer a ligação entre o eixo "Geometria e medidas" e o eixo "Números e funções".

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática –CGEB/CEFAF

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 1º BIMESTRE

Habilidade MP01	Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.

Questão 1

Quantos radianos percorre o ponteiro dos minutos de um relógio em 50 minutos?

(A) $\frac{10\pi}{3}$

(B) $\mathbf{\frac{5\pi}{3}}$

(C) $\frac{4\pi}{3}$

(D) $\frac{4\pi}{2}$

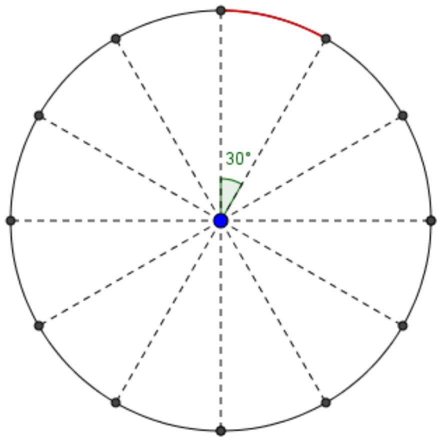
(E) $\frac{3\pi}{3}$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo, verificar se o aluno consegue realizar as devidas transformações entre as medidas de arcos, neste caso a conversão de graus para radianos.

Consideremos uma circunferência dividida em 12 arcos de mesma medida, como mostra a figura:



Ao dividirmos a circunferência em 12 partes arcos de mesma medida, subentende-se que cada ângulo central medirá 30º, pois 360º ÷ 12 = 30º

Convertendo esta medida para radianos:

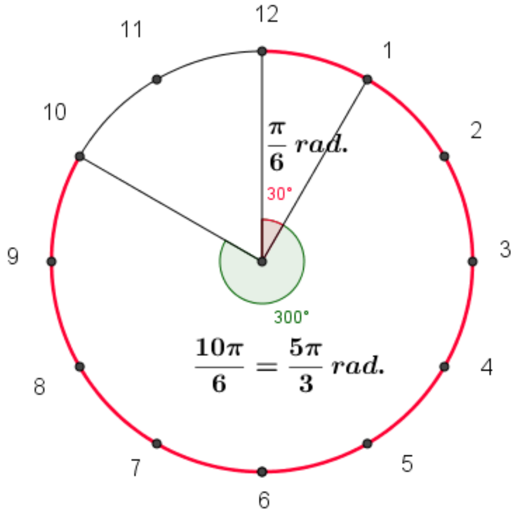
$$\frac{30°}{180°} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow 6\alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

Assim sendo, até o ponteiro dos minutos atingir os 50 min., serão percorridos 300º, pois: 30º · 10 arcos = 300º, como mostra a figura a seguir:

Convertendo a medida do arco central de 300º para radianos:

$$\frac{300°}{180°} = \frac{\beta}{\pi} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{\beta}{\pi} \Rightarrow 3 \cdot \beta = 5 \cdot \pi \Rightarrow \beta = \frac{5\pi}{3} \text{ rad.}$$

Outra forma de resolução, é o tratamento da conversão dos ângulos, diretamente na circunferência, como mostra a figura a seguir.



Desta forma, o resultado obtido, atende a alternativa **B**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
$\frac{10\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno concluiu que cada ângulo central equivale a 120º e constatou que sua medida em radianos equivale a $\frac{2\pi}{3}$, como são 5 arcos até alcançar os 50 minutos, concluiu que a medida do ângulo central é igual a $\frac{10\pi}{3}$.

(B)		
$\mathbf{\frac{5\pi}{3}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)		
$\frac{4\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno detectou corretamente a medida de cada ângulo central, em radiano, porém não observou que até atingir os 50 min., são 10 arcos e parou sua contagem no 8º arco, chegando à medida: $\frac{8\pi}{6}=\frac{4\pi}{3}$

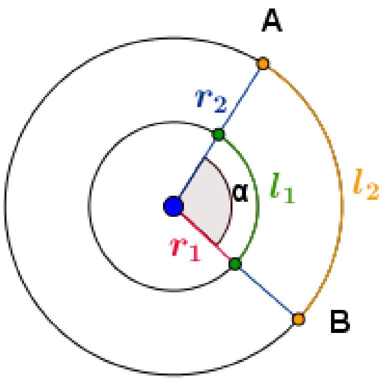
(D)		
$\frac{4\pi}{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e pode-se supor que o aluno apenas visualizou a divisão da circunferência em 4 partes, ou seja: $4\cdot\frac{\pi}{2}$.

(E)		
$\frac{3\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e não tem os fundamentos necessários para resolver a questão ou se trata de uma resposta aleatória.

Habilidade MP01	Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.

Questão 2

Analise as circunferências concêntricas da figura.



A medida do ângulo α em radianos e do arco ℓ_1 em centímetros

Dados: r_1 = 3 cm, r_2 = 8 cm, ℓ_2= 40 cm

(A) α = 3 rad. e ℓ_1 = 5 cm.

(B) α = 3 rad. e ℓ_1 = 8 cm.

(C) α = 5 rad. e ℓ_1 = 11 cm.

(D) α = 5 rad. e ℓ_1 = 15 cm.

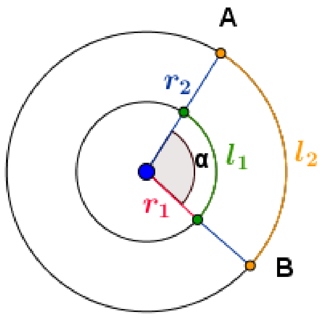
(E) α = 8 rad. e ℓ_1 = 32 cm.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

Correção Comentada

Esta questão tem como objetivo, a aplicação de alguns conceitos relativos às medidas do ângulo central, com a possibilidade de relacionar a medida do comprimento do arco com a medida do raio da circunferência, dada pelo quociente:

$$\alpha = \frac{\ell}{r}$$



Na questão temos que: r_1 = 3 cm, r_2 = 8 cm, ℓ_2= 40 cm, então

$$\alpha = \frac{\ell_2}{r_2} \Rightarrow \alpha = \frac{40}{8} = 5\,rad.$$

Encontrado o valor do ângulo central, podemos encontrar o valor de ℓ_1.

$$\alpha = \frac{\ell_1}{r_1} \Rightarrow \alpha = \frac{\ell_1}{r_1} \Rightarrow 5 = \frac{\ell_1}{3} \Rightarrow \ell_1 = 15\,cm$$

Os resultados obtidos, atendem a alternativa **D**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

α = 3 rad. e ℓ_1 = 5 cm.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno relacionou, equivocadamente, que o comprimento do raio (3 cm) faz um arco de comprimento l_1 = 5 cm, por ser a diferença entre os raios. (8 – 3 = 5)

(B)

α = 3 rad. e ℓ_1 = 8 cm.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou os comprimentos dos raios citados, como resposta.

(C)

α = 5 rad. e ℓ_1 = 11 cm.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno efetuou a diferença (8 – 3) e a soma (8 + 3), entre os raios dados no problema, como medidas do ângulo e do arco de circunferência.

(D)

α = 5 rad. e ℓ_1 = 15 cm.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(E)

α = 8 rad. e ℓ_1 = 32 cm.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou o raio (8 cm) como medida do ângulo e a diferença (40 – 8 = 32) como a medida do arco l_1.

Habilidade MP01	Identificar a relação entre uma medida angular em graus e em radianos.

Questão 3

Um ciclista percorre uma pista circular de raio 300m, durante um minuto, com velocidade constante de 10 m/s. A medida, em graus, mais próxima do arco percorrido é

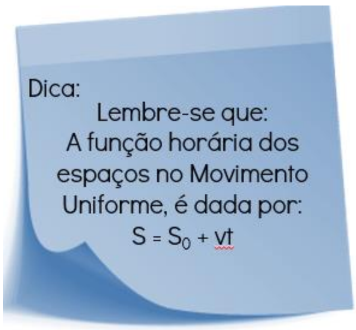
(A) 90º

(B) 115º

(C) 120º

(D) 135º

(E) 180º

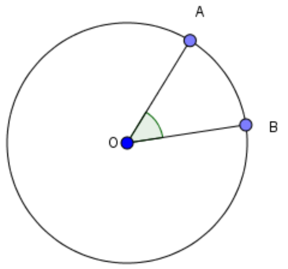


A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

O objetivo da questão está em aplicar os conceitos relativos da relação existente entre a medida do arco central de uma circunferência e as respectivas medidas em graus e radianos.

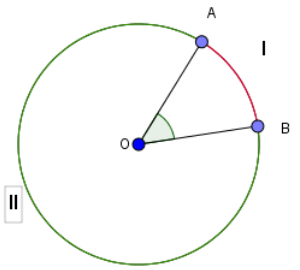
Algumas definições importantes:

Ângulo Central: É qualquer ângulo cujo vértice é o centro da circunferência.



Na figura, $A\hat{O}B$ é o ângulo central.

Arco de circunferência: Quando marcamos dois pontos A e B sobre uma circunferência, esta fica dividida em duas partes distintas.



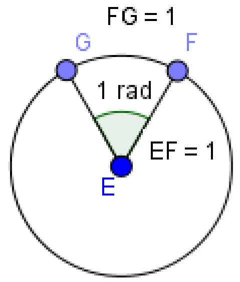
Tanto a parte I como a parte II são chamadas de arcos de circunferência.

Unidade de medidas de ângulos: Existem algumas unidades conhecidas com as quais podemos medir um ângulo. A mais conhecida é o **grau**, mas há outras que são utilizadas nas atividades, a saber:

Grau: Ao dividir uma circunferência em 360 partes iguais e ligando-se cada um desses pontos ao centro da circunferência, determinam-se 360 ângulos centrais, e cada um desses ângulos equivale a 1 grau.

Grado: A única diferença nessa medida de ângulos, é que a circunferência é dividida em 400 partes iguais.

Radiano: Um radiano (1 rad) é a medida de um ângulo ao centro definido num círculo por um arco de circunferência **a** com o mesmo comprimento que o raio **r** do referido círculo, na figura a seguir, o ângulo FEG, representa a medida de 1 rad.

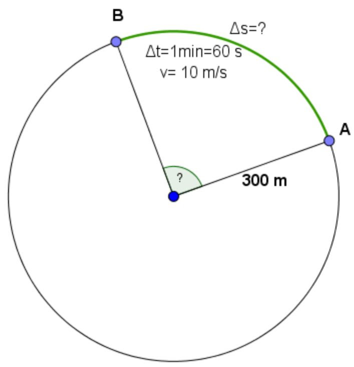


Ao dividirmos o comprimento do arco pelo raio da circunferência, encontramos o valor do ângulo central.

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

Sabendo-se disto, encaminharemos a seguir uma possível resolução para a questão.

No enunciado da questão, temos:



Inicialmente calcularemos o comprimento da circunferência:

$C = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 300 \cong 1884$ m

Na sequência, calcularemos o comprimento do arco:

Sabemos que: $\begin{cases} \text{A velocidade é constante no trecho de A até B} \\ \Delta t = 60\text{s} \\ v = 10 \text{ m/s} \end{cases}$

Então, o comprimento do arco, será dada pela função horária dos espaços:

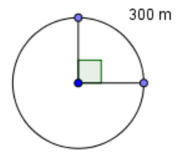
$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S - S_0 = v \cdot t \Rightarrow S - S_0 = 10 \cdot 60 = 600 \text{ m}$$

Sabendo-se os valores do comprimento da circunferência e do arco, podemos estabelecer o valor do ângulo central, da seguinte maneira:

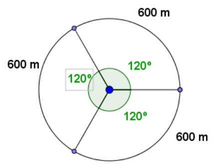
$$\begin{matrix} 1884 \text{ m} & \longrightarrow & 360° \\ 600 \text{ m} & \longrightarrow & x \end{matrix} \Longrightarrow 1884 \cdot x = 216.000 \Rightarrow x = \frac{216000}{1884} = 114{,}64968\ldots \cong 115°$$

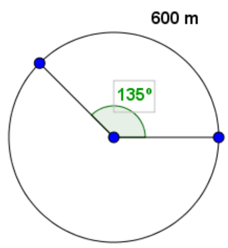
Então o resultado obtido satisfaz a alternativa **B**, da questão.

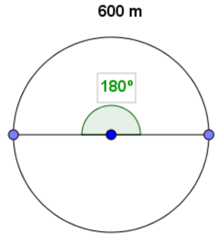
Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

(A)			
90º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno considerou o raio como espaço percorrido, completando um ângulo de 90°.	

(B)		
115º	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)			
120º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno realizou os cálculos utilizando a seguinte análise, destacada na figura ao lado.	

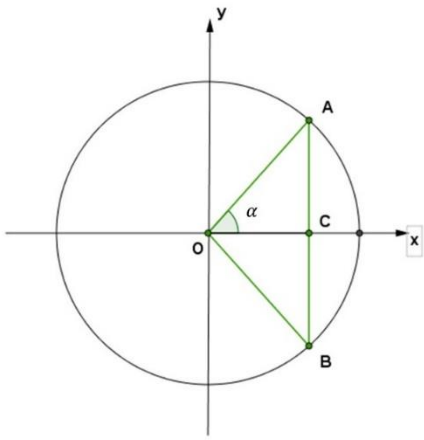
(D)			
135º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno realizou os cálculos utilizando a seguinte relação: 90° do primeiro quadrante mais 45° do segundo quadrante, assim 135°.	

(E)			
180º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno raciocinou da seguinte maneira: $s = v \cdot t \Rightarrow s = 10 \cdot 60 = 600$ m	

Habilidade MP02	Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte ao ciclo trigonométrico.

Questão 4

A figura a seguir representa o ciclo trigonométrico e um triângulo “OAB”.



Sabendo-se que:

- Os pontos A e B pertencem à circunferência;
- O segmento AB é perpendicular ao semieixo positivo Ox;
- O raio da circunferência mede 1 cm.

A expressão que representa a área do triângulo OAB, em função de α é

(A) $\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$

(B) $\dfrac{\text{tg}\alpha \cdot \cos\alpha}{2}$

(C) $\text{tg}\alpha \cdot \text{sen}\alpha$

(D) $\dfrac{\text{tg}\alpha \cdot \text{sen}\alpha}{2}$

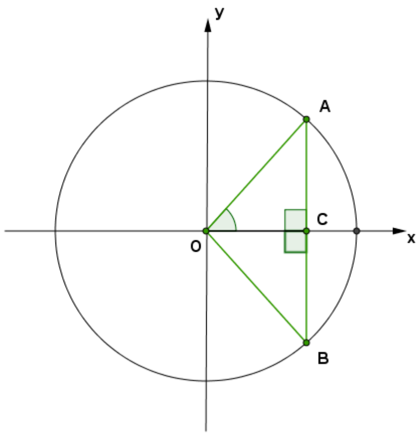
(E) $\text{sen}\alpha + \cos\alpha$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

A questão tem como objetivo, o resgate de algumas propriedades, referentes às razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Encaminhamos nas linhas a seguir uma das possibilidades de resolução da questão:



Segundo, a informação dada: $AB \perp OC$, pode-se concluir que $\Delta AOC \equiv \Delta BOC$, então:

$$\overline{AC} = \overline{CB}$$

Chamando-se: $\begin{cases} \overline{AC} = b \\ \overline{OC} = c \\ \overline{OA} = a = 1 \\ \overline{OB} = d = 1 \end{cases}$ temos, que:

No triângulo OAC:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{b}{1} \Rightarrow b = \text{sen}\,\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{c}{1} \Rightarrow c = \cos\alpha$$

Então,

$$A_{OAC} = \frac{b \cdot c}{2} \Rightarrow \frac{\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{2}$$

Para o triângulo OAB:

Se $\Delta AOC \equiv \Delta BOC$, então, $A\hat{O}C \equiv C\hat{O}A$

Finalmente podemos concluir que:

$$A_{OAB} = 2 \cdot A_{OAC} \Rightarrow A_{OAC} = 2 \cdot \frac{\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{2} = \text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$$

O resultado obtido, atende a alternativa **A**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

Grade de Correção

(A)

$\mathrm{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(B)

$\dfrac{\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos\alpha}{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno confundiu o lado AB do triângulo OAB como tangente e, assim, admite a expressão como a que representa o cálculo da área do triangulo em questão.

(C)

$\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{sen}\alpha$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta alternativa, possivelmente, o aluno pode ter interpretado equivocadamente o segmento AB como tangente do ângulo.

(D)

$\dfrac{\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{sen}\alpha}{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno confundiu o lado AB do triângulo OAB como tangente e assim admite a expressão como a que calcula a área do triangulo em questão.

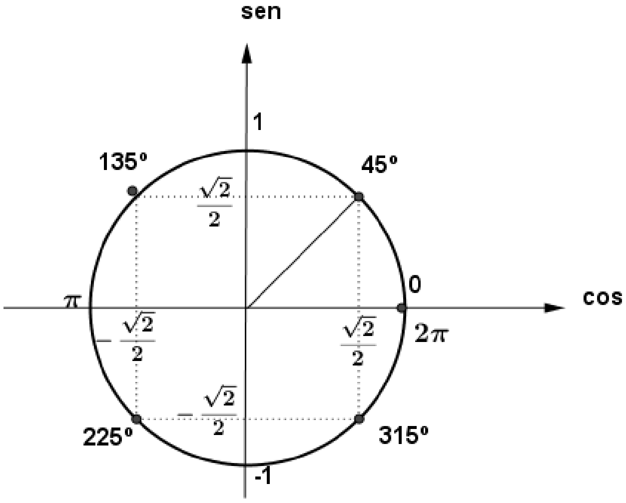
(E)

$\mathrm{sen}\alpha + \cos\alpha$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta alternativa, possivelmente, o aluno tenha considerado a soma das áreas dos triângulos OCA e OCB: $\left(\dfrac{\mathrm{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{2} + \dfrac{\mathrm{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{2}\right)$, contudo equivoca-se nos cálculos.

Habilidade MP02	Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte ao ciclo trigonométrico.

Questão 5

Consultando o ciclo trigonométrico a seguir:



Os valores de x quando sen(x) = cos(x), considerando 0º ≤ x ≤ 360º, são:

(A) 135º e 315º

(B) 135º e 225º

(C) 45º e 315º

(D) 45º e 135º

(E) 45º e 225º

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo a investigação da regularidade no ciclo trigonométrico, na qual se verificam quais são os ângulos que possuem as mesmas coordenadas para as funções sen(x) e cos(x).

Então, temos que:

No ciclo trigonométrico, podemos observar que os únicos pares ordenados que atendem a igualdade das abscissas (cosseno) e ordenada (seno), são os ângulos de 45º e 225º, conforme segue:

$45^{\circ} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$225^{\circ} \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Portanto, o resultado acima, atende a alternativa **E**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

135º e 315º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno verificou apenas que os pares ordenados são compostos por duas frações de mesmo numerador e denominador, com sinais opostos, porém não verificou se elas obedecem a igualdade sen (x) = cos (x).

(B)

135º e 225º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno verificou que existe um valor comum no semieixo negativo x, ou seja, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ e considerou que este seja a resposta da questão.

(C)

45º e 315º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno verificou que existe um valor comum no semieixo positivo y, ou seja, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e considerou que este seja a resposta da questão.

(D)

45º e 135º	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno verificou que existe um valor comum no semieixo positivo x, ou seja, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e considerou que este seja a resposta da questão.

(E)

45º e 225º	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

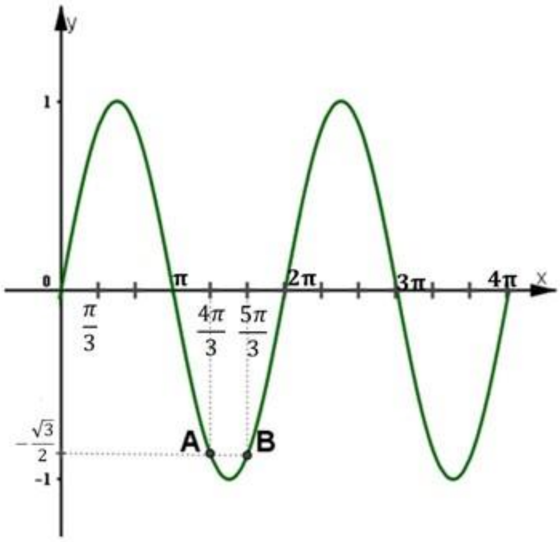
Habilidade MP03	Calcular seno e cosseno de ângulos expressos em radianos com suporte ao ciclo trigonométrico.

Questão 6

Dado o gráfico da função y = senx, no intervalo de 0 a 4π.

Neste gráfico, estão indicados dois valores de x, representados por A e B que são soluções da equação senx = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ no intervalo $[0, 2\pi]$

Desta forma, as soluções dos pontos dessa equação no intervalo $[2\pi, 4\pi]$ será:



(A) 2π e $\frac{7\pi}{3}$

(B) $\frac{7\pi}{3}$ e $\frac{8\pi}{3}$

(C) $\frac{10\pi}{3}$ e $\frac{11\pi}{3}$

(D) $\frac{16\pi}{3}$ e $\frac{17\pi}{3}$

(E) 2π e $\frac{10\pi}{3}$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo a ampliação do diagnóstico aos conhecimentos relativos à periodicidade no ciclo trigonométrico, neste sentido, uma das possibilidades de resolução da questão seria:

$$\frac{4\pi}{3} + 2\pi = \frac{4\pi + 6\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi+6\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$$

Os resultados obtidos, atendem a alternativa **C**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

(A)

2π e $\frac{7\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno entendeu que se solicita um intervalo cuja abscissa aumentou duas casas, ou seja, de $[0,2\pi]$ para $[0,4\pi]$, então bastaria adicionar duas unidades$\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ aos pontos A e B. $\frac{4\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=\frac{6\pi}{3}=2\pi$ $\quad$ $\frac{5\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=\frac{7\pi}{3}$

(B)

$\frac{7\pi}{3}$ e $\frac{8\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno ao invés de verificar as soluções no intervalo $[0,4\pi]$, o fez no intervalo $[0,3\pi]$. $\frac{4\pi}{3}+\pi=\frac{4\pi+3\pi}{3}=\frac{7\pi}{3}$ $\quad$ $\frac{5\pi}{3}+\pi=\frac{5\pi+3\pi}{3}=\frac{8\pi}{3}$

(C)

$\mathbf{\frac{10\pi}{3}}$ **e** $\mathbf{\frac{11\pi}{3}}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

$\frac{16\pi}{3}$ e $\frac{17\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno considerou que os valores A e B deverão ser acrescidos de 4π unidades, procedendo da seguinte maneira: $\frac{4\pi}{3}+4\pi=\frac{4\pi+12\pi}{3}=\frac{16\pi}{3}$ $\quad$ $\frac{5\pi}{3}+4\pi=\frac{5\pi+12\pi}{3}=\frac{17\pi}{3}$

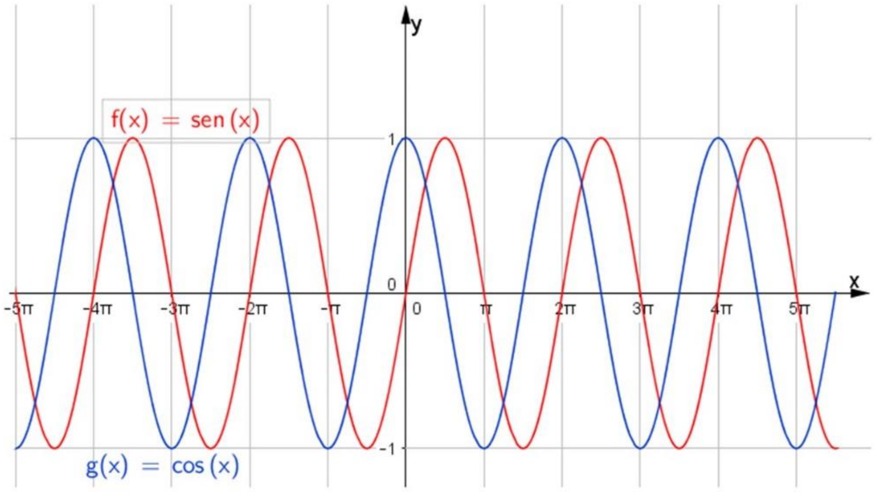
(E)

2π e $\frac{10\pi}{3}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo do problema e talvez não tenha assimilado os conceitos necessários à resolução da questão, ou se trata de uma resposta aleatória.

Habilidade	Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.
MP03	

Questão 7

Nos gráficos das funções f(x) = senx e **g(x) = cosx** da figura, a medida do ângulo x é dada em radianos.



A amplitude e o período destas funções são:

(A) Amplitude 1 e período π.

(B) Amplitude 1 e período 2π.

(C) Amplitude 2 e período π.

(D) Amplitude 2 e período 2π.

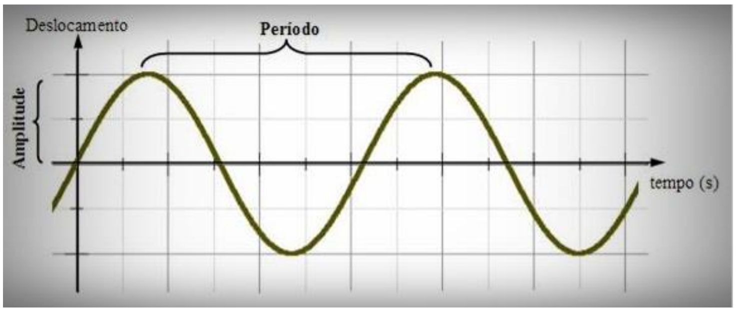
(E) Amplitude 3 e período 3π.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

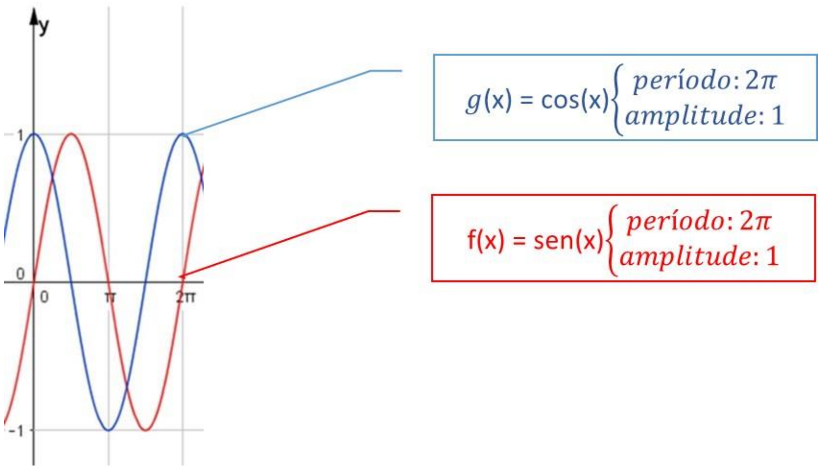
CORREÇÃO COMENTADA

As funções cujos valores se repetem em intervalos regulares são chamadas periódicas. Sua amplitude é a metade da diferença entre os valores máximo e mínimo. Segue um exemplo do período de uma função periódica:

Se a variável independente for o tempo, o período é o tempo necessário para que a função execute um ciclo completo, conforme a figura a seguir:



Uma possível resolução da questão poderá ser encaminhada da seguinte maneira:



Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
Amplitude 1 e período π	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não identifica o período de uma função trigonométrica com o ciclo completo da função.

(B)		
Amplitude 1 e período 2π	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(C)		
Amplitude 2 e período π	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não se atentou que o gráfico da função cosseno não passa pela origem do eixo cartesiano.

(D)		
Amplitude 2 e período 2π	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não se atentou para o fator de multiplicação da variável x, que neste caso é 2.

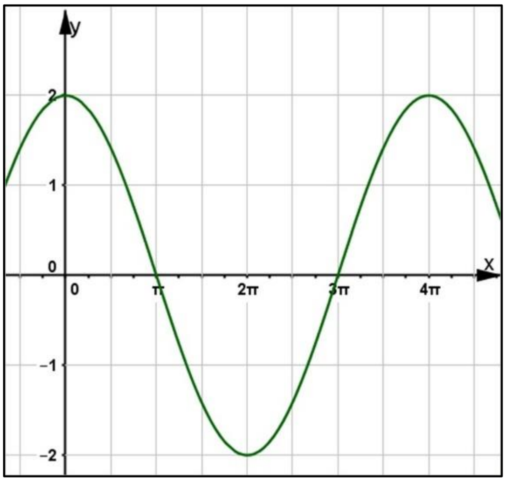
(E)		
Amplitude 3 e período 3π	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não se atentou que o gráfico da função cosseno não passa pela origem do eixo cartesiano, ou trata-se de uma resposta aleatória.

Habilidade	Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.
MP03	

Questão 8

Na figura a seguir tem-se parte do gráfico da função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por:

$$f(x) = k \cdot \cos\ (tx)$$



Nessas condições, calculando-se k – t, obtém-se:

(A) $-{}^{3}/_{2}$

(B) -1

(C) 0

(D) ${}^{1}/_{2}$

(E) $\mathbf{{}^{3}/_{2}}$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar a capacidade do aluno em aplicar conhecimentos a respeito de gráficos de funções trigonométricas, quando se incorporam constantes na equação, ou seja, a identificação das principais características dos gráficos de funções do tipo $y = C + A \text{ sen } bx$ ou $y = C + \cos bx$.

Na resolução da questão o único procedimento a ser utilizado é o registro através dos dados apresentados no gráfico da função f, que será representada por:

$$f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

A partir desta função, determinamos o valor de k – t, solicitado na questão, conforme segue:

Se $\begin{cases} k = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$, então

$$k - t = 2 - \frac{1}{2} = \frac{4 - 1}{2} = \frac{3}{2}$$

O resultado obtido, atende a alternativa **E**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$-{}^{3}/_{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao analisar o gráfico da função, inferiu que a função, seria expressa por: **$f(x) = \frac{1}{2}\cos(2x)$** e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow k - t = \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$

(B)

-1	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao analisar o gráfico da função, inferiu que **$f(x) = \cos(2x)$** e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow k - t = 1 - 2 = -1$

(C)

0	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao analisar o gráfico da função, inferiu que **$f(x) = \cos(x)$** e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow k - t = 1 - 1 = 0$

(D)

${}^{1}/_{2}$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno, ao analisar o gráfico da função, inferiu que **$f(x) = 2\cos\left(\frac{3}{2}x\right)$** e assim calculou o valor de k – t, da seguinte maneira: $\begin{cases} k = 2 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow k - t = 2 - \frac{3}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$

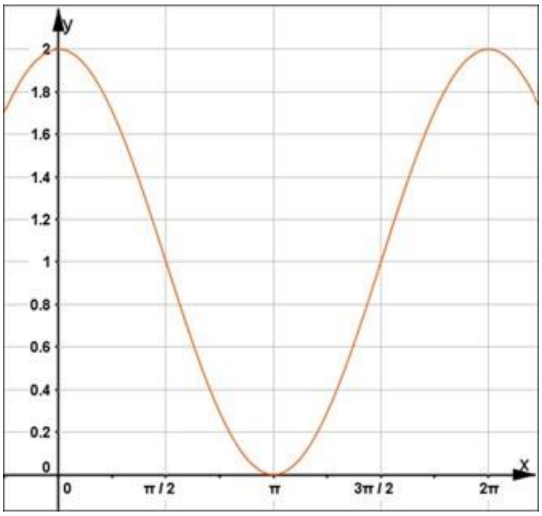
(E)

${}^{3}/_{2}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade	Identificar os gráficos das funções: seno e cosseno.
MP03	

Questão 9

O gráfico a seguir representa uma função trigonométrica de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



Esta função é dada por:

(A) $f(x) = 1 - \cos(x)$

(B) $f(x) = \cos -(x - 1)$

(C) $f(x) = 1 + \cos(x)$

(D) $f(x) = \cos(x + 1)$

(E) $f(x) = 2 \cdot \cos(x)$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

A interpretação gráfica pode ser traduzida, conforme a tabela a seguir:

.

x	**cos (x)**	**f (x) = 1 + cos(x)**	**(x , f (x))**
0	1	2	(0,2)
$\frac{\pi}{2}$	0	1	$\left(\frac{\pi}{2},1\right)$
π	−1	0	$(\pi, 0)$
$\frac{3\pi}{2}$	0	1	$\left(\frac{3\pi}{2},1\right)$
2π	1	2	$(2\pi, 2)$

A partir dos dados informados na tabela, pode-se constatar que **C**, é a alternativa correta.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

(A)

$f(x) = 1 - \cos(x)$	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não analisou corretamente o gráfico, e apenas constatou que, sendo o $\cos(\pi) = -1$, isto resultaria em $f(x) = 1-(-1) = 2$, sendo que o valor referente a $f(\pi) = 0$.

(B)

$f(x) = \cos -(x - 1)$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta resposta, possivelmente, o aluno não compreendeu que para obter algum valor referente ao conjunto imagem do gráfico, os arcos deverão pertencer aos valores que dividem os quadrantes no ciclo trigonométrico, por exemplo: Substituiremos x por $\frac{\pi}{2}$ em $f(x) = \cos -(x - 1)$ e obtemos: $f(x) = \cos\left(\frac{-\pi + 2}{2}\right)$, que no gráfico apresentado não se encontra sua respectiva imagem.

(C)

$\mathbf{f(x) = 1 + \cos(x)}$	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)

$f(x) = \cos(x + 1)$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta resposta, possivelmente, o aluno não compreendeu que para obter algum valor referente ao conjunto imagem do gráfico, os arcos deverão pertencer aos valores que dividem os quadrantes no ciclo trigonométrico, por exemplo: Substituiremos x por $\frac{\pi}{2}$ em $f(x) = \cos(x + 1)$ e obteremos: $f(x) = \cos\left(\frac{\pi + 2}{2}\right)$, que no gráfico apresentado não se encontra sua respectiva imagem.

(E)

$f(x) = 2 \cdot \cos(x)$	**Resposta incorreta.**	Ao indicar esta resposta, possivelmente, o aluno considerou o valor da ordenada 2 como sendo a amplitude do gráfico e assim inferiu, que o gráfico corresponde à função $f(x) = 2 \cdot \cos(x)$.

Habilidade	Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.
MP04	

Questão 10

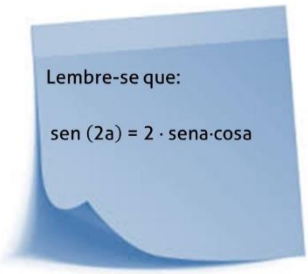
A identidade: sen 2x = 2 senx é verificada se, e somente se:

(A) $x = k\pi$, sendo k qualquer inteiro.

(B) $x = k \cdot \frac{\pi}{4}$, sendo k qualquer inteiro.

(C) $x = k \cdot \frac{3\pi}{2}$, sendo k qualquer inteiro.

(D) $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$, sendo k qualquer inteiro.



(E) $x = 2 \cdot k \cdot \pi$, sendo k qualquer inteiro.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

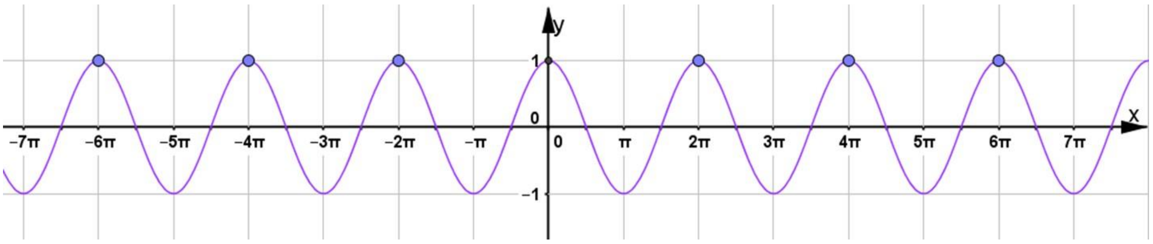
Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta.

Desenvolvendo a identidade: sen 2x = 2 sen x, tem se que:

$$sen\ 2x = 2\ senx \Rightarrow 2 \cdot senx \cdot cosx - 2 \cdot senx = 0 \Rightarrow 2 \cdot senx \cdot (cosx - 1) = 0$$

Da última igualdade, temos que: $\begin{cases} 2 \cdot senx = 0 \Rightarrow senx = 0 \Rightarrow x = 0 \\ ou \\ cosx - 1 = 0 \Rightarrow cosx = 1 \end{cases}$

Para verificar a igualdade cos x =1, consideremos o gráfico de f(x) = cosx, conforme segue:



Como pode-se verificar o período da função é 2π, pois a cada múltiplo deste valor sua ordenada é 1, que é o valor referente ao cosx, então concluímos que: **x = 2 · k · π,** para qualquer k inteiro, o que atende a alternativa **E**, da questão.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

(A)

$x = k\pi$, sendo k qualquer inteiro.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo da questão, utilizou os conceitos corretamente, porém analisou o gráfico da função cosseno, para a abscissa –1.

(B)

$x = k \cdot \frac{\pi}{4}$, sendo k qualquer inteiro.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e não tem fundamentado os conceitos necessários à resolução, ou se trata de uma resposta aleatória, pois não analisa corretamente o período da função.

(C)

$x = k \cdot \frac{3\pi}{2}$, sendo k qualquer inteiro.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e não tem fundamentado os conceitos necessários à resolução, ou se trata de uma resposta aleatória, pois não analisa corretamente o período da função.

(D)

$x = k \cdot \frac{\pi}{2}$, sendo k qualquer inteiro.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo da questão, utilizou corretamente os conceitos, porém analisou o gráfico da função seno.

(E)

$x = 2 \cdot k \cdot \pi$, sendo k qualquer inteiro	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

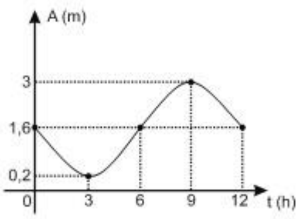
Habilidade	Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.
MP04	

Questão 11

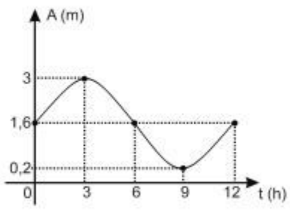
A função $A(t) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\,t\right)$ retrata a modelagem matemática da altura (A) da maré, dada em metros, em um espaço de tempo não muito grande.

Na função, a variável t representa o tempo decorrido, em horas, a partir da meia-noite de certo dia. Nesse contexto, conclui-se que a função A(t), no intervalo [0,12], está representado pelo gráfico:

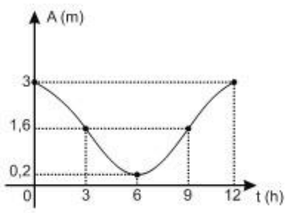
(A)



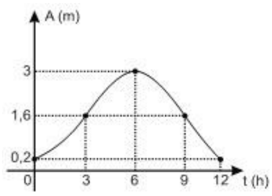
(B)



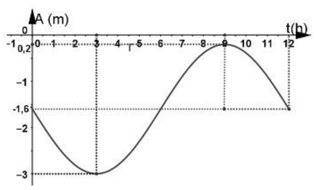
(C)



(D)



(E)



A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão está em aplicar os conhecimentos relativos à resolução de equações trigonométricas e associar os pontos calculados no gráfico da função seno.

Uma das possibilidades de resolução será:

Na função: $A(t) = 1{,}6 - 1{,}4 \,.\, sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$*, substituiremos os respectivos valores de t, indicados no gráfico, conforme segue:*

Para t= 0

$$A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(0) = 1{,}6 - 0 = \mathbf{1{,}6}$$

Para t= 3

$$A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot 1 = \mathbf{0{,}2}$$

Para t= 6

$$A(6) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(\pi) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot 0 = \mathbf{1{,}6}$$

Para t= 9

$$A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (-1) = \mathbf{1{,}6 + 1{,}4 = 3{,}0}$$

Para t=12

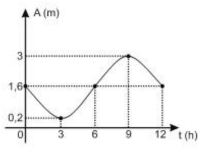
$$A(12) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 12\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen(2\pi) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (0) = \mathbf{1{,}6}$$

Os dados calculados, atendem ao gráfico da alternativa **A**, da questão.

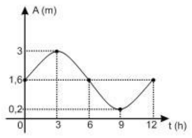
Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

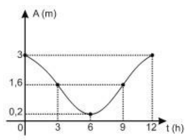
(A)

	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

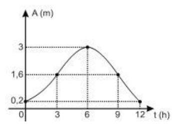
(B)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos para os valores de t=3 e t=9, da seguinte maneira: Para t= 3 $A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{-1}) = 1{,}6 + 1{,}4 = \mathbf{3{,}0}$ Para t= 9 $A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{1{,}6 - 1{,}4 = 0{,}2}$

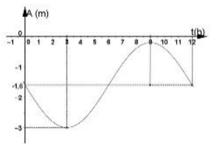
(C)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos de todos os valores de t, da seguinte maneira: Para t= 0 $A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}(\mathbf{0})$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{-1}) = \mathbf{1{,}6 + 1{,}4 = 3{,}0}$ Para t= 3 $A(3) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \mathbf{0} = \mathbf{1{,}6}$ Para t=6 $A(6) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen(\pi)}$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{0{,}2}$ Para t=9 $A(9) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 9\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen}\left(\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}\right)$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{0}) = \mathbf{1{,}6}$

(D)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno se enganou ao estabelecer os cálculos de todos os valores de t, da seguinte maneira. Para t=0 $A(0) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1{,}6 - 1{,}4 \cdot \boldsymbol{sen(0)}$ $= 1{,}6 - 1{,}4 \cdot (\mathbf{1}) = \mathbf{1{,}6 - 1{,}4 = 0{,}2}$

(E)

	**Resposta incorreta.**	Possivelmente, o aluno não compreendeu o objetivo do problema, e não observou que nesta alternativa, o gráfico da função está no semieixo negativo do plano.

Habilidade	Resolver equações trigonométricas envolvendo senos e cossenos.
MP04	

Questão 12 Anulada no caderno do aluno: sem comanda

Supõe-se que em determinado local a intensidade média I da radiação solar possa ser expressa em função do tempo s, em semanas, pela função:

$$I(s) = 400 + 200 \cdot \text{sen}\left[2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right)\right]$$

A maior incidência de radiação ocorre na

(A) Quatro centésima semana.

(B) Sexagésima terceira semana.

(C) Quinquagésima semana.

(D) Vigésima quarta semana.

(E) Décima primeira semana.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

Correção Comentada

Apresentamos a seguir uma da possibilidade de resolução da questão proposta.

A incidência máxima de radiação solar ocorre quando o valor do seno é máximo, ou seja, quando ele é igual a 1, conforme segue:

$$sen\left[2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right)\right] = 1$$

Para que ocorra a igualdade, temos que:

$2\pi \cdot \left(\frac{s-11}{52}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 4\pi(s-11) = 52\pi \Rightarrow 4\pi s - 44\pi = 52\pi \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4\pi s = 52\pi + 44\pi \Rightarrow 4\pi s = 96\pi \Rightarrow s = \frac{96\pi}{4\pi} = 24$$

Portanto, D, é a alternativa correta.

Professor, sugerimos a análise dos registros realizados por seus alunos na resolução da questão.

(A)

Quatro centésima semana.	**Resposta incorreta.**	Para chegar a esta resposta, o aluno possivelmente considerou que a expressão: $2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)$ é zero, e concluiu que: $I(t)=400+200\cdot sen0=400+0=400$ Também pode ter escolhido aleatoriamente a alternativa.

(B)

Sexagésima terceira semana.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno calculou o período em que a incidência de raios volta a ser nula, conforme segue: $sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=0$ Para que ocorra a igualdade, temos que: $2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=2\pi \Rightarrow 2\pi\cdot(s-11)=104\pi$ $\Rightarrow 2\pi s-22\pi=104\pi \Rightarrow 2\pi s$ $=104\pi+22\pi \Rightarrow 2\pi s=126\pi \Rightarrow s=\frac{126}{2}$ $=63$

(C)

Quinquagésima semana.	**Resposta incorreta.**	Possivelmente o aluno calculou o período em que a incidência de raios solares é mínima. A incidência mínima de radiação solar ocorre quando: $sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=-1$ Para que ocorra a igualdade, temos que: $2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow 4\pi\cdot(s-11)=156\pi$ $\Rightarrow 4\pi s-44\pi=156\pi$ $\Rightarrow 4\pi s=156\pi+44\pi \Rightarrow 4\pi s=200\pi \Rightarrow s=\frac{200\pi}{4\pi}=50$

(D)

Vigésima quarta semana.	**Resposta correta.**	**O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar, por meio dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(E)

Décima primeira semana.	**Resposta incorreta.**	Provavelmente o aluno determinou um período em que a incidência de raios solares é nula, conforme segue: $$sen\left[2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)\right]=0$$ Para que ocorra a igualdade, temos que: $$2\pi\cdot\left(\frac{s-11}{52}\right)=0\ \Rightarrow 2\pi(s-11)=0 \Rightarrow 2\pi s=22\pi \Rightarrow$$ $$s=\frac{22\pi}{2\pi}=11$$

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Patricia de Barros Monteiro
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Rosangela Aparecida de Almeida Valim

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Jane Rubia Adami da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Autoria, Leitura crítica e validação do material
João dos Santos Vitalino, Maria Adriana Pagan, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino
Leitura crítica e validação do material de Matemática
Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.

Representantes do CAPE
Leitura crítica, validação e adaptação do material para os deficientes visuais
Tânia Regina Martins Resende