



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

2ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
2º Bimestre de 2017
16ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -
CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP05	Expressar algebricamente uma matriz.
02		
03	MP06	Identificar a matriz que representa uma situação-problema.
04		
05	MP07	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
06		
07	MP08	Calcular determinantes de 3ª ordem.
08		
09	MP09	Resolver sistemas de equações lineares.
10		
11	MP10	Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares.
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	☐	☐	☐	☒	☐
02	☐	☐	☒	☐	☐
03	☒	☐	☐	☐	☐
04	☐	☒	☐	☐	☐
05	☐	☐	☒	☐	☐
06	☐	☐	☐	☒	☐
07	☒	☐	☐	☐	☐
08	☐	☐	☐	☒	☐
09	☒	☐	☐	☐	☐
10	☒	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☒	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☒

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

► *(MP05) – Expressar algebricamente uma matriz.*

A ideia principal, que se associa ao estudo das matrizes é o de uma tabela de dupla entrada contendo dados numéricos, desta forma, torna-se importante a correta interpretação destes dados, registrados em matrizes a partir de uma condição matemática, relacionando a posição de cada um de seus termos, associados a contextos significativos.

► *(MP06) – Identificar a matriz que representa uma situação-problema.*

Um dos objetivos principais do estudo das matrizes é representação através de matrizes, situações problemas, em que tal ferramenta pode auxiliar a resolução. Para exemplificar, podemos citar a utilização das matrizes na codificação de sequências de ligações entre pontos do plano com o objetivo de formar determinada imagem.

► *(MP07) – Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.*

A transformação da linguagem cotidiana para a linguagem matemática é realizada na maioria das vezes, por intermédio de uma equação. Uma situação problema que pode ser resolvida com cálculo mental não exige que equações sejam escritas, e não se trata, de forma alguma, de priorizar o cálculo mental em detrimento do cálculo algébrico. No entanto, são inúmeras as situações problema em que se evidencia a necessidade de escrever e resolver sistemas lineares. Neste sentido a utilização de matrizes para representar um sistema de equações pode auxiliar na busca da solução desejada.

► *(MP08) – Calcular determinantes de 3ª ordem.*

Neste caso a habilidade propõe a utilização dos diversos métodos para a obtenção do determinante de uma matriz de 3ª ordem. Sabendo-se que o determinante de uma matriz é um número que é obtido pela operação dos elementos que compõe uma matriz.

► *(MP09) – Resolver sistemas de equações lineares.*

Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações problemas, é importante a revisão dos métodos utilizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, isto é, os métodos de adição, substituição ou comparação. Salientamos a importância de o professor priorizar que a resolução dos sistemas seja feita com base nesses métodos, ou por escalonamento, em detrimento do método de Cramer com o uso de determinantes.

► *(MP10) – Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.*

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativo ao 2º bimestre, pretendemos verificar quais os métodos que os alunos utilizam, quando resolvem um sistema linear.

Todavia, ressaltamos que a aplicação de regras de cálculo, que exigem dos alunos apenas a mobilização da habilidade de memorização, e estas não podem ser priorizadas em detrimento de outras condutas e outros procedimentos que permitem aos alunos exercitarem de estratégias de raciocínio. Nesse sentido, chamamos a atenção do professor para que a resolução e a discussão de sistemas lineares por intermédio do escalonamento seja, se não o único procedimento apresentado, aquele que priorize a apresentação conceitual.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 1º BIMESTRE

Habilidade	Expressar algebricamente uma matriz.
MP05	

Questão 1

A representação de uma matriz E é dada pela expressão: $E = (e_{ij})_{2 \times 2}$.

Os elementos e_{ij} de E são expressos algebricamente por $e_{ij} = i^2 - 2j$.

A matriz que corresponde a esta lei de formação é:

(A)

$$E = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(B)

$$E = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(C)

$$E = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(D)

$$E = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(E)

$$E = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a compreensão do aluno quanto à representação de uma matriz a partir de uma expressão algébrica.

A matriz $E = (e_{ij})_{2 \times 2}$ será representada por uma tabela de duas linhas e duas colunas.

A lei que forma os elementos da matriz é dada por $e_{ij} = i^2 - 2j$.

Assim, a configuração da matriz será:

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} e_{11} = 1^2 - 2 \cdot 1 & e_{12} = 1^2 - 2 \cdot 2 \\ e_{21} = 2^2 - 2 \cdot 1 & e_{22} = 2^2 - 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Portanto, correta a alternativa **D**.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$E = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	A escolha desta resposta mostra que, possivelmente, o aluno pode ter calculado os elementos da matriz corretamente, mas inverte as posições das linhas e colunas.
(B)	$E = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	A escolha desta resposta mostra que, possivelmente, o aluno pode ter calculado os elementos da matriz corretamente, mas inverte as posições das linhas e colunas.
(C)	$E = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	A escolha desta resposta mostra que, possivelmente o aluno pode ter calculado os elementos da matriz corretamente, mas inverte as posições das linhas e colunas.
(D)	$E = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(E)	$E = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	A escolha desta resposta mostra que, possivelmente o aluno pode ter calculado os elementos da matriz corretamente, mas inverte as posições das linhas e colunas.

Habilidade	Expressar algebricamente uma matriz.
MP05	

Questão 2

Uma matriz A pode ser representada algebricamente por $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e seus elementos a_{ij} podem ser representados por expressões algébricas quando $\begin{cases} i = j \\ i \neq j \end{cases}$

Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

A representação algébrica dos elementos da matriz A é

- (A) $a_{ij} = \begin{cases} i - j & \text{se } i = j \\ 2i + j & \text{se } i \neq j \end{cases}$
- (B) $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{se } i = j \\ 3i + j & \text{se } i \neq j \end{cases}$
- (C) $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{se } i = j \\ 3i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$
- (D) $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{se } i = j \\ 2i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$
- (E) $a_{ij} = \begin{cases} i - j & \text{se } i \neq j \\ 2i - j & \text{se } i = j \end{cases}$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a compreensão do aluno quanto à identificação dos elementos que compõe uma matriz.

A matriz $(A)_{3 \times 2}$ em questão possui três linhas e duas colunas e seus elementos podem ser

representados algebricamente por $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{se } i = j \\ 3i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$ e dispostos em uma tabela

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

Verificando os elementos correspondentes da matriz e a condição apresentada temos que

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} = i + j & a_{12} = 3i - j \\ a_{21} = 3i - j & a_{22} = i + j \\ a_{31} = 3i - j & a_{32} = 3i - j \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 + 1 & 3 \cdot 1 - 2 \\ 3 \cdot 2 - 1 & 2 + 2 \\ 3 \cdot 3 - 1 & 3 \cdot 3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

Outra possibilidade de resolução.

Tomando-se como referência os elementos $a_{11} = 2$ e $a_{22} = 4$, fica evidente que quando $i = j$, a expressão algébrica que determina o resultado será dada por: $i + j$, desta forma as alternativas: (B), (C) e (D) atendem a esta condição.

Tomando-se os elementos $a_{12} = 1$, $a_{21} = 5$, $a_{31} = 8$ e $a_{32} = 7$ e verificando na segunda condição apresentada nas alternativas (B), (C) e (D), tem-se que:

Na alternativa (B);

$$\text{Se } i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 3i + j, \text{ então para } \begin{cases} a_{12} = 3 \cdot 1 + 2 = 5 \neq 1 \\ a_{21} = 3 \cdot 2 + 1 = 7 \neq 5 \\ a_{31} = 3 \cdot 3 + 1 = 10 \neq 8 \\ a_{32} = 3 \cdot 3 + 2 = 11 \neq 7 \end{cases}$$

De acordo com os resultados apresentados a expressão acima não determina os elementos apresentados na matriz A.

Na alternativa (C).

$$\text{Se } i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 3i - j, \text{ então para } \begin{cases} a_{12} = 3 \cdot 1 - 2 = 1 \\ a_{21} = 3 \cdot 2 - 1 = 5 \\ a_{31} = 3 \cdot 3 - 1 = 8 \\ a_{32} = 3 \cdot 3 - 2 = 7 \end{cases}$$

Verifica-se que os elementos $a_{ij} = 3i - j$, correspondem aos valores indicados na matriz A.

Na alternativa (D)

$$\text{se } i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 2i - j, \text{ então para } \begin{cases} a_{12} = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \neq 1 \\ a_{21} = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \neq 5 \\ a_{31} = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \neq 8 \\ a_{32} = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \neq 7 \end{cases}$$

De acordo com os resultados apresentados a expressão acima não determina os elementos apresentados na matriz A.

Na alternativa (E).

Não temos condições de representar numericamente a matriz solicitada pela condição:

$$a_{ij} = \begin{cases} i - j & \text{se } i \neq j \\ 2i - j & \text{se } i = j \end{cases}$$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$a_{ij} = \begin{cases} i - j & \text{se } i = j \\ 2i + j & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não realizou corretamente os cálculos para verificar se os elementos a_{ij}, correspondem aos valores indicados na matriz A, neste caso a matriz A é representada pelos valores: $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 0 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$
(B)			Possivelmente o aluno não realizou corretamente os cálculos para verificar se os elementos a_{ij}, correspondem aos valores indicados na matriz A, neste caso a matriz A é representada pelos valores: $A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 4 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$
(C)	$a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{se } i = j \\ 3i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)			Possivelmente o aluno não realizou corretamente os cálculos para verificar se os elementos a_{ij} correspondem aos valores indicados na matriz A, neste caso a matriz A é representada pelos valores: $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$
(E)	$a_{ij} = \begin{cases} i - j & \text{se } i \neq j \\ 2i - j & \text{se } i = j \end{cases}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não realizou os cálculos para verificar os elementos a_{ij}, da matriz A, e escolhe aleatoriamente a resposta.

Habilidade	Identificar a matriz que representa uma situação problema.
MP06	

Questão 3

Josefa preparou três tipos distintos de sanduíches usando três ingredientes (A, B e C) em proporções variadas, conforme a tabela 1. Os preços unitários dos ingredientes constam da tabela 2.

Sanduíche	Ingredientes		
	A	B	C
Tipo 1	3	6	1
Tipo 2	4	4	2
Tipo 3	2	3	1

Tabela 1 – Quantidade de ingredientes por tipo de sanduíche.

Ingredientes	Preço
A	R\$ 1,20
B	R\$ 1,80
C	R\$ 3,20

Tabela 2 – Preço de cada unidade de ingredientes

A matriz que corresponde aos preços dos sanduíches tipo do 1, 2 e 3 será representada por

(A)

$$\begin{pmatrix} 17,60 \\ 18,40 \\ 11,00 \end{pmatrix}$$

(B)

$$\begin{pmatrix} 1,20 \\ 1,80 \\ 3,20 \end{pmatrix}$$

(C)

$$\begin{pmatrix} 10,00 \\ 10,00 \\ 6,00 \end{pmatrix}$$

(D)

$$\begin{pmatrix} 12,00 \\ 18,00 \\ 19,20 \end{pmatrix}$$

(E)

$$\begin{pmatrix} 11,20 \\ 11,80 \\ 9,20 \end{pmatrix}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar se o aluno demonstra conhecimentos no cálculo dos elementos de uma tabela e sua posterior transcrição em matrizes, neste caso ao operar com as tabelas, para determinar o valor de cada sanduíche o aluno realiza uma multiplicação de duas matrizes, sendo que a tabela 1, refere-se a uma matriz 3X3 e a tabela 2, refere-se a uma matriz 3X1 e a matriz que informa o valor de cada sanduíche será composta de três linhas e uma coluna (3X1).

Então, temos que:

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1,20 \\ 1,80 \\ 3,20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1,20 + 6 \cdot 1,80 + 1 \cdot 3,20 \\ 4 \cdot 1,20 + 4 \cdot 1,80 + 2 \cdot 3,20 \\ 2 \cdot 1,20 + 3 \cdot 1,80 + 1 \cdot 3,20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17,60 \\ 18,40 \\ 11,00 \end{pmatrix}$$

Este resultado satisfaz a alternativa **A** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\begin{pmatrix} 17,60 \\ 18,40 \\ 11,00 \end{pmatrix}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
---	--------------------------	---

(B)

$\begin{pmatrix} 1,20 \\ 1,80 \\ 3,20 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e indicou como resposta a matriz que identifica o valor dos ingredientes A, B e C, ou escolheu aleatoriamente esta alternativa.
--	----------------------------	--

(C)

$\begin{pmatrix} 10,00 \\ 10,00 \\ 6,00 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e indicou como resposta a matriz que representa a soma dos ingredientes da Tabela 1, ou escolheu aleatoriamente essa alternativa.
--	----------------------------	--

(D)

$\begin{pmatrix} 12,00 \\ 18,00 \\ 19,20 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e pensou na resolução da seguinte maneira: $\begin{pmatrix} 3 + 6 + 1 = 10 \\ 4 + 4 + 2 = 10 \\ 2 + 3 + 1 = 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1,20 \\ 1,80 \\ 3,20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12,00 \\ 18,00 \\ 19,20 \end{pmatrix}$
---	----------------------------	---

(E)

$\begin{pmatrix} 11,20 \\ 11,80 \\ 9,20 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e pensou na resolução da seguinte maneira: $\begin{pmatrix} 3 + 6 + 1 = 10 \\ 4 + 4 + 2 = 10 \\ 2 + 3 + 1 = 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,20 \\ 1,80 \\ 3,20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,20 \\ 11,80 \\ 9,20 \end{pmatrix}$
--	----------------------------	--

Habilidade	Identificar a matriz que representa uma situação-problema.
MP06	

Questão 4

Na gincana de Matemática da E.E. Processo de Aprendizagem, após cinco rodadas de dois problemas cada, foram obtidas as seguintes pontuações pelas cinco equipes participantes.

Equipe	Acerto	Erro	Pontos	
Pitágoras	8	2	Acerto	3
Euclides	5	5	Erro	-3
Bháskara	9	1		
Einstein	7	3		
Newton	4	6		

A matriz que corresponde ao total de pontos das equipes, será representada por

(A)

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(B)

$$\begin{pmatrix} 18 \\ 0 \\ 24 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

(C)

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

(D)

$$\begin{pmatrix} 16 \\ 25 \\ 9 \\ 21 \\ 24 \end{pmatrix}$$

(E)

$$\begin{pmatrix} 13 \\ 7 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar se o aluno reconhece uma tabela como matriz e utiliza elementos de matrizes para organizar a resolução de situação problema.

Para a resolução da questão utilizaremos novamente a multiplicação entre as duas matrizes, sendo que a primeira tabela representa uma matriz 5X2 e a segunda tabela representa uma matriz 2X1, e o produto será representado por uma matriz 5X1, da seguinte maneira.

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 5 \\ 9 & 1 \\ 7 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \cdot 3 + 2 \cdot (-3) \\ 5 \cdot 3 + 5 \cdot (-3) \\ 9 \cdot 3 + 1 \cdot (-3) \\ 7 \cdot 3 + 3 \cdot (-3) \\ 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 0 \\ 24 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Este resultado satisfaz a alternativa **B** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	O equívoco cometido ao optar por esta alternativa mostra que o aluno, possivelmente subtraiu a quantidade de pontos referentes aos erros, da quantidade de pontos dos acertos, sem considerar os pontos correspondentes.
(B)	$\begin{pmatrix} 18 \\ 0 \\ 24 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)	$\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Para optar por esta resposta o aluno, possível e equivocadamente pode ter considerado a soma das quantidades de acertos e erros, não considerando a pontuação relativa a eles, possivelmente por notar a quantidade de problemas em cada rodada da gincana.
(D)	$\begin{pmatrix} 16 \\ 25 \\ 9 \\ 21 \\ 24 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Ao optar por esta alternativa, o aluno possivelmente leva em conta o produto das quantidades de acertos e erros sem considerar a pontuação a eles atribuída na proposta da questão.
(E)	$\begin{pmatrix} 13 \\ 7 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Ao optar por esta alternativa, o aluno possivelmente leva em conta a soma das quantidades de acertos e erros, e considera equivocadamente a pontuação a relação entre as tabelas.

Habilidade	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
MP07	

Questão 5

Uma loja está fazendo uma promoção para a compra conjunta de dois tipos de eletrodomésticos, de maneira que o consumidor interessado paga:

- ▶ R\$ 590,00 por um forno de micro-ondas e um aspirador de pó;
- ▶ R\$ 1.300,00 por um forno de micro-ondas e uma geladeira;
- ▶ R\$ 1.250,00 por um aspirador de pó e uma geladeira.

Denominando por x o preço do forno de micro-ondas, y o preço do aspirador de pó, e z o preço da geladeira, podemos estabelecer um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas, que pode ser representado pela matriz:

(A)

$$\begin{pmatrix} 1 & 590 & 590 \\ 1 & 1300 & 1300 \\ 1 & 1250 & 1250 \end{pmatrix}$$

(B)

$$\begin{pmatrix} 1 & 590 & 1 \\ 1 & 1300 & 1 \\ 1 & 1250 & 1 \end{pmatrix}$$

(C)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 590 \\ 1 & 0 & 1 & 1300 \\ 0 & 1 & 1 & 1250 \end{pmatrix}$$

(D)

$$\begin{pmatrix} 590 & 1 & 1 & 0 \\ 1300 & 0 & 1 & 1 \\ 1250 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(E)

$$\begin{pmatrix} 590 & 0 & 1 & 1 \\ 1300 & 1 & 0 & 0 \\ 1250 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é demonstrar a habilidade do estudante em identificar, um sistema de equações lineares em uma situação problema e transcrevê-lo em notação matricial.

Desta forma, o sistema de equações lineares que representa a situação problema será indicado por:

$$\begin{cases} x + y = 590 \\ x + z = 1300 \\ y + z = 1250 \end{cases}$$

E a matriz que representa o sistema de equações será:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 590 \\ 1 & 0 & 1 & 1300 \\ 0 & 1 & 1 & 1250 \end{pmatrix}$$

Este resultado satisfaz a alternativa **C** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\begin{pmatrix} 1 & 590 & 590 \\ 1 & 1300 & 1300 \\ 1 & 1250 & 1250 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado do problema e escolheu aleatoriamente esta alternativa.
(B)	$\begin{pmatrix} 1 & 590 & 1 \\ 1 & 1300 & 1 \\ 1 & 1250 & 1 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado do problema e escolheu aleatoriamente esta alternativa.
(C)	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 590 \\ 1 & 0 & 1 & 1300 \\ 0 & 1 & 1 & 1250 \end{pmatrix}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)	$\begin{pmatrix} 590 & 1 & 1 & 0 \\ 1300 & 0 & 1 & 1 \\ 1250 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tenha compreendido o objetivo da questão, porém deve ter se enganado na atribuição das variáveis para cada equação linear que compõe o sistema e consecutivamente representou erroneamente a matriz solicitada.
(E)	$\begin{pmatrix} 590 & 0 & 1 & 1 \\ 1300 & 1 & 0 & 0 \\ 1250 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tenha compreendido o objetivo da questão, porém deve ter se enganado na atribuição das variáveis para cada equação linear que compõe o sistema e consecutivamente representou erroneamente a matriz solicitada.

Habilidade	Relacionar um sistema de equações lineares à matriz correspondente.
MP07	

Questão 6

Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$$

Seja A uma matriz de ordem 3X4 que representa o sistema dado, então a matriz 3·A, será representada por:

(A)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

(B)

$$\begin{bmatrix} 11 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(C)

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 & 22 \\ 8 & 6 & 4 & 0 \\ 6 & 2 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

(D)

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 & 22 \\ 8 & -6 & 4 & 0 \\ 6 & 2 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

(E)

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 & 9 & 33 \\ 12 & -9 & 6 & 0 \\ 9 & 3 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

CORREÇÃO COMENTADA

Dado o sistema:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$$

A matriz $A_{(3 \times 4)}$ dos coeficientes do sistema linear será representada por:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

e por consequência $2 \cdot A$ será representado por:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 22 \\ 8 & -6 & 4 & 0 \\ 6 & 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

A matriz resultante, satisfaz a alternativa **D** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno efetuou a transcrição do sistema para a representação matricial, esquecendo-se de multiplicar por 2 os elementos desta matriz.

(B)

$$\begin{bmatrix} 11 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado e transcreveu aleatoriamente os elementos do sistema para notação matricial.

(C)

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 & 22 \\ 8 & 6 & 4 & 0 \\ 6 & 2 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo da questão, efetuou o produto, não considerando o sinal negativo de alguns elementos da matriz A.

(D)

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 & 22 \\ 8 & -6 & 4 & 0 \\ 6 & 2 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(E)

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 & 9 & 33 \\ 12 & -9 & 6 & 0 \\ 9 & 3 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno compreendeu o objetivo da questão, mas não se atenta ao produto desta resposta.

Habilidade	Calcular determinantes de 3ª ordem.
MP08	

Questão 7

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Então o determinante da matriz A, será

(A) $\det A = -18$.

(B) $\det A = -15$.

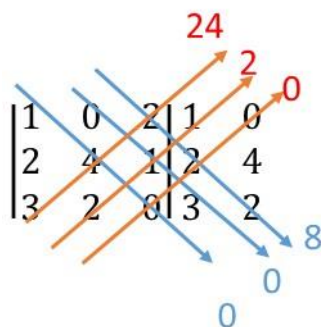
(C) $\det A = -5$.

(D) $\det A = 18$.

(E) $\det A = 5$.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo principal a aplicação direta do método de Sarrus, para obtenção do determinante da matriz solicitada, conforme segue.



$$\text{Então } \det A = 8 - 26 = -18$$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$\det A = -18.$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
-----------------	--------------------------	---

(B)

$\det A = -15.$	Resposta incorreta.	O aluno possivelmente, enganou-se ao aplicar o algoritmo, somando os elementos ao invés de multiplicar, obtendo a soma 15 para os elementos que seguem a diagonal secundária e 17 para a diagonal principal e efetuou a diferença entre eles.
-----------------	----------------------------	---

(C)

$\det A = -5.$	Resposta incorreta.	O aluno possivelmente enganou-se ao aplicar o algoritmo, repetindo os elementos da segunda e terceira colunas, e somando seus elementos, obtendo a diferença ($13 - 18 = -5$).
----------------	----------------------------	--

(D)

$\det A = 18.$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno aplicou corretamente o algoritmo, porém, deve ter efetuado a diferença entre 26 e 8.
----------------	----------------------------	--

(E)

$\det A = 5.$	Resposta incorreta.	O aluno possivelmente enganou-se ao aplicar o algoritmo, repetindo os elementos da segunda e terceira colunas, somando seus elementos e calculando a diferença entre 13 e 18.
---------------	----------------------------	---

Habilidade	Calcular determinantes de 3ª ordem.
MP08	

Questão 8

Dado o sistema de equações
$$\begin{cases} 2x = 0 \\ x + 4y = 0 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

Podemos representa-lo por uma matriz de 3ª ordem (3X3), o determinante desta matriz é:

- (A) -48.
 - (B) 0.
 - (C) 32.
 - (D) 48.**
 - (E) -32.
-

CORREÇÃO COMENTADA

A matriz que representa o sistema de equações será dada por: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

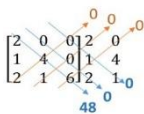
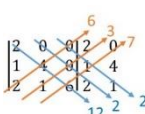
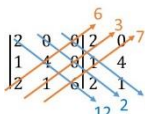
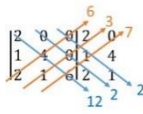
e o determinante da matriz é calculado da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Blue arrows (down-right): $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$
Orange arrows (up-right): $0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

$$\text{então } \det A = 48 - 0 = 48$$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)			
	-48.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno encontrou os valores corretos, conforme o algoritmo, porém enganou-se ao calcular a diferença entre as diagonais principal e secundária. $\det A = 0 - 48 = -48$ 
(B)			
	0.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao aplicar o algoritmo efetuou a soma dos elementos ao invés de aplicar o produto entre eles, da seguinte maneira: $\det A = 16 - 16 = 0$ 
(C)			
	32.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao aplicar o algoritmo efetuou a soma dos elementos que seguem as diagonais principal e da secundária da seguinte maneira: $\det A = 16 + 16 = 32$ 
(D)			
	48	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(E)			
	-32.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno ao aplicar o algoritmo efetuou a soma dos elementos das diagonais, porém invertendo os sinais. $\det A = -16 - 16 = -32$ 

Habilidade	Resolver sistemas de equações lineares.
MP09	

Questão 9

A solução do sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases}$ será dada pelo par ordenado:

(A) $S = \{(3, -1)\}$

(B) $S = \{(-1, 3)\}$

(C) $S = \{(-5, 6)\}$

(D) $S = \{(2, 3)\}$

(E) $S = \{(11, 3)\}$

Esta questão tem como objetivo verificar se o aluno consegue aplicar corretamente, um dos métodos que são aplicados, quando da resolução de sistemas lineares, tais métodos referem-se ao método do escalonamento ou utilizando a regra de Cramer, para resolução de sistemas lineares.

Existem algumas opções quando da utilização de um ou outro método, no sentido em que o método do escalonamento, o aluno se vê obrigado a avaliar possibilidades e escolher estratégias, adotando, dessa forma, uma postura que o remete à mobilização de habilidades mais elaboradas e valorizadas na aprendizagem matemática.

Enquanto que no método de Cramer o aluno segue uma rotina determinada, ou seja, a montagem e cálculo dos determinantes e a posterior divisão entre eles.

Sabendo-se disto encaminharemos a resolução do referido sistema de equações utilizando ambos os métodos.

► *Resolução utilizando o método do escalonamento:*

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 & 11 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{3}{2}L_1 + L_2} \begin{bmatrix} 2 & -5 & 11 \\ 0 & \frac{27}{2} & -\frac{27}{2} \end{bmatrix}$$

A última linha da matriz nos fornece a equação:

$$\frac{27}{2}y = -\frac{27}{2} \Rightarrow y = -1$$

Substituindo o valor de y na equação: $2x - 5y = 11$, tem-se que:

$$x = \frac{5 \cdot (-1) + 11}{2} = \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = 3 \therefore S = \{(3, -1)\}$$

► *Resolução utilizando o método de Cramer.*

No caso do sistema indicado na questão, não é possível utilizar tal método, pois ele é utilizado apenas em sistemas de lineares quadrados, isto é, para sistemas com incógnitas em mesmo número, passa pela resolução de alguns determinantes formados pelos coeficientes das incógnitas e/ou pelos termos independentes.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$S = \{(3, -1)\}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	$S = \{(-1, 3)\}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno efetuou corretamente todas as passagens para determinar os valores das incógnitas, porém, inverteu os valores de x e y.
(C)	$S = \{(-5, 6)\}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas os coeficientes da segunda variável, contidas nas equações que compõe o sistema linear, isto mostra que o aluno ainda não compreendeu o processo de resolução de sistemas lineares.
(D)	$S = \{(2, 3)\}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas os coeficientes da primeira variável, contidas nas equações que compõe o sistema linear, isto mostra que o aluno ainda não compreendeu o processo de resolução de sistemas lineares.
(E)	$S = \{(11, 3)\}$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas os valores independentes das equações que compõe o sistema linear, isto mostra que o aluno ainda não compreendeu o processo de resolução de sistemas lineares.

Habilidade	Resolver sistemas de equações lineares.
MP09	

Questão 10

O sistema linear, com três equações e três incógnitas $\begin{cases} 2a - b + c = 3 \\ a + 2b - c = 2 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$

A solução deste sistema é dada pelo termo ordenado

- (A) (1, 2, 3).
- (B) (2, 1, 3).
- (C) (2, 2, 2).
- (D) (3, 2, 1).
- (E) (3, 1, 2).

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar a estratégia de raciocínio mobilizada pelo aluno ao resolver um sistema de equações.

Do sistema:
$$\begin{cases} 2a - b + c = 3 \\ a + 2b - c = 2 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$$
 obtém-se a matriz completa formada pelos coeficientes das

incógnitas e pelos termos independentes das três equações, conforme segue:

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} L_3 \\ L_1 \end{array}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2L_2+L_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-L_1+L_2} \\ \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \\ 0 & -5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{5L_2+L_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -7 & -21 \end{pmatrix}$$

A última linha da matriz nos fornece a equação: $-7c = -21 \Rightarrow c = \frac{-21}{-7} = 3$

Substituindo o valor encontrado para “c” na equação da segunda linha da matriz final, temos:

$$b - 2c = -4 \Rightarrow b - 2 \cdot 3 = -4 \Rightarrow b = -4 + 6 \Rightarrow b = 2$$

Se $a + b + c = 6$ e $b = 2$ e $c = 3$, temos que $a = 1$

Então o terno ordenado será: (1,2,3).

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

(1, 2, 3).	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
------------	--------------------------	---

(B)

(2, 1, 3).	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno efetuou corretamente todas as passagens para determinar os valores das incógnitas, porém, não estabeleceu corretamente os valores das incógnitas a, b e c.
------------	----------------------------	--

(C)

(2, 2, 2).	Resposta incorreta.	Com base na terceira equação do sistema $a + b + c = 6$, o aluno possivelmente admite como solução do sistema a terna (2, 2, 2).
------------	----------------------------	---

(D)

(3, 2, 1).	Resposta incorreta.	Para assinalar esta resposta, o aluno, possivelmente tenha calculado corretamente os valores de a, b e c, porém deve tê-los anotado na sequência em que foram calculados, como se pode observar na solução comentada.
------------	----------------------------	---

(E)

(3, 1, 2).	Resposta incorreta.	Para assinalar esta resposta, o aluno, possivelmente tenha calculado corretamente os valores de a, b e c, porém não faz a correspondência correta a seus resultados.
------------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.
MP10	

Questão 11

Uma papelaria recebeu um lote especial de cadernos, canetas e lapiseiras e fez a seguinte promoção:

Kit	Preço
Kit 1: 1 Caderno + 1 Caneta	R\$ 15,00
Kit 2: 1 Caderno + 1 Lapiseira	R\$ 13,00
Kit 3: 1 Caneta + 1 Lapiseira	R\$ 12,00

Mantendo os mesmos preços da promoção, um novo kit com 1 caderno, 1 lapiseira e 1 caneta, deverá custar:

- (A) R\$ 13,00
- (B) R\$ 16,00
- (C) R\$ 20,00**
- (D) R\$ 28,00
- (E) R\$ 40,00

Na resolução de situações problemas, o primeiro fator a ser considerado é a verificação da capacidade de realizar a devida conversão de um registro em linguagem materna para outro registro de representação, no caso a utilização de um sistema de equações lineares.

Na questão proposta, ao transcrever os dados do problema em linguagem algébrica, o aluno perceberá que há três incógnitas, que denominaremos x , para representar a quantidade de lapiseiras, y para a quantidade de canetas e z para a quantidade de cadernos, que resultam no sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} y + z = 15 \\ x + z = 13 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Existem vários processos para encaminhar a resolução do sistema, demonstraremos a resolução a partir de alguns processos de resolução.

1- Método da Substituição:

$$\begin{cases} y + z = 15 \Rightarrow y = 15 - z \text{ (I)} \\ x + z = 13 \Rightarrow x = 13 - z \text{ (II)} \\ x + y = 12 \text{ (III)} \end{cases}$$

Substituindo a equação (I) e (II) na equação (III), temos que:

$$(13 - z) + (15 - z) = 12$$

$$-2z + 28 = 12$$

$$-2z = 12 - 28$$

$$-2z = -16$$

$$z = \frac{-16}{-2} = 8$$

Substituindo o valor de z na equação (I), temos que: $y + 8 = 15 \Rightarrow y = 15 - 8 = 7$

Substituindo o valor de z na equação (II), temos que: $x + 8 = 13 \Rightarrow x = 13 - 8 = 5$

Então temos que o preço de 1 lapiseira e 1 caneta e 1 caderno será determinado pela soma: $8 + 7 + 5 = 20$, então o valor do novo kit será de R\$ 20,00.

2- Método do escalonamento:

Seja a matriz: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 13 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{bmatrix}$ representadas pelos coeficientes das incógnitas e dos termos

independentes, das três equações, conforme segue:

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 13 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 - L_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 13 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 + L_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 2 & 16 \end{bmatrix}$$

A partir da obtenção da última matriz, verifica-se que $2z = 16$, então $z = 8$.

Substituindo o valor de z, na 2ª linha desta matriz, verifica-se que $x + 8 = 13$, então $x = 5$

Substituindo o valor de z, na 1ª linha da matriz, verifica-se que $y + 8 = 15$, então $y = 7$.

3- Regra de Cramer:

Seja a matriz: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 13 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{bmatrix}$ representadas pelos coeficientes das incógnitas e dos termos

independentes, das três equações, conforme segue:

Seja Δ o determinante da matriz representada pelos coeficientes das equações lineares, então temos:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 15 & 1 & 1 \\ 13 & 0 & 1 \\ 12 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 10 \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 0 & 15 & 1 \\ 1 & 13 & 1 \\ 1 & 12 & 1 \end{vmatrix} = 14 \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & 13 \\ 1 & 1 & 12 \end{vmatrix} = 16 \therefore z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{16}{2} = 8$$

4- Adição das equações do sistema.

Se somarmos todas as equações do sistema obtemos a seguinte igualdade:

$$(y+z) + (x+z) + (x+y) = 15 + 13 + 12 = 40$$

donde

$$2(x + y + z) = 40$$

Portanto, $x + y + z = 20$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

R\$ 13,00	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pode ter chegado a esse valor aproximado, considerando a soma R\$ 40,00 dividida pelos três objetos do novo kit.
-----------	----------------------------	--

(B)

R\$ 16,00	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta considerando que o valor de um kit com os três objetos deve ser maior que o valor de cada um dos kits.
-----------	----------------------------	--

(C)

R\$ 20,00	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
-----------	--------------------------	--

(D)

R\$ 28,00	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta somando todos os valores dos dois primeiros kits, onde aparece o caderno.
-----------	----------------------------	---

(E)

R\$ 40,00	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta somando todos os valores dos kits.
-----------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas envolvendo sistema de equações lineares.
MP10	

Questão 12

Duas locadoras de automóveis A e B estipulam a remuneração de seus serviços da seguinte maneira:

- ▶ Locadora A: valor fixo de R\$ 80,00 mais R\$ 1,20 por quilometro rodado;
- ▶ Locadora B: valor fixo de R\$ 120,00 mais R\$ 1,00 por quilometro rodado.

Com base nesses dados, o valor a ser pago às locadoras A e B pelo aluguel de um veículo que rodou 140 km é

- (A) R\$ 80,00 e R\$ 120,00.
- (B) R\$ 81,00 e R\$ 121,20.
- (C) R\$ 81,20 e R\$ 121,00.
- (D) R\$ 168,00 e R\$ 140,00.
- (E) R\$ 248,00 e R\$ 260,00.**

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo desta questão resume-se na escrita das duas equações que compõe o sistema e substituir a quilometragem solicitada para se calcular o valor solicitado.

Desta forma o sistema de equações será indicado por:

$$\begin{cases} V_A = 80 + 1,20x \\ V_B = 120 + 1,00x \end{cases}$$

Sendo V o valor a ser pago pela locação e x a quantidade de quilômetros rodados.

Desta forma, os valores a serem pagos nas duas locadoras, para 140 km será de

$$\begin{cases} V_A = 80 + 1,20x = 80 + 1,20 \cdot 140 = 80 + 168 = 248 \\ V_B = 120 + 1,00x = 120 + 1,00 \cdot 140 = 120 + 140 = 260 \end{cases}$$

Portanto na Locadora A o custo da locação será de R\$ 248,00 e na Locadora B o custo da locação será de R\$ 260,00.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	R\$ 80,00 e R\$ 120,00.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerando o enunciado da questão indicou apenas os valores fixos de cada locadora, sem levar em conta os quilômetros rodados; ou escolheu aleatoriamente a resposta.
(B)	R\$ 81,00 e R\$ 121,20.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e indicou os valores informados no enunciado, o que indica uma resposta aleatória.
(C)	R\$ 81,20 e R\$ 121,00.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou como resposta apenas a soma dos valores do quilometro rodado e da quilometragem em cada locadora, ou seja: Locadora A: $80,00 + 1,20 = \text{R\$ } 81,20$ e na Locadora B: $120,00 + 1,00 = \text{R\$ } 121,00$
(D)	R\$ 168,00 e R\$ 140,00.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou como resposta apenas o produto do valor do quilometro rodado e da quilometragem em cada locadora, ou seja, efetuou apenas os seguintes cálculos: Locadora A: $1,20 \cdot 140 = \text{R\$ } 168,00$ e na Locadora B: $1,00 \cdot 140 = \text{R\$ } 140,00$.
(E)	R\$ 248,00 e R\$ 260,00.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional - CEFAF

Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Autoria, Leitura crítica e validação do material

Adriana Santos Morgado, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione.

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Leitura crítica e validação do material de Matemática

Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.