GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

2ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
3º Bimestre de 2016
13ª Edição

Apresentação

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, terão como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas na plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui, além das informações sistematizadas no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – e agora também com previsão de incorporação à Plataforma Foco Aprendizagem, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica - CGEB

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional - CIMA

Habilidades da Matriz Processual de Matemática - CGEB
3º Bimestre

Questão	Código da Habilidade	Descrição da Habilidade
01 02	MP11	*Identificar a probabilidade como uma razão.*
03 04	MP12	*Expressar uma probabilidade na forma percentual.*
05 06	MP13	*Calcular a probabilidade simples da ocorrência de um evento.*
07 08	MP14	*Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo da contagem.*
09 10 11	MP15 e MP16	*Resolver problemas de análise combinatória, que envolvam arranjos simples e /ou combinações.*
12 Anulada	MP17	*Identificar a regularidade na construção do Triângulo de Pascal.*

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avaliação - SARESP
Foco Aprendizagem

Questão	Cod. Hab. / Ano	Descrição
13	H37 9º Ano	*Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.*
14	H17 3ª Série - EM	*Identificar a localização de números reais na reta numérica.*
15	H27 3ª Série - EM	*Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).*

Gabarito

	A	B	C	D	E
01	○	○	○	●	○
02	○	○	●	○	○
03	○	○	●	○	○
04	○	○	○	●	○
05	○	●	○	○	○
06	○	●	○	○	○
07	○	○	○	○	●
08	○	○	●	○	○
09	○	○	○	○	●
10	○	○	●	○	○
11	○	○	○	○	●
12	○	○	○	○	○
13	○	○	●	○	○
14	○	○	○	○	●
15	●	○	○	○	○

Comentários e recomendações pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 3º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de referência para a Avaliação – SARESP.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. ***(MP11) – Identificar a probabilidade como uma razão.***

Apresentar o cálculo de probabilidades sem a exigência de raciocínio combinatório significa priorizar o fato de que podemos expressar a chance de ocorrência de um evento por intermédio de uma razão entre dois valores: a parte e o todo. O numerador dessa razão coincide com o número de resultados esperados para o experimento, enquanto o denominador coincide com o número de resultados possíveis, todos eles considerados igualmente prováveis.

2. ***(MP12) – Expressar uma probabilidade na forma percentual.***

Uma razão entre dois valores, pode ser expressa na língua materna por intermédio de uma fração, cujo denominador é 100, ou seja, através de um dado percentual, por exemplo, em uma classe de 40 alunos, se qualquer um tem uma chance em quarenta de ser sorteado, precisamos formalizar essa condição, que expressamos na língua materna por intermédio de uma fração $\frac{1}{40}$, que pode ser representado por uma porcentagem, 2,5%.

Desta forma, os alunos da 2ª série do Ensino Médio o terreno preparado para o estudo formalizado das probabilidades, desde que os casos a eles apresentados não envolvam, inicialmente, raciocínio combinatório.

3. *(MP13) – Calcular a probabilidade simples da ocorrência de um evento.*

Problemas envolvendo raciocínio combinatório são, na maioria das vezes, resolvidos por intermédio de uma adição ou de uma multiplicação, embora quase sempre a escolha pela multiplicação, seja a mais aconselhável, já que envolve raciocínio mais elaborado e eficiente.

A solução de situações-problema envolvendo simultaneamente raciocínio combinatório e cálculo de probabilidades costuma acarretar dificuldades maiores do que aquelas em que se aplicam esses conteúdos de maneira independente. Entre as diversas justificativas possíveis, podemos enunciar o fato de que as características conjuntas desses conteúdos impedem que os problemas sejam facilmente agrupados em tipos padrão, de maneira que resolver um deles sempre passe pela mobilização da estratégia de raciocínio que o associa a algum anteriormente resolvido e compreendido, como ocorre, mais facilmente, com problemas de outros grupos de conteúdos matemáticos.

4. *(MP14) – Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo da contagem.*

Uma adição de **n** parcelas iguais a **p** pode ser representada pelo produto **n · p.** Muitas são as situações-problemas resolvidas por intermédio de uma adição desse tipo. Outras adições não formadas por parcelas iguais, também podem ser expressas por intermédio de um produto, como é o caso de 5 + 4 + 3 + 2 + 1, que é igual a (6 · 5) ÷2 = 15, tal ordenação é chamada de princípio multiplicativo, que é válida apenas no interior princípio aditivo.

Em notação matemática isso seria o mesmo que considerarmos, que determinada atividade pode ser realizada em duas etapas, ou seja, de m e nas maneiras distintas, o total de possibilidades será dado pelo produto de m por **n** (m x n).

5. *(MP15) – Resolver problemas de arranjos simples.*

No Ensino Médio, muitos cursos abandonam a ideia da representação da solução por meio das árvores e passam a priorizar a classificação dos problemas em alguns tipos: permutação, arranjos e combinações que, segundo essa opção didática, podem ser resolvidos a partir da aplicação de fórmulas matemáticas.

Considerando que o ensino de análise combinatória e probabilidades a partir desse enfoque deixa de favorecer a diversidade de estratégias de resolução e, consequentemente, de percursos de aprendizagem, uma vez que a representação da solução do problema por intermédio de desenhos, diagramas e/ou tabelas é um dos comportamentos heurísticos reconhecidos como um dos mais importantes a serem mobilizados pelos estudantes quando enfrentam situações que são de fato problemas.

6. *(MP16) – Resolver problemas de combinações.*

A impossibilidade de padronização exige, mais do que em outros casos, que os alunos mobilizem diversas estratégias de raciocínio. Portanto cabe ao professor estimular a resolução de diversos problemas de análise combinatória e probabilidades com o foco voltado para o tipo de raciocínio exigido, em vez da clássica separação em problemas típicos, baseada no tipo de operação matemática envolvida.

Para a matriz de referência da avaliação de Matemática, consideramos a união das duas habilidades destacadas nos itens 5 e 6, pelo motivo de não particularizar o desenvolvimento de cada habilidade e sim o desenvolvimento do conhecimento, relativo ao tratamento dos problemas de Análise Combinatória.

7. *(MP17) – Identificar a regularidade na construção do Triângulo de Pascal.*

Um cálculo de probabilidades sempre está associado a um “sim” e a um “não”, ou a um “sucesso” e a um “fracasso”, sem, todavia, que esses aspectos sejam expressos por probabilidades iguais. Em outras palavras, nem sempre há 50% de chance para o “sim” e 50% para o “não”, como no caso da face observada no lançamento de uma moeda em que o “sim” pode ser coroa e o “não” pode ser cara.

Para o comprador de um número de uma rifa, em um total de 200, o “sim” é 0,5% e o “não” é 99,5%. O que ocorre com o cálculo de probabilidades de eventos que se repetem **n** vezes sob as mesmas condições, isto é, situações em que “sim” ou “não” são esperados, cada um, mais de uma vez, como no caso do lançamento de quatro dados, com o objetivo de se conseguir duas vezes o número seis na face superior? A resolução desse tipo de problema pode ser associada ao desenvolvimento de um binômio do tipo **[(sim) + (não)]n**, de modo que, assim procedendo, estamos atribuindo significado real à busca do termo geral do Binômio de Newton, bem como aos elementos das linhas do Triângulo de Pascal.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.[1]

- ***H37 (9º Ano) – Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.***

No terceiro bimestre do 9º ano, os alunos terão contato com as razões trigonométricas do triângulo retângulo e revisitaram esse assunto no primeiro bimestre da 2ª série do E.M, demonstrando que a consolidação das razões trigonométricas se faz necessária.

- ***H17 (3ª Série - EM) – Identificar a localização de números reais na reta numérica.***

Para a construção de gráficos das funções trigonométricas, o aluno necessita identificar e localizar números reais na reta numérica, principalmente o número irracional pi.

- ***H27 (3ª Série - EM) – Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).***

O estudo de trigonometria na 2ª série do EM, que foca a trigonometria no ciclo trigonométrico, requer que os alunos saibam resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
>
> (BRASIL, 2000, p. 54)

---

[1] Fonte: http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br – acesso: 27/11/2015

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

1. Questões referentes às habilidades da Matriz de Avaliação Processual - CGEB

Habilidade	Identificar a probabilidade como uma razão.
MP11	

Questão 01

Fácil

Os alunos da turma do 9º A, distribuem-se por idade e por sexo, de acordo com a tabela a seguir:

	14 anos	*15 anos*	*16 anos*
Masculino	10	4	2
Feminino	09	3	2

Será sorteado um estudante da turma ao acaso, para ser líder da sala.

A probabilidade de que este tenha 16 anos é de

(A) $\frac{8}{15}$

(B) $\frac{7}{15}$

(C) $\frac{7}{30}$

(D) $\mathbf{\frac{2}{15}}$

(E) $\frac{2}{30}$

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno sobre a relação entre o conceito de fração e o conceito de probabilidade.

Probabilidade – "chance de um evento ocorrer", em regra representada por:

$p = \frac{\text{n° de casos favoráveis}}{\text{n° de casos possíveis}}$ *, numa relação parte todo, na forma de uma razão, de um decimal ou de porcentagem.*

No problema, o total de alunos da turma é 30 (n° de casos possíveis), incluindo-se os estudantes de todas as idades, a partir do que será escolhido aleatoriamente um estudante de 16 anos entre todos.

Sendo 4 (n° de casos favoráveis), os alunos com 16 anos na turma, a probabilidade de se escolher ao acaso um aluno dessa idade será dada pela possibilidade de 4 alunos entre 30, da turma.

Representada por $p = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

Portanto, resposta correta: alternativa **D**.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$\frac{8}{15}$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente soma as quantidades dos estudantes masculinos em todas as idades, provavelmente induzido pelo termo "um estudante" $\left(\frac{16}{30} = \frac{8}{15}\right)$.
(B)	$\frac{7}{15}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente considera a soma de todos os estudantes do sexo feminino, não levando em conta as idades $\left(\frac{14}{30} = \frac{7}{15}\right)$
(C)	$\frac{7}{30}$	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente considera, equivocadamente os 7 alunos de quinze anos.
(D)	$\frac{2}{15}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.**

		Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(E)	$\frac{2}{30}$	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno possivelmente considera apenas dois estudantes masculinos ou femininos.

Habilidade MP11	Identificar a probabilidade como uma razão.

Questão 02

Médio

Observe a tabela com as quantidades de peças de formatos e cores diferentes que foram colocadas em uma caixa.

	Triangulares	Circulares	Retangulares	Total
Brancas	12	10	6	**28**
Pretas	15	11	7	**33**
Amarelas	8	9	2	**19**
Total	**35**	**30**	**15**	**80**

Retirando ao acaso uma das peças dessa caixa, a probabilidade de que a peça seja branca e triangular é de

(A) 35,00 %.

(B) 34,28 %.

(C) 15,00 %.

(D) 12,50 %

(E) 7,50 %.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a compreensão do aluno sobre a relação entre o conceito de porcentagem e o conceito de probabilidade.

A partir dos dados registrados na tabela de dupla entrada do problema observa-se que há 12 peças brancas e triangulares entre as 80 peças existentes na caixa.

Assim, $p = \frac{12}{80} = \frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\%$

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	35,00 %.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente considera equivocadamente o total de peças brancas em relação ao total. $\left(p = \frac{28}{80} = \frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\%\right)$
(B)	34,28 %.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente considera as 12 peças brancas e triangulares com o total de peças triangulares. $\left(p = \frac{12}{35} \cong 0{,}3428 \cong 34{,}28\%\right)$
(C)	**15,00 %.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	12,50 %	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno equivocadamente considera as peças brancas e circulares em relação ao total, $\left(p = \frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}50\%\right)$
(E)	7,50 %.	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno possivelmente pode ter considerado as peças brancas e retangulares em relação ao total $\left(p = \frac{6}{80} = \frac{3}{40} = 0{,}075 = 7{,}5\%\right)$

Habilidade	Expressar uma probabilidade na forma percentual.
MP12	

Questão 03

Difícil

Em um colégio há 900 estudantes. Destes, 45% são rapazes e apenas 20% deles têm idade igual ou menor que 16 anos. Já entre as moças, a porcentagem de estudantes maiores de 16 anos é 60%. Sorteando um dos estudantes dessa escola, a probabilidade de que seja um rapaz com idade acima de 16 anos é

(A) 80%.

(B) 65%.

(C) 36%.

(D) 33%.

(E) 22%.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade de calcular a probabilidade em uma situação problema.

A resolução dessa questão requer competências relacionadas à leitura, escrita e a compreensão das condições expressas no enunciado que podem ser organizadas em uma tabela.

Idade	Rapazes	Probabilidade	Moças	Probabilidade	Total
≤16 anos	20% = 81	9%	40% = 198	22%	279
>16 anos	80% = 324	$\frac{324}{900}$ = 36%	60% = 297	33%	621
Total	45% 405		55% 495		900

Então, a probabilidade de que seja sorteado um rapaz com idade acima de 16 anos é dada por $\frac{324}{900} = 0,36 = 36\%$

Portanto, ***C*** *é a alternativa correta.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	80%.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente adiciona as porcentagens que expressam as idades explicitas no enunciado (60% + 20%).
(B)	65%.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno adiciona as porcentagens referentes aos rapazes (45% + 20%).
(C)	**36%.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(D)	33%.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera equivocadamente, o sorteio de uma moça com idade maior que 16 anos.

(E)	22%.	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno possivelmente pode ter calculado a porcentagem para o sorteio de uma moça com idade menor ou igual que 16 anos.

Habilidade MP12	**Expressar uma probabilidade na forma percentual.**

Questão 04

Três moedas são lançadas ao mesmo tempo.

Qual é a probabilidade das três moedas caírem com a mesma face para cima?

Médio

(A) 75%

(B) 50%

(C) 37,5%

(D) 25%

(E) 12,5%

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno quanto ao cálculo da probabilidade de um evento.

No lançamento de uma moeda temos duas possibilidades, a de obter cara (c) e a de obter coroa (k).

No lançamento de três moedas simultaneamente temos oito resultados possíveis:

1.	c	c	c
2.	c	c	k
3.	c	k	c
4.	c	k	k
5.	k	k	k
6.	k	k	c
7.	k	c	k
8.	k	c	c

Assim, a probabilidade de acontecerem a mesma face neste lançamento é de duas ocorrências em oito possibilidades.

$$p = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$$

Portanto, **D** é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	75%	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno pode ter considerado 25% para cada moeda, como são três moedas então 75%.
(B)	50%	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera quatro ocorrências em oito possíveis, $\left(\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%\right)$.
(C)	37,5%	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno pode ter considerado equivocadamente que, por serem três moedas, há três possibilidades em oito possíveis, $\left(\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%\right)$.
(D)	**25%**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(E)	12,5%	**Resposta incorreta.** Ao optar por esta resposta, o aluno possivelmente considerou apenas a ocorrência de uma das faces nas oito possibilidades, $\left(\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12.5\%\right)$.

Habilidade MP13	Calcular a probabilidade simples da ocorrência de um evento.

Questão 05

Fácil

Em uma caixa foram colocadas 10 bolas vermelhas, 4 bolas amarelas e 6 bolas azuis.

Pede-se para retirar, sem olhar, uma bola e em seguida colocá-la de volta na caixa.

Nessa condição, a probabilidade de se retirar uma bola azul é de

(A) 50%.

(B) 30%.

(C) 20%.

(D) 10%.

(E) 4%.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao calcular a probabilidade de um evento.

Chamamos de P(A) a probabilidade de se retirar uma bola azul, considerando sua reposição na caixa temos que:

Das vinte bolas colocadas na caixa seis delas são azuis, assim a probabilidade de se retirar uma delas será dada por

$$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}30$$

Portanto, **B** é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	50%.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente pode ter considerado a probabilidade de se retirar uma bola vermelha, (10/20 =1/2 = 0,50 = 50%).
(B)	**30%.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C)	20%.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente considera equivocadamente a probabilidade referente às bolas amarelas, (4/20 = 1/5 = 0,20 = 20%).
(D)	10%.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera como resposta o primeiro número que observa no enunciado

		do problema, o que pode mostrar desconhecimento do conteúdo em questão.

(E)	4%.	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno possivelmente pode ter avaliado as seis bolas azuis em relação às outras dezesseis e equivocadamente ter considerado, $\frac{6}{14} = 0{,}428$ como aproximadamente 4%.

Habilidade	Calcular a probabilidade simples da ocorrência de um evento.
MP13	

Questão 06

Médio

Considere o lançamento de dois dados.

A probabilidade de se obter uma soma igual a quatro, como indica a figura é dada a partir dos pares: (1,3), (2,2) e (3,1).

Com esse raciocínio, a probabilidade de sair a soma 8 é

(A) $\frac{8}{36}$

(B) $\frac{5}{36}$

(C) $\frac{4}{36}$

(D) $\frac{2}{36}$

(E) $\frac{1}{36}$

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno para o cálculo de probabilidade.

É preciso que o aluno saiba o que é par ordenado, espaço amostral, experimento aleatório, evento, etc.

Neste caso, o espaço amostral é constituído por pares ordenados (i, j) em que i = número em um dado e j = número no outro dado.

Deste modo teremos 6 x 6 = 36 pares ordenados possíveis do tipo (i, j) em que i = 1, 2, 3, 4, 5, ou 6, e j = 1, 2, 3, 4, 5, ou 6

j \ i	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	**8**
3	4	5	6	7	**8**	9
4	5	6	7	**8**	9	10
5	6	7	**8**	9	10	11
6	7	**8**	9	10	11	**12**

I + j = 6 + 6 = 12

As somas iguais a (i + j = 8), ocorrerão nos casos: {(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) e (6, 2)}.

Assim, o evento "soma igual a 8" possui 5 elementos.

Logo, a probabilidade de ocorrer "soma 8" será igual $p(A) = \frac{5}{36}$

Portanto, **B** é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$\frac{8}{36}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente pode ter considerado a “soma 8” citada no problema.
(B)	$\frac{5}{36}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C)	$\frac{4}{36}$	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente considera, equivocadamente a “soma 4” dada no exemplo do enunciado.
(D)	$\frac{2}{36}$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera 2 em 36, por se tratar de dois dados.
(E)	$\frac{1}{36}$	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno possivelmente pode ter considerado apenas uma soma em um lançamento.

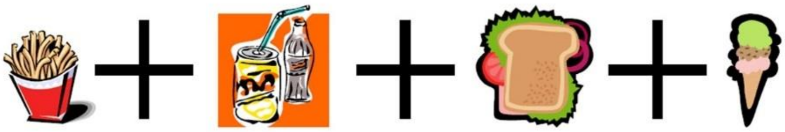
Habilidade MP14	Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo da contagem.

Questão 07

Fácil

OBMEP – Clube da Matemática.

Uma lanchonete oferece no cardápio 3 tamanhos distintos de embalagens com batatas fritas, 5 tipos de bebida, 8 tipos de sanduíche e 3 tipos diferentes de sobremesa.



Ao escolher uma embalagem com batatas fritas, um sanduíche, uma bebida e uma sobremesa, ela poderá realizar:

(A) 15 escolhas distintas.

(B) 24 escolhas distintas.

(C) 72 escolhas distintas.

(D) 120 escolhas distintas.

(E) 360 escolhas distintas.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao organizar as informações para resolver uma situação problema.

- *Como o cardápio dispõe de 3 tamanhos distintos de embalagens com batatas fritas e 5 tipos de bebidas, então para cada tamanho diferente de embalagem com batatas fritas, essa pessoa pode escolher qualquer um dos 5 tipos de bebida. Desse modo, tal pessoa pode escolher a embalagem com batatas e a bebida de* ***15 (3· 5) modos distintos.***
- *Para cada uma dessas 15 opções, a pessoa pode escolher qualquer um dos 8 tipos de sanduíche, obtendo 120 (15· 8) formas distintas de escolha.*
- *Finalmente, para realizar o pedido, ela dispõe de 3 tipos de sobremesa, podemos concluir que o total de possibilidades de escolha será 120 · 3 = 360.*

Observe que essa resposta poderia ser encontrada de imediato, realizando o produto do total de maneiras de selecionar cada componente do pedido, ou seja, $3 \cdot 5 \cdot 8 = 360$.

Portanto, alternativa correta ***E****.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	15 escolhas distintas.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno mostra que compreendeu o enunciado da questão, porém resolveu parcialmente a questão, apresentando apenas a quantidade de opções para batata frita e refrigerantes.
(B)	24 escolhas distintas.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente multiplicou apenas as quantidades de opções para os tipos de sanduíches e sobremesa.
(C)	72 escolhas distintas.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno pode ter cometido o equívoco de associar a cada tipo de sanduíche um único sabor de suco.
(D)	120 escolhas distintas.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno pode ter compreendido a proposta do problema, porém resolveu parcialmente a questão, multiplicando a quantidade de opções referente às embalagens de batatas e bebidas (15) com tipos de sanduíches (8).
(E)	**360 escolhas distintas.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade MP14	Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo da contagem.

Questão 08

Fácil

Gabriel tem em seu guarda roupa dois tipos de calça: lisa e estampada; dois tipos de camisa: de manga comprida e de manga curta; e dois pares de sapato: um marrom e um preto.

Ao escolher uma calça, uma blusa e um par de sapatos, Gabriel pode fazer

(A) 12 combinações.

(B) 9 combinações.

(C) 8 combinações.

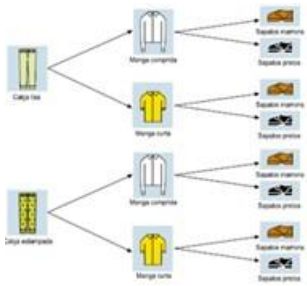
(D) 6 combinações.

(E) 4 combinações.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao trabalhar o raciocínio combinatório e o princípio multiplicativo.
A combinação “calça lisa, blusa de manga comprida e sapatos marrons” é representada por um caminho no diagrama. A outra possibilidade “calça lisa, blusa de manga comprida e sapatos pretos” é representada por outro caminho, conforme indica as setas, e assim por diante.

Dessa forma temos 2 x 2 x 2 = 8 possibilidades de combinações



Portanto, ***C*** *é a alternativa correta.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	12 combinações.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno pode ter considerado três tipos: calça, camisa e sapatos e as quatro possibilidades: manga comprida ou curta e sapatos marrom ou preto; assim, 3 x 4 = 12 combinações.
(B)	9 combinações.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente pode ter considerado os três tipos (calça, camisa e sapatos) com três das características (mangas comprida ou curta e sapatos marrom).
(C)	**8 combinações.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	6 combinações.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera três tipos de peças de vestuário (calça, camisa e sapatos) e duas cores de sapatos; assim, 3 x 2 = 6 combinações.
(E)	4 combinações.	**Resposta incorreta.** Ao optar por essa resposta, o aluno provavelmente pode ter considerado dois tipos de peças de vestuário (calça e camisa) e duas cores de sapatos (marrom e preto), assim 2 x 2 = 4 combinações.

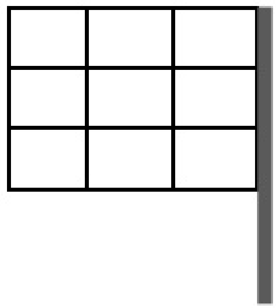
Habilidade MP15/MP16	*Resolver problemas de análise combinatória, que envolvam arranjos simples e /ou combinações.*

Questão 09

Médio

De quantas maneiras distintas podemos colorir a bandeira abaixo com as cores AZUL, BRANCA e VERMELHA, de modo que todas as cores apareçam com mesma área e cada retângulo menor seja pintado com uma mesma cor?

Considere que os 9 retângulos menores são todos iguais.



(A) 20.

(B) 64.

(C) 84.

(D) 104.

(E) 1680.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao trabalhar o raciocínio combinatório e o princípio multiplicativo.

Para uma primeira cor, temos três de nove retângulos para pintar, sem considerar a ordem pela qual eles serão coloridos. Desta forma temos, uma combinação de nove retângulos tomados três a três $(C_{9,3})$.

Escolhido os três primeiros retângulos, sobram seis para escolher três novos retângulos para pintar, ou seja, uma combinação de seis retângulos tomados três a três $(C_{6,3})$.

Sobram apenas três retângulos para a outra cor (não temos escolhas)

Pelo Princípio Multiplicativo (se um evento ocorre em sucessivas etapas o total de possibilidades de ocorrência desse evento é determinado pelo produto das possibilidades de cada etapa), multiplicam-se esses resultados.

$C_{9,3} \times C_{6,3} = 84 \times 20 = 1680$

*Portanto, **E** é a alternativa correta.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	20.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, o aluno calculou somente a combinação $C_{6,3}$.
(B)	64.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, o aluno calculou somente às combinações corretamente, não aplicando o princípio multiplicativo e sim subtraiu os resultados.
(C)	84.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, o aluno calculou somente a combinação $C_{9,3}$.
(D)	104.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta resposta, o aluno calculou somente às combinações corretamente, não aplicando o princípio multiplicativo e somando os resultados.
(E)	**1680.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.**

		Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	*Resolver problemas de análise combinatória, que envolvam arranjos simples e /ou combinações.*
MP15 e MP16	

Questão 10

Difícil   OBMEP – Clube da Matemática

Numa escola há 6 salas de aula. Uma funcionária possui as seis chaves que abrem essas salas, mas ela não sabe a que porta corresponde cada uma das chaves.

No máximo quantas tentativas serão necessárias para que ela saiba com certeza qual é a chave que abre cada uma das portas?

(A) 6.

(B) 12.

(C) 15.

(D) 30.

(E) 36.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de aplicar o raciocínio aditivo à resolução de situações-problema.

O foco desta questão está relacionado ao termo "tentativas". Para cada porta existe uma única chave que a abre com certeza, as demais chaves são consideradas tentativas.

Desta forma, podemos encaminhar a resolução desta situação-problema da seguinte maneira:

Tendo 6 chaves:

- *para abrir a 1ª porta, temos no máximo 5 possibilidades de não conseguir;*
- *para abrir a 2ª porta, temos no máximo 4 possibilidades de não conseguir;*
- *e assim sucessivamente até 1 possibilidade para não conseguir abrir a 5ª porta, sendo assim o máximo de tentativas é 15 (5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0).*

Porta	**Tentativas**	Observação
1	**5**	Uma chave que abre a porta e cinco chaves que são apenas tentativas.
2	**4**	Uma chave que abre a porta e quatro chaves que são apenas tentativas.
3	**3**	Uma chave que abre a porta e três chaves que são apenas tentativas.
4	**2**	Uma chave que abre a porta e duas chaves que são apenas tentativas.
5	**1**	Uma chave que abre a porta e uma chave que é apenas tentativa.
6	**0**	Uma chave que sobra não havendo a necessidade de tentativa.
	15	

Portanto, alternativa correta ***(C).***

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	6.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não compreendeu o objetivo da questão, e concluiu que bastam 6 tentativas para se abrir uma das portas.
(B)	12.	**Resposta incorreta.** Possivelmente não compreendeu o objetivo da questão, e destacou que em cada tentativa há duas possibilidades (abrir ou não abrir), e assim destacou que existem 12 possibilidades (6•2).
(C)	**15.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	30.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar esta alternativa, o aluno possivelmente escolheu aleatoriamente este item.
(E)	36.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente multiplicou a quantidade de chaves (6) pela quantidade de portas (6).

Habilidade	Resolver problemas de análise combinatória, que envolvam arranjos simples e /ou combinações.
MP15 e MP16	

Questão 11

Difícil

OBMEP (Clube da Matemática)

Usando as cinco letras ***A, M, O***, ***S*** e ***U***, podemos formar anagramas com cinco letras.

Se esses anagramas são colocados em ordem alfabética, qual posição o anagrama **USAMO** ocupará?

(A) 6ª.

(B) 18ª.

(C) 24ª.

(D) 96ª.

(E) 115ª.

Resolução comentada

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de aplicar o raciocínio aditivo à resolução de situações-problema.

Desta forma, a resolução da questão será encaminhada a partir das possibilidades de formação dos anagramas, conforme segue:

$$\left.\begin{matrix}\text{A - - - -}\\ \vdots \\ \text{A - - - -}\end{matrix}\right\} 4! \quad \left.\begin{matrix}\text{M - - - -}\\ \vdots \\ \text{M - - - -}\end{matrix}\right\} 4! \quad \left.\begin{matrix}\text{O - - - -}\\ \vdots \\ \text{O - - - -}\end{matrix}\right\} 4! \quad \left.\begin{matrix}\text{S - - - -}\\ \vdots \\ \text{S - - - -}\end{matrix}\right\} 4!$$

Neste caso, verifica-se que há 4! anagramas começando com A; 4! anagramas começando com M; 4! anagramas começando com O e 4! anagramas começando com S.

- *Portanto há, no total, 4! · 4 anagramas começando com cada uma das primeiras quatro letras A, M, O e S.*

$$\left.\begin{matrix}\text{UA - - -}\\ \vdots \\ \text{UA - - -}\end{matrix}\right\} 3! \quad \left.\begin{matrix}\text{UM - - -}\\ \vdots \\ \text{UM - - -}\end{matrix}\right\} 3! \quad \left.\begin{matrix}\text{UO - - -}\\ \vdots \\ \text{UO - - -}\end{matrix}\right\} 3!$$

USAMO

⋮

A partir daí temos 3! anagramas começando com a letra U seguida da letra A; 3! anagramas começando com a letra U seguida da letra M e 3! anagramas começando com a letra U seguida da letra O.

- *Portanto há, no total 3! · 3 anagramas começando com a letra U e com cada uma das outras letras (A, M, O) ocupando a segunda posição.*
- *Depois desses, o primeiro anagrama que aparece é* ***USAMO.***

Pelo exposto, a resposta do problema é

$$4 \cdot 4! + 3 \cdot 3! + 1 = 4 \cdot 24 + 3 \cdot 6 + 1 = 96 + 18 + 1 = 115$$

Portanto, alternativa correta, **E.**

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	6ª.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta considerando que a posição do anagrama USAMO, corresponde à 3! (3·2·1=6).
(B)	18ª.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta considerando que a posição do anagrama USAMO, corresponde à 3 • 3! (3·3·2·1=18).
(C)	24ª.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta considerando que a posição do anagrama USAMO, corresponde à 4! (4·3·2·1=24).
(D)	96ª.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno pode ter chegado nessa resposta considerando que a posição do anagrama USAMO, corresponde à 4 • 4! (4·4·3·2·1=96).
(E)	115ª.	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Habilidade MP17	Identificar a regularidade na construção do Triângulo de Pascal.

Questão 12 (QUESTÃO ANULADA)

Fácil

Observe que no Triângulo de Pascal, a soma dos números contidos em uma linha, resulta em uma potência de dois, como mostra a figura abaixo.

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & 2^0 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & 2^1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & 2^2 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & 2^3 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & 2^4 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & 2^5 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & & 2^6
\end{array}
$$

A partir do exemplo, a construção da sétima linha é:

(A) $1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 2^7$.

(B) $1 + 6 + 15 + 21 + 35 + 21 + 7 + 1 = 107 = 10^7$.

(C) $1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 12^8$.

(D) $1 + 6 + 15 + 21 + 35 + 21 + 7 + 1 = 107 = 10^6$.

(E) $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$

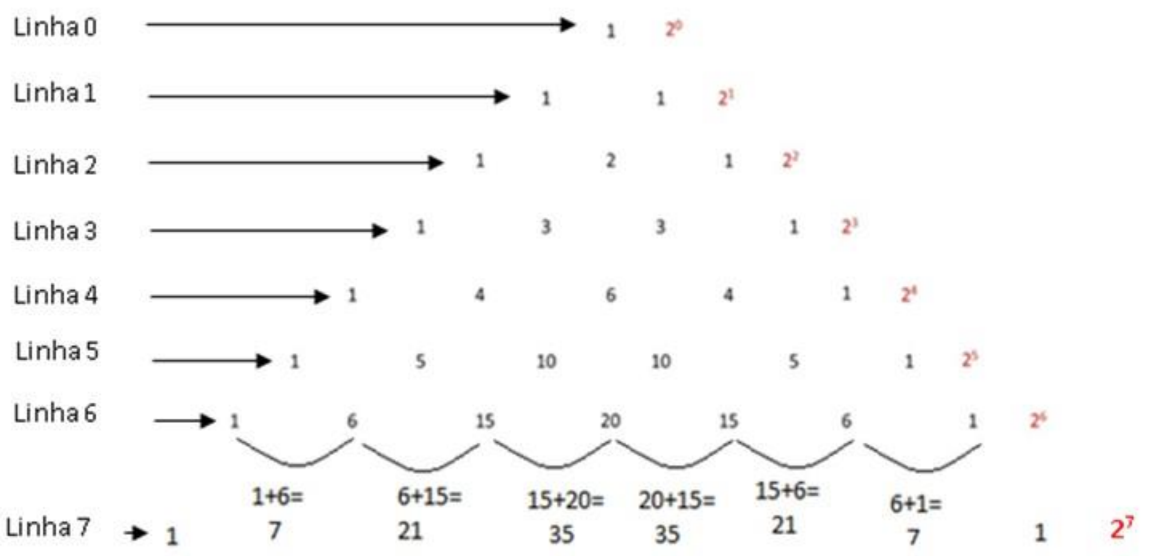
Resolução comentada

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de identificar a regularidade na construção do Triângulo de Pascal.

Resolução

As propriedades fundamentais do Triângulo de Pascal determinam:

- Cada linha inicia e termina com o número 1.
- Em cada linha, os termos equidistantes dos extremos possuem valor igual.
- A partir da 2º linha, podemos perceber que cada elemento, com exceção do primeiro e do último, é igual à soma de dois elementos da linha anterior, a saber: o elemento imediatamente acima e o anterior.
- A soma dos elementos de cada linha do triângulo é a potência de base 2 elevado ao expoente referente à linha.



Portanto:

$1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 2^7$.

O resultado encontrado, satisfaz a alternativa A da questão.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	**$1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 2^7$.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	$1 + 6 + 15 + 21 + 35 + 21 + 7 + 1 = 107 = 10^7$.	**Resposta incorreta. O** aluno demonstra não ter conhecimento das propriedades fundamentais da construção do Triângulo de Pascal e as propriedades de potência.
(C)	$1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 12^8$.	**Resposta incorreta.** O aluno construiu a sétima linha corretamente, porém não soube demonstrar o resultado como potência de 2.
(D)	$1 + 6 + 15 + 21 + 35 + 21 + 7 + 1 = 107 = 10^6$.	**Resposta incorreta. O** aluno demonstra não ter conhecimento das propriedades fundamentais da construção do Triângulo de Pascal e as propriedades de potência.
(E)	$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno pode ter considerado a quinta linha, não tendo atenção à comanda dada.

2. Questões referentes às habilidades da Matriz de Referência para Avaliação – SARESP.

H37	**Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.**
9º Ano	

Questão 13

Médio

Se a base de um triângulo retângulo mede 12 cm e o ângulo agudo da base tem 37°, quanto mede sua hipotenusa?

Dados:
sen37° = 0,60 cos37° = 0,80 tg37° = 0,75

(A) 7,2 cm

(B) 9,6 cm

(C) 15 cm

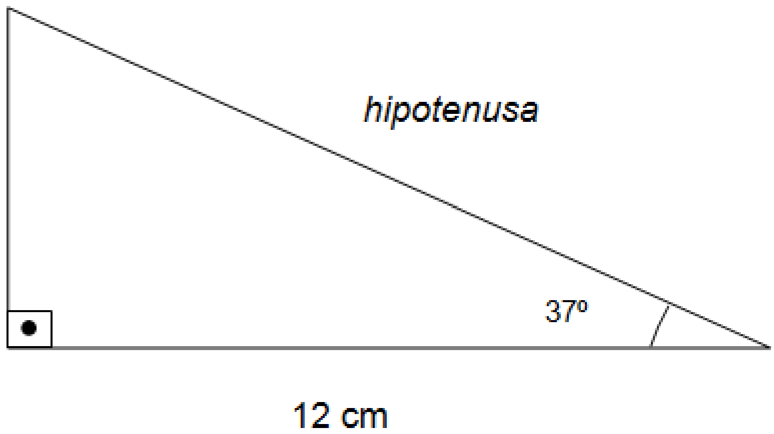
(D) 16 cm

(E) 20 cm

Comentários

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de resolver problemas aplicando as razões trigonométricas em um triângulo retângulo.

Desta forma, podemos encaminhar a resolução desta situação-problema da seguinte maneira:



Aplicando a relação trigonométrica cosseno

$$hip = \frac{ca}{cos37°} = \frac{12}{0,8} = 15$$

Logo, ***C*** *é alternativa correta.*

Grade de correção

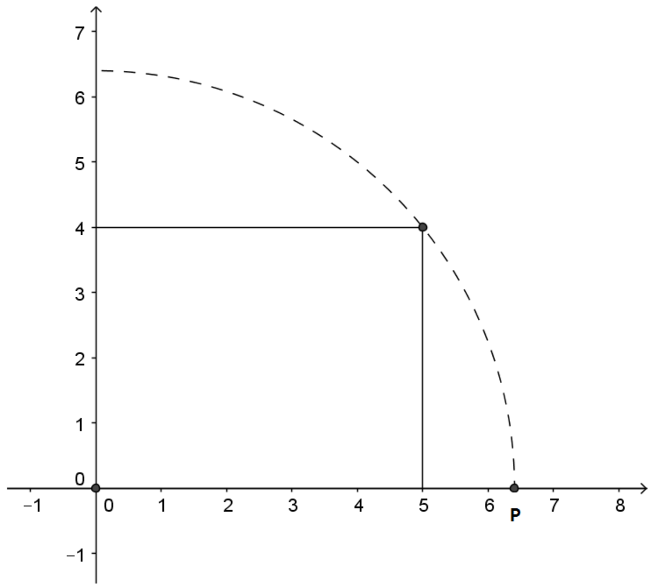
Alternativa		Observação
(A)	7,2 cm.	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou de forma indevida a relação trigonométrica seno e chegou a resposta incorreta. $\text{hip} = \text{ca}.\text{sen}37° = 12.0{,}6 = 7{,}2.$
(B)	9,6 cm.	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou de forma indevida a relação trigonométrica cosseno e chegou a resposta incorreta. $\text{hip} = \text{ca}.\cos 37° = 12.0{,}8 = 9{,}6.$
(C)	**15 cm.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	16 cm.	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou a relação trigonométrica tangente e chegou a resposta incorreta. $\text{hip} = \frac{\text{ca}}{\text{tg}37°} = \frac{12}{0{,}75} = 16.$
(E)	20 cm.	**Resposta Incorreta**. O aluno, possivelmente aplicou a relação trigonométrica seno e chegou a resposta incorreta. $\text{hip} = \frac{\text{ca}}{\text{sen}37°} = \frac{12}{0{,}6} = 20.$

H17	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
3ª Série – E.M	

Questão 14

Médio

Observe a representação geométrica abaixo, na qual o arco da circunferência com centro na origem (linha tracejada) contém o ponto P.



O valor da abscissa do ponto P nesse gráfico é

(A) $\sqrt{4}$

(B) $\sqrt{5}$

(C) $\sqrt{9}$

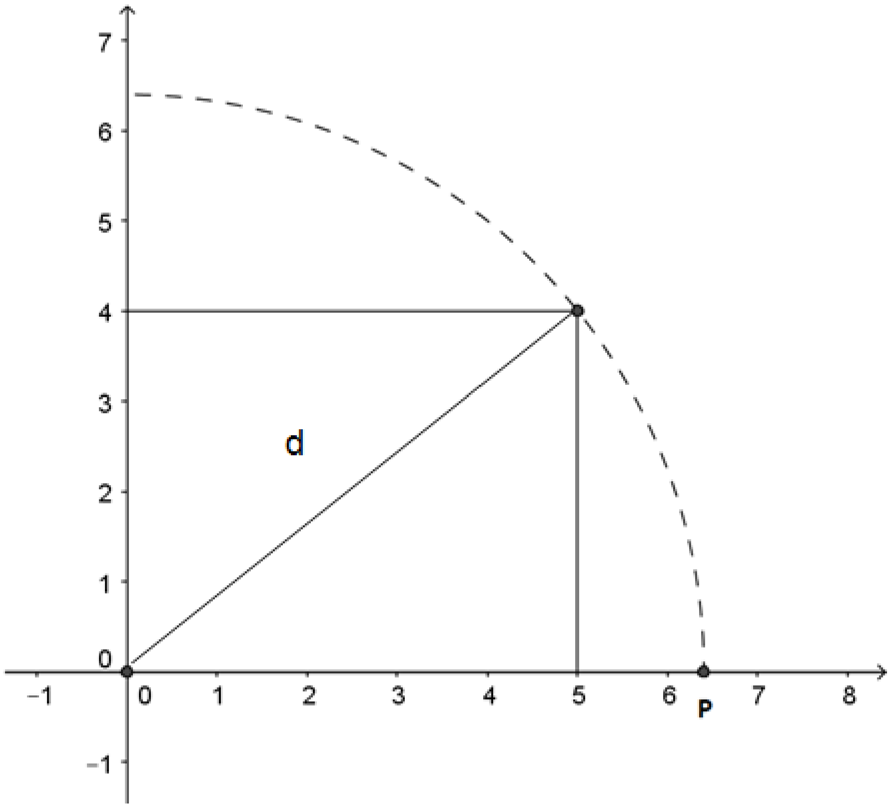
(D) $\sqrt{20}$

(E) $\sqrt{41}$

Comentários

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de identificar a localização de um número na reta numérica.

Para resolver essa questão, o aluno precisa conhecer e aplicar o conceito do teorema de Pitágoras, na diagonal do retângulo. Ao aplicar tal conceito, remete o resultado para o eixo das abscissas, indicando o valor do ponto P.



$d^2 = 5^2 + 4^2$

$d^2 = 25 + 16$

$d^2 = 41$

$d = \sqrt{41}$

*Logo **E** é a alternativa correta.*

Grade de correção

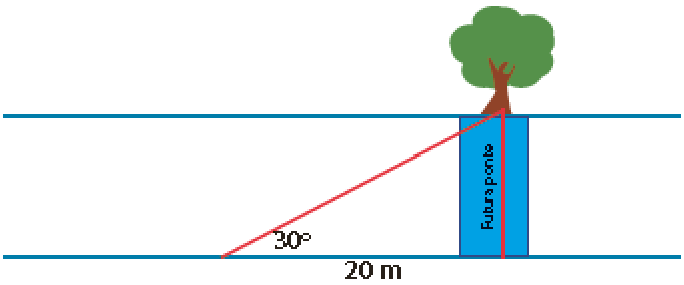
Alternativa		Observação
(A)	$\sqrt{4}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente utilizou nessa resposta a ordenada do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(B)	$\sqrt{5}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente utilizou nessa resposta a abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(C)	$\sqrt{9}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente utilizou como resposta a soma das ordenada e abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(D)	$\sqrt{20}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente multiplicou a ordenada e a abscissa do ponto (5,4), sem identificar a ordem de grandeza dessa representação.
(E)	$\sqrt{41}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

H27	Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).
3ª Série – E.M	

Questão 15

Médio

Para encontrar o comprimento de uma ponte que seria construída sobre um rio, um engenheiro colocou-se em uma das margens e, marcou sobre o solo, um ponto de onde avistava uma árvore na outra margem, de forma que a linha de visada ficou perpendicular à margem. Em seguida, caminhou 20 metros pela margem do rio, até parar em outro ponto, onde a linha de visada para a mesma árvore era agora de 30°, conforme se vê na figura a seguir.



Qual será, aproximadamente, o comprimento da ponte?

Dados: sen30° = 0,50 cos30° = 0,87 tg30° = 0,58

(A) 12 m

(B) 21 m

(C) 23 m

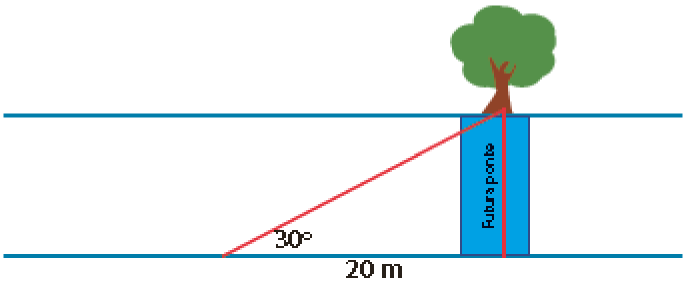
(D) 34 m

(E) 40 m

Comentários

O objetivo da questão está em verificar se o aluno é capaz de resolver problemas aplicando as razões trigonométricas em um triângulo retângulo.

Desta forma, podemos encaminhar a resolução desta situação-problema da seguinte maneira:



$$tg30° = \frac{co}{ca}, \qquad 0{,}58 = \frac{c\_ponte}{20}, \qquad c_{ponte} = 0{,}58.20 = 11{,}6 \cong 12$$

*Logo, **A** é a alternativa correta.*

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	**12 m**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	21 m	**Resposta Incorreta.** O aluno possivelmente considerou esta resposta de forma aleatória.
(C)	23 m	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou de forma indevida a relação trigonométrica seno e chegou a resposta incorreta. $\text{c\_ponte} = \frac{20}{0{,}87} = 23.$
(D)	34 m	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou de forma indevida a relação trigonométrica tangente e chegou a resposta incorreta. $\text{tg}30° = \frac{\text{ca}}{\text{co}}, \qquad 0{,}58 = \frac{20}{c_{\text{ponte}}},$ $c_{\text{ponte}} = \frac{20}{0{,}58} \cong 34.$
(E)	40 m	**Resposta Incorreta.** O aluno, possivelmente aplicou de forma indevida a relação trigonométrica seno e chegou a resposta incorreta. $\text{c\_ponte} = \frac{20}{0{,}5} = 40.$

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Antonio Celso de Paula Albuquerque Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia de Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações
Daniel Koketu, Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material
Adriana Santos Morgado, Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Adriana Santos Morgado, Antonia Zulmira da Silva, Cristina Aparecida da Silva, Edson Basilio Amorim Filho, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski, Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo