GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

2ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
2º Semestre de 2014

7ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Em 2014 a inovação introduzida a partir da sétima edição é a inclusão de provas e materiais de orientação para os anos dos ciclos de alfabetização e intermediário do Ensino Fundamental – 2º ao 5º - também articulado ao currículo e ao programa Ler e Escrever.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nesta edição da Avaliação da Aprendizagem em Processo, aplicada em todos anos/séries da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades desenvolvidas durante o primeiro semestre.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Participantes*
   5ª Séries/6º Anos à 8ª Séries/ 9º Anos dos anos finais do Ensino Fundamental e 1ª à 3ª Séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   Anos Finais do Ensino Fundamental = 10 questões objetivas e 03 questões abertas.
   Ensino Médio = 10 questões objetivas e 02 questões abertas.

3. *Matrizes de Referência (habilidades) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo .

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Nº do item	Habilidades
1 - Objetiva	Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a as funções trigonométricas básicas.
2 - Objetiva	Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos.
3 - Aberta	Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a\ sen(bx) + c$ a partir do gráfico de $y = sen\ x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c.
4 - Objetiva	Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos.
5 - Objetiva	Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.
6 - Aberta	Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los.
7 - Objetiva	Utilizar a notação matricial para representar figuras planas; respeitar sequências de comandos estabelecidos por intermédio de matrizes.
8 - Objetiva	Saber resolver e discutir sistemas de equações lineares pelo método de escalonamento de matrizes.
9 - Objetiva	Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los.
10 - Objetiva	Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos.
11 - Objetiva	Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a\ sen\ (bx) + c$ a partir do gráfico de $y = sen\ x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c.
12 - Objetiva	Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.

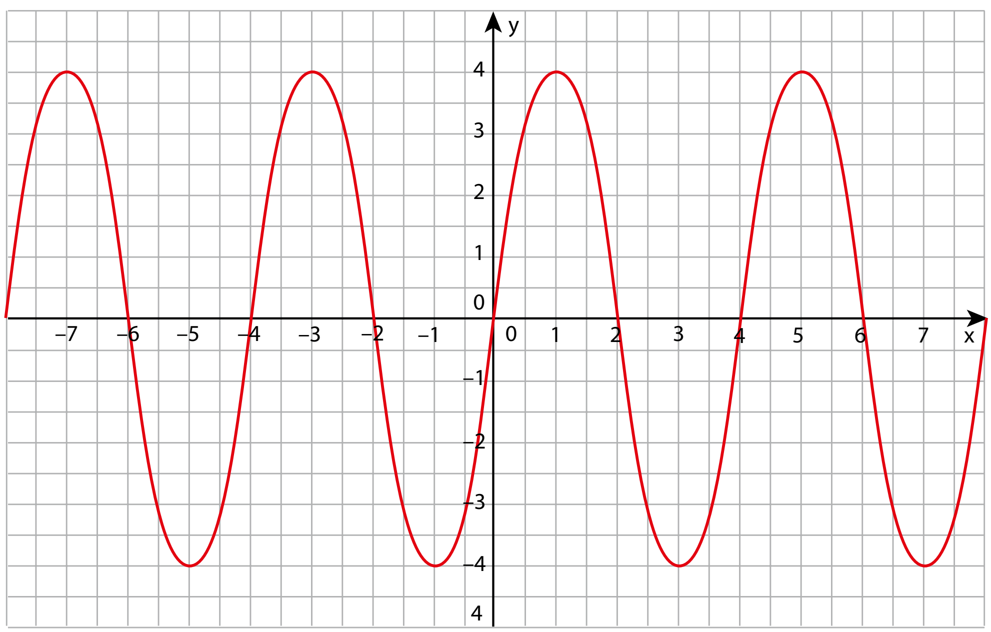
Habilidade:

Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a as funções trigonométricas básicas.

Questão 01 – Objetiva

O gráfico a seguir foi obtido pela observação de um determinado fenômeno periódico.

Observe.



Mediante as informações apresentadas no gráfico, podemos afirmar que o período, a imagem e a amplitude deste fenômeno respectivamente, são:

(A) Período = 2; Imagem = $\{x \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$; Amplitude = 8.

(B) Período = 4; Imagem = $\{y \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$; Amplitude = 4.

(C) Período = $\{y \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$; Imagem = 4; Amplitude = 4.

(D) Período = 8; Imagem = 2; Amplitude = $\{x \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

Funções são em qualquer instância, maneiras que encontramos para demonstrar a dependência entre grandezas. No Ensino Médio o eixo de conteúdos que engloba Números e Funções é um dos mais importantes e amplia sobremaneira, os estudos realizados nas etapas anteriores da escolaridade dos alunos.

As funções trigonométricas, que constituem o grupo das funções, caracterizam-se por permitir a modelagem de fenômenos periódicos, isto é, fenômenos que repetem, de tempos em tempos, que mantêm as características de dependência entre grandezas envolvidas, como por exemplo, o movimento aparente do Sol, do nascente ao poente, durante a passagem dos dias do ano.

Nesse gráfico aparecem em destaque dois conceitos importantes, associados a fenômenos periódicos: a amplitude (A) e o período (P). Período e a distância horizontal entre dois picos sucessivos da "onda" e amplitude e a metade da distância vertical entre dois picos. A Imagem de uma função é o conjunto dos valores que a função assume, ou, em outras palavras, e o conjunto dos valores de y correspondentes aos valores de x.

Para concluir, a maior motivação pelo estudo das funções trigonométricas deve ser o reconhecimento de que elas são necessárias para a modelagem de fenômenos periódicos. Nesse sentido, antes da apresentação dos conceitos os alunos precisam ser sensibilizados para a observação – real virtual ou imaginativa – de uma série de manifestações naturais de caráter periódico.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de correção

Alternativa	Observação
(A) Período = 2; Imagem = $\{x \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$; Amplitude = 8.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente demonstra que não entende os tópicos solicitados na questão, não identificando corretamente no gráfico o que é Período e Amplitude, mas identificou corretamente a Imagem conforme aparece abaixo na escrita. Período = 2; Imagem = $\{x \in R \mid -4 \leq y \leq 4\}$; Amplitude = 8

(B) Período = 4; **Imagem = {y ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4};** **Amplitude = 4.**	**Resposta correta.** O aluno entende os tópicos solicitados nesta questão, pois identifica corretamente no gráfico o que é Período, Imagem e Amplitude, conforme aparece abaixo na escrita. Período = 4; Imagem = {y ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4}; Amplitude = 4
(C) Período = {y ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4}; Imagem = 4; Amplitude = 4.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente demonstra que não entende os tópicos solicitados nesta questão, não identificando corretamente no gráfico o que é Período e Imagem, mas identificou corretamente a Amplitude conforme aparece abaixo na escrita. Período = {y ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4}; Imagem = 4; Amplitude = 4
(D) Período = 8; Imagem = 2; Amplitude = {x ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4}.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente demonstra que não entendeu os tópicos solicitados nesta questão, não identificando corretamente na imagem o que é Período, Amplitude e Imagem, conforme aparece abaixo na escrita. Período = 8; Imagem = 2; Amplitude={x ∈ R | −4 ≤ y ≤ 4};

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio – Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.
- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC-Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam
Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br
Acesso em: 25/02/2014
- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas
Acesso em: 25/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Funções trigonométricas
Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html
Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos.

Questão 02 – Objetiva

Em relação ao gráfico cartesiano da função y = 2 cosx no intervalo $[0, 2\pi]$ é correto afirmar que

(A) corta o eixo das abscissas em 4 pontos.

(B) é sempre crescente.

(C) sua imagem é o conjunto $\{y \in R \mid -2 \leq y \leq 2\}$.

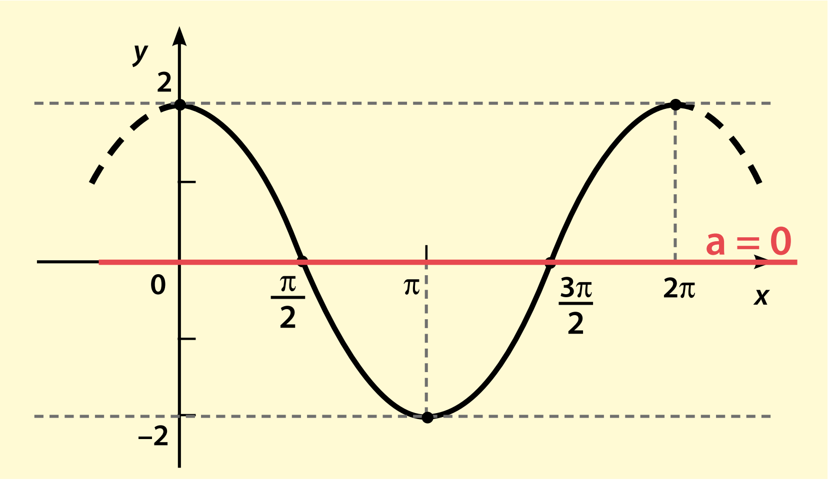
(D) tem valor mínimo para $x = \frac{\pi}{2}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

É importante que o aluno reconheça as principais características das funções y = sen(x) e y = cos(x) para poder compreender o significado de transformações sofridas pelos seus gráficos com inclusão de constantes, identificando, assim, gráficos de funções do tipo y = a sen(bx) + c ou y = a cos(bx) + c.

O uso de programas (softwares) gráficos facilita muito o trabalho com funções, agregando significado a cada transformação.

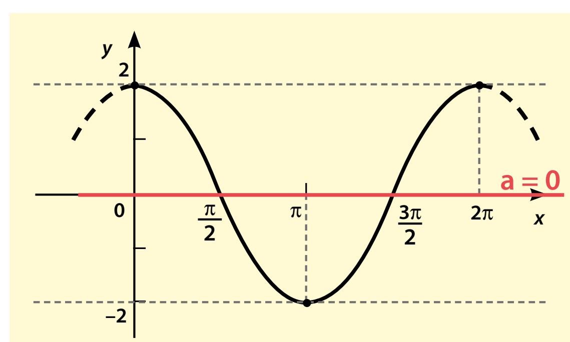
A questão trata de enfatizar a determinação da expressão de uma função a partir de seu gráfico.



É comum que se dê muita ênfase para a representação gráfica de uma função a partir de sua expressão. Para que o aluno tenha compreensão e apreensão de um conceito é importante que as várias representações do objeto matemático sejam tratadas. Segundo o pesquisador francês Raymond Duval, é somente ao transitar entre os diferentes tipos de representações que se torna possível apreender um conceito. Conforme Duval, "as representações não só são necessárias para fins de comunicação, mas são igualmente essenciais para a atividade cognitiva do pensamento." Assim ele defende uma abordagem que trabalhe com diversos registros de representação e principalmente que estimule a conversão nos dois sentidos. No caso do conceito de função deve-se trabalhar as representações algébrica, gráfica, em tabela e em linguagem natural, pois cada tipo de representação é mais adequado para um determinado tipo de procedimento ou evidencia características diferentes.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

<table>
<tr><th>Alternativa</th><th>Observação</th></tr>
<tr><td>(A) corta o eixo das abscissas em 4 pontos.</td><td>Resposta incorreta. O aluno possivelmente não visualiza o gráfico da função, consequentemente, indica que o gráfico corta o eixo das abscissas em 02 pontos.</td></tr>
<tr><td>(B) é sempre crescente.</td><td>Resposta incorreta. O aluno possivelmente não visualiza que a função é periódica, pois às vezes cresce e às vezes decresce.</td></tr>
<tr><td>(C) sua imagem é o conjunto {y ∈ R | –2 ≤ y ≤ 2}.</td><td>Resposta correta. O aluno elabora uma tabela
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$\frac{\pi}{2}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>π</td><td>–2</td></tr>
<tr><td>$\frac{3\pi}{2}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2π</td><td>2</td></tr>
</table>
E esboça o gráfico da função y = 2 cosx [0, 2]


Observa o gráfico da função e visualiza que a Imagem da função é o conjunto
{y ∈ R | –2 ≤ y ≤ 2}</td></tr>
<tr><td>(D) tem valor mínimo para $x = \frac{\pi}{2}$.</td><td>Resposta incorreta. O aluno possivelmente não identifica o valor mínimo, pois não visualiza o gráfico da função que tem valor mínimo em π.</td></tr>
</table>

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.
- Situação de Aprendizagem 2: a periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica.
- Situação de Aprendizagem 3: gráficos de funções periódicas envolvendo senos e cossenos.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio – Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.
- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC-Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam

Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br

Acesso em: 25/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas

Acesso em: 25/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Funções trigonométricas

Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html

Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como f(x) = a sen(bx) + c a partir do gráfico de y = sen x, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c.

Questão 03 – Aberta

Esboce o gráfico de f(x) = 1 + 2 sen(x).

Comentários e recomendações pedagógicas

É importante que o aluno reconheça as principais características das funções = sen(x) e y = cos(x) para poder compreender o significado de transformações sofridas pelos seus gráficos com inclusão de constantes, identificado assim, gráficos de funções do tipo: y = a sen(x) + c ou y = a cos(x) + c.

O uso de programas (softwares) gráficos facilita muito o trabalho com funções, agregando significado a cada transformação.

A questão trata de enfatizar a determinação da expressão de uma função a partir de seu gráfico. É comum que se de muita ênfase para a representação gráfica de uma função a partir de sua expressão. Para que o aluno tenha compreensão e apreensão de um conceito importante é necessário que as várias representações do objeto matemático sejam tratadas. Segundo o pesquisador francês Raymond Duval, é somente ao transitar entre o diferente tipo de representações que se torna possível apreender um conceito. Conforme Duval, "as representações não só são necessárias para fins de comunicação, mas são igualmente essenciais para a atividade cognitiva do pensamento". Assim ele defende uma abordagem que trabalhe com diversos registros de representação e principalmente que estimule a conversão nos dois sentidos.

No caso do conceito de função deve-se trabalhar as representações algébricas, gráficas, em tabelas e em linguagem natural, pois cada tipo de representação é mais adequado para um determinado tipo de procedimento ou evidencia características diferentes.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

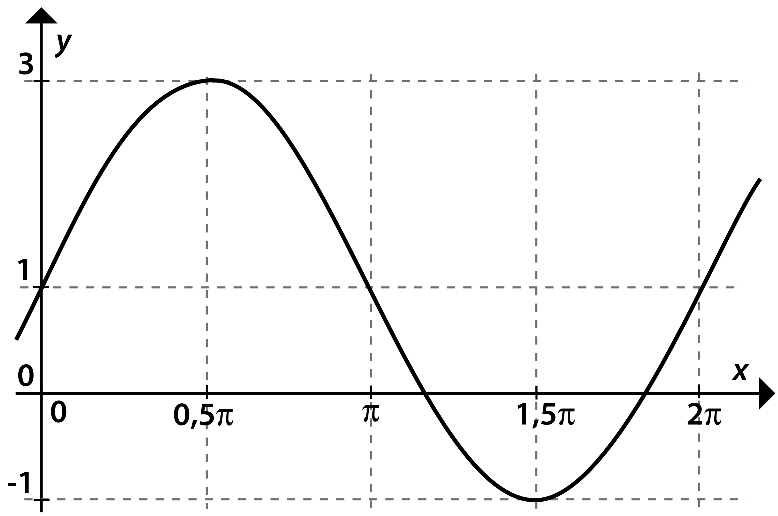
O aluno demonstra ter adquirido a habilidade requerida na questão, percebendo o deslocamento que as constantes provocam no gráfico da função dada.

Resposta correta

A imagem é obtida a partir dos valores máximo e mínimo de sen x. Dessa forma, são valores extremos de

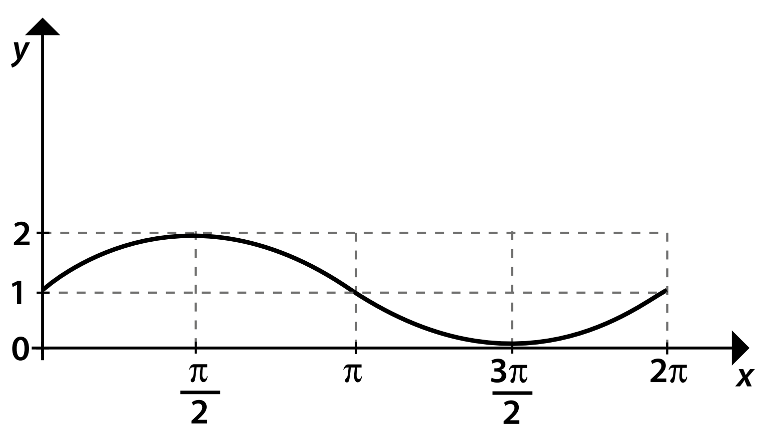
f(x): 1 + 2 . (1) = 1 + 2 = 3 e 1 + 2 . (–1) = 1 – 2 = –1.

Logo I_f = [–1,3]. O eixo de simetria da onda localiza-se sobre a reta y = 1.



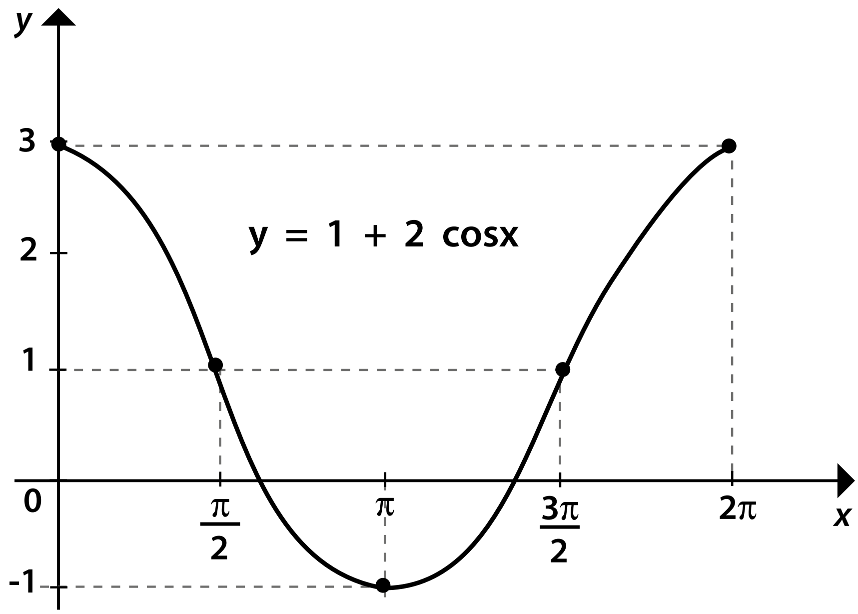
Ainda, a amplitude da onda mede 2.

Resposta parcialmente correta



O aluno possivelmente constrói o gráfico y = 1 + sen x, deixando claro que levou em conta apenas uma constante que provoca o deslocamento do gráfico.

Respostas incorretas



O aluno possivelmente constrói o gráfico considerando a influência das constantes dentro da função cosx e não senx, como foi proposto na atividade.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.
- Situação de Aprendizagem 2: a periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica.
- Situação de Aprendizagem 3: gráficos de funções periódicas envolvendo senos e cossenos.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio - Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.

- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC-Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam
Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br
Acesso em: 25/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas
Acesso em: 25/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

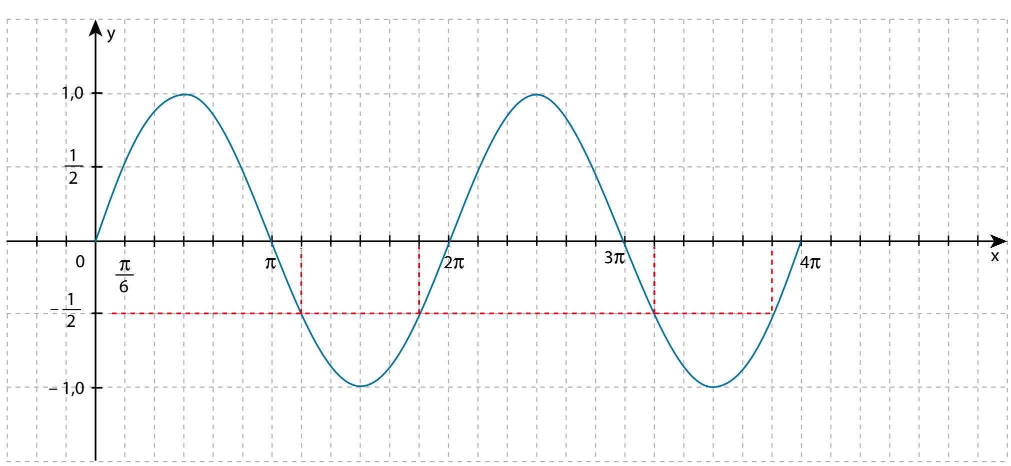
- Funções trigonométricas
Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html
Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos.

Questão 04 – Objetiva

Observe o gráfico da equação $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$ no intervalo $[0, 4\pi]$.



Conforme representado no gráfico da função, as soluções para essa equação no intervalo considerado são:

(A) $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$.

(B) $\frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$.

(C) $[\pi; 2\pi]; [3\pi; 4\pi]$.

(D) $\mathbf{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}}$.

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão proposta procura investigar se o aluno consegue determinar medidas de arco em radiano para o qual o seno é $\frac{1}{2}$. Atividades deste tipo podem também ser trabalhadas em contextos que envolvem modelos de fenômenos periódicos.

Sugere-se para ampliar o significado de equações e inequações trigonométricas, trabalhar de forma articulada o círculo trigonométrico e os gráficos das funções trigonométricas.

Na questão proposta é esperado que o aluno identifique no gráfico os valores cujo o seno é $-\frac{1}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}$. no intervalo considerado que é $[0, 4\pi]$. Observa-se que quando se utiliza um gráfico para expressar uma função fica mais claro compreender o fato de existirem infinitas soluções para uma equação.

O modelo da circunferência trigonométrica precisa ser bem compreendido para que o estudo de conceitos relacionados a ela possa ser realizado com qualidade. É importante retomar conceitos em relação: a posição da extremidade final de um arco medido em graus e em radianos; conversão para radianos da medida de um arco expressa em graus; obtenção da menor determinação positiva de um arco qualquer; reconheça as diferenças e as semelhanças entre os gráficos das funções $y = \text{sen } x$ e $y = \cos x$, e por fim resolução de equações trigonométricas simples.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) π, 2π, 3π, 4π.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não reconhece que o solicitado é gráfico da equação $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$ no intervalo $[0, 4\pi]$, utilizando provavelmente a equação $\text{sen}x = 0$, obtendo os valores da alternativa A.
(B) $\frac{\pi}{2}$, π, 2π, 3π, 4π.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não reconhece que o solicitado são os valores correspondentes no gráfico da equação $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$ provavelmente associou estes valores ao comprimento de onda apresentado no gráfico.
(C) $[\pi; 2\pi]$; $[3\pi; 4\pi]$.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não reconhece que o solicitado são os valores correspondentes no gráfico da equação $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$ e assinala a alternativa C provavelmente associou os intervalos $[\pi; 2\pi]$; $[3\pi; 4\pi]$ ao valor $-\frac{1}{2}$ que aparece no gráfico.
(D) $\mathbf{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}}$.	**Resposta correta.** O aluno reconhece que seno de $\frac{7\pi}{6}$, é igual ao seno de $\frac{11\pi}{6}$, igual ao sen $\frac{19\pi}{6}$, igual ao seno de $\frac{23\pi}{6}$, que consequentemente vale $-\frac{1}{2}$. É também, válido se o aluno trabalha com medidas em graus, geralmente familiar.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.
- Situação de Aprendizagem 2: a periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio – Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.
- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC-Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.
- Carmo M, Morgado A., Wagner E., *Trigonometria e números complexos,* Coleção do Professor de Matemática - SBM, Rio de Janeiro, 1992.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam

Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br

Acesso em: 25/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas

Acesso em: 25/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Funções trigonométricas

Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html

Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.

Questão 05 – Objetiva

Na Copa do Mundo de 2010 realizada na África do Sul, o Brasil participou da primeira fase do grupo G (Brasil, Coréia do Norte, Costa do Marfim e Portugal).

Observe as tabelas a seguir.

1 - RESULTADO DE CADA UM DOS TIMES – 1ª FASE

	Nº de vitórias	**Nº de empates**	**Nº de derrotas**
Brasil	2	1	0
Portugal	1	2	0
Costa do Marfim	1	1	1
Coréia do Norte	0	0	3

Disponível em:
http://pt.fifa.com/tournaments/archive/worldcup/southafrica2010/matches/index.html - acesso: 28/02/2014

2 – CÁLCULOS PARA A PONTUAÇÃO

	Nº de pontos
Vitória	3
Empate	1
Derrota	0

O total de pontos feitos por cada seleção pode ser representado pela matriz 4 X 1 a seguir

(A) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \mathbf{7} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix}$

Comentários e recomendações pedagógicas

O significado imediatamente associado às matrizes é o de uma tabela de dupla entrada contendo dados numéricos. Se tal fato não pode ser contestado, visto o contato dos alunos com as tabelas desde praticamente o inicio de sua escolarização, torna-se importante, no Ensino Médio, interpretar com qualidade os significados associados a cada elemento da matriz.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente utiliza somente a coluna de vitórias, não relacionando com a pontuação.
(B) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente soma o número de vitórias e o de empates, não relacionando com a pontuação ij.
(C) $\begin{bmatrix} \mathbf{7} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$	**Resposta correta.** O aluno elabora a Matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e uma Matriz $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Para calcular o total de pontos da primeira fase de cada país, o aluno calcula A . B = C $A . B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Brasil $\Rightarrow 2 . 3 + 1 . 1 + 0 . 0 = 7$ Portugal $\Rightarrow 1 . 3 + 2 . 1 + 0 . 0 = 5$ Costa do Marfim $\Rightarrow 1 . 3 + 1 . 1 + 1 . 0 = 4$ Coreia do Norte $\Rightarrow 0 . 3 + 0 . 1 + 3 . 0 = 0$ $C = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente multiplica por 3 (número de pontos da vitória) pelos números de vitórias + empates + derrotas.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: matrizes: diferentes significados.

2. Artigo Acadêmico:

- Spinelli. Walter. A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática. São Paulo, 2001. Tese de doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

3. Vídeo:

- Matrizes, tabelas e solução de problemas
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8wVTbRwdm5Y
Acesso em: 26/02/2014

4. Sites:

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:matriz
Acesso em: 26/02/2014

-A elaboração de matrizes ajuda os alunos a paquerar melhor
Disponível em:
http://revistaescola.abril.com.br/ensino-medio/elaboracao-matrizes-ajuda-alunos-paquerar-melhor-426267.shtml
Acesso em: 26/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Matrizes e imagens digitais
Disponível em: http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-br.html
Acesso em: 26/02/2014

- Aprendendo matrizes através de campeonato de futebol
Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/matrizes_futebol/Matrizes_Futebol/
Acesso em: 26/02/2014

Habilidade:

Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los.

Questão 06 – Aberta

Em uma sala de aula do 2° ano do Ensino Médio, foi realizada uma pesquisa referente á preferência de gêneros musicais. A sala é composta por 45 alunos, os gêneros preferidos são três: funk, rap e sertanejo. Sabe-se que o total de alunos que escolheram sertanejo mais os que escolheram rap é igual a 25, os alunos que escolheram rap e funk totalizaram 35 e os que preferem funk e sertanejo somam 30.

Determine a quantidade de alunos que preferem cada gênero musical.

Comentários e recomendações pedagógicas

Os sistemas lineares constituem-se em uma ferramenta importante na resolução de situacões-problema contextualizadas. A descrição de alguns contextos permite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução do sistema, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados a luz do contexto inicialmente proposto. Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situacões-problema contextualizadas, sugerimos que o professor estimule seus alunos a utilizar, inicialmente, os métodos estudados no Ensino Fundamental, isto e, os métodos de adição, substituição ou comparação.

O contexto envolve a organização das matrizes dos coeficientes e das incógnitas. Nesse caso, é solicitado que o aluno encontre o sistema que descreve essa situação e os valores das incógnitas.

O cálculo do determinante de 3ª ordem pode ser resolvido por meio da Regra de Sarrus. Para resolver o sistema de terceira ordem, o aluno poderá utilizar a Regra de Cramer ou o escalonamento ou a substituição.

Salientamos a importância do professor trabalhar as diversas formas de resolução de Sistemas Lineares de maneira que o aluno possa fazer investigações sobre a opção mais conveniente em cada situação.

No item “algumas referências” são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada

Grade de Correção

Resposta Correta

O aluno traduz o problema para a linguagem algébrica e resolver o sistema de equações pelo método da substituição.

Da leitura do enunciado, obtêm o sistema:

$$\begin{cases} S + R = 25 \\ R + F = 35 \\ F + S = 30 \end{cases} \quad \text{onde} \quad \begin{array}{l} \text{F: funk} \\ \text{R: rap} \\ \text{S: sertanejo} \end{array}$$

Resolvendo pelo método da substituição:

$$\begin{cases} S + R = 25 \\ R + F = 35 \\ F + S = 30 \end{cases}$$

Na 1ª equação temos que: $S + R = 25 \Rightarrow R = 25 - S$

Substituindo o valor de R na 2ª. Equação, encontramos:

$R + F = 35 \Rightarrow (25 - S) + F = 35 \Rightarrow F = 35 - 25 + S \Rightarrow$
$\Rightarrow F = 10 + S$

Substituindo o valor de S na 3ª. Equação, encontramos:

$F + S = 30 \Rightarrow (10 + S) + S = 30 \Rightarrow 10 + 2S = 30 \Rightarrow 2S = 30 - 10 \Rightarrow S = 20 : 2$
$\Rightarrow S = 10$

Portanto, temos:

$S = 10$
$R = 25 - S \Rightarrow R = 25 - 10 \Rightarrow R = 15$
$F = 10 + S \Rightarrow F = 10 + 10 \Rightarrow F = 20$

Logo:

$20 \Rightarrow$ preferem funk
$15 \Rightarrow$ preferem rap
$10 \Rightarrow$ preferem sertanejo

Resposta parcialmente correta

O aluno representa corretamente o sistema, porém erra no procedimento de resolução pelo método da substituição. O professor deve retomar o ensino de equações pelo método da substituição.

Resposta incorreta

O aluno conhece os sistemas de equações com duas incógnitas, mas apresenta dificuldades na resolução por escalonamento, mais utilizada nos sistemas lineares de 3ª ordem. O professor pode trabalhar os métodos de escalonamento.

O aluno estrutura o sistema, porém apresenta dificuldades com o método de Cramer. O professor pode trabalhar com matrizes revisando esse conteúdo, assim estará mais preparado para ensinar o método de Cramer e o de escalonamento.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 1ª Série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 7: sistemas lineares situações-problema.

- Situação de Aprendizagem 8: resolução de sistemas lineares: escalonamento x Cramer.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 27: resolvendo algebricamente um sistema de equações do 1º grau com suas incógnitas.

.Parte 1: resolvendo sistema pelo método de substituição, (p.301);

.Parte 2: resolvendo sistema pelo método da adição, (p.302).

3. Sites:

- Sistemas lineares

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:sistemas+lineares

Acesso em: 27/02/2014

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:

- Teleaula 67: sistemas do 1º grau, (duração:14’53”).

5. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

- Teleaula 10: resolvendo sistemas, (duração:14’24”);

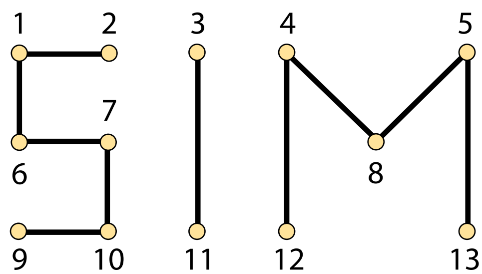
- Teleaula 11: sistemas resolvem problemas, (duração:15’01”).

Habilidade:

Utilizar a notação matricial para representar figuras planas; respeitar sequências de comandos estabelecidos por intermédio de matrizes.

Questão 07 – Teste

Codificando um desenho por uma matriz.



Os pontos numerados de 1 a 13 do desenho foram unidos a partir de código definido em uma matriz. A matriz que representa esta escrita é:

(A) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 1&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor no primeiro momento o aluno deverá observar que será uma matriz de treze linhas por treze colunas 13x13 em que todos os elementos são iguais a 1 ou a 0.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente observa os 13 pares ordenados que forma a palavra (SIM) e gera uma matriz em que todos o elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto gerou uma matriz de treze linhas por treze colunas 13x13 em que todos os elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto o aluno não observa que na primeira e segunda linha na primeira e segunda coluna terá os elementos 1 e 1 mas não observou corretamente que na sequência da terceira e quarta coluna os elementos teriam que ser 0 e 0 não 1 ,1 e 0 ,0, como aparece na alternativa A.

(B) $\begin{pmatrix} 1&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$	**Resposta correta**. No primeiro momento o aluno observa os 13 pares ordenados que forma a palavra (SIM) e gera uma matriz em que todos o elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto gerou uma matriz de treze linhas por treze colunas 13x13 em que todos os elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto o aluno observa que na primeira e segunda linha na primeira e segunda coluna terá os elementos 1 e 1 e na sequência da terceira e quarta coluna os elementos 0 e 0 logo a única alternativa que apresenta esta informação é a alternativa B, comprovando assim que associou a informação fenômenos físicos ou geométricos (imagens digitais).
(C) $\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente observa os 13 pares ordenados que forma a palavra (SIM) e gera uma matriz em que todos o elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto gerou uma matriz de treze linhas por treze colunas 13x13 em que todos os elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto o aluno não observa que na primeira e segunda linha na primeira e segunda coluna terá os elementos 1 e 1 mas observou corretamente que na sequência da terceira e quarta coluna os elementos teriam que ser 0 e 0, logo anotou a alternativa C como correta..
(D) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente observa os 13 pares ordenados que forma a palavra (SIM) e gera uma matriz em que todos o elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto gerou uma matriz de treze linhas por treze colunas 13x13 em que todos os elementos são iguais a 1 ou a 0, portanto o aluno não observa que na primeira e segunda linha na primeira e segunda coluna terá os elementos 1 e 1 mas na sequência da terceira e quarta coluna os elementos teriam que ser 0 e 0, provavelmente não foi capaz de associar a informação fenômenos físicos ou geométricos (imagens digitais) logo anotou a alternativa D como correta.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: matrizes: diferentes significados.
- Situação de Aprendizagem 6: matriz de codificação: desenhando com matrizes.

2. Artigo Acadêmico:

- Spinelli. Walter. A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática. São Paulo, 2001. Tese de doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

3. Vídeo:

- Matrizes, tabelas e solução de problemas
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8wVTbRwdm5Y
Acesso em: 26/02/2014

4. Sites:

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio
Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:matriz
Acesso em: 26/02/2014
- A elaboração de matrizes ajuda os alunos a paquerar melhor
Disponível em:
http://revistaescola.abril.com.br/ensino-medio/elaboracao-matrizes-ajuda-alunos-paquerar-melhor-426267.shtml
Acesso em: 26/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Matrizes e imagens digitais
Disponível em: http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-br.html
Acesso em: 26/02/2014
- Aprendendo matrizes através de campeonato de futebol
Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/matrizes_futebol/Matrizes_Futebol/
Acesso em: 26/02/2014

Habilidade:

Saber resolver e discutir sistemas de equações lineares pelo método de escalonamento de matrizes.

Questão 08 – Objetiva

A tabela a seguir contém dados sobre a audiência de três redes de televisão em três períodos do dia.

Audiência	Manhã	Tarde	Noite	Total de Pontos
Rede 1	2	4	–1	11
Rede 2	4	3	2	27
Rede 3	3	–2	2	10

Nessa tabela, cada ponto positivo indica que 1 000 pessoas que estão com a televisão conectada à rede, e cada ponto negativo indicam que 1 000 pessoas que deixaram de sintonizar a rede no período avaliado.

Considerando que são atribuídos diferentes pesos à audiência, em função do período do dia, o peso atribuído a cada um dos períodos é

(A) 11, 27, 10.

(B) 2, 4, 3.

(C) 4, 3, 2.

(D) 2, 3, 5.

Comentários e recomendações pedagógicas

Sejam:

x: pontuação no período da manhã;
y: pontuação no período da tarde;
z: pontuação no período da noite.

(I) $2x + 4y - z = 11$
(II) $4x + 3y + 2z = 27$
(III) $3x - 2y + 2z = 10$

Multiplicando a equação (I) por 2 e somando o resultado à equação (II) e multiplicando a equação (I) por 2 e somando o resultado à equação (III), temos:

$$\begin{array}{r} 2\,.\,(I)\ 4x + 8y - 2z = 22 \\ (II)\ 4x + 3y + 2z = 27\ + \\ \hline 8x + 11y = 49 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,.\,(I)\ 4x + 8y - 2z = 22 \\ (III)\ 3x - 2y + 2z = 10\ + \\ \hline 7x + 6y = 32 \end{array}$$

$$\begin{cases} 8x + 11y = 49 \Rightarrow x = \dfrac{49 - 11y}{8} \\ 7x + 6y = 32 \Rightarrow x = \dfrac{32 - 6y}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{49 - 11y}{8} = \frac{32 - 6y}{7} \Rightarrow$$

$343 - 77y \Rightarrow 256 - 48y \Rightarrow 29y = 87 \Rightarrow y = 3, x = 2$ e $z = 5$

Portanto, a pontuação no período da manhã é igual a 2, no período da tarde é igual a 3 e no período da noite é igual a 5.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 11, 27, 10.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não entende que este problema trata-se de uma resolução de sistemas lineares quadrados de ordem 3 onde teria que utilizar escalonamento de matrizes, logo observa os valores apresentados na tabela como total de pontos e anota a alternativa que aparece estes valores.
(B) 2, 4, 3.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente na leitura do problema não entendeu a proposta do problema e quando observou que na 1ª coluna da tabela apareciam os valores citados na alternativa B identificando como correta.
(C) 4, 3, 2.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente na leitura do problema não entendeu a proposta do problema e quando observou que na 2ª coluna da tabela apareciam os valores citados na alternativa C identificou como correta.

(D) 2, 3, 5.	**Resposta correta.** O aluno começa a resolução do problema reconhecendo três variáveis e nomeando-as conforme resolução abaixo. x: pontuação no período da manhã; y: pontuação no período da tarde; z: pontuação no período da noite. (I) $2x + 4y - z = 11$ (II) $4x + 3y + 2z = 27$ (III) $3x - 2y + 2z = 10$ Multiplicando a equação (I) por 2 e somando o resultado à equação (II) e multiplicando a equação (I) por 2 e somando o resultado à equação (III), temos: $\begin{array}{rr} 2\,.\,(\mathrm{I})\ 4x + 8y - 2z = 22 & \\ (\mathrm{II})\ 4x + 3y + 2z = 27 & + \\ \hline 8x + 11y = 49 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 2\,.\,(\mathrm{I})\ 4x + 8y - 2z = 22 & \\ (\mathrm{III})\ 3x - 2y + 2z = 10 & + \\ \hline 7x + 6y = 32 & \end{array}$ $\begin{cases} 8x + 11y = 49 \Rightarrow x = \dfrac{49 - 11y}{8} \\ 7x + 6y = 32 \Rightarrow x = \dfrac{32 - 6y}{7} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{49 - 11y}{8} = \dfrac{32 - 6y}{7} \Rightarrow$ $343 - 77y \Rightarrow 256 - 48y => 29y = 87 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ **$y = 3$**, **$x = 2$** e **$z = 5$** Portanto, a pontuação no período da manhã é igual a 2, no período da tarde é igual a 3 e no período da noite é igual a 5.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 1ª Série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 7: sistemas lineares situações-problema.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 27: resolvendo algebricamente um sistema de equações do 1º grau com suas incógnitas.

.Parte 1: resolvendo sistema pelo método de substituição. (p.301);

.Parte 2: resolvendo sistema pelo método da adição. (p.302).

3. Artigo Acadêmico:

- Spinelli. Walter. A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática. São Paulo, 2001. Tese de doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

4. Sites:

- Sistemas lineares

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:sistemas+lineares

Acesso em: 27/02/2014

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:

- Teleaula 67: sistemas do 1º grau, (duração:14’53”).

6. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

- Teleaula 10: resolvendo sistemas, (duração:14’24”);
- Teleaula 11: sistemas resolvem problemas, (duração:15’01”).

7. Vídeo:

- Matrizes, tabelas e solução de problemas

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8wVTbRwdm5Y

Acesso em: 26/02/2014

8. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Aprendendo matrizes através de campeonato de futebol

Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/matrizes_futebol/Matrizes_Futebol/

Acesso em: 26/02/2014

Habilidade:

Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los.

Questão 09 – Aberta

Um empresário mandou seu funcionário guardar três caixas de materiais.

O rapaz voltou exausto, e disse:

- A primeira e a segunda caixa, juntas, têm 110 quilogramas. A primeira e a terceira, juntas, têm 120 quilogramas. E a segunda e a terceira, juntas, têm 112 quilogramas. Mas o empresário queria saber quantos quilogramas tinha cada caixa.

Para o funcionário não se cansar mais, descubra isso para ele.

(A) $x = 118$; $y = -8$; $z = 120$.

(B) $x = 181$; $y = 291$; $z = 61$.

(C) $x = 59$; $y = 51$; $z = 61$.

(D) $x = 61$; $y = 51$; $z = 61$.

Comentários e recomendações pedagógicas

O aluno precisa perceber que deve transformar os dados do problema em linguagem algébrica e descobrir que há três incógnitas que devem ser encontradas. Essas incógnitas representam os pesos das caixas. Consequentemente ira construir um sistema de equações de três incógnitas.

As variáveis são:

• x: peso da caixa 1;
• y: peso da caixa 2;
• z: peso da caixa 3.

$x + y = 110$ (1ª equação)
$x + z = 120$ (2ª equação)
$y + z = 112$ (3ª equação)

O aluno poderá isolar a incógnita x da 1ª equação determinando uma nova equação que será substituída na 2ª equação. Assim poderá resolver o sistema linear, agora de duas incógnitas, pelo método de adição, obtendo o valor da incógnita z. Utilizando o método da substituição, nas equações 1 e 2, encontrará o valor das incógnitas x e y.

$$x + y = 110 \Rightarrow x = 110 - y$$

$$x + z = 120 \Rightarrow \begin{cases} 110 - \cancel{y} + z = 120 \\ \cancel{y} + z = 112 \end{cases}$$

$$110 + 2z = 232 \Rightarrow z = 61$$

Portanto, o valor de x será 59 e y será 51.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) x = 118; y = – 8; z = 120.	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, após isolar a incógnita x da 1ª equação e substituí-la na 2ª equação e passar para a resolução do sistema linear obtendo 110 + 2z = 232, somou o termo independente e o coeficiente da variável esquecendo que a quantidade de z é a variável que deve ser fator de divisão no 2º termo após a subtração do termo independente.

(B) $x = 181; y = 291; z = 61.$	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, após obter o valor de z e ao substituí-lo na 2ª equação somou os valores independentes obtendo $x = 181$, cometendo o mesmo equívoco na 1ª equação obtendo o valor 291 para y.
(C) $x = 59; y = 51; z = 61.$	**Resposta correta.** O aluno domina a transposição dos dados do problema para a linguagem algébrica. Com isso consegue resolver o problema corretamente.
(D) $x = 61; y = 51; z = 61.$	**Resposta incorreta.** O aluno, possivelmente, ao determinar o valor de x e y na 2ª e 1ª equações, apresentou dificuldade na resolução se subtrações com empréstimo.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 1ª Série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 7: sistemas lineares situações-problema.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série:

- Atividade 27: resolvendo algebricamente um sistema de equações do 1º grau com suas incógnitas.

.Parte 1: resolvendo sistema pelo método de substituição, (p.301);

.Parte 2: resolvendo sistema pelo método da adição, (p.302).

3. Sites:

- Sistemas lineares

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:sistemas+lineares

Acesso em: 27/02/2014

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática:

- Teleaula 67: sistemas do 1º grau, (duração:14’53”).

5. Novo Telecurso – Ensino Médio – Matemática:

- Teleaula 10: resolvendo sistemas, (duração:14’24”);

- Teleaula 11: sistemas resolvem problemas, (duração:15’01”).

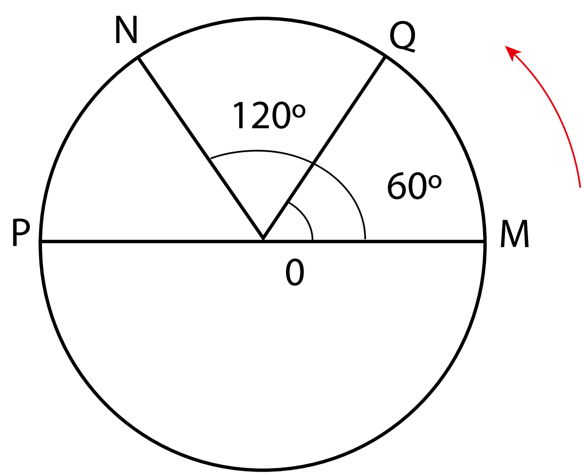
Habilidade:

Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos.

Questão 10 – Objetiva

Na circunferência da figura a seguir estão assinalados dois ângulos centrais, um de medida 60º e outro de medida 120º.

Observe



Podemos afirmar que a medida, em radianos e no sentido indicado, do arco MQ é:

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

Comentários e recomendações pedagógicas

Professor pode pedir a seus alunos que resolva a situação-problema, com o objetivo de que eles identifiquem com destreza arcos de medidas iguais a frações inteiras de π radianos**,** após este trabalho os alunos terão condições de reconhecer que o arco MQ é delimitado pelo ângulo central de 60º, que corresponde à terça parte de 180º. Assim, o arco MQ mede a terça parte de π, ou $\frac{\pi}{3}$ radianos.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\frac{\pi}{6}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não reconhece que o arco MQ é delimitado pelo ângulo central de 60º, e deve ter feito o raciocínio que se 60º corresponde a um arco da circunferência logo associou que este arco corresponde a sexta parte da circunferência π, ou $\frac{\pi}{6}$ r adianos.
(B) $\frac{\pi}{2}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não reconhece que o arco MQ é delimitado pelo ângulo central de 60º, portanto ao anotar a alternativa B eles não identificam com destreza arcos de medidas iguais a frações inteiras de π radianos.
(C) $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	**Resposta correta**. O aluno reconhece que o arco MQ é delimitado pelo ângulo central de 60o, que corresponde a terça parte de 180º. Assim, o arco MQ mede a terça parte de π ou $\frac{\pi}{3}$ radianos.
(D) $\frac{\pi}{4}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não reconhece que o arco MQ é delimitado pelo ângulo central de 60º, portanto ao anotar a alternativa D eles não identificam com destreza arcos de medidas iguais a frações inteiras de π radianos.

Algumas referências:

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.
- Situação de Aprendizagem 2: a periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio – Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.
- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC-Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam

Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br

Acesso em: 25/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas

Acesso em: 25/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Funções trigonométricas

Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html

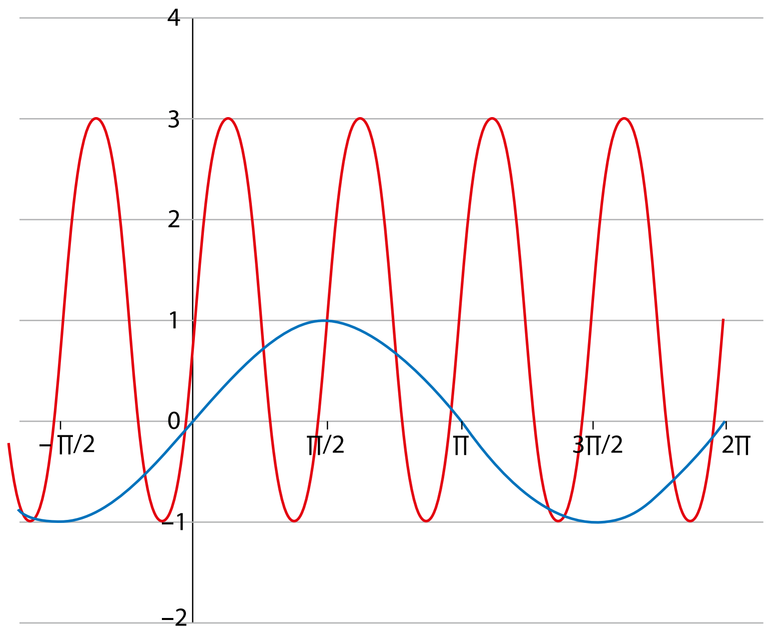
Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como f(x) = a sen(bx) + c a partir do gráfico de y = senx, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c.

Questão 11 – Objetiva

Observe o gráfico a seguir.



O gráfico representa as seguintes funções trigonométricas:

(A) y = cos(x) e y = 1 + 2cos(4x).

(B) y = sen(x) e y = cos(x).

(C) y = sen(x) e y = 1 + 2 sen(4x).

(D) y = sen(x) e y = 1 – 2 sen(4x).

Comentários e recomendações pedagógicas

É importante que o aluno reconheça as principais características das funções $y = \text{sen}(x)$ e $y = \cos(x)$ para poder compreender o significado das transformações sofridas pelos seus gráficos com inclusão de constantes, identificando, assim, gráficos de funções do tipo: $y = a\ \text{sen}(bx) + c$ ou $y = a \cos(bx) + c$.

O uso de programas (*softwares*) gráficos facilita muito o trabalho com funções, agregando significado a cada transformação.

A questão envolve a observação de vários fenômenos periódicos que exige a obtenção de uma sentença matemática que poderá ser aplicada a nova situação que venha ocorrer em condições semelhantes. Os alunos precisam saber desenhar o gráfico de funções desse tipo a partir de sua representação algébrica.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) y = cos(x) e y = 1 + 2cos(4x).	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente pode ter escolhido está alternativa por não reconhecer as diferenças entre os gráficos das funções y = sen(x) e y = cos(x).
(B) y = sen(x) e y = cos(x).	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente pode ter optado por está alternativa, por não reconhecer as diferenças entre as representações gráficas das funções dadas.
(C) y = sen(x) e y = 1 + 2sen(4x).	**Resposta correta.** O aluno identifica a função y = senx e reconhece que houve um deslocamento vertical da função de 1 unidade para cima, teve seu período diminuído 4 vezes e sua amplitude dobrada.
(D) y = sen(x) e y = 1 – 2sen(4x).	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente pode ter percebido que na função $f(0) = 1$ e apenas com esta analise ter escolhido este item. Note que este item deve ser descartado, pois $f(\pi/2) = -1$, que não corresponde ao valor da função que esta representada no gráfico.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 1: o reconhecimento da periodicidade.
- Situação de Aprendizagem 2: a periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica.
- Situação de Aprendizagem 3: gráficos de funções periódicas envolvendo senos e cossenos.

2. Artigo Acadêmico:

- Uma sequência didática para introdução da trigonometria no ensino médio – Marlizete Franco da Silva e Maria Clara Rezende Frota.

Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20131008160136.pdf?PHPSESSID=79cc7fe47e3e88d4676e77be2f4224e2

Acesso em: 25/02/2014

3. Livros:

- Barufi, M. C.B., Laur o M. M., Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador, CAEM-IME-USP, São Paulo, 2000.
- Cerri, C, Monteiro, M. S.(2002) Funções como Instrumento de Modelagem, Módulo 1, PEC - Construindo Sempre, CENP/SEE-SP USP, São Paulo, 2002.

4. Sites:

- Funções: grandezas que variam

Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br

Acesso em: 25/02/2014

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%B5es+trigonom%C3%A9tricas

Acesso em: 25/02/2014

5. Vídeos:

- Aula 73 - Trigonometria - Introdução à Trigonometria

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=HfciEg1-xMI

Acesso em: 27/02/02014

- Aula 74 - Trigonometria - O Ciclo Trigonométrico (Seno e Cosseno)

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=FL3tcJVkj9A

Acesso em: 27/02/02014

6. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Funções trigonométricas

Disponível em: http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-br.html

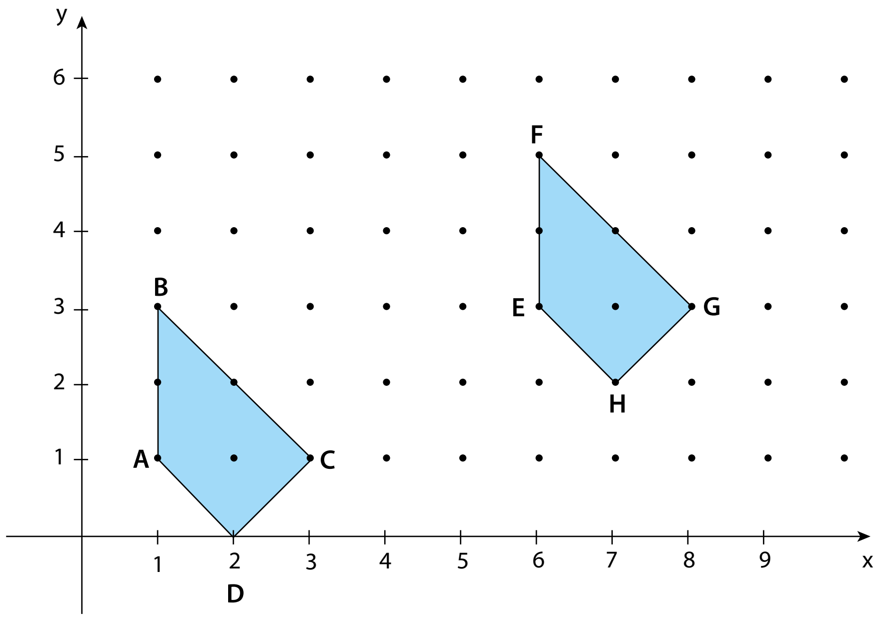
Acesso em: 25/02/2014

Habilidade:

Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.

Questão 12 – Objetiva

Observe os dois polígonos representados no plano cartesiano



Esses dois polígonos são congruentes, e podemos considerar que o polígono EFGH é uma translação do polígono ABCD, isto é, EFGH foi obtido a partir de duas movimentações de ABCD, sendo uma na horizontal e outra na vertical.

A matriz **A** (4x2) que representa as coordenadas dos vértices do polígono ABCD é:

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

Comentários e recomendações pedagógicas

Esses dois polígonos são congruentes, e podemos considerar que o polígono EFGH é uma translação do polígono ABCD, isto é, EFGH foi obtido a partir de duas movimentações de ABCD, sendo uma na horizontal e outra na vertical.

A matriz **A** (4x2) que representa as coordenadas dos vértices do polígono ABCD, de maneira que cada linha matriz contenha coordenada de um ponto, com a abscissa na 1ª coluna e a ordenada na 2ª coluna, identificando corretamente os pares ordenados.

No item "algumas referências" são oferecidas possibilidades de pesquisas, para o desenvolvimento da habilidade requerida, que possivelmente favorecerá a compreensão da situação-problema apresentada.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não identifica que esta matriz A(4x2) é representada pelas coordenadas dos vértices do polígono ABCD, de maneira que cada linha da matriz contenha coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna, provavelmente deve ter cometido um equívoco na leitura e interpretação dos pontos das coordenadas C onde identificou o par ordenado (3,3) onde seria (3,1) e D (2,2) onde seria (2,0), provavelmente este aluno necessita de um trabalho na identificação dos eixos das abscissas e das ordenadas para reconhecimento destas coordenadas.
(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não identifica que esta matriz A(4x2) é representada pelas coordenadas dos vértices do polígono ABCD, de maneira que cada linha da matriz contenha coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna, provavelmente deve ter cometido um equívoco na leitura e interpretação dos pontos das coordenadas B onde identificou o par ordenado (3,1) trocando a leitura deste onde x = 1 e y = 3 logo o par correto é (1,3) e C (1,3) trocando a leitura deste onde x= 3 e y = 1 logo o par correto é (1,3), provavelmente este aluno necessita de um trabalho na identificação dos eixos das abscissas e das ordenadas para reconhecimento destas coordenadas.
(C) $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$	**Resposta correta.** O aluno identifica que esta matriz A(4x2) é representada pelas coordenadas dos vértices do polígono ABCD, de maneira que cada linha da matriz contenha coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna, identificando corretamente os pares ordenados.

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não identifica que esta matriz A(4x2) é representada pelas coordenadas dos vértices do polígono ABCD, de maneira que cada linha da matriz contenha coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna, provavelmente deve ter cometido um equívoco na leitura e interpretação dos pontos das coordenadas B onde identificou o par ordenado (3,3) trocando a leitura deste onde $x = 3$ e $y = 1$ logo o par correto é (3,1), provavelmente este aluno necessita de um trabalho na identificação dos eixos das abscissas e das ordenadas para reconhecimento destas coordenadas.

Algumas referências:

1. Caderno do Professor: Matemática – 2ª série – Ensino Médio – Volume 1 – Edição 2014:

- Situação de Aprendizagem 5: matrizes: diferentes significados.

2. Artigo Acadêmico:

- Spinelli. Walter. A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática. São Paulo, 2001. Tese de doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

3. Vídeo:

- Matrizes, tabelas e solução de problemas

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8wVTbRwdm5Y

Acesso em: 26/02/2014

4. Sites:

- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio

Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:matriz

Acesso em: 26/02/2014

- A elaboração de matrizes ajuda os alunos a paquerar melhor

Disponível em:

http://revistaescola.abril.com.br/ensino-medio/elaboracao-matrizes-ajuda-alunos-paquerar-melhor-426267.shtml

Acesso em: 26/02/2014

5. Objetos Digitais de Aprendizagem:

- Matrizes e imagens digitais

Disponível em: http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-br.html

Acesso em: 26/02/2014

- Aprendendo matrizes através de campeonato de futebol

Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/matrizes_futebol/Matrizes_Futebol/

Acesso em: 26/02/2014

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Eliezer Pedroso da Rocha, Juvenal de Gouveia, Patrícia Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Equipe Curricular de Matemática CGEB/CEFAF e PCNP das Diretorias de Ensino da SEE

Validação, Leitura Crítica
Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Ana Lúcia Nunes Urtado Silva, Arlete Aparecida de Oliveira Almeida, Azenaide Sousa da Silva, Cleonice da Silva Menegatto, Edson Basilio Amorim Filho, Fabiana C. Gonçalves Frank, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaço Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares da Silva, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Paula Pereira Guanais, Rebeca Moralles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente