



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

1ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
2º Bimestre de 2017
16ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011 e voltada a apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e, desde 2015, abrange todos os alunos dos Ensinos Fundamental e Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, contribuindo efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, têm como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e da Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos exemplares do Professor, com orientações específicas para os docentes, instruções para a aplicação (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, gabaritos, orientações e grades para correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e informações sistematizadas no Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações - SARA, incorporando os dados resultantes da AAP, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -
CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP07	Expressar a proporcionalidade, direta ou inversa, como função.
02		
03	MP08	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre grandezas.
04		
05	MP09	Identificar crescimento ou decréscimo de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
06		
07	MP10	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
08		
09	MP11	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
10		
11	MP12	Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e mínimos).
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	☒	☐	☐	☐	☐
02	☐	☒	☐	☐	☐
03	☐	☐	☐	☒	☐
04	☒	☐	☐	☐	☐
05	☐	☒	☐	☐	☐
06	☒	☐	☐	☐	☐
07	☐	☐	☐	☒	☐
08	☐	☒	☐	☐	☐
09	☐	☐	☒	☐	☐
10	☐	☒	☐	☐	☐
11	☐	☐	☒	☐	☐
12	☐	☐	☐	☒	☐

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 2º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

► *(MP07) – Expressar a proporcionalidade, direta ou inversa, como função.*

A ideia principal, ao diagnosticar esta habilidade consiste retomar a noção de função, que traduz uma relação de interdependência entre duas grandezas, explorando-se especialmente as funções de 1º grau e de 2º grau, bem como suas aplicações em diferentes contextos. Estes assuntos já foram apresentados em séries anteriores. No 7º Ano do Ensino Fundamental, foram exploradas situações envolvendo a proporcionalidade direta e inversa entre grandezas, e que conduzem a relações do tipo $y = kx$, ou, então, $y = \frac{k}{x}$, onde k é uma constante não nula. No 9º Ano, foram estudadas as funções $y = ax + b$ e $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, além da representação destas em gráficos.

► *(MP08) – Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre grandezas.*

Um dos objetivos principais do estudo das funções é a de fundamentar matematicamente todos os processos que envolvam relações de proporcionalidade direta (gráficos lineares), ou relações em que uma grandeza é proporcional ao quadrado de outra (gráficos com a forma de uma parábola).

- *(MP09) – Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.*

Além da proposição de problemas, o desenvolvimento desta habilidade tem como objetivo o reconhecimento de relações de proporcionalidade direta em diversos contextos e a representação por meio de uma função de 1º grau é o objetivo primordial que deverá ter sido atingido.

É fundamental que os alunos associem a ideia de variação das grandezas diretamente proporcionais e a função de 1º grau, tendo compreendido que:

- quando **y** é diretamente proporcional a **x** e ambos os valores, de **x** e **y**, começam a ser medidos a partir do valor inicial zero, então **y = ax**, sendo **a** uma constante não nula;
 - quando há a proporcionalidade direta entre a variação de **y** medida a partir de certo valor inicial **b** e os valores de **x**, então **y – b = ax**, ou seja, **y = ax + b**;
 - de modo geral, em qualquer situação em que as variações de duas grandezas interdependentes são diretamente proporcionais, chegamos a uma expressão do tipo **f(x) = ax + b**, ou seja, a **uma** função do 1º grau.
 - sendo **f(x) = ax + b**, então o coeficiente **a** sempre representa a variação no valor da função por unidade a mais de **x**, ou, em outras palavras, a taxa de variação de **f(x)** em relação a **x**.
- *(MP10) – Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.*

Neste caso a apresentação de situações envolvendo as funções polinomiais de 2º grau como a expressão de uma relação de proporcionalidade direta entre as variações de **y** (a partir de um valor inicial **yv**) e o quadrado dos valores de **x** (a partir de um valor inicial **xv**), ou seja, **y – v = (x – xv)²**.

A partir da relação apresentada é possível avaliar que:

- ▶ o gráfico de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) é uma parábola com a concavidade para cima se $a > 0$, e com concavidade para baixo se $a < 0$;
- ▶ quanto maior o valor absoluto de a , mais “fechada” é a parábola: quando mais próximo de 0, mais “aberta” ela é;
- ▶ o vértice (x_v, y_v) da parábola pode ser determinado a partir dos coeficientes a , b e c , sendo:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4a} \text{ ou } y_v = f(x_v)$$

- ▶ as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são

$$x_1 = x_v - \sqrt{-\frac{y_v}{a}} \text{ e } x_2 = x_v + \sqrt{-\frac{y_v}{a}}$$

- ▶ os resultados anteriores traduzem a conhecida fórmula de Bháskara para as raízes.
- ▶ o estudo do sinal da função pode ser realizado a partir do conhecimento das raízes (dentro do intervalo das raízes, a função tem sempre sinal contrário ao de a ; fora dele, tem sempre o sinal de a ; quando não existe raízes a função tem sempre o mesmo sinal de a).

- ▶ *(MP11) – Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.*

A continuidade do desenvolvimento da habilidade anteriormente descrita ocorre por meio da exploração de situações-problema envolvendo as funções polinomiais de 2º grau, verificando a capacidade de identificar as interdependências envolvidas, e reconhecer as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra.

- ▶ *(MP12) – Resolver problemas que envolvam otimizações (máximos e mínimos)*

Para finalizar o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativos ao 2º bimestre, inserimos a contextualização do estudo das funções polinomiais de 2º grau, por meio da identificação das interdependências envolvidas, e no reconhecimento das situações de máximo ou de mínimo presentes, sabendo calcular as coordenadas dos pontos críticos (máximos ou mínimos) correspondentes.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 1º BIMESTRE

Habilidade	Expressar a proporcionalidade direta ou inversa como função
MP07	

Questão 1

Num movimento, o espaço percorrido é diretamente proporcional ao tempo, mantendo-se constante a velocidade. O professor Demóstenes deslocou-se no seu automóvel durante 4 horas, a uma velocidade média de 90 km/h. A função que representa corretamente a relação de proporcionalidade direta é

- (A) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço}}{\text{Tempo}}$
- (B) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço} + \text{Tempo}}{\text{Tempo}}$
- (C) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço} - \text{Tempo}}{\text{Tempo}}$
- (D) "Velocidade média = Espaço · Tempo
- (E) "Velocidade média = $\frac{\text{Tempo}}{\text{Espaço}}$
-

O objetivo da questão é avaliar o conhecimento do aluno sobre a função de proporcionalidade expressa em uma relação.

As funções são um subgrupo das relações. Nas funções, todo x (domínio), possui uma única imagem em $f(x)$ (contradomínio). Então, se uma determinada relação entre grandezas encontramos duas imagens, dizemos que não é uma função.

É importante ressaltar que uma determinada relação não seja classificada como função, esta continua sendo uma relação. Assim, podemos dizer que “Nem toda relação é função, mas toda função é relação”.

Na questão apresentada, a função que expressa corretamente o movimento do professor Demóstenes é a alternativa A. Pois como explicitado no problema: mantendo-se constante a velocidade, o espaço percorrido é diretamente proporcional ao tempo.

Escrevendo-se o espaço percorrido: $\Delta_s = s_2 - s_1$ para o vetor deslocamento e $\Delta_t = t_2 - t_1$ para o correspondente intervalo de tempo, a expressão: $V_m = \frac{\Delta_s}{\Delta_t}$ fica em palavras: a velocidade média num certo intervalo de tempo é o quociente do deslocamento pelo intervalo de tempo gasto para percorrê-lo. Como o deslocamento é um vetor, a velocidade média também é um vetor. Além disso, a notação matemática: $v(t_1, t_2)$ enfatiza que a velocidade é função de dois instantes de tempo.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Espaço}}{\text{Tempo}}$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Espaço} + \text{Tempo}}{\text{Tempo}}$	Resposta incorreta.	O equívoco na escolha dessa opção está em considerar a razão entre a soma do espaço e o tempo com o próprio tempo, dessa forma, não é uma relação correta e não corresponde a uma função da velocidade.
(C)	$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Espaço} - \text{Tempo}}{\text{Tempo}}$	Resposta incorreta.	Esta resposta não é uma relação correta e não corresponde a uma função da velocidade, pois não existe a razão entre a diferença do espaço e o tempo com o espaço.
(D)	$\text{Velocidade média} = \text{Espaço} \cdot \text{Tempo}$	Resposta incorreta.	O produto do espaço de expressa nessa resposta não corresponde a uma razão e, portanto, não representa uma relação de proporcionalidade direta.
(E)	$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Tempo}}{\text{Espaço}}$	Resposta incorreta.	Esta resposta não corresponde a uma função da velocidade, pois a relação: espaço / tempo está invertida.

Habilidade	Expressar a proporcionalidade direta ou inversa como função.
MP07	

Questão 2

O comprimento **C** de uma circunferência é uma função do diâmetro **d**; no caso, **C** é diretamente proporcional a **d**, e temos **$C = f(d) = \pi \cdot d$** . Então a constante de proporcionalidade (k) é:

(A) $k = 2d$

(B) $k = \pi$

(C) $k = \frac{2}{\pi}$

(D) $k = 2\pi$

(E) $k = \frac{\pi}{2}$

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é avaliar a compreensão do aluno sobre o que é a constante de proporcionalidade.

A proposta expressa no problema atende ao conceito de função linear, $y = kx$ e $\frac{y}{x} = k$.

Uma função que estabelece entre c e d uma relação tal que c/d é constante é chamada linear.

Expressamos a relação por $C = \pi \cdot d$, “ π ” constante e dizemos que a variação de “ C ” é diretamente proporcional a variação de “ d ”.

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow C = \pi \cdot 2 \cdot r \Rightarrow c = \pi \cdot d \Rightarrow \frac{c}{d} = \pi$$

Assim, $k = \pi$, que é a constante de proporcionalidade entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$k = 2d$	Resposta incorreta.	Nesta resposta o equívoco se dá com o embaraço entre o diâmetro e o raio, na função expressa por $c = 2\pi r$ tomando o dobro do diâmetro como constante.
----------	----------------------------	---

(B)

$k = \pi$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
-----------	--------------------------	--

(C)

$k = \frac{2}{\pi}$	Resposta incorreta.	Equivocadamente o aluno considera o dobro do inverso de π como a constante de proporcionalidade da função dada no problema.
---------------------	----------------------------	---

(D)

$k = 2\pi$	Resposta incorreta.	Ao optar por esta resposta o aluno provavelmente considera como constante o número dois, talvez por entender o valor numérico como invariável e, assim constante.
------------	----------------------------	---

(E)

$k = \frac{\pi}{2}$	Resposta incorreta.	Equivocadamente o aluno considera o arco metade de π como a constante de proporcionalidade da função dada no problema.
---------------------	----------------------------	--

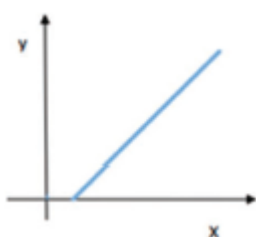
Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre duas grandezas.
MP08	

Questão 3

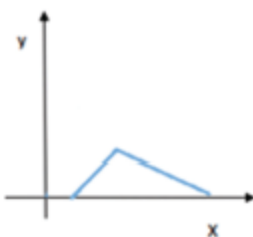
Existe uma relação de proporcionalidade direta entre duas grandezas x e y . Se x é diretamente proporcional a y , então também y será diretamente proporcional a x .

O gráfico que representa uma relação de proporcionalidade direta entre as duas grandezas é

(A)



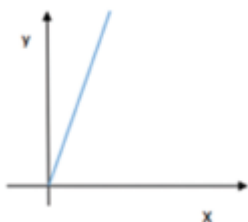
(B)



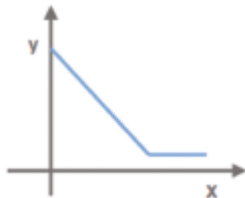
(C)



(D)



(E)



CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar se o aluno demonstra conhecimento de detalhes relacionados à proporcionalidade direta.

Dado que, só existe uma relação de proporcionalidade direta entre as grandezas x e y . Se x é diretamente proporcional a y , então também y é diretamente proporcional a x . Quando existe proporcionalidade direta entre duas grandezas, o gráfico que une os pontos correspondentes é uma reta que contém a origem do referencial.

Dos gráficos apresentados, o único que atende essa premissa é o da alternativa **D**.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

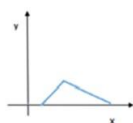
(A)



Resposta incorreta.

Esta opção mostra que o aluno não reconhece detalhes que lhe permitem identificar um gráfico que expressa uma proporcionalidade direta, pois nessa resposta, o gráfico não passa pela origem dos eixos, apesar de representar crescimento de y , em função do crescimento de x , no domínio em questão.

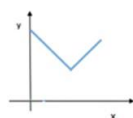
(B)



Resposta incorreta.

O equívoco na escolha desta opção está em não reconhecer minimamente que o gráfico não passa pela origem, não tem comportamento proporcional direto e no trecho decrescente do gráfico o valor de y diminui enquanto o de x aumenta o que caracteriza uma relação inversa.

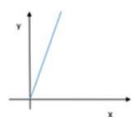
(C)



Resposta incorreta.

Nessa resposta, o equívoco está em não reconhecer que o gráfico não contém o ponto de origem $(0,0)$ e que o trecho decrescente revela uma inversa.

(D)



Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(E)



Resposta incorreta.

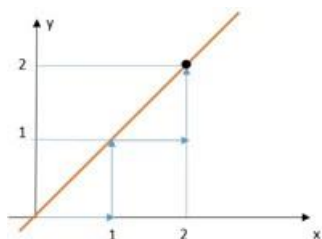
Nessa resposta, o equívoco está em não reconhecer que o gráfico não contém o ponto de origem $(0,0)$ e que o trecho decrescente revela uma inversa e o trecho horizontal uma constante.

Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre duas grandezas.
MP08	

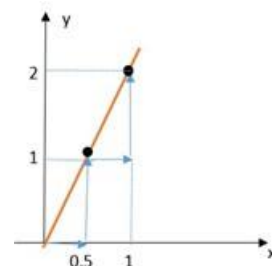
Questão 4

Considere os gráficos a seguir:

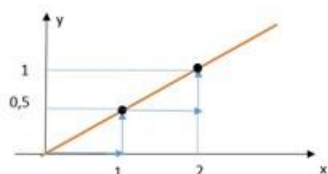
I



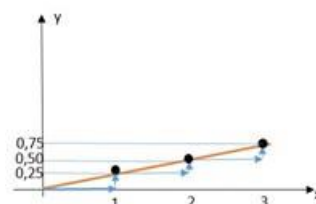
II



III



IV



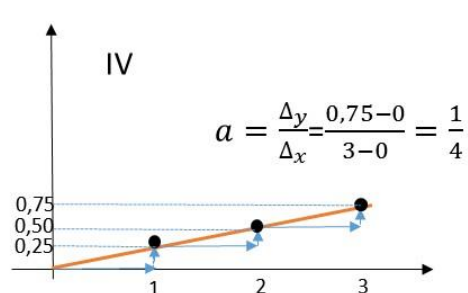
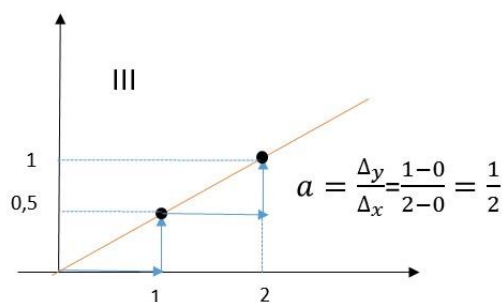
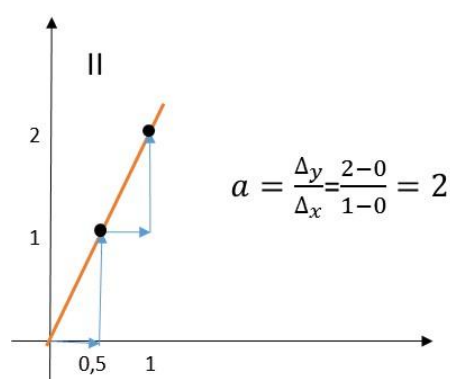
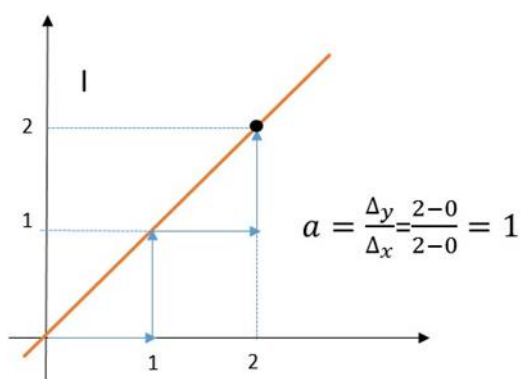
Considerando as constantes de proporcionalidade encontradas em cada uma das funções e organizando-as em ordem crescente, obtemos a seguinte sequência:

- (A) IV, III, I e II.
 (B) II, I, III e IV.
 (C) III, IV, I e II.
 (D) I, II, III e IV.
 (E) II, III, IV e I.

CORREÇÃO COMENTADA

Em todos os gráficos verifica-se que as constantes de proporcionalidade são positivas, isto indica que existe uma relação de interdependência envolvendo grandezas diretamente proporcionais, graficamente a constante de proporcionalidade indica a inclinação da reta e é calculada através da relação: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

A seguir apresentamos o valor de a , para cada reta apresentada nos gráficos.



Portanto a sequência em ordem crescente das constantes de proporcionalidade dos gráficos apresentados na questão será: IV, III, I e II, que atende a alternativa **A** da questão

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

IV, III, I e II.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
------------------	--------------------------	--

(B)

II, I, III e IV.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou corretamente as constantes de proporcionalidades, porém classificou em ordem decrescente os respectivos valores das constantes de proporcionalidade.
------------------	----------------------------	---

(C)

III, IV, I e II.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou corretamente as constantes de proporcionalidades, porém equivocou-se na comparação do resultado do gráfico III e IV.
------------------	----------------------------	---

(D)

I, II, III e IV.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão e indicou esta resposta aleatoriamente.
------------------	----------------------------	--

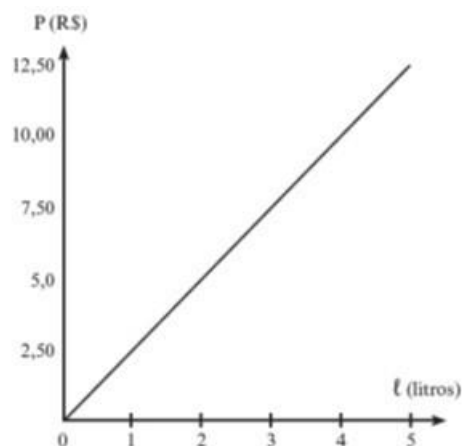
(E)

II, III, IV e I.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não considerou a ordem crescente solicitada no enunciado da questão, ou indicou esta resposta aleatoriamente.
------------------	----------------------------	---

Habilidade	Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
MP09	

Questão 5

O valor a ser pago por uma pessoa para abastecer seu automóvel varia proporcionalmente em função da quantidade de litros de combustível utilizado. Tal função trata-se de uma relação de proporcionalidade direta.



A partir das informações apresentadas no gráfico, pode-se afirmar que:

- (A) a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros menor o valor a ser pago.
- (B) a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros maior o valor a ser pago.**
- (C) a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 3,5$.
- (D) a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = -3,5$.
- (E) a relação de (L) litros e Preço (P) é constante, com P crescente de $k = 2,5$ mantendo a proporcionalidade.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é demonstrar a habilidade do estudante em identificar, no gráfico a relação de crescimento entre as grandezas envolvidas.

Do gráfico, tem-se que a relação litros e preço é direta, e que o valor do litro do combustível em questão é R\$ 2,50. Então a constante k de proporcionalidade é $k = 2,5$.

Assim, $P = k \cdot L$ ou $P = 2,5 \cdot L$ e, portanto, quanto maior a quantidade de litros de combustível, maior o valor a ser pago.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros menor o valor a ser pago.	Resposta incorreta.	Ao optar por esta resposta, o aluno equivocou-se em interpretar que a relação entre Litros (L) e Preço (P) são grandezas inversamente proporcionais.
---	----------------------------	--

(B)

a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente, ou seja, quanto maior a quantidade de litros maior o valor a ser pago.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
---	--------------------------	---

(C)

a relação de (L) litros e Preço (P) é crescente e sua constante de proporcionalidade é $k = 3,5$.	Resposta incorreta.	Nesta resposta o aluno identifica uma relação de crescimento representada no gráfico, porém se equivoca quando admite $k = 3,5$.
--	----------------------------	---

(D)

a relação de (L) litros e Preço (P) é decrescente e sua constante de proporcionalidade é $k = -3,5$.	Resposta incorreta.	Nesta resposta o aluno identifica uma relação de crescimento representada no gráfico, porém se equivoca quando admite $k = -3,5$.
---	----------------------------	--

(E)

a relação de (L) litros e Preço (P) é constante, com P crescente de $k = 2,5$ mantendo a proporcionalidade.	Resposta incorreta.	Nesta resposta o aluno não identifica a relação de crescimento representada no gráfico, e se equivoca quando admite $k = 2,5$.
---	----------------------------	---

Habilidade	Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.
MP09	

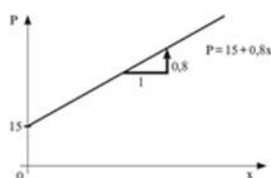
Questão 6

O preço P a ser cobrado em uma corrida de taxi é composto por uma quantia fixa (bandeirada), igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional ao número de quilômetros rodados: $P = a + b \cdot x$ (b é o custo de cada quilômetro rodado).

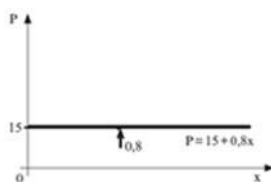
Em certa cidade, temos $P = 15 + 0,8 \cdot x$ (P em reais e x em quilômetros).

O gráfico de P em função de x que atende a proposição é:

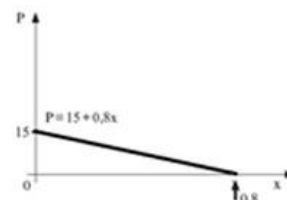
(A)



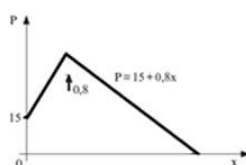
(B)



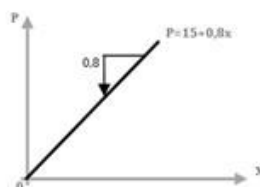
(C)



(D)



(E)



CORREÇÃO COMENTADA

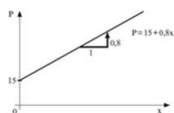
Este problema é uma situação em que a proporcionalidade direta existe apenas no cálculo da parcela variável da corrida, existindo outra parcela fixa, independente dos quilômetros rodados.

O gráfico que atende ao solicitado no problema é o da alternativa A.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

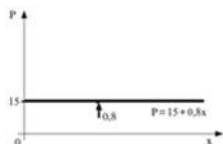


Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.

Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

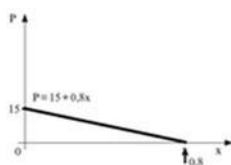
(B)



Resposta incorreta.

A escolha desta resposta não atende ao solicitado visto que este gráfico representa uma função constante. Pode demonstrar que o aluno não identifica diferenças entre função crescente e constante. Este gráfico mostra que o da corrida não varia, sendo sempre R\$ 15,00 o que não é verdade.

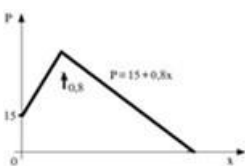
(C)



Resposta incorreta.

O gráfico desta resposta representa uma função decrescente. O aluno ao escolhê-lo mostra desconhecimento de características peculiares da função diretamente proporcional e, portanto, não responde corretamente ao problema. Uma vez que, segundo esse gráfico, o preço da corrida diminui à medida que a quilometragem aumenta, o que não é verdade para o caso.

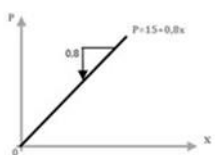
(D)



Resposta incorreta.

Para decidir por esta resposta, o aluno possivelmente observa o trecho crescente do gráfico. Porém equivoca-se na análise, pois o crescimento não é compatível com a função dada, além de apresentar um trecho decrescente, o que é incoerente com a proposta.

(E)



Resposta incorreta.

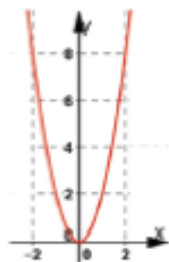
A escolha desta resposta não atende ao solicitado visto que este gráfico representa uma função que tem seu início na origem (0, 0). Isso mostra que o aluno não identifica as relações algébricas e gráficas de uma função.

Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP10	

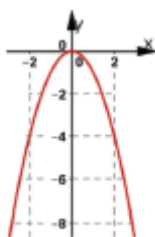
Questão 7

Indique qual dos gráficos abaixo expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra, considerando as grandezas x e y , em que $y = x^2$.

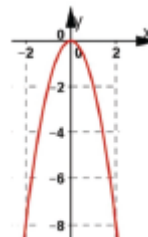
(A)



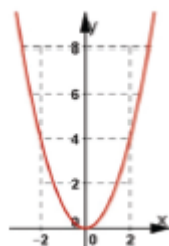
(B)



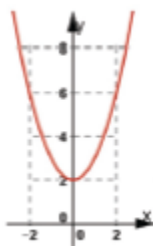
(C)



(D)



(E)

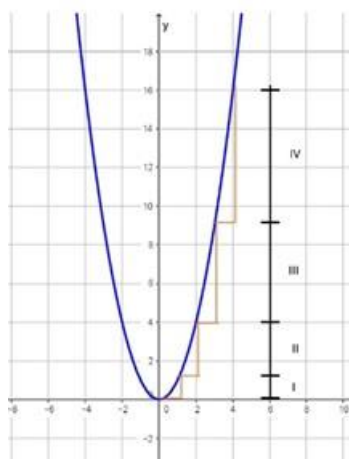


CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem por objetivo tornar evidente a habilidade do aluno na identificação por gráfico de características referentes à proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra.

Neste caso o gráfico da alternativa D é o correspondente à função $y = x^2$, em que y é expresso pelo quadrado de x . De forma que, para cada x real do domínio há um y real na imagem correspondente ao quadrado de x .

Graficamente, isso se expressa por um acréscimo (ou decréscimo) constante em y , a cada unidade que se avança em x , no gráfico a seguir, esta afirmação fica evidente.



A variação em y , é calculada através da taxa média de variação, conforme a razão:

$$TMV = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Para exemplificar, calcularemos a taxa de variação média, nos intervalos representados por I, II, III e IV, na figura.

No intervalo I, temos que:

$$TMV = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{1 - 0}{1} = 1$$

No intervalo II, temos que:

$$TMV = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{4 - 1}{1} = 3$$

No intervalo III, temos que:

$$TMV = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{9 - 4}{1} = 5$$

No intervalo IV, temos que:

$$TMV = \frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = \frac{16 - 9}{4 - 3} = 7$$

Estes resultados comprovam as demarcações representadas no segmento de reta, que representa a variação no eixo y.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

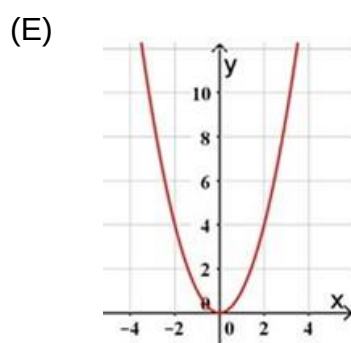
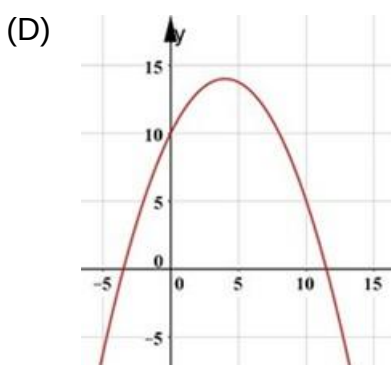
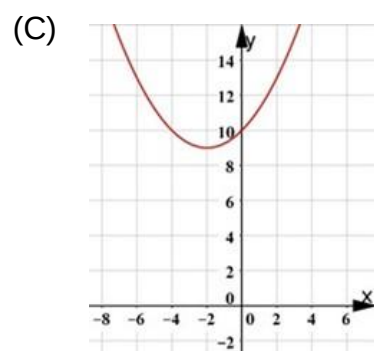
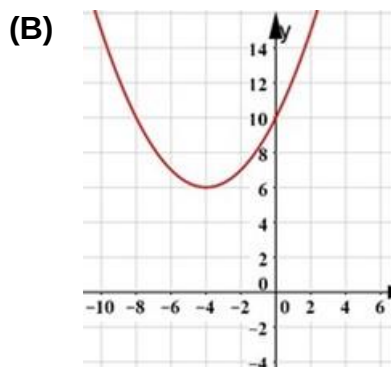
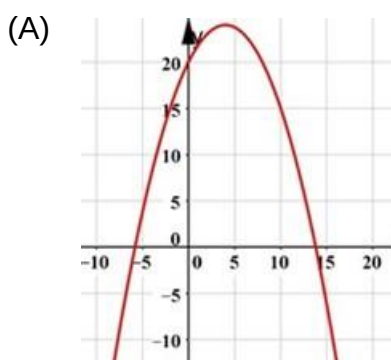
(A)		Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou corretamente o sinal da variável x^2 , com a concavidade da parábola (voltada para cima), porém não identificou no gráfico que os valores de x e y não atendem a função $y = x^2$, neste caso, o gráfico refere-se a função $y = 2x^2$.
(B)		Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou corretamente os valores de x e y , com a função $y=x^2$, porém não verificou corretamente o sinal da variável x^2 , com a concavidade da parábola.
(C)		Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão ou ainda o conceito referente ao estudo dos gráficos de função quadrática não está bem fundamentado, pois o gráfico representa a função $y=-2x^2$.
(D)		Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(E)		Resposta correta.	Possivelmente o aluno associou corretamente o sinal da variável x^2 , com a concavidade da parábola (voltada para cima), porém não identificou no gráfico que os valores de x e y não atendem a função $y = x^2$, neste caso, o gráfico refere-se a função $y = x^2 + 2$.

Habilidade	Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP10	

Questão 8

Dada a função: $y = 0,25x^2 + 2x + 10$.

O gráfico que representa corretamente a proporcionalidade direta entre as duas grandezas é:



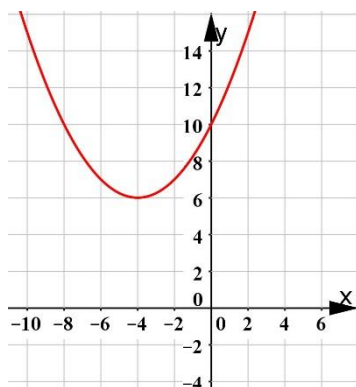
CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo desta questão é averiguar se o aluno identifica algumas características importantes da função polinomial de 2º grau, por meio das características de seus coeficientes e também pelas coordenadas do vértice da parábola.

Então temos que:

- ▶ $a > 0 \Rightarrow$ a parábola tem concavidade voltada para cima;
- ▶ $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 0,25} = -\frac{2}{0,5} = -4;$
- ▶ $y_v = f(x_v) \Rightarrow y_v = 0,25 \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) + 10 = -6;$
- ▶ o termo independente (c) da função é 10, portanto a parábola corta o eixo y no ponto (0,10).

Os dados acima, são condições suficientes para o esboço do seguinte gráfico:

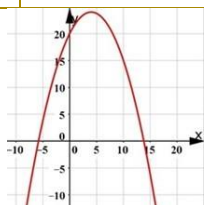


Portanto, o gráfico da função: $C = 0,25 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 10$, será representado pelo gráfico indicado na alternativa **B**.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

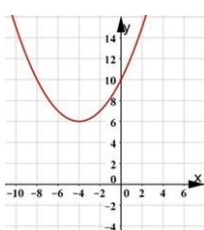
(A)



Resposta incorreta.

Ao indicar esta resposta o aluno mostra que não compreendeu ainda as principais características para se esboçar uma função polinomial do 2º grau, ou indicou aleatoriamente esta alternativa.

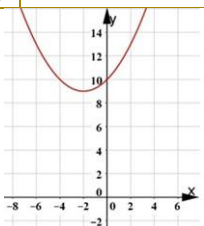
(B)



Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

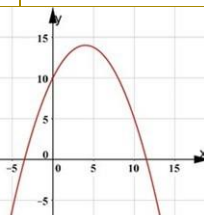
(C)



Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno calculou a abscissa do vértice da parábola ($x_v = -2$) e também verificou que a mesma tem concavidade voltada para cima, e que a curva intercepta o eixo y no ponto (0,10), porém não calculou corretamente a ordenada do vértice da parábola.

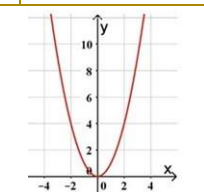
(D)



Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno verificou que a curva intercepta o eixo y no ponto (0,10) e não identificou outras características que permitem traçar a referida curva.

(E)



Resposta incorreta.

Ao indicar esta resposta o aluno mostra que não compreendeu ainda as principais características para se esboçar uma função polinomial do 2º grau, ou indicou aleatoriamente.

Habilidade	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP11	

Questão 9

A tabela mostra a proporcionalidade direta entre a grandeza X e seu quadrado.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{8}$	2	$\frac{25}{8}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{49}{2}$	8	$\frac{81}{8}$	$\frac{25}{2}$

A função que representa a variação das grandezas será:

(A) $y = \frac{1}{8}x$

(B) $y = 4x^2$

(C) $y = \frac{1}{8}x^2$

(D) $y = 8x^2$

(E) $y = \frac{1}{2}x$

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo, se o aluno consegue verificar a regularidade encontrada na variação das grandezas x e y , informadas na tabela e generalizar estes dados em uma função que expresse a proporcionalidade direta da grandeza X com o seu quadrado.

De acordo com a variação das grandezas apresentadas na tabela, nota-se que a constante de proporcionalidade (k) varia de acordo com o quadrado do valor de x na razão de $1/8$, conforme a tabela abaixo

x	y	x^2	$k = \frac{y}{x^2} \Rightarrow y = kx^2$
1	$\frac{1}{8}$	1	$k = \frac{\frac{1}{8}}{1} = \frac{1}{8} \cdot 1 = \frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{2}$	4	$k = \frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
3	$\frac{9}{8}$	9	$k = \frac{\frac{9}{8}}{9} = \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{8}$
4	2	16	$k = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$
5	$\frac{25}{8}$	25	$k = \frac{\frac{25}{8}}{25} = \frac{25}{8} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{8}$
6	$\frac{9}{2}$	36	$k = \frac{\frac{9}{2}}{36} = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{8}$
7	$\frac{49}{8}$	49	$k = \frac{\frac{49}{8}}{49} = \frac{49}{8} \cdot \frac{1}{49} = \frac{1}{8}$
8	8	64	$k = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$
9	$\frac{81}{8}$	81	$k = \frac{\frac{81}{8}}{81} = \frac{81}{8} \cdot \frac{1}{81} = \frac{1}{8}$
10	$\frac{25}{2}$	100	$k = \frac{\frac{25}{2}}{100} = \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{8}$

Então a função que representa as grandezas x e y da tabela será $y = \frac{1}{8} \cdot x^2$

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$$y = \frac{1}{8}x$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão, e apenas verificou a razão de proporcionalidade existente entre $\frac{1}{8}$ e 1, não observando o enunciado.

(B)

$$y = 4x^2$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão, e apenas verificou a razão de proporcionalidade existente entre 2 e $\frac{1}{2}$, e concluiu que $y = 4x^2$.

(C)

$$y = \frac{1}{8}x^2$$

Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(D)

$$y = 8x^2$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno compreendeu se solicita na questão, porém não calculou corretamente a razão de proporcionalidade existente entre 1 e $\frac{1}{8}$ e concluiu que esta razão equivale a 8, e indicou esta função como correta.

(E)

$$y = \frac{1}{2}x$$

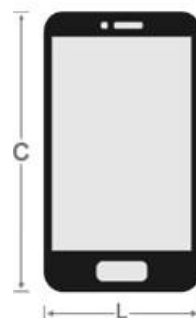
Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno não compreendeu o enunciado da questão, e apenas verificou a razão de proporcionalidade existente entre 4 e 2, não observando o enunciado.

Habilidade	Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.
MP11	

Questão 10

A área de um celular (retangular) é de $121,5 \text{ cm}^2$, tendo de altura C uma vez e meia a sua largura (L). Sabendo-se que a área de uma figura retangular é calculada multiplicando-se a medida da sua largura, pela medida de sua altura, a expressão matemática que representa a área desse celular é:



- (A) $-121,5 = 1,5L^2$.
- (B) $1,5L^2 - 121,5 = 0$.**
- (C) $C = 1,5L^2$.
- (D) $L = 1,5C^2$.
- (E) $1,5L = 121,5$

CORREÇÃO COMENTADA

Se chamarmos de C a altura da tela, e L a largura, temos que $1,5L$ é a medida da altura da tela.

Sabemos que a área de uma figura geométrica retangular é calculada multiplicando-se a medida da sua largura pela medida da sua altura. Escrevendo o enunciado na forma de uma sentença matemática, temos que: $L \cdot 1,5L = 121,5$ ou $1,5L^2 - 121,5 = 0$

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$-121,5 = 1,5L^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno determinou corretamente a expressão solicitada, porém equivocou-se no tratamento algébrico da referida expressão.
-------------------	----------------------------	---

(B)

$1,5L^2 - 121,5 = 0$	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
----------------------	--------------------------	--

(C)

$C = 1,5L^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno apenas efetuou a transcrição da linguagem materna, expressa no enunciado: “altura C uma vez e meia a sua largura (L)”
--------------	----------------------------	---

(D)

$L = 1,5C^2$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno transcreveu erroneamente o que está expresso no texto e interpretou que a largura é uma vez e meia o comprimento do celular.
--------------	----------------------------	--

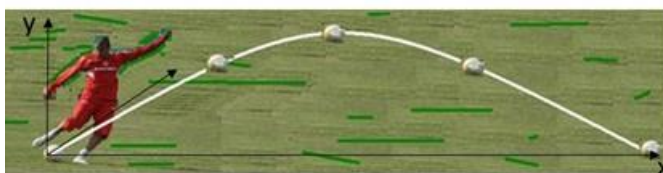
(E)

$1,5L = 121,5$	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno apenas transcreveu o que entendeu, equivocadamente, do enunciado, como se fosse: “uma vez e meia a sua largura (L) igual a 121,5”.
----------------	----------------------------	--

Habilidade	Resolver problemas que envolvem otimizações (máximos e mínimos).
MP12	

Questão 11

Em um jogo de futebol, um chute durante um passe de bola descreve uma trajetória em formato de um arco de uma parábola de acordo com a seguinte função $y = -x^2 + 7x$.



Determine a altura máxima atingida pela bola.

- (A) 7 m.
- (B) 12 m.
- (C) 12,25 m.**
- (D) 14,0 m.
- (E) -42,0 m.

CORREÇÃO COMENTADA

Dada a função que estabelece a trajetória da bola: $y = -x^2 + 7x$, temos que:

- ▶ coeficientes da função: $a = -1$, $b = 7$ e $c = 0$
- ▶ a parábola tem concavidade voltada para baixo ($a < 0$);
- ▶ a parábola não intercepta o eixo y, pois não existe o termo independente da função.

Desta forma, calcularemos as coordenadas do vértice da parábola:

$$\begin{cases} x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{7}{-2} = \frac{7}{2} \\ y_v = f(x_v) = -\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{49}{4} + \frac{49}{2} = \frac{-49 + 98}{4} = \frac{49}{4} = 12,25 \end{cases}$$

Outra maneira de se estabelecer as coordenadas do vértice:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow \left(-\frac{7}{-2}, -\frac{7^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}{-4}\right) \Rightarrow \left(\frac{7}{2}, \frac{49}{4}\right) = (3,5 ; 12,25)$$

Conclui-se que a altura máxima, da bola será de 12,25 metros percorridos em 3,5 segundos.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

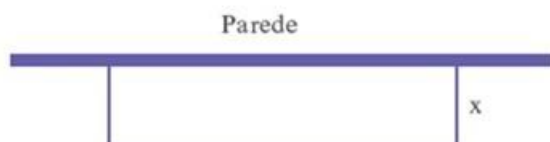
GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
7 m.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno determinou as raízes da função polinomial do 2º grau, por meio da fatoração, conforme segue: $-x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x \cdot (-x + 7) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0, \text{ ou} \\ -x + 7 = 0 \Rightarrow -x = -7 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$
(B)		
12 m.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno calculou corretamente as coordenadas do vértice da parábola, porém ao indicar a altura máxima, considerou apenas a parte inteira de 12,25m.
(C)		
12,25 m.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)		
14,0 m.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno verificou que uma das raízes da função é 7, e concluiu equivocadamente que a altura máxima seria o dobro deste valor, ou indica aleatoriamente esta resposta.
(E)		
-42,0 m	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno verificou que uma das raízes da função é 7, e substituiu x, equivocadamente, na função $y = -x^2 + 7$, assim $y = -49 + 7$, ou indica aleatoriamente esta resposta.

Habilidade	Resolver problemas que envolvem otimizações (máximos e mínimos).
MP12	

Questão 12

Deseja-se cercar com muros um terreno retangular utilizando-se de uma parede já existente. Sabe-se que o comprimento do muro que será construído para cercar os outros três lados do terreno deverá ter 36 m de comprimento, conforme mostra a figura a seguir.

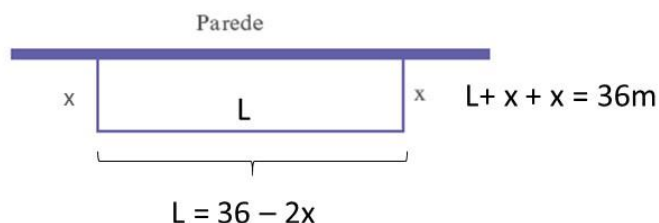


De acordo com as indicações propostas no enunciado, a área máxima do terreno cercado será de:

- (A) 72 m².
- (B) 108 m².
- (C) 144 m².
- (D) 162 m².**
- (E) 1296 m².

CORREÇÃO COMENTADA

Da figura apresentada, temos que:



Desta forma a área do terreno será dada por: $A(x) = x \cdot (36 - 2x) = -2x^2 + 36x$

Verificando as características da função $A(x)$, temos:

- ▶ *coeficientes da função: $a=-2$, $b=36$ e $c=0$*
- ▶ *a parábola tem concavidade voltada para baixo ($a<0$);*
- ▶ *a parábola não intercepta o eixo y, pois não existe o termo independente da função.*

Desta forma, calcularemos as coordenadas do vértice da parábola:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{36}{-4} = 9 \\ y_v = f(x_v) = -2 \cdot (9)^2 + 36 \cdot (9) = -162 + 324 = 162 \\ \text{ou} \\ y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{1296}{-8} = 162 \end{array} \right.$$

Então a **área** máxima a ser cercada corresponde à ordenada do vértice (y_v) que equivale a 162 m, que satisfaz a alternativa **D** da questão.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

72 m ² .	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou que a área a ser cercada será o dobro do comprimento informado no enunciado. Isto mostra que o aluno não compreendeu o enunciado e também desconhece os conceitos de otimização, ou escolheu aleatoriamente esta resposta.
---------------------	----------------------------	---

(B)

108 m ² .	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou que a área a ser cercada será o triplo do comprimento informado no enunciado. Isto mostra que o aluno não compreendeu o enunciado e também desconhece os conceitos de otimização, ou escolheu aleatoriamente esta resposta.
----------------------	----------------------------	--

(C)

144 m ² .	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou que a área a ser cercada será quatro vezes o comprimento informado no enunciado. Isto mostra que o aluno não compreendeu o enunciado e também desconhece os conceitos de otimização, ou escolheu aleatoriamente esta resposta.
----------------------	----------------------------	---

(D)

162 m ² .	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
----------------------	--------------------------	--

(E)

1296 m ² .	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno associou que a área a ser cercada será o comprimento informado no enunciado ao quadrado. Isto mostra que o aluno não compreendeu o enunciado e também desconhece os conceitos de otimização, ou escolheu aleatoriamente esta resposta.
-----------------------	----------------------------	--

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional - CEFAF

Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Autoria, Leitura crítica e validação do material

Adriana Santos Morgado, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione.

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Leitura crítica e validação do material de Matemática

Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagauchi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.