



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Caderno do Professor

1ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo

1º Bimestre de 2017

15ª Edição

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos e formas de registro.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, passaram a ter como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede. Nas edições de 2017 prossegue esse mesmo referencial assim como, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui e juntamente com as informações incorporadas na Plataforma Foco Aprendizagem, a partir dos dados inseridos pelos docentes no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL -
CIMA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP01	Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.
02		
03	MP02	Expressar algebricamente padrões de sequências numéricas ou geométricas.
04		
05	MP03	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.
06		
07	MP04	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.
08		
09	MP05	Resolver problemas envolvendo PA ou PG, em diferentes contextos.
10		
11	MP06	Calcular a soma dos n primeiros termos de uma PA ou PG.
12		

GABARITO

	A	B	C	D	E
01	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
07	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
08	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
09	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
10	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz de Avaliação Processual de Matemática, notadamente as do 1º bimestre letivo.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

- ▶ *(MP01) – Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.*

A proposta de se diagnosticar os conhecimentos referentes à habilidade diz respeito ao reconhecimento da regularidade de sequências numéricas ou geométricas de qualquer natureza e traduzir para a linguagem materna a regularidade identificada, com a finalidade de encontrar termos sucessivos desta sequência, caso elas mantenham a regularidade observada.

- ▶ *(MP02) – Expressar algebricamente padrões de sequências numéricas ou geométricas.*

O objetivo principal na indicação da habilidade seria diagnosticar se o aluno conseguiu ampliar seus conhecimentos relativos à generalização de padrões numéricos ou geométricos e conseqüentemente traduzir para uma linguagem algébrica.

- ▶ *(MP03) – Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.*

Os problemas inseridos para diagnosticar o nível de desenvolvimento da habilidade em questão se resumem, no reconhecimento da regularidade da sequência e da generalização intuitiva do termo geral, neste caso propõe-se que os problemas para diagnosticar o desenvolvimento deste tópico não visem apenas a simples substituição de valores em fórmulas memorizadas.

- ▶ *(MP04) – Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.*

No caso das sequências aritméticas ou geométricas, a ideia central é a ampliação da ideia de que o raciocínio principal envolvido em um ou outro tipo de sequência é o mesmo, ou seja, um valor constante é o passo que permite obter um termo a partir do anterior. O fato de que, em um caso, esse passo é adicionado, enquanto, no outro, é multiplicado. Tal pensamento compõe o raciocínio secundário no estudo referente à duas sequências numéricas desenvolvidas no Ensino Médio, cujo reconhecimento não costuma trazer qualquer dificuldade adicional aos alunos.

- ▶ *(MP05) – Resolver problemas envolvendo P.A ou P.G. em diferentes contextos.*

Neste caso, a ideia central é a apresentação de situações problemas que privilegiem o reconhecimento da sequência e da generalização intuitiva do termo geral, mantendo em segundo plano, a simples substituição de valores em fórmulas memorizadas.

- ▶ *(MP06) – Calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.A ou P.G.*

O cálculo da soma dos termos de uma P.A ou de uma P.G é um bom momento para se retomar e aprofundar com os alunos a noção de algoritmo em Matemática, pois podemos entender o cálculo da soma de qualquer um desses dois tipos de sequência como um cálculo realizado a partir de certa ordenação de procedimentos que conduzem, com eficiência, ao resultado procurado.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

[...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados. (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

QUESTÕES REFERENTES À MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL DO 1º BIMESTRE

Habilidade	Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.
MP01	

Questão 1

Estão representados na figura, os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de bolas pretas e brancas que segue uma lei de formação.



O 7º termo desta sequência terá

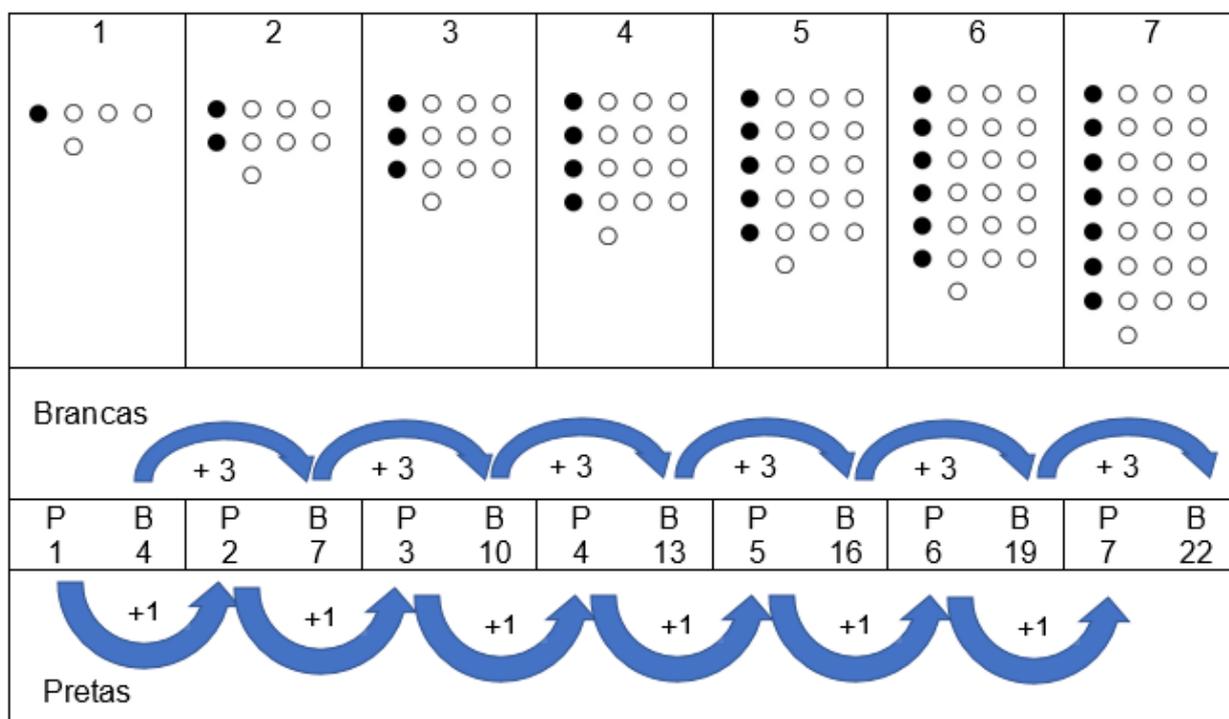
- (A) 5 bolas pretas e 16 bolas brancas.
- (B) 6 bolas pretas e 16 bolas brancas.
- (C) 7 bolas pretas e 22 bolas brancas.**
- (D) 8 bolas pretas e 21 bolas brancas.
- (E) 8 bolas pretas e 23 bolas brancas.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão está em verificar a capacidade do aluno para identificação da regularidade existente na sequência geométrica da figura.

O padrão de formação é composto pelos três primeiros conjuntos de bolas (5, 9 e 13) nos quais, a quantidade de bolas aumenta de 1 bola preta e 3 brancas, conforme a figura a seguir.



Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
5 bolas pretas e 16 bolas brancas.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno somou as bolas pretas e brancas dos 2º e 3º termos, mostrando assim pouca compreensão na generalização dos padrões de figuras
(B)		
6 bolas pretas e 16 bolas brancas.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno multiplicou as quantidades de bolas pretas do 2º e 3º termos e somou as bolas brancas, logo não percebeu que em cada conjunto, a quantidade de bolas aumenta de 1 bola preta e 3 brancas.
(C)		
7 bolas pretas e 22 bolas brancas.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(D)		
8 bolas pretas e 23 bolas brancas.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno compreendeu o objetivo proposto pela questão, porém não verificou que a figura procurada é a que ocupa a posição do 7º termo e calcula a quantidade de bolas da figura no 9º termo, com equívoco na quantidade de bolas brancas.
(E)		
9 bolas pretas e 24 brancas.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno compreendeu o objetivo proposto pela questão, porém não percebeu que a figura procurada é a que ocupa a posição 7 e calcula a quantidade de bolas da figura no 9º termo com equívoco na quantidade de bolas brancas.

Habilidade	Identificar determinado termo em sequências numéricas ou geométricas.
MP01	

Questão 2

Observe a sequência numérica a seguir:

1, 3, 5, 2, 7, 9, 11, 4, 13, 15, 17, 6, 19, 21, 23, 8, ...

Mantida a lei de formação, o próximo número na sequência será

- (A) 5
- (B) 11
- (C) 15
- (D) 25**
- (E) 29

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Professor, a questão forneceu a seguinte sequência:

1, 3, 5, 2, 7, 9, 11, 4, 13, 15, 17, 6, 19, 21, 23, 8, ...

Note que a sequência é formada por números ímpares e pares.

Na verdade, observe que temos sempre: 3 números ímpares; 1 número par; 3 números ímpares; 1 número par; Os números ímpares seguem em sequência adicionado de 2.

Após o número **8**, par, seguirá três números ímpares consecutivos.

Isto é, 1, 3, 5, 2, 7, 9, 11, 4, 13, 15, 17, 6, 19, 21, 23, 8, 25, 27, 29...

Como o último número ímpar que apareceu, antes do número 8 na sequência foi o número **23**, então o próximo número ímpar será $(23 + 2)$ logo, **25**.

Portanto, resposta correta, alternativa (D).

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

5	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno observou que no início da sequência o algarismo 5, menos seu antecessor, resulta no algarismo 2, seu sucessor na sequência. Assim, no final o algarismo 8, menos o algarismo 3 resulta em 5.
---	----------------------------	---

(B)

11	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno entendeu que na sequência dada, 11 é o primeiro número com dois algarismos, daí sua opção por esta alternativa.
----	----------------------------	--

(C)

15	Resposta incorreta.	Possivelmente uma escolha aleatória de resposta
----	----------------------------	---

(D)

25	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
----	--------------------------	--

(E)

29	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno compreendeu a regularidade da sequência dada, mas, equivocadamente indicou o último número ímpar dos três que viriam após o 8.
----	----------------------------	---

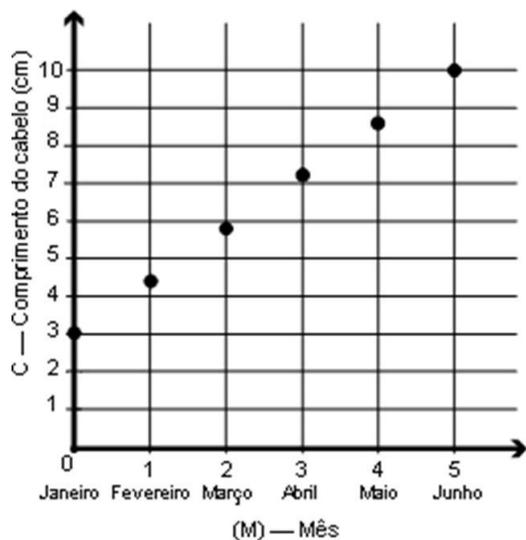
Habilidade	Expressar algebricamente padrões de sequências numéricas ou geométricas.
MP02	

Questão 3

O cabelo humano cresce num padrão contínuo de crescimento conhecido como ciclo de crescimento.

Sabendo disso, Nair, em Janeiro após ter cortado o cabelo, resolveu acompanhar o seu crescimento, e assim registrou todo mês em um gráfico, suas medidas.

A representação algébrica do comprimento do cabelo de Nair registrada no gráfico pode ser expressa por



- (A) $C = 1,4 \cdot M$
- (B) $C = 1,4 + 3 \cdot M$
- (C) $C = 3 + 1,4 \cdot M$**
- (D) $C = 3 \cdot M$
- (E) $C = 3 + 5 \cdot M$

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Em janeiro, Nair registrou o comprimento de 3 cm após o corte. Notou que seu cabelo cresceu 7 cm em 5 meses, logo 1,4 cm por mês.

Assim a expressão algébrica que representa esse crescimento é **$C = 3 + 1,4 \cdot M$** .

Portanto, **C** é a alternativa correta.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

$$C = 1,4 \cdot M$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno verificou que o crescimento é de 1,4 cm no mês e considerou o produto $1,4 \cdot M$, como expressão do crescimento a cada mês, porém não considerou o comprimento inicial, após o corte.

(B)

$$C = 1,4 + 3 \cdot M$$

Resposta incorreta.

Possivelmente o aluno verifica que o crescimento é de 1,4 cm ao mês, mas erra ao considerar o produto do comprimento inicial com os meses.

(C)

$$C = 3 + 1,4 \cdot M$$

Resposta correta.

O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

(D)

$$C = 3 \cdot M$$

Resposta incorreta.

Possivelmente, o aluno considerou apenas o comprimento inicial multiplicado pelos meses.

(E)

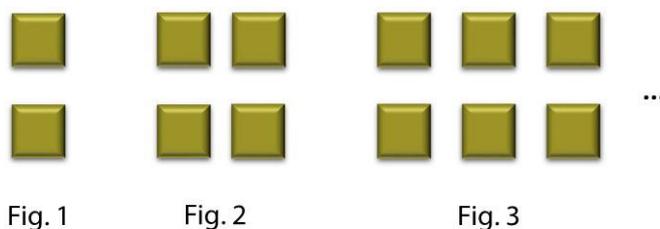
$$C = 3 + 5 \cdot M$$

Resposta incorreta.

Possivelmente, o aluno considerou a abscissa 5, representada pelo mês junho e multiplicou por M ; adicionando ao comprimento inicial 3.

Habilidade	Expressar algebricamente padrões de seqüências numéricas ou geométricas.
MP02	

Observe a seqüência construída com quadrados:



Nesta seqüência, é possível formar uma figura com 324 quadrados? Caso a resposta seja positiva, o número da figura será:

- (A) Não.
- (B) Sim, Fig. 162**
- (C) Sim, Fig. 174
- (D) Sim, Fig. 324
- (E) Sim, Fig. 628

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

A situação pode ser explorada da seguinte forma:

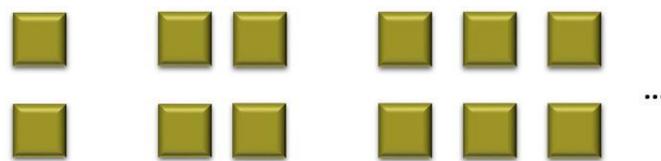


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

2

4

6

$2 \cdot 1$

$2 \cdot 2$

$2 \cdot 3$

$$\text{n}^\circ \text{ da figura} \cdot 2 \rightarrow n \cdot 2$$

O termo geral da sequência pode ser verificado a partir da regularidade encontrada nas figuras.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

Não.	Resposta incorreta.	O aluno, possivelmente não compreendeu o problema e escolheu aleatoriamente a alternativa.
------	----------------------------	--

(B)

Sim, Fig. 162	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
---------------	--------------------------	--

(C)

Sim, Fig. 174	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno compreendeu a regularidade da sequência, porém equivocou-se ao adicionar os 12 quadradinhos que aparecem no enunciado da questão.
---------------	----------------------------	--

(D)

Sim, Fig. 324	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno utilizou como resposta o número citado na questão.
---------------	----------------------------	---

(E)

Sim, Fig. 628	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno identificou o produto por 2 da sequência de figuras, porém multiplicou por 324 para encontrar o número da figura.
---------------	----------------------------	--

Habilidade	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.
MP03	

Questão 5

Observe as sequências a seguir:

- I) (1, 5, 9, 13, ...).
- II) (2, 3, 5, 7, ...).
- III) (7, 4, 1, -2, ...).
- IV) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \dots)$.
- V) (3, 6, 12, 24, ...).

Podemos afirmar que as Progressões Aritméticas são:

- (A) I, II e III.
- (B) II, IV e V.
- (C) I, III e IV.**
- (D) I, III e V.
- (E) II, III e IV.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo a investigação da regularidade de uma sequência numérica e conseqüentemente aferir se realmente ela se refere a uma P.A, identificando uma constante aditiva de regularidade, a razão da P.A, quando se realiza a diferença entre o segundo termo e o primeiro termo, que se repete nos infinitos termos desta progressão.

Das sequências apresentadas, constata-se que apenas as sequências: I, III e IV, são Progressões Aritméticas, pois em todas, identificamos uma constante aditiva de regularidade, ou seja, a razão da P.A.

Então desta forma, temos que:

Na sequência I: (1, 5, 9, 13, ...), a razão é 4.

Na sequência III: (7, 4, 1, -2, ...) a razão é 3.

Na sequência IV: ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, ...) a razão é 0 (zero).

Portanto, **C** é a alternativa correta.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

I, II e III.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno identificou alguma lógica nas sequências numéricas, porém não estabeleceu corretamente as respectivas razões de uma P.A.
--------------	----------------------------	---

(B)

II, IV e V.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno não reconhece que as sequências II e a V, não se tratam de Progressões Aritméticas.
-------------	----------------------------	--

(C)

I, III e IV.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
--------------	--------------------------	--

(D)

I, III e V.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno, compreendeu o objetivo do problema, indicando corretamente as sequências I e III, porém se confundiu, quando escolheu a sequência V, pois, pensou, que a razão desta sequência, se refere a uma constante aditiva de regularidade.
-------------	----------------------------	--

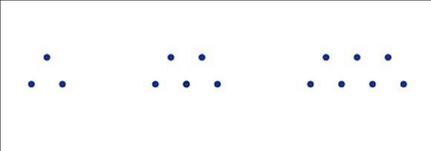
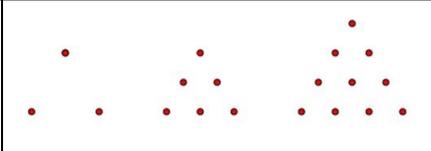
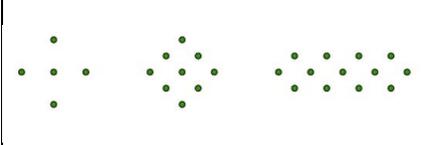
(E)

II, III e IV.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno não reconheceu que as sequências II e a V, não se tratam de Progressões Aritméticas.
---------------	----------------------------	---

Habilidade	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Aritmética.
MP03	

Questão 6

Observe os padrões geométricos a seguir

I		II	
III		IV	

Os padrões geométricos que representam uma Progressão Aritmética são respectivamente:

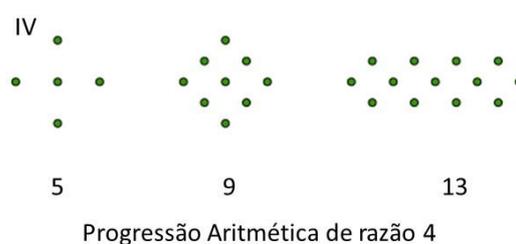
- (A) Nenhum padrão geométrico representa uma Progressão Aritmética.
- (B) II e III.
- (C) I e III.
- (D) I e IV.**
- (E) Todos padrões geométricos representam uma Progressão Aritmética.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo a investigação da regularidade de uma sequência de padrões geométricos e consequentemente aferir se realmente ela se refere a uma P.A, identificando uma constante aditiva de regularidade, a razão da P.A.

Desta forma nas figuras apresentadas, temos:



De acordo, com a resolução apresentada, concluímos, que as Progressões Aritméticas, são representados pelos padrões geométricos: I e IV, portanto **D**, é a alternativa correta.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	Nenhum padrão geométrico representa uma Progressão Aritmética.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno ainda não consegue identificar uma sequência numérica, a partir de padrões geométricos, ou se trata de uma resposta aleatória.
(B)	II e III	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno, não analisou corretamente os padrões numéricos das sequências apresentadas, talvez tenha encontrado a regularidade da razão das Progressões Aritméticas, apenas dos dois primeiros termos.
(C)	I e III.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno não reconheceu que a sequência III, não se trata de uma Progressão Aritmética.
(D)	I e IV.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(E)	Todos padrões geométricos representam uma Progressão Aritmética.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno, não analisou corretamente os padrões numéricos das sequências apresentadas, talvez tenha encontrado a regularidade da razão das Progressões Aritméticas, apenas dos dois primeiros termos, ou se trata de uma resposta aleatória.

Habilidade	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.
MP04	

Questão 7

Dada a sequência numérica a seguir:

$$\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots$$

Mantida a lei de formação, pode-se concluir que

- (A) É uma P.G, porque se considerar um termo qualquer e adicionar um valor chamado constante da P.G, obtem-se o número seguinte.
- (B) É uma P.G., pois existe uma constante multiplicativa, chamada de razão da P.G, que é igual a $\frac{1}{3}$.
- (C) Não é uma P.G, pois ela não é composta por números naturais.
- (D) Não é uma P.G, pois ela possui duas razões para uma mesma sequência, ou seja, o racional $\frac{1}{3}$ e o natural 3.
- (E) É uma P.G., pois existe uma constante multiplicativa, chamada de razão da P.G, que é igual a 3.**

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Esta questão tem como objetivo a investigação da regularidade de uma sequência numérica e consequentemente aferir se realmente ela se refere a uma P.G, identificando uma constante multiplicativa de regularidade, a razão da P.G, quando se realiza o quociente entre o sucessor e o antecessor, que se repete nos infinitos termos desta progressão.

Desta forma, pode-se generalizar, a partir de uma sequência hipotética, a existência da constante multiplicativa.

Seja a sequência:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$$

A sequência dada, será uma Progressão Geométrica, se e somente se:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Então, na sequência apresentada, temos que:

$$\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots$$

Verificando se a sequência é uma P.G:

$\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{27}} = \frac{1}{9} \cdot 27 = 3$	$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{9}{3} = 3$
---	---	-------------------	-------------------

Pelos cálculos apresentados, verifica-se que há uma constante multiplicativa, cujo valor é 3, portanto a sequência dada é uma P.G, desta forma conclui-se que **E**, é a alternativa correta.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	É uma P.G, porque se considerar um termo qualquer e adicionar um valor chamado constante da P.G, obtém-se o número seguinte.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno se equivocou ao considerar a adição de valor constante na sequência para obter o próximo número em P.G.
(B)	É uma P.G., pois existe uma constante multiplicativa, chamada de razão da P.G, que é igual a $\frac{1}{3}$.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno fixou os dois primeiros termos da sequência e efetuou o quociente entre eles.
(C)	Não é uma P.G, pois ela não é composta por números naturais.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno, tem como modelo de uma P.G, aquela que é composta somente por números naturais.
(D)	Não é uma P.G, pois ela possui duas razões para uma mesma sequência, ou seja, o racional $\frac{1}{3}$ e o natural 3.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno possa ter visualizado a sequência dada em duas partes distintas, primeiramente, formada por números racionais e detectou que a razão é $\frac{1}{3}$ e a outra por números naturais, cuja razão é 3.
(E)	É uma P.G., pois existe uma constante multiplicativa, chamada de razão da P.G, que é igual a 3.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	Identificar se uma determinada sequência é Progressão Geométrica.
MP04	

Questão 8

O Índice de Preços de Imóveis é o principal termômetro do mercado imobiliário brasileiro. Nesse contexto, ao pensar matematicamente, sobre o preço de um imóvel, em São Paulo, que sofre um acréscimo de 10%, todo mês, tem uma sequência de valores que corresponde a uma

- (A) Progressão Geométrica de razão 1,1.
- (B) Progressão Geométrica de razão 0,1.
- (C) Progressão Aritmética de razão 1,1.
- (D) Progressão Aritmética de razão 0,1.
- (E) Progressão Geométrica de razão 10.

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar a capacidade do aluno em aplicar conhecimentos matemáticos a situações de cotidiano financeiro.

Analisando a questão:

Aumentar 10% sobre o valor anterior, todo mês, significa:

$$x + \frac{10x}{100}$$

Resolvendo a adição:

$$\frac{x}{1} + \frac{10x}{100} = \frac{100x + 10x}{100} = \frac{110x}{100} = 1,1x$$

Assim sendo, conclui-se que, trata-se de uma progressão geométrica de razão 1,1.

Portanto, **A**, é a alternativa correta.

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)	Progressão Geométrica de razão 1,1.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(B)	Progressão Geométrica de razão 0,1.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerou a sequência como $(x; x \cdot 0,1; [(x \cdot 0,1) \cdot 0,1]; \dots)$, e concluiu que é uma P.G. de razão 0,1.
(C)	Progressão Aritmética de razão 1,1.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno considerou a majoração de 10%, de forma que a cada mês fosse adicionado $1,1x$, no valor anterior e concluiu que é uma P.A. de razão 1,1.
(D)	Progressão Aritmética de razão 0,1.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno verificou que a sequência relacionada na questão seria $(x; x+0,1; [(x+0,1) + 0,1]; \dots)$, e considerando a sequência como P.A.
(E)	Progressão Geométrica de razão 10.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno pode ter considerado a sequência como $(x, 10x, 100x, \dots)$, e concluiu que é uma P.G de razão 10.

Habilidade	Resolver problemas envolvendo PA ou PG, em diferentes contextos.
MP05	

Questão 9

Uma progressão aritmética de n termos tem razão igual a 3. Se retirarmos os termos de ordem par, os de ordem ímpar formarão uma progressão

- (A) aritmética de razão 2.
- (B) aritmética de razão 3.
- (C) geométrica de razão 6.
- (D) geométrica de razão 3.
- (E) aritmética de razão 6.**

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

O objetivo da questão é verificar se o aluno consegue aplicar alguns conceitos relativos a uma Progressão Aritmética ou de uma Progressão Geométrica, em detrimento de restringir a resolução dos problemas à utilização de fórmulas obtidas.

Desta forma uma possível resolução da questão será:

Seja a Progressão Aritmética:

$$a_1, a_1+3, a_1+6, a_1+9, a_1+12, a_1+15, \dots$$

Para estabelecermos a resolução da questão, vamos considerar dois casos distintos:

1-) O primeiro termo é um número par:

Se o primeiro termo é um número par, o sucessor será um ímpar, pois estamos adicionando um número ímpar (3), então a progressão aritmética, retirando os números pares será dada por:

$$a_1+3, a_1+9, a_1+15, \dots$$

A razão da P.A, será dada por:

$$(a_1+9) - (a_1+3) = (a_1-a_1) + (9-3) = 6$$

2-) O primeiro termo é um número ímpar:

Se o primeiro termo é um número ímpar, o sucessor será um par, pois estamos adicionando um número ímpar, então a progressão aritmética, retirando os números pares será dada por:

$$a_1, a_1+6, a_1+12, \dots$$

A razão da P.A, será dada por:

$$(a_1+6) - a_1 = 6$$

A partir dos resultados acima, conclui-se que, a nova sequência numérica obtida, será representada por uma P.A de razão 6, atendendo assim a alternativa **E** da questão. Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

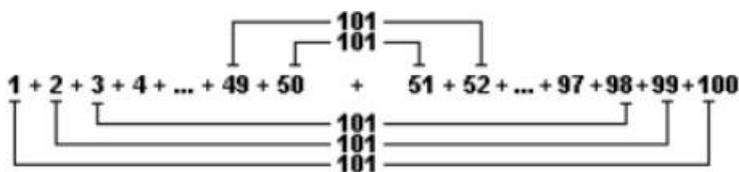
GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
aritmética de razão 2.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno, não compreendeu o objetivo do problema, e escolheu aleatoriamente a alternativa.
(B)		
aritmética de razão 3.	Resposta incorreta.	Possivelmente, não compreendeu o objetivo do problema e apenas indicou esta alternativa pela informação que consta no enunciado, ou indicou aleatoriamente esta alternativa.
(C)		
geométrica de razão 6.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno compreendeu o objetivo do problema, porém não soube identificar se a sequência obtida se trata de uma P.A.
(D)		
geométrica de razão 3.	Resposta incorreta.	Possivelmente, o aluno não compreendeu o objetivo do problema, pois não conseguiu associar os dados do problema, com algum conhecimento relativo às Progressões Aritméticas.
(E)		
aritmética de razão 6.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

Habilidade	Resolver problemas envolvendo PA ou PG, em diferentes contextos.
MP05	

Questão 10

Quando Karl Friedrich Gauss (1777-1855), estudava na escola primária, um professor de Matemática, solicitou aos alunos que tentassem resolver a soma de todos os números compreendidos entre 1 e 100. Em pouco tempo, Gauss, apresentou o resultado da soma: 5050, cujo raciocínio básico é obtido multiplicando-se 101 por 50, como sugere a figura.



Utilizando a mesma ideia de Gauss, responda quanto vale o produto:

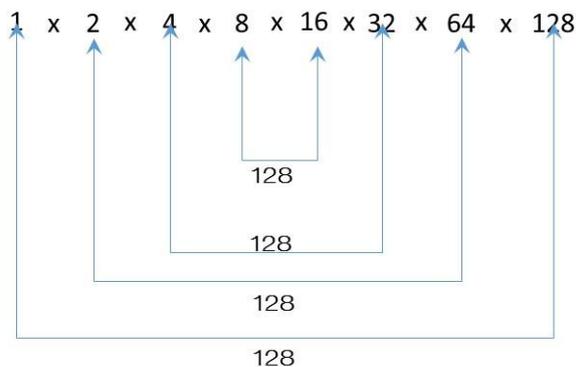
$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128$$

- (A) 128^4
- (B) 129^4
- (C) 128^2
- (D) 4^{128}
- (E) 4^{129}

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta.
Segundo os dados apresentados, temos que:



Então o produto, será representado por: $128 \cdot 128 \cdot 128 \cdot 128 = 128^4$

Portanto alternativa **A** correta.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

128^4	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
---------	--------------------------	--

(B)

129^4	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não interpretou o enunciado corretamente e seguiu a ideia apresentada, somando o primeiro termo com o último, e determina que este fator é repetido quatro vezes, indicando tal produto em forma de potência.
---------	----------------------------	---

(C)

128^2	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não interpretou o enunciado corretamente e seguiu a ideia apresentada, somando o primeiro termo com o último, e determina que este fator seja repetido por duas vezes (metade), indicando tal produto em forma de potência.
---------	----------------------------	---

(D)

4^{128}	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno interpretou corretamente o enunciado do problema, porém não indicou corretamente seu raciocínio em linguagem matemática.
-----------	----------------------------	--

(E)

4^{129}	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno não interpretou o enunciado corretamente e seguiu a ideia apresentada, somando o primeiro termo com o último, e determina que este fator é repetido quatro vezes, indicando erroneamente, tal produto em forma de potência.
-----------	----------------------------	---

Habilidade	Calcular a soma dos n primeiros termos de uma PA ou PG.
MP06	

Questão 11

Em determinada amostra encontram-se duas populações distintas de bactérias, a 1ª espécie, tem sua população duplicada a cada 20 minutos e a segunda espécie, duplica sua população em 30 minutos, conforme mostra a figura:



De acordo com as informações, após 3 horas, a quantidade total de bactérias das duas espécies será de:

- (A) 14 bactérias.
- (B) 64 bactérias.
- (C) 128 bactérias.
- (D) 512 bactérias.
- (E) 576 bactérias.**

A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

CORREÇÃO COMENTADA

Apresentamos a seguir uma das possibilidades de resolução da questão proposta. Segundo os dados apresentados, temos que:

1ª Espécie		
Período	Tempo	Quantidade
1ª hora	0	1
	20	2
	40	4
	60	8
2ª hora	80	16
	100	32
	120	64
3ª hora	140	128
	160	256
	180	512

2ª Espécie		
Período	Tempo	Quantidade
1ª hora	0	1
	30	2
	60	4
2ª hora	90	8
	120	16
3ª hora	150	32
	180	64

Professor, veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)

14 bactérias.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno somou a quantidade de bactérias existente nas duas espécies.
---------------	----------------------------	--

(B)

64 bactérias.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de bactérias da 2ª espécie no intervalo de 3 horas.
---------------	----------------------------	---

(C)

128 bactérias.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de bactérias da 1ª espécie no intervalo de 140 minutos.
----------------	----------------------------	---

(D)

512 bactérias.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno indicou apenas a quantidade de bactérias da 1ª espécie no intervalo de 3 horas.
----------------	----------------------------	---

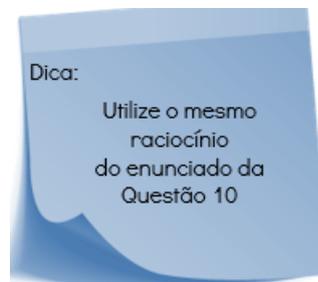
(E)

576 bactérias.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
----------------	--------------------------	--

Habilidade	Calcular a soma dos n primeiros termos de uma PA ou PG.
MP06	

Dada uma P.A de razão 4, em que a soma do primeiro termo e o último é 38.
Sabendo-se que a soma dos termos desta P.A é 190, então a quantidade de termos da P.A será de:

- (A) 5 termos.
- (B) 10 termos.**
- (C) 37 termos.
- (D) 38 termos.
- (E) 190 termos.



A maneira pela qual você pensou na resolução da questão é muito importante, portanto escreva no quadro a seguir, como você chegou à resposta.

Apresentamos a seguir algumas das possibilidades de resolução da questão proposta.

Utilizando o algoritmo proposto na questão 10.

Sabendo-se que a soma do primeiro com o último 190 e que a razão é 4, consideremos que:

Então os possíveis valores para o primeiro termo serão: 1, 3, 7, 9, 11, 13, 15 e 19.

De início, podemos descartar o 19, pois $19 + 19 = 38$, pois se configura na sequência: $\{19,19\}$, cuja razão é zero e não 4.

Para o primeiro termo sendo o número 15, temos, lembrando-se que a razão da P.A é 4, temos que a soma do primeiro termo com o último não é 190, conforme mostra a figura:

$$\begin{array}{ccc} 15 & 19 & 23 \\ \hline & & 38 \end{array}$$

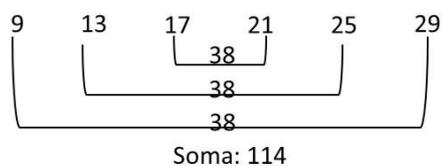
Para o primeiro termo sendo o número 13, temos que a soma também não equivale a 190, conforme mostra a figura:

$$\begin{array}{cccc} 13 & 17 & 21 & 25 \\ \hline & & 38 & \\ \hline & & 38 & \\ \hline \text{Soma: } 76 \end{array}$$

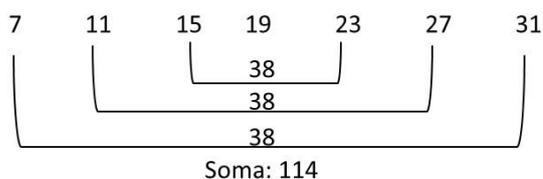
Para o primeiro termo sendo o número 11, temos que a soma não equivale a 190, conforme mostra a figura:

$$\begin{array}{ccccc} 11 & 15 & 19 & 23 & 27 \\ \hline & & 38 & & \\ \hline & & 38 & & \\ \hline \text{Soma: } 76 \end{array}$$

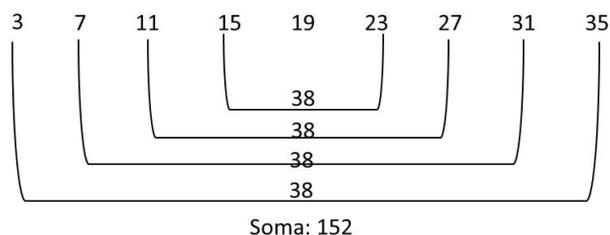
Para o primeiro termo sendo o número 9, temos que a soma não equivale a 190, conforme mostra a figura:



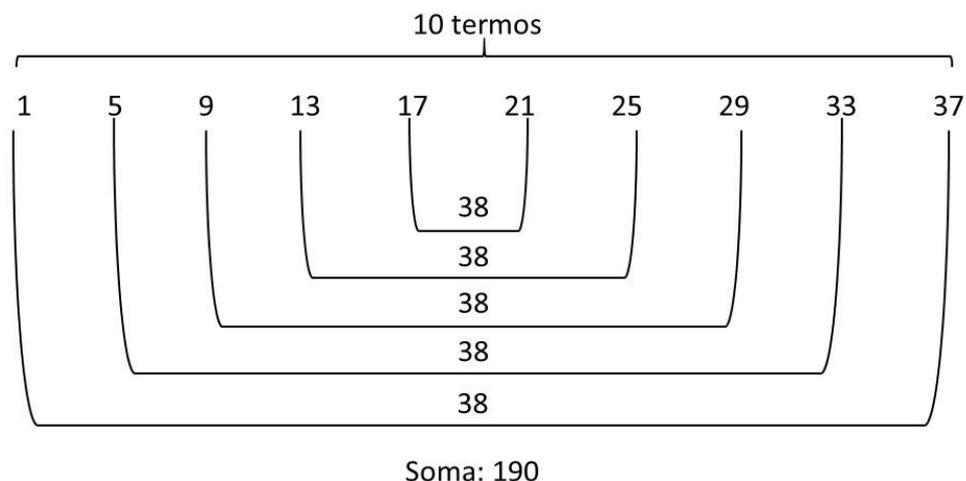
Para o primeiro termo sendo o número 7, temos que a soma não equivale a 190, conforme mostra a figura:



Para o primeiro termo sendo o número 3, temos que a soma não equivale a 190, conforme mostra a figura:



E finalmente, quando o primeiro termo é o número, estabelecemos o solicitado no problema, da seguinte maneira:



Confirmando, o resultado obtido por meio da expressão da soma dos termos de P.A finita:

Na figura, temos que $a_1=1$, $a_n=37$, $S = 190$ e $(a_1 + a_n = 38)$

$$S = \frac{(a_1+a_n) \cdot n}{2} \Rightarrow 190 = \frac{38 \cdot n}{2} \Rightarrow 380 = 38 \cdot n \Rightarrow n = \frac{380}{38} = 10$$

Cálculo utilizando apenas a expressão geral da soma dos termos de uma P.A

$$\text{Dados: } \begin{cases} a_1 + a_n = 38 \Rightarrow a_n = 38 - a_1 \\ S_n = 190 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \Rightarrow 190 = \frac{(a_1 + 38 - a_1) \cdot n}{2} \Rightarrow 190 = \frac{38n}{2} = 380 = 38n \Rightarrow n = \frac{380}{38} = 10$$

A partir das resoluções apontadas, conclui-se que **B** é a alternativa correta.

Professor veja como seus alunos resolveram a questão e analise com eles os diferentes registros que fizeram.

GRADE DE CORREÇÃO

(A)		
5 termos.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tenha verificado a partir do resultado do quociente entre 190 e 38, existirão 5 grupos de soma com resultado iguais a 38.
(B)		
10 termos.	Resposta correta.	O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.
(C)		
37 termos.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tenha identificado o primeiro e o último termo da P.A, ou seja, 1 e 37, e concluiu que esta é composta por 37 termos e não se atentou que a razão é igual a 4.
(D)		
38 termos.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tomou como quantidade de termos a soma do primeiro com o último termo, ou seja, 38 termos.
(E)		
190 termos.	Resposta incorreta.	Possivelmente o aluno tomou como quantidade de termos a soma dos termos da P.A. indicada no enunciado.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca

Departamento de Avaliação Educacional

Diretora: Patricia de Barros Monteiro

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações

Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Denis Delgado dos Santos, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional - CEFAP

Diretor: Herbert Gomes da Silva

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Autoria, Leitura crítica e validação do material

Adriana Santos Morgado, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka e Vanderley Aparecido Cornatione.

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Leitura crítica e validação do material de Matemática

Cristina Aparecida da Silva, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski e Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo.