GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Caderno do Professor

1ª Série do Ensino Médio

Matemática

São Paulo
3º Bimestre de 2016
13ª Edição

Apresentação

A Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP - se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional.

Iniciada em 2011, em apenas dois anos/séries, foi gradativamente sendo expandida e desde 2015 está abrangendo todos os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio além de, continuamente, aprimorar seus instrumentos.

A AAP, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos, de forma individualizada, tendo caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades e os docentes na elaboração de estratégias adequadas, a partir da análise de seus resultados, que contribuam efetivamente para melhoria da aprendizagem e desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

As habilidades selecionadas para a AAP, em Língua Portuguesa e Matemática, terão como referência, a partir de 2016, a Matriz de Avaliação Processual elaborada pela CGEB e já disponibilizada à rede no início deste ano. Além dessas, outras habilidades, compondo cerca de 20% das provas, foram escolhidas na plataforma Foco Aprendizagem e serão repetidas nos diferentes bimestres, articulando, dessa forma, a AAP com os aspectos mais significativos apontados pelo SARESP para o desenvolvimento das competências leitora, escritora e conhecimentos matemáticos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental permanece a articulação com as expectativas de aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática e com os materiais do Programa Ler e Escrever e Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, contendo instruções para a aplicação da prova (Anos Iniciais), quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, orientações para correção (Anos Iniciais), grade de correção e recomendações pedagógicas gerais.

Estes subsídios, agregados aos registros que o professor já possui, além das informações sistematizadas no SARA – Sistema de Acompanhamento dos Resultados de Avaliações – e agora também com previsão de incorporação à Plataforma Foco Aprendizagem, devem auxiliar no planejamento, replanejamento e acompanhamento das ações pedagógicas, mobilizando procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo aquelas relacionadas aos processos de recuperação das aprendizagens.

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica - CGEB

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional - CIMA

Matriz de referência para avaliação de Matemática

1ª Série do Ensino Médio

Habilidades da Matriz de Avaliação Processual de Matemática

3º Bimestre

Questão	Código da habilidade	Descrição
01 02	MP13	Aplicar procedimentos de cálculos com potências de mesma base.
03 04	MP14	Identificar o gráfico de uma função exponencial.
05 06	MP15	Resolver situações-problema envolvendo função exponencial.
07 08	MP16	Aplicar procedimentos de cálculos com logaritmos.
09 10	MP17	Identificar os gráficos de funções exponenciais e logarítmicas.
11 12	MP18	Resolver situações-problema envolvendo função logarítmica.

Habilidades das Matrizes de Referência para a Avalição - SARESP

Foco Aprendizagem

Questão	Cod. Hab. Ano	Descrição
13	H05 9º Ano	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
14	H20 9º Ano	Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.
15	H36 9º Ano	Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).

Gabarito

	A	B	C	D	E
01	○	●	○	○	○
02	●	○	○	○	○
03	○	○	○	●	○
04	○	○	●	○	○
05	○	○	●	○	○
06	○	○	●	○	○
07	●	○	○	○	○
08	○	○	●	○	○
09	○	○	●	○	○
10	○	○	○	●	○
11	○	○	●	○	○
12	○	○	●	○	○
13	●	○	○	○	○
14	○	○	○	○	●
15	○	○	●	○	○

Comentários e recomendações pedagógicas

A premissa básica, a respeito de um processo avaliativo deve ser considerada como instrumento que subsidiará tanto o aluno no seu desenvolvimento cognitivo, quanto ao professor no redimensionamento de sua prática pedagógica.

Desta forma, a avaliação da aprendizagem passa a ser um instrumento que auxiliará o educador a atingir os objetivos propostos em sua prática educativa, neste caso a avaliação sob essa ótica deve ser tomada na perspectiva diagnóstica, servindo como instrumento para detectar as dificuldades e possibilidades de desenvolvimento do educando.

Neste sentido, as 12 primeiras questões que constam deste caderno, procuram verificar o nível de desenvolvimento das habilidades descritas na Matriz Processual de Matemática, notadamente as do 3º bimestre letivo, e também de algumas habilidades que o aluno desenvolveu em sua trajetória estudantil e que são estruturantes para a continuidade nos estudos. Tais habilidades se referem às Matrizes de referência para a Avaliação – SARESP.

Nas linhas a seguir, apresentamos uma breve caracterização das habilidades e o seu respectivo conteúdo.

1. *(MP13) – Aplicar procedimentos com potências de mesma base.*

As potências já foram apresentadas aos alunos no Ensino Fundamental (no 6º Ano, as primeiras noções; no 8º ano, as potências com expoentes inteiros, no 9º ano, os expoentes racionais e reais). Na primeira série do Ensino Médio, consolidam-se o significado de potência, sintetizando os fatos conhecidos na apresentação da função exponencial, com destaque para sua forma peculiar de crescimento ou decrescimento.

2. *(MP14) – Identificar o gráfico de uma função exponencial.*

Um dos objetivos principais desta habilidade é o de estabelecer uma certa familiaridade com os gráficos de funções da forma $y = y_o \cdot a^{kx}$, em que $y_o \; e \; k$ são constantes, e com cálculos envolvendo potências em situações práticas, em diferentes contextos.

3. ***(MP15) – Resolver situações-problemas envolvendo função exponencial.***

Assim como as funções f(x) = ax + b constituem um padrão para o estudo dos fenômenos lineares, em que o crescimento ou decrescimento acontece a taxas constantes, as funções exponenciais constituem um novo padrão para a descrição e a compreensão de uma nova classe de fenômenos de natureza não linear.

4. ***(MP16) – Aplicar procedimentos de cálculos com logaritmos.***

Compreender e explorar as propriedades dos logaritmos, não passa de seu reconhecimento como expoentes de potências, nos cálculos já conhecidos. Sem dúvida, a linguagem dos logaritmos amplifica muito a competência leitora: trata-se da leitura e da compreensão de uma extensa classe de fenômenos, associados ao crescimento ou ao decrescimento exponencial.

5. ***(MP17) – Identificar os gráficos de funções exponenciais e logarítmicas.***

A continuidade do desenvolvimento da habilidade anteriormente descrita ocorre por meio da exploração de gráficos de funções exponenciais e logarítmicas, verificando a capacidade de identificar as interdependências envolvidas, e reconhecer as relações de existentes nas duas funções.

6. ***(MP18) – Resolver situações problemas envolvendo função logarítmica.***

Para finalizar, o diagnóstico do desenvolvimento das habilidades relativos ao 3º bimestre, inserimos a contextualização do estudo das funções logarítmicas, com destaque para as propriedades fundamentais desta função, cuja ênfase será, portanto, a contextualização dos conteúdos e temas já estudados ao longo das situações anteriores. A competência maior a ser desenvolvida é a capacidade de articular os conhecimentos já estudados, tendo em vista a intervenção direta na realidade.

Adicionalmente são propostas, três habilidades notadamente fundamentais as quais conferem as condições necessárias para a construção dos conceitos nas diferentes áreas do pensamento.[1]

- ***H05 (9º Ano) – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).***

[1] Fonte: http://focoaprendizagem.educacao.sp.gov.br – acesso: 27/11/2015

Durante o bimestre, os alunos irão ampliar seus conhecimentos relativos aos Conjuntos Numéricos, reconhecendo ainda padrões e regularidades relativos a sequencias numéricas e imagens. Portanto, saber identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras irá contribuir nessa tarefa.

- ***H20 (9º Ano) – Resolver problemas que envolvam relação de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de função 1º grau.***

O conceito de proporcionalidade será ampliado na 1ª série do Ensino Médio, principalmente, proporcionalidade direta, inversa e direta com o quadrado. Desta forma saber, resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas torna-se importante.

- ***H36 (9º Ano) – Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).***

Para os alunos da 1ª série do Ensino Médio, saber usar de modo sistemático as relações métricas fundamentais entre elementos de triângulos retângulos em diferentes contextos, será parte significativo do conteúdo desenvolvido.

Finalmente, a avaliação, entendida aqui como processual, haverá que ser percebida como um processo de mapeamento e da diagnose do processo de aprendizagem, ou seja, a obtenção de indicadores qualitativos do processo de ensino-aprendizagem no trabalho docente.

Seguindo esta concepção, o PCN destaca que:

> [...] cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos parcialmente consolidados.
>
> (BRASIL, 2000, p. 54)

É importante salientar que as observações que constam nas grades de correção deste caderno são apenas pressupostos de resolução, cabendo ao professor analisar os registros dos alunos e não considerar as observações indicadas como norma padrão e que o objetivo maior, é a proposição de uma grade de correção pelo próprio professor e assim realizar uma análise de acordo com a realidade do processo de ensino-aprendizagem desenvolvido em sala de aula.

Equipe Curricular de Matemática – CEFAF/CGEB

Habilidade MP13	**Aplicar procedimentos de cálculos com potências de mesma base.**

Questão 01

Fácil

O valor da expressão $\mathbf{2^5 \cdot 10^5 \cdot 20^{-3}}$ é

(A) 300

(B) 400

(C) 500

(D) 600

(E) 700

Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno aplique procedimentos de cálculos com potência de mesma base.

Utilizando as propriedades de multiplicação de potências de mesmo expoente, temos que:

$$2^5 \cdot 10^5 \cdot 20^{-3} = (2 \cdot 10)^5 \cdot 20^{-3} \Rightarrow 20^5 \cdot 20^{-3} = 20^2 = 400$$

Portanto B é a alternativa correta.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	300	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou o produto das bases (2 · 10) e manteve o expoente (5), desconsiderando o expoente negativo.
(B)	**400**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(C)	500	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou a expressão $(2 \cdot 10)^5$ como $(10 \cdot 10)^5$ e correspondendo a 100^5 e assim efetuou o produto da base pelo expoente.
(D)	600	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou a simplificação nos cálculos, obtendo 200^3 e assim efetuando o produto da base pelo expoente.
(E)	700	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno escolheu aleatoriamente esta alternativa, e pode não ter se apropriado do conhecimento referente às propriedades das potências.

Habilidade MP13	Aplicar procedimentos de cálculos com potências de mesma base.

Questão 02

Médio

No quadrado mágico, cada letra representa uma potência de base 3, sabendo que o produto dos números de cada linha, coluna ou diagonal é $\mathbf{3^6}$.

3^5	**A**	3^3
B	3^2	**C**
3	**D**	**E**

A potência que a letra **C** representa é

(A) $\mathbf{3^4}$

(B) 3^2

(C) 3

(D) 3^0

(E) 3^{-1}

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao trabalhar o produto de potências de mesma base.

No produto de potências de mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes.

Para saber que potência a letra C representa é preciso calcular que potência representa cada letra do quadrado.

3^5	**A**	3^3
B	3^2	**C**
3	**D**	**E**

Sabendo-se que todas as potências do quadrado mágico são de base três, temos que

Linha 1:

$3^5 \cdot 3^x \cdot 3^3 = 3^6 \Rightarrow 3^{5+x+3} = 3^6 \Rightarrow 3^{8+x} = 3^6 \Rightarrow 8 + x = 6 \Rightarrow x = -2 \;\therefore\; \mathbf{A = 3^{-2}}$

Coluna 1:

$3^5 \cdot 3^t \cdot 3^1 = 3^6 \Rightarrow 3^{6+t} = 3^6 \Rightarrow 6 + t = 6 \Rightarrow t = 0 \;\therefore\; \mathbf{B = 3^0 = 1}$

Linha 3:

$3^1 \cdot 3^6 \cdot 3^z = 3^6 \Rightarrow 3^{7+z} = 3^6 \Rightarrow 7 + z = 6 \Rightarrow z = -1 \;\therefore\; \mathbf{E = 3^{-1}}$

Coluna 3:

$3^3 \cdot 3^w \cdot 3^{-1} = 3^6 \Rightarrow 3^{2+w} = 3^6 \Rightarrow 2 + w = 6 \Rightarrow w = 4 \;\therefore\; \mathbf{C = 3^4}$

Portanto o quadrado mágico será formado pelas seguintes potências:

3^5	**A =** 3^{-2}	3^3
B = 3^0	3^2	**C =** 3^4
3	**D =** 3^6	**E =** 3^{-1}

Grade de correção

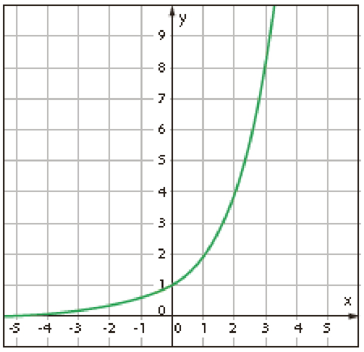
Alternativa		Observação
(A)	$\mathbf{3^4}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	3^2	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou as potências da Linha 2, todas, com expoentes igual a dois.
(C)	3	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou, na Coluna 3, a potência correspondente à letra E como 3^2.
(D)	3^0	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou a potência que representa a letra B = 3^4 e então C= 3^0.
(E)	3^{-1}	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno calculou para C a potência (3^0), consequentemente C seria (3^{-1}).

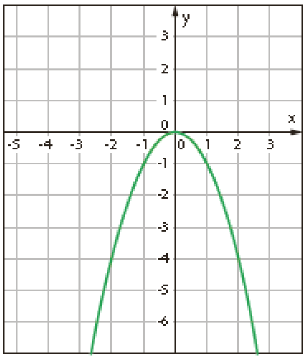
Habilidade	Identificar o gráfico de uma função exponencial.
MP14	

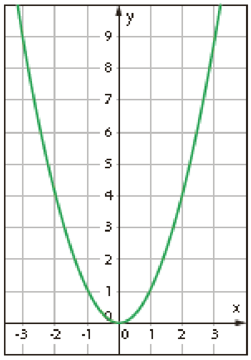
Questão 03

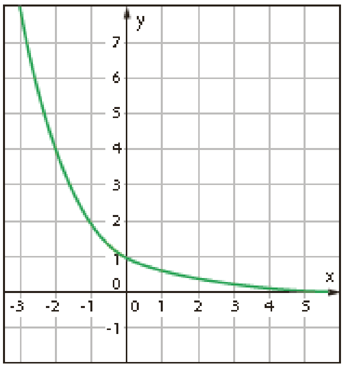
Médio.

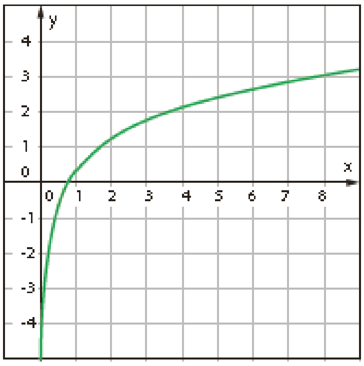
A representação gráfica da função exponencial $\mathbf{y} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ é

(A)


(B)


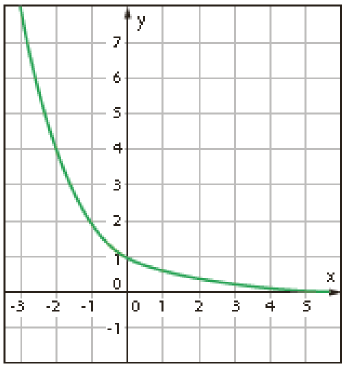
(C)


(D)


(E)


Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno identifique o gráfico de uma função exponencial. Analisando as figuras, a que corresponde à função exponencial requerida é o gráfico, que segue.

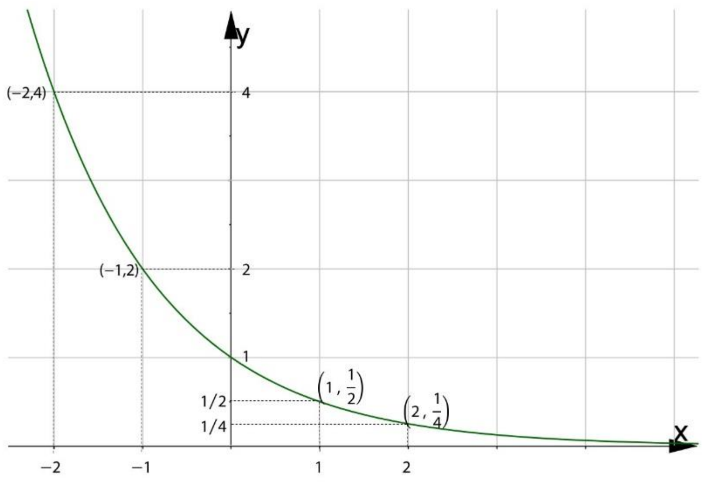


Uma vez que o "identificar", aqui, tem o caráter de conferir os atributos acerca do objeto de estudo em questão. No caso, identificar que o gráfico da função exponencial $y = a^x$ *é decrescente porque "a" é um número no intervalo 0< a < 1.*

Porquanto, na função $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ *quando x=0, y=1 significa que o gráfico corta o eixo vertical no ponto (0, 1). Seguidamente, à medida que x é cada vez menor, o valor correspondente, y, admite valores mais altos, ao passo que, enquanto x assume valores crescentes o valor de y se aproxima de zero (y≠0), configurando-se um gráfico decrescente.*

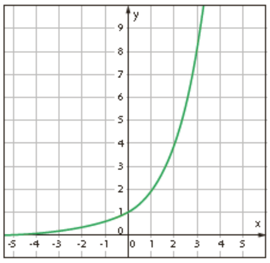
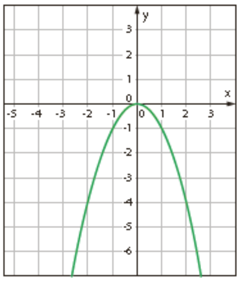
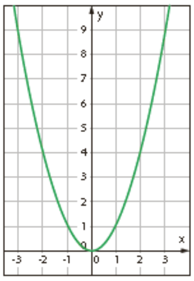
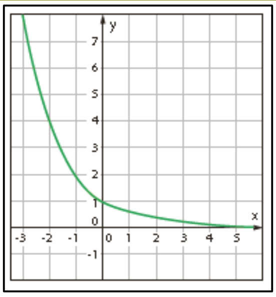
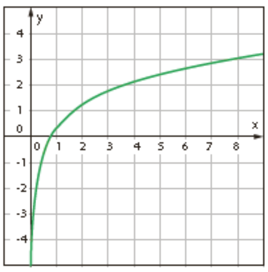
Assim:

x	$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x=\left(2^{-1}\right)^x$
−2	$\left(2^{-1}\right)^{-2}=2^2=4$
−1	$\left(2^{-1}\right)^{-1}=2^1=2$
0	$\left(2^{-1}\right)^{0}=2^0=1$
1	$\left(2^{-1}\right)^{1}=2^{-1}=\frac{1}{2}$
2	$\left(2^{-1}\right)^{2}=2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$



Portanto D e a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno identificou que o gráfico tem características de uma função exponencial, $y=2^x$, porém não se dá conta de que a função solicitada na questão é decrescente.
(B)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como exponencial.
(C)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como exponencial.
(D)		**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(E)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, não identificando a função como exponencial.

Habilidade	Identificar o gráfico de uma função exponencial.

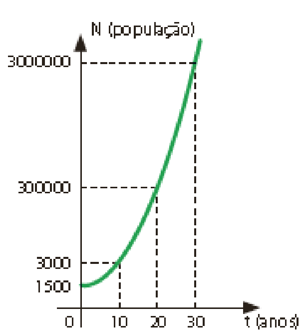
Questão 04

Médio.

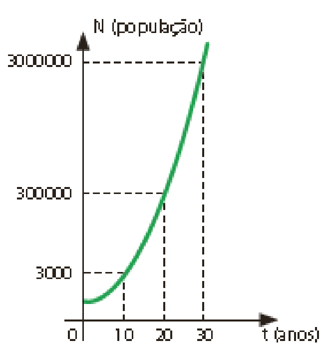
A população N de determinado município cresce exponencialmente, desde a sua fundação há 20 anos, de acordo com a expressão $\mathbf{N = 3000 \cdot 10^{0,1t}}$, sendo t em anos.

Considerando que os valores no eixo vertical não respeitam escala, o gráfico que representa o crescimento da população é

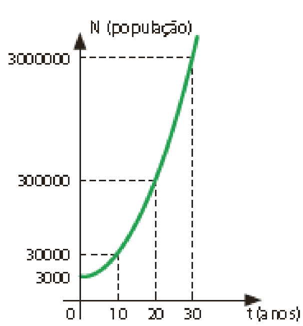
(A)



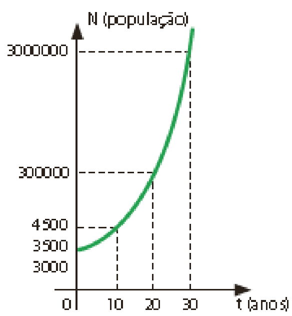
(B)



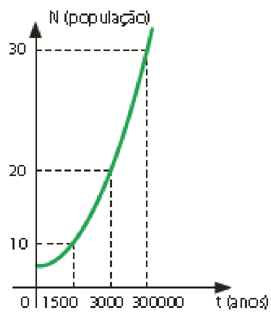
(C)



(D)



(E)

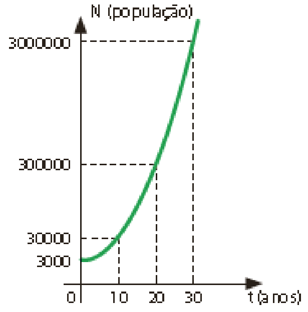


Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a familiaridade que se espera que os alunos tenham com funções do tipo $y = y_0 \cdot a^{kx}$ *em que* y_0 *e* k *são constantes.*

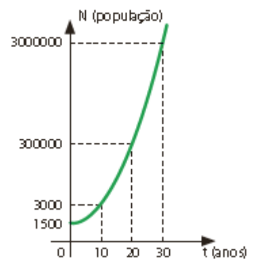
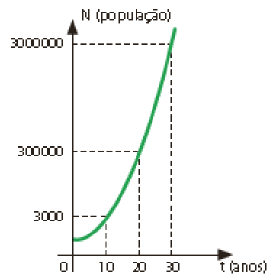
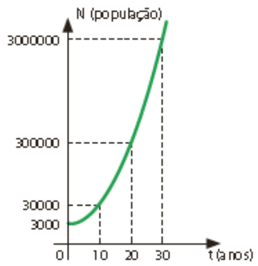
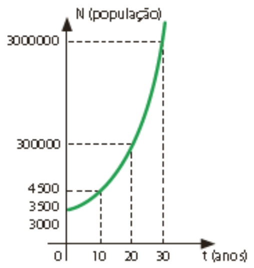
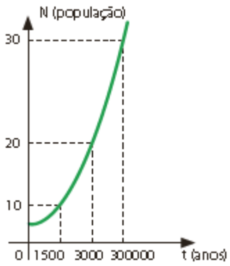
Na questão, a > 0, logo o gráfico que representa a função é crescente.

De acordo com a expressão, $\mathbf{N = 3000 \cdot 10^{0,1t}}$ *quando* $t=0 \Rightarrow N = 3000$ *que corresponde à população na fundação do município, isso identifica o início do gráfico na ordenada y=3000.*



Portanto C é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)		**Resposta incorreta**. Possivelmente o aluno dividiu o 3000 por 2 na tentativa de usar o número 20 do enunciado.
(B)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno escolheu esta resposta aleatoriamente, visto que, não considerou o instante t=0, que substituído na função encontra a quantidade de 3000 pessoas.
(C)		**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno escolheu esta resposta aleatoriamente, visto que, não considerou o instante t=0, que substituído na função encontra a quantidade de 3000 pessoas.
(E)		**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considerou esta alternativa aleatoriamente, pois, não se atentou que os valores referentes à população (N) e o tempo (t), não estão corretamente indicados nos respectivos eixos do plano cartesiano.

Habilidade MP15	Resolver situações-problema envolvendo função exponencial.

Questão 05

Fácil

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa “m” se altera a cada quatro horas, conforme a função: $\mathbf{m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}}$.

O valor inicial da massa, m_0, é igual a 60 g, e o tempo é dado em horas.

Após 12 horas a massa “m” será de

(A) 60 g

(B) 30 g

(C) 7,5 g

(D) 6,0 g

(E) 3,5 g

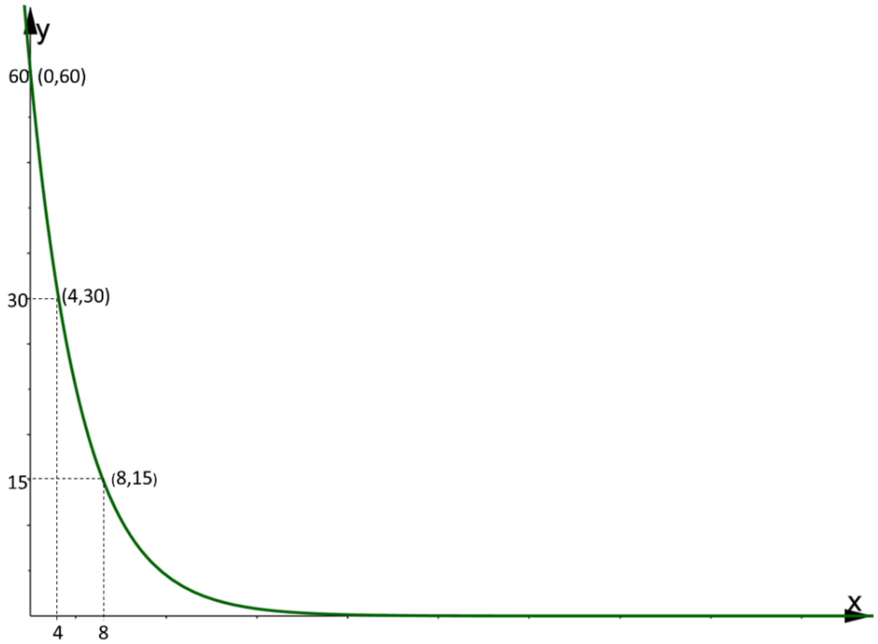
Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno resolva situações problema envolvendo função exponencial.

Descrições de fenômenos em que a variável aparece no expoente caracteriza uma ***função exponencial****, nesse caso descrita como* $m = 60 \cdot 2^{-0,25t}$.

t(h)	$m = 60 \cdot 2^{-0,25t}$
0	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot \mathbf{0}} = 60 \cdot 2^{0} = 60 \cdot 1 = 60$
4	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot \mathbf{4}} = 60 \cdot 2^{-1} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$
8	$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot \mathbf{8}} = 60 \cdot 2^{-2} = 60 \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{60}{4} = 15$

Os valores indicados na tabela, correspondem ao gráfico:



Logo é uma ***função exponencial decrescente,*** *pois a cada quatro horas a massa da substância diminui para a metade.*

Portanto C é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	60 g.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considera a massa inicial, quando t=0, ($m= 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 0} = 60 \cdot 1 = 60$), como sendo a resposta da questão.
(B)	30 g.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno considera t=4: $m= 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 4} = 60 \cdot 2^{-1} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$
(C)	**7,5 g.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	6,0 g.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno pode ter optado aleatoriamente.
(E)	3,5 g.	**Resposta incorreta.** Ao indicar esta alternativa, o aluno pode ter optado aleatoriamente.

Habilidade MP15	Resolver situações-problema envolvendo função exponencial.

Questão 06

Difícil

Um capital C_0 é aplicado a uma taxa de juros compostos de 12% ao ano. Nesse regime, os juros gerados a cada período são incorporados ao capital para o cálculo dos juros do período seguinte. Levando em conta que os juros são incorporados ao capital apenas ao final de cada ano, o capital dobrará seu valor em

(A) 5 anos.

(B) 6 anos.

(C) 7 anos.

(D) 8 anos.

(E) 9 anos.

Considere:

$\log 2 \cong 0,301$
$\log 7 \cong 0,845$

Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno resolva problemas envolvendo a função exponencial.

O valor C_1 do capital ao final do primeiro ano será: $C_1 = C_0 + 12\%$ de C_0, ou seja, $\mathbf{C_1 = C_0 \cdot (1+0{,}12) = 1{,}12\, C_0}$.

O valor C_2 do capital ao final do segundo ano será:

$\mathbf{C_2 = C_1 \cdot (1+0{,}12) = C_0 \cdot (1{,}12)^2}$.

Então, o valor C(t) do capital ao final de **t** anos será: $\mathbf{C(t) = C_0 \cdot (1{,}12)^t}$.

O capital dobrará de valor quando $C(t) = 2C_0$, ou seja, quando: $C_0 \cdot 1{,}12^t = 2C_0$, o que significa que: $1{,}12^t = 2$.

Calculando o logaritmo dos dois membros dessa igualdade, temos:

$t \cdot \log 1{,}12 = \log 2$, ou seja, $t = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}12}$

Calculando log 1,12, obtemos:

$\log \dfrac{112}{100} = \log 112 - \log 100$

$^* \log 112 = \log(2^4 \cdot 7) = 4 \cdot \log 2 + \log 7 = 4 \cdot 0{,}301 + 0{,}845 = 2{,}049$

$^{**} \log 100 = 2$

Então: $\log 1{,}12 = 2{,}049 - 2 = 0{,}049$

O valor de t, portanto, será:

$t = \dfrac{0{,}301}{0{,}049} \cong 6{,}14$ anos $\cong$ 6 anos e 2 meses

Como os juros são incorporados ao capital apenas ao final de cada ano, somente após 7 anos será possível dispor do capital dobrado, portanto, alternativa C.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	5 anos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade e assinalou a alternativa aleatoriamente.
(B)	6 anos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno interpreta o resultado (6,14 anos), desconsiderando que o capital será dobrado apenas após o final de cada ano.
(C)	**7 anos.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	8 anos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade e assinalou a alternativa aleatoriamente.
(E)	9 anos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade e assinalou a alternativa aleatoriamente.

Habilidade MP16	Aplicar procedimentos de cálculos com logaritmos.

Questão 07

Fácil

É possível escrever cada número positivo como uma potência de 10.

Se $N = 10^n$, então $n = \log N$.

Se $625 = 5^4$, então

(A) $4 = \log_5 625$

(B) $5 = \log_4 625$

(C) $10 = \log 625$

(D) $625 = \log_4 625$

(E) $625 = \log_5 625$

Resolução comentada

O objetivo desta questão é que o aluno aplique procedimentos de cálculo com logaritmo. Trata-se de um prolongamento natural do estudo de potências, em que os expoentes a serem determinados serão chamados de logaritmos. Aprender a operar com tais expoentes amplifica a competência leitora de uma extensa classe de fenômenos, associados ao crescimento ou decrescimento exponencial.

Assim, as funções exponencial e logarítmica se distinguem apenas por uma troca de posições entre as variáveis.

$$625 = 5^4 \Rightarrow \log_5 625 = 4 \Leftrightarrow 4 = \log_5 625$$

Portanto A é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	**$4 = \log_5 625$**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	$5 = \log_4 625$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade e trocou as posições entre base e expoente.
(C)	$10 = \log 625$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, considerando a representação do logaritmo na base 10.
(D)	$625 = \log_4 625$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, considerando n = N na base 10.
(E)	$625 = \log_5 625$	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno não utilizou os conceitos necessários para esta habilidade, considerando n = N na base 5.

Habilidade	Aplicar procedimentos de cálculos de logaritmos.
MP16	

Questão 08

Fácil

O resultado de $\log_2 128$ é

(A) 2^7

(B) $\log 2^7$

(C) 7

(D) 4

(E) 64

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar o conhecimento do aluno sobre as propriedades do logaritmo.

Assim:

$\mathbf{\log_2 128 = x}$

$\mathbf{2^x = 128}$

$\mathbf{2^x = 2^7}$

$\mathbf{x = 7}$

Portanto, C é alternativa correta.

Grade de correção

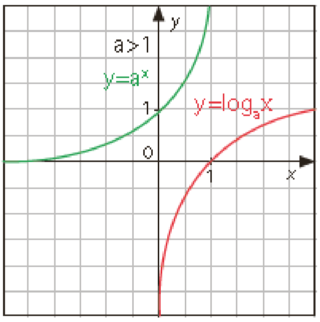
Alternativa		Observação
(A)	2^7	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno apenas realiza a fatoração do número 128 e não concluindo o cálculo solicitado.
(B)	$\log 2^7$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente faz a analogia com o logaritmo de base 10, do número fatorado ($128 = 2^7$).
(C)	**7**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	4	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente desconhece as operações dos logaritmos e escolhe aleatoriamente a resposta.
(E)	64	**Resposta incorreta.** Ao escolher essa resposta, o aluno possivelmente apresenta desconhecimento da linguagem, das propriedades e das operações com logaritmos e apenas divide 128 por 2.

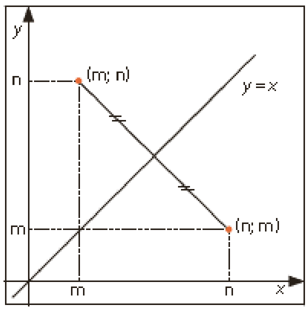
Habilidade MP17	Identificar os gráficos de funções exponenciais e logarítmicas

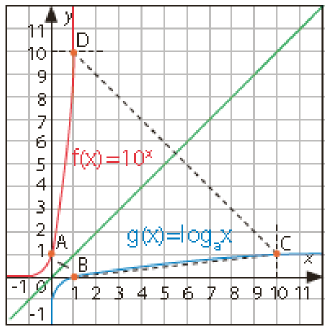
Questão 09

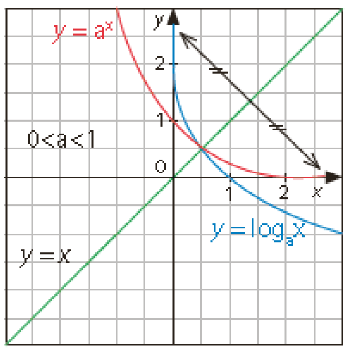
Médio.

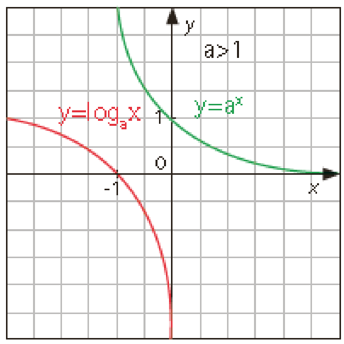
Considere as funções $f(x) = 10^x$ e $g(x) = \log x$. O gráfico que representa as duas funções no mesmo sistema de coordenadas é

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar o conhecimento do aluno quanto aos atributos referentes aos gráficos das funções exponenciais e logarítmicas.

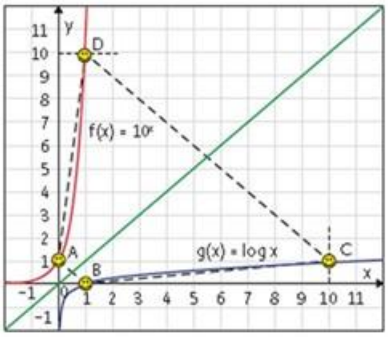
Em muitas situações problema, estudamos fenômenos que apresentam um crescimento ou decrescimento que não pode ser representado por uma função polinomial ou racional. Problemas cuja modelagem exige o emprego de uma função exponencial, tema central dessa habilidade, ocorrem em áreas distintas como a economia (cálculo de juros de investimentos e dívidas bancárias), a biologia (determinação da população de bactérias) e química (decaimento de material radioativo).

As funções logarítmicas, por sua vez, desempenham o papel contrário, permitindo-nos, por exemplo, determinar o instante em que uma função exponencial atinge um valor preestabelecido. Para compreender essa relação entre funções exponenciais e logarítmicas pede-se o estudo de funções inversas.

Para a questão, a identificação do gráfico correto exige o domínio dos vários tópicos relativos ao assunto e já vistos ao longo do ano, incluindo potências, equações e funções, em particular, a exponencial e a logarítmica.

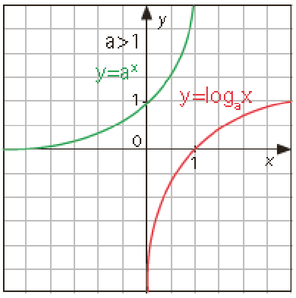
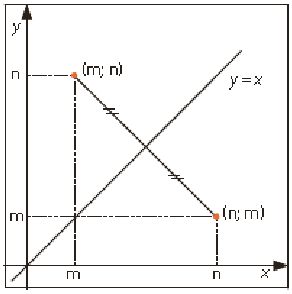
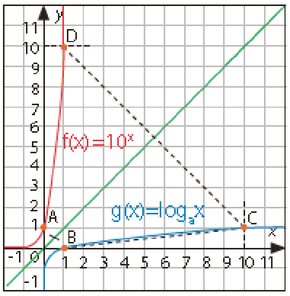
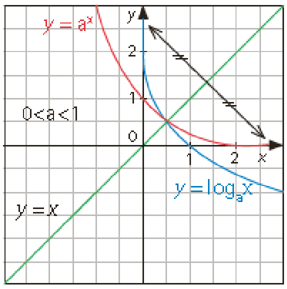
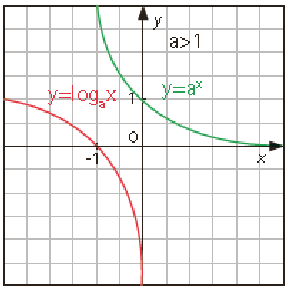
Como as funções em questão são crescentes e inversíveis, seus pontos são simétricos em relação à assíntota, y=x.

Logo a função f (exponencial) de base 10, $f(x) = 10^x$ se relaciona à $g(x) = \log x$ (logaritmo de base 10). Assim, temos



Portanto, C é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)		**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não percebe que os gráficos representam funções decrescentes e interpreta apenas pelas descrições genéricas das respectivas funções na base a.
(B)		**Resposta incorreta.** A escolha equivocada dessa resposta mostra que o aluno não identifica as características relativas às funções exponenciais e logarítmicas de base 10.
(C)		**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)		**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente não identifica que as funções, f(x) e g(x), representadas na alternativa são decrescentes e, portanto, não correspondem ao solicitado no problema.
(E)		**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno mostra desconhecimento do assunto tratado na questão.

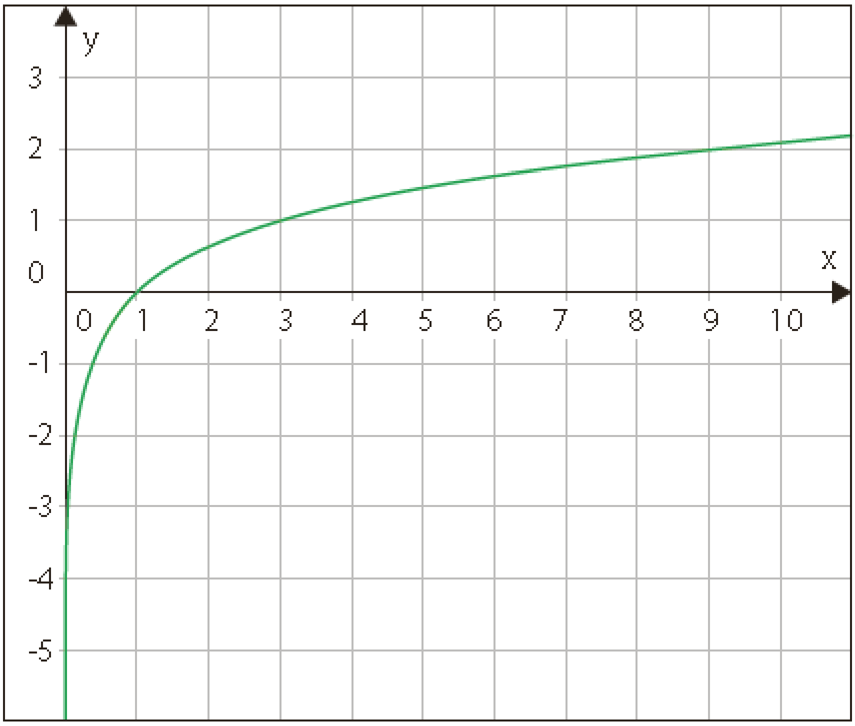
Habilidade	

MP17	**Identificar os gráficos de funções exponenciais e logarítmicas.**

Questão 10

Médio

Observe o gráfico da função logarítmica.



A função f(x) com x > 0 representada pelo gráfico é

(A) f(x) = log3

(B) f(x) = logx

(C) $f(x) = \log_x 3$

(D) $\mathbf{f(x) = \log_3 x}$

(E) $f(x) = \log_9 3$

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a habilidade do aluno ao identificar a função logarítmica a partir do seu gráfico.

A leitura desse gráfico demanda que o estudante tenha o conhecimento do conceito e das características da função logarítmica.

Assim, observando o gráfico vê-se que é de uma função logarítmica, crescente de base maior que zero, em que:

Propriedade / *Motivo*

$\log_3 1 = 0$ ⇨ *sabe-se que* $3^0 = 1$

$\log_3 3 = 1$ ⇨ *sabe-se que* $3^1 = 1$

$\log_3 9 = 2$ ⇨ *sabe-se que* $3^2 = 9$

Donde se nota que a base da função é 3, assim $y = \log_3 x \Leftrightarrow f(x) = \log_3 x$

Portanto, D é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$f(x) = \log 3$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente percebe alguma relação com o número 3, porém se equivoca com a representação, pois se a base não está explícita significa que a base do logaritmo é 10.
(B)	$f(x) = \log x$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno faz a relação correta da função e do gráfico, porém se equivoca com a representação da base do logaritmo.
(C)	$f(x) = \log_x 3$	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente entende a proposta da questão, contudo equivocadamente inverte os elementos representados na função.
(D)	$f(x) = \log_3 x$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

(E)	$f(x) = \log_9 3$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente considera a potência de base 3, no entanto não a relaciona corretamente com a função logarítmica e sua inversa.

Habilidade	Resolver situações-problema envolvendo função logarítmica.
MP18	

Questão 11

Difícil

Para medir o potencial destrutivo de um terremoto, utiliza-se a escala Richter.

A energia calculada em um terremoto é dada pela fórmula: $\mathbf{I = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)}$

na qual I varia de 0 a 9, E = energia liberada em kW/h e o $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kW/h.

A partir destes dados, a energia liberada por um terremoto de intensidade 6 graus na escala Richter em kW/h é

(A) $7 \cdot 10^{-3}$

(B) $7 \cdot 10^{-6}$

(C) $\mathbf{7 \cdot 10^{6}}$

(D) $7 \cdot 10^{9}$

(E) $7 \cdot 10^{12}$

Resolução comentada

O objetivo da questão está em avaliar a capacidade do aluno de operar com expoentes e logaritmos.

De acordo com os dados temos:

$I = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$ e I=6, então temos que

$$6 = \frac{2}{3} \cdot \log_{10}\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) \Rightarrow \frac{6}{\frac{2}{3}} = \log_{10}\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) \Rightarrow 9 = \log_{10}\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) \Rightarrow 10^9 = \left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right)$$

Desta forma, o valor de E será:

$$E = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9 = 7 \cdot 10^6 \text{ kW/h (sete milhões de kW/h)}$$

Portanto C, é a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	$7 \cdot 10^{-3}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno utilizou uma informação do enunciado.
(B)	$7 \cdot 10^{-6}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, possivelmente o aluno aplicou a propriedade das potências erroneamente.
(C)	$\mathbf{7 \cdot 10^{6}}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	$7 \cdot 10^{9}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, possivelmente o aluno aplicou a propriedade das potências erroneamente.
(E)	$7 \cdot 10^{12}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, possivelmente o aluno aplicou a propriedade das potências erroneamente.

Habilidade	Resolver situações-problema envolvendo função logarítmica.
MP18	

Questão 12

Difícil

A massa m de carbono 14 varia com o tempo de acordo com a seguinte expressão:

$$\mathbf{m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}}$$

(cada vez que t assume valores múltiplos sucessivos de 5 730, a massa reduz-se a metade).

Se for constatada que a massa de carbono 14 restante no fóssil é apenas 10% da massa inicial, a idade estimada do fóssil é de

(Dado: log 2 $\cong$ 0,301.)

(A) aproximadamente 11.460 anos.

(B) aproximadamente 17.190 anos.

(C) aproximadamente 19.036 anos.

(D) aproximadamente 28.650 anos.

(E) aproximadamente 40.110 anos.

Resolução comentada

O objetivo da questão é avaliar a percepção do aluno quanto à articulação entre as funções exponencial e logarítmica.

Dados:

$$\begin{cases} m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \quad \text{(I)} \\ \text{a massa de carbono 14 é 10\% da massa inicial} \Rightarrow m\ (t) = 0{,}1 \cdot m_0 \ \text{(II)} \\ \log 2 = 0{,}301 \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I), temos que:

$$0{,}1 \cdot m_0 = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Rightarrow 0{,}1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \quad \text{(III)}$$

Aplicando uma das propriedades da potenciação em (III), temos que:

$$0{,}1 = 2^{-\frac{t}{5730}} \quad \text{(IV)}$$

Aplicando a definição de logaritmo em (IV), temos que:

$$\log_2 0{,}1 = -\frac{t}{5730} \Rightarrow -t = \log_2 0{,}1 \cdot 5730 \ \text{(V)}$$

Aplicando a propriedade da mudança de base de logaritmos em $\log_2 0{,}1$*, temos que:*

$$-t = \frac{\log 0{,}1}{\log 2} \cdot 5730 \Rightarrow -t = \frac{\log 10^{-1}}{\log 2} \Rightarrow -t = \frac{-1}{0{,}301} \cdot 5730 \Rightarrow -t = -\frac{5730}{0{,}301} \Rightarrow t = \frac{5730}{0{,}301}$$

$\therefore t \cong 19.036$ anos

Desta forma, o resultado obtido, atende à alternativa **C** da questão.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	aproximadamente 11.460 anos.	**Resposta incorreta.** Possivelmente para escolher essa resposta o aluno multiplicou por 2, um dos números apresentado na expressão (2 · 5730).
(B)	aproximadamente 17.190 anos.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, possivelmente o aluno tenha multiplicado 5730 · 0,301 · 10 = 17 247.
(C)	**aproximadamente 19.036 anos.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	aproximadamente 28.650 anos.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente multiplica por 10 e divide por 2, (10 · 5730/2 = 28650)
(E)	aproximadamente 40.110 anos.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente multiplica por 14 e divide por 2, (5730 · 14=80220 e 80220/2 = 40110).

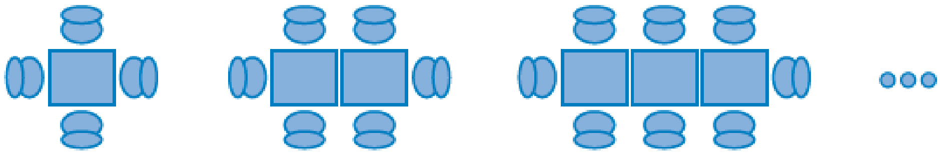
__2. Questões referentes às habilidades da Matriz de Referência para Avaliação – SARESP.__

H05	**Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).**
9º Ano	

Questão 13

Fácil

A figura a seguir representa a quantidade de cadeiras que devem ser colocadas em volta das mesas, em função da quantidade de mesas.



A expressão que representa a quantidade de cadeiras a partir do número de mesas é

(A) C = 2m + 2

(B) C = m + 4

(C) C = 4m + 1

(D) C = 3m

(E) C = 3m – 1

Comentários

O objetivo da questão é avaliar se o aluno identifica a expressão algébrica associada à regularidade das figuras.

Considerando m número de mesas e c o número de cadeiras, é possível observar que:

Para m=1, temos c=4

Para m=2, temos c=6

Para m=3, temos c=8

Percebe-se que para cada mesa adicionada é acrescentado duas cadeiras.

Logo, a expressão algébrica que representa a regularidade é C = 2m + 2, alternativa A.

Grade de correção

Alternativa		Observação
(A)	**C = 2m + 2**	**Resposta correta. O aluno possivelmente utilizou suas estratégias para chegar à solução.**
(B)	C = m + 4	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente associou essa equação à primeira figura.
(C)	C = 4m + 1	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente associou, de maneira indevida, essa equação à primeira figura.
(D)	C = 3m	**Resposta incorreta.** Essa expressão só pode ser aplicada à segunda figura.
(E)	C = 3m – 1	**Resposta incorreta.** Essa expressão só pode ser aplicada à terceira figura.

H20	**Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.**
9º Ano	

Questão 14

Fácil

(SARESP – 2008)

Carla está calculando o custo de uma viagem de carro. Ela sabe que, para andar 120 km, seu carro consome 15 litros de combustível, cujo preço é R$ 2,00 o litro.

Para uma viagem de 960 km, Carla gastará, apenas em combustível,

(A) R$ 120,00

(B) R$ 128,00

(C) R$ 137,00

(D) R$ 220,00

(E) R$ 240,00

Comentários

Para resolver este problema, o aluno deve reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre quilômetros percorridos e litros de combustível consumido para determinar o total de combustível para fazer a viagem de 960 km.

Grade de correção

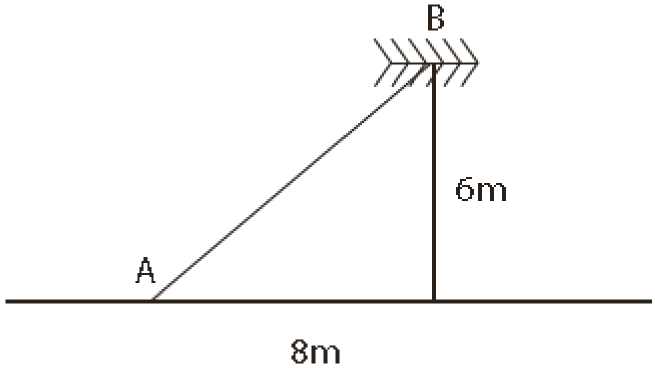
Alternativa		Observação
(A)	R$ 120,00	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente associou o resultado R$ 120,00 ao valor 120 km exibido no enunciado.
(B)	R$ 128,00	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não compreendeu o problema e indicou uma resposta indevida.
(C)	R$ 137,00	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente somou todos os valores informados no enunciado da questão.
(D)	R$ 220,00	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente não compreendeu o problema e indicou uma resposta indevida.
(E)	**R$ 240,00**	**Resposta correta. O aluno possivelmente compreendeu o problema e indicou a resposta baseado em alguma estratégia relacionada à proporcionalidade entre as grandezas apresentadas.**

H36	**Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).**
9º Ano	

Questão 15

Fácil

Para amarrar uma antena que está a 6 metros no topo de uma haste, foi preso um fio de arame da antena até um ponto no chão, distante 8 metros do pé da antena, conforme figura a seguir. Supondo que o chão é horizontal e que a haste da antena está na vertical, qual é o comprimento do arame medido do ponto A até o ponto B?



(A) 6 metros.

(B) 8 metros.

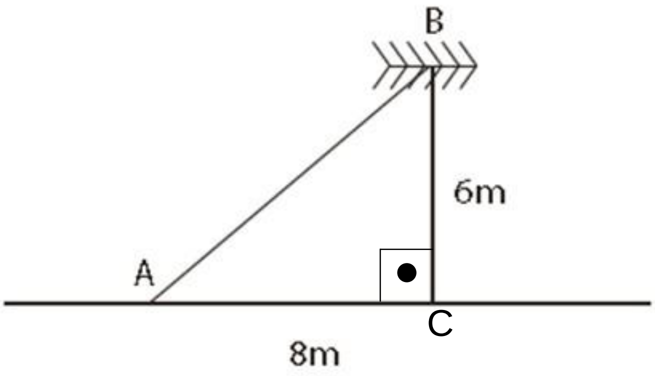
(C) 10 metros.

(D) 14 metros.

(E) 48 metros.

Comentários

O Teorema de Pitágoras é uma ferramenta indispensável nas mais diversas aplicações matemáticas, principalmente aquelas relacionadas a grandezas e a medidas. A resolução da questão inicia-se observando que a haste da antena, o chão e o fio de arame constituem os lados de um triângulo retângulo. Dessa forma, pode-se aplicar o Teorema de Pitágoras em sua resolução. Como o que se conhece são as medidas dos catetos, calcula-se a medida da hipotenusa por



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 64 + 36 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 100$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{100} = \pm 10$$

Como estamos tratando de medidas, concluímos que: $\overline{AB} = 10$ m, portanto alternativa C.

Grade de correção

(A)	6 metros.	**Resposta incorreta.** O aluno atribuiu o valor de um dos catetos à hipotenusa.
(B)	8 metros.	**Resposta incorreta.** O aluno atribuiu o valor de um dos catetos à hipotenusa.
(C)	**10 metros.**	**Resposta correta. O aluno possivelmente aplicou o teorema de Pitágoras ou utilizou alguma outra estratégia para encontrar o valor correto.**
(D)	14 metros.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente somou as medidas dos catetos e atribuiu à hipotenusa.
(E)	48 metros.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente multiplicou as medidas dos catetos e atribuiu à hipotenusa.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenador: Antonio Celso de Paula Albuquerque Filho

Departamento de Avaliação Educacional
Diretora: Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Planejamento e Análise de Avaliações
Diretor: Juvenal de Gouveia

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirisola, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Patricia Barros Monteiro, Soraia Calderoni Statonato

Centro de Aplicação de Avaliações

Denis Delgado dos Santos, Fagner Lima Nunes Cavinato, José Guilherme Brauner Filho, Kamila Lopes Candido, Lilian Sakai, Manoel de Castro Pereira, Nilson Luiz da Costa Paes, Teresa Miyoko Souza Vilela

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Valéria de Souza

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretora: Regina Aparecida Resek Santiago

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional - CEFAF
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática – Autoria, Leitura crítica e validação do material
Adriana Santos Morgado, Djalma de Oliveira Bispo Filho, João dos Santos Vitalino, Otávio Yoshio Yamanaka, e Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino - Leitura crítica e validação do material de Matemática

Adriana Santos Morgado, Antonia Zulmira da Silva, Cristina Aparecida da Silva, Edson Basilio Amorim Filho, Leandro Geronazzo, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcelo Balduino Silva, Márcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares Sa Silva, Mario José Pagotto, Nilton Celso Mourão, Rebeca Meirelles das Chagas, Rosana Jorge Monteiro Magni, Rosemeire Lepinski, Sheila Cristina Aparecida Lima Camargo