GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

1ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
1º Semestre de 2014

6ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO, MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

Nos dois segmentos (Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio) avaliados, as questões foram idealizadas de modo a atender habilidades já desenvolvidas em períodos anteriores, seja no ano, ou no semestre letivo. Particularmente no 6º ano (5ª série) do EF foram utilizadas as expectativas de aprendizagens contidas na grade do 5º ano (4ª série) do EF.

As questões apresentadas retratam uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. *Anos/séries participantes:*
   6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;
   1ª a 3ª séries do Ensino Médio.

2. *Composição das provas de Matemática:*
   10 questões objetivas e algumas dissertativas.

3. *Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:*
   – Currículo do Estado de São Paulo.

4. *Banco de questões:*
   – Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo.

EQUIPE DE MATEMÁTICA

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

1ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO

Nº do item	Habilidades
1	Saber representar os números reais na reta numerada.
2	Saber realizar de modo significativo as operações de radiciação e potenciação.
3	Reconhecer e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.
4	Resolver equações quadráticas.
5	Compreender a resolução de equações quadráticas e saber utilizá-las em contextos práticos.
6	Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes.
7	Identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos.
8	Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.
9	Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.
10	Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais e saber utilizá-las para resolver problemas em contextos diversos.
11	Compreender o significado do π como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área do círculo.
12	Saber resolver problemas envolvendo processos de contagem (principio multiplicativo).

Habilidade:

Saber representar os números reais na reta numerada.

Questão 01 – Teste

Dentre os números abaixo, o único que pode corresponder ao ponto P é

(A) $\frac{15}{6}$.

(B) $\sqrt{\mathbf{10}}$.

(C) 3,7.

(D) $\sqrt{16}$.

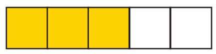
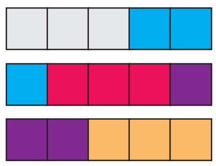
Comentários e recomendações pedagógicas

Localizar números na reta numerada exige a comparação entre dois ou mais números e a identificação dessa ordem com o esquema visual da reta. Comparar números é uma das habilidades mais fundamentais da matemática e, na escola, é trabalhada desde as séries iniciais, sempre num crescente de complexidade, a medida que vão sendo estudados mais tipos de números.

No caso desta questão, é preciso comparar números reais racionais e números reais irracionais, os primeiros representados tanto na forma fracionária como decimal e os últimos, representados por radicais.

Essa variabilidade de representação é característica da matemática. Seus objetos de estudo são abstratos (incluindo os números) de modo que só é possível manipulá-los por meio de representações. Passar de uma representação à outra é importante do ponto de vista operacional, porque cada tipo de representação é mais adequado para um determinado tipo de procedimento. E, além disso, segundo o pesquisador francês Raymond Duval, é somente ao transitar entre seus diferentes tipos de representação que se torna possível apreender um conceito.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $\frac{15}{6}$	Esta alternativa poderia ser eliminada raciocinando que, se $\frac{15}{5}$ é o mesmo que 3, então, $\frac{15}{6}$ é menor que 3, pois o um sexto é menor que um quinto. E, claro, olhando na reta, é possível verificar que o número procurado é maior que 3. O aluno que assinalou esta alternativa possivelmente não compreende o conceito de fração ou não sabe transformá-la em decimal – procedimento que, mesmo realizado mecanicamente, poderia levar à conclusão correta. É importante que o professor resgate o conceito de fração, tanto a ideia de *parte* e *todo* quando a ideia de *divisão*: • $\frac{3}{5}$ por exemplo, pode indicar a quantidade que resulta de tomar três dentre as cinco partes iguais de *um inteiro*. É a fração expressando a comparação entre *parte* e *todo*. Nesse caso, é interessante que o enfatize o significado do denominador a partir de sua leitura: meios, terços, quartos, quintos, sextos...  • $\frac{15}{5}$ também pode indicar o resultado da *divisão* de *três inteiros* em cinco partes iguais. 
(B) $\sqrt{10}$	**Resposta correta.** O aluno que assinalou esta alternativa foi capaz de estimar o valor do radical irracional, possivelmente observando que, $3^2 = 9$, mas $4^2 = 16$, de modo que $\sqrt{10}$ deve estar entre 3 e 4. Claro que, subjacente a isso está a percepção, provavelmente informal, de que $y = x^2$ é uma função crescente nos números positivos.) Para verificar que $\sqrt{10}$ é, de fato, menor que 3,5, basta fazer $3{,}5^2 = 12{,}25$, que é maior que 10.

(C) 3,7	Esta alternativa indica que o aluno não conseguiu comparar números racionais escritos na forma decimal. Ou que não consegue associar a ordenação 3,5 < 3,7 < 4, com o posicionamento desses números na reta de modo que 3,7 esteja entre 3,5 e 4. Caso o aluno tenha realmente dificuldade de comparar os números racionais na forma decimal, é interessante associá-los a valores monetários, aproveitando o conhecimento de mundo do aluno como sustentação para o desenvolvimento de seu conhecimento matemático.
(D) $\sqrt{16}$	Esta alternativa indica, provavelmente, que o aluno não está familiarizado com a radiciação. Não conhece seu significado e também não memorizou este resultado, que é um dos mais corriqueiros nos exemplos e exercícios sobre o assunto. Ao constatar essa defasagem, é preciso que o professor retome o conceito de radiciação como operação inversa da potenciação: $\sqrt{16}$ é o número que elevado ao quadrado resulta em 16. É possível, por meio de tentativas (orientadas por estimativas), descobrir esse número, por ser inteiro (no caso, 4). Se não fosse um número inteiro, seria possível, no mínimo estimar seu valor, como esta questão realmente demandava que se fizesse com $\sqrt{10}$.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as respostas apresentadas nos seguintes materiais:

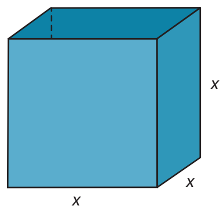
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 1 – Conjuntos e números
   - Situação de Aprendizagem 3 – Aritmética, álgebra e geometria com a reta real;
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 1 – A natureza do número Pi (π)
3. Experiências Matemáticas – 6ª série
   - Atividade 5 – Representação e ordenação
4. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 2 – Ampliando a noção de número
   - Atividade 3 – Conhecendo os radicais.

Habilidade:

Saber realizar de modo significativo as operações de radiciação e potenciação

Questão 02 – Teste

Um reservatório de água de formato cúbico tem volume de 27 000 cm^3. Então, em centímetros, suas arestas medem



(A) 30.

(B) 90.

(C) 3 000.

(D) 9 000.

Comentários e recomendações pedagógicas

O estudo da potenciação e da radiciação no 9º ano, que acaba derivando para o chamado *cálculo com radicais*, costuma ter sua dimensão procedimental bastante pronunciada. Estudam-se técnicas e propriedades que permitem operar com radicais irracionais, que não podem ser expressos na forma decimal com exatidão. No entanto, o significado mesmo da operação pode acabar ficando em segundo plano, especialmente quando se trata da manipulação de raízes não quadradas.

Nesta questão, procuramos focalizar uma das aplicações mais naturais do cálculo de raízes cúbicas, que complementam o significado puramente numérico da operação com um significado geométrico. No entanto, isso acaba por exigir também o conhecimento do cálculo do volume de um bloco retangular, especificamente de um cubo.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 30	**Resposta correta.** O aluno possivelmente sabe que o volume do cubo é dado por sua aresta elevada ao cubo e que, por esse motivo, precisa usar a operação inversa para, partindo do volume, obter a aresta. Além disso, identificou corretamente o número 30 como sendo a raiz cúbica de 27 000, verificando que $30^3 = 27\,000$.

(B) 90	Esta alternativa pode indicar que o aluno confunde as operações de radiciação e divisão (conforme discutido a seguir, na alternativa (D)), mas que procurou ajustar sua resposta, observando uma ordem de grandeza mais plausível. Pode ser também que tenha assinalado aleatoriamente esta alternativa.
(C) 3 000	Pode ser que o aluno tenha identificado corretamente que a operação a ser feita é a raiz cúbica de 27 000, que conheça a raiz cúbica de 27 (que é 3) e que tenha apenas acrescentado os zeros, sem inseri-los na operação. É importante que o professor retome o conceito mesmo da operação e mostre que $3\,000^3$ é muito maior que 27 000.
(D) 9 000	Esta alternativa pode indicar que o aluno confunde o conceito de radiciação com o de divisão, considerando que $\sqrt[3]{27\,000}$ é o mesmo que 27 000 : 3 = 9 000. Essa confusão, relativamente comum, talvez tenha origem no fato de que a multiplicação e a potenciação são operações muito próximas (sendo a segunda um caso particular da primeira, do ponto de vista do significado. Apesar disso, as inversas divisão e radiciação se desdobram em significados bastante diferentes. É importante que o professor investigue, por meio de outros exemplos, se o aluno está realmente confundindo as duas operações. Se for esse o caso, o problema é mais de ordem conceitual que procedimental, de modo que é preciso lançar mão de *problemas diversos, envolvendo os significados dessas operações*, para que o aluno aprenda a distingui-las. Do ponto de vista geométrico, pode ser que o aluno esteja confundindo a noção de volume com um perímetro parcial, obtido a partir da soma das três dimensões.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 3 – Aritmética, álgebra e geometria com a reta real

2. Experiências Matemáticas – 8a série
   - Atividade 3 – Conhecendo os radicais – Parte 4: Estendendo o conceito de radiciação

Habilidade:

Reconhecer e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Questão 03 – Teste

Na embalagem de uma marca de café, consta a informação de que, para 8 cafezinhos deve-se usar 3 colheres (de sopa) cheias de pó de café e 0,5 litro de água. Joana queria preparar uma quantidade maior de xícaras de café e, para isso, usou 7,5 colheres (de sopa) cheias desse café e 1,5 litro de água.

Nesse contexto, a única afirmação correta é

(A) Joana preparou 20 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.

(B) Joana preparou 24 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.

(C) Joana preparou 20 cafezinhos de sabor mais fraco do que o sugerido na embalagem.

(D) Joana preparou 24 cafezinhos de sabor mais fraco que o sugerido na embalagem.

Comentários e recomendações pedagógicas

O conceito de proporcionalidade direta é um dos conceitos fundamentais da Matemática e sua construção é um importante objetivo do Ensino Fundamental. Por esse motivo, os procedimentos para o cálculo do valor de uma grandeza por meio da regra de três costuma ser bastante enfatizado. No entanto, o procedimento de cálculo não basta para garantir a aquisição do conceito e, consequentemente, para que o aluno identifique situações em que tais cálculos podem ou não ser aplicados.

No contexto dessa questão, há três grandezas. Duas delas são, necessariamente, diretamente proporcionais: a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água. A terceira grandeza é a quantidade de pó de café, que pode ou não ser proporcional às demais. A manutenção dessa proporcionalidade produz sabor de mesma intensidade que o sugerido na embalagem. A quebra da proporcionalidade produz sabor mais ou menos intenso.

É claro que a quantidade de água determina a quantidade de cafezinhos, enquanto que a quantidade de pó de café determina a intensidade do sabor. Assim, se para 8 cafezinhos, era usado 0,5 litro de água, então, ao usar 1,5 litro de água, Joana triplicou a quantidade de cafezinhos. Porém, a quantidade de pó de café não chegou a triplicar. Desse modo, Joana preparou 24 cafezinhos de sabor mais fraco que o sugerido na embalagem.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 20 cafezinhos, mesma intensidade	Esta resposta pode indicar que o aluno reparou que levando em conta apenas a quantidade de cafezinhos e a quantidade de pó de café, a proporcionalidade foi mantida. Afinal, 3/8 = 7,5/20. Mas, nesse caso, o aluno não levou em consideração que é a quantidade de água que, de fato, determina a quantidade de cafezinhos e, como ela triplicou, a quantidade de cafezinhos também triplica.
(B) 24 cafezinhos, mesma intensidade	Aqui, é possível que o aluno tenha focalizado apenas a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água, desprezando o efeito da variação do pó de café.
(C) 20 cafezinhos, mais fracos	Esta alternativa pode indicar que o aluno identificou corretamente que 3/8 = 7,5/20, de modo que se fica mantida a proporcionalidade entre a quantidade de cafezinhos e a quantidade de pó de café. Além disso, interpretou corretamente que, uma vez que a quantidade de água triplicou, enquanto as demais quantidades não chegaram a crescer tanto, então o café ficou mais fraco. Mas, nesse caso, o que tal aluno não percebeu é que a quantidade de cafezinhos é determinada pela quantidade de água, não de pó de café. As especificidades de cada contexto sempre precisam ser levadas em conta na resolução de um problema.
(D) 24 cafezinhos, mais fracos	**Resposta correta.** O aluno, possivelmente, identificou a proporcionalidade entre a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água, concluindo que Joana preparou 24 cafezinhos. Além disso, percebeu que uma vez que as demais grandezas triplicaram e que a quantidade de pó de café não chegou a triplicar, então o café ficou preparado por Joana mais fraco que o sugerido na embalagem.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 2
   • Situação de Aprendizagem 3 – Grandezas proporcionais: estudo funcional

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano), Volume 3.
   • Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.
   • Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano), Volume 4.
   • Situação de Aprendizagem 4 – Proporcionalidade, equações e regra de três.

4. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   • Laboratório 60 – Proporcionalidade

Habilidade:

Resolver equações quadráticas.

Questão 04 – Teste

O conjunto de todos os números que solucionam a equação $4x^2 - 5x = 0$ é

(A) $\left\{1; \frac{1}{4}\right\}$.

(B) $\left\{-1; -\frac{1}{4}\right\}$.

(C) $\boldsymbol{\left\{0; \frac{5}{4}\right\}}$.

(D) $\left\{\frac{5}{4}\right\}$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Uma das abordagens mais comuns à resolução das equações quadráticas é a aplicação da fórmula resolutiva também conhecida, no Brasil, como fórmula de Bhaskara. No entanto, as equações quadráticas incompletas podem ser mais facilmente resolvidas pelo método de isolar a incógnita ($ax^2 + c = 0$) ou pela fatoração ($ax^2 + bx = 0$).

Explicitar esses métodos e estimular os alunos a utilizá-los enriquece o aprendizado acerca de equações, pois são métodos abrangentes, podendo ser aplicados a diversos outros casos. Por exemplo, a equação cúbica $x^3 + 2x^2 + x = 0$ também pode ser resolvida por meio da fatoração.

Além disso, dispor de vários meios para resolver uma determinada tarefa, compará-los e decidir por algum deles favorece o desenvolvimento de competências metacognitivas.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) $\left\{1; \frac{1}{4}\right\}$	Essa resposta pode indicar certo domínio da fórmula resolutiva para a equação do 2º grau (Bhaskara). Mas o erro consiste na falta de compreensão da multiplicação por zero ou na supressão desse número na multiplicação: $a = 4; b = -5; c = 0$ $\Delta = (-5)^2 - 4{\cdot}4{\cdot}0 = 25 - 16 = 9 \rightarrow$ **Erro**. É interessante que o professor reforce o significado e as propriedades do número zero.
(B) $\left\{-1; -\frac{1}{4}\right\}$	Esta alternativa pode indicar que, além do erro apontado no item anterior, o aluno equivocou-se ao combinar o sinal negativo proveniente da fórmula resolutiva com o sinal negativo do número –5: $x = \frac{-5-\sqrt{\Delta}}{8}$ em vez de $\frac{-(-5)-\sqrt{\Delta}}{8}$ É interessante que o professor investigue se este erro é proveniente da incorreta aplicação da fórmula resolutiva ou se indica falta de compreensão da regra de sinais.
(C) $\boldsymbol{\left\{0; \frac{5}{4}\right\}}$	**Resposta correta.** O aluno domina a aplicação da fórmula resolutiva para a equação do 2º grau ou aplicou corretamente a resolução por meio da fatoração. É interessante que o professor discuta com seus alunos essas duas possibilidades de resolução, pedindo que comparem suas características e seu alcance. Um teste versando sobre a resolução de equações também oferece uma ótima oportunidade para que o professor discuta com seus alunos o significado da solução de uma equação: um número é considerado solução se, colocado no lugar do x, torna a sentença verdadeira. Assim, os alunos poderão constatar que, em questões desse tipo, a equação não precisa necessariamente ser resolvida; as alternativas podem ser testadas.
(D) $\left\{\frac{5}{4}\right\}$	Esta alternativa pode indicar algum domínio das técnicas resolutivas possíveis para esse tipo de equação. No entanto, o aluno, por algum motivo, ignorou a solução nula. Pode ser, por exemplo, que tenha se esquecido de analisar o fator x na resolução por meio da fatoração.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 2

• Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau

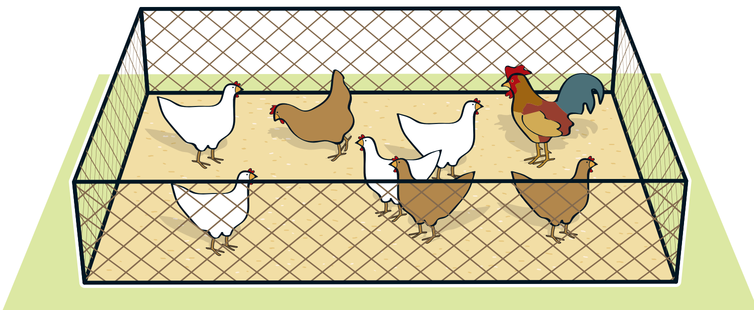
2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   • Atividade 16 – Equações do 2º grau
   • Atividade 17 – Resolução de equação do 2º grau
   • Atividade 18 – A fórmula de Bhaskara

Habilidade:

Compreender a resolução de equações quadráticas e saber utilizá-las em contextos práticos.

Questão 05 – Aberta

Com um rolo de tela de 26 metros de comprimento, seu José construiu um galinheiro retangular com área de $40m^2$.



Qual o comprimento e a largura desse galinheiro? Justifique sua resposta.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Este problema demanda uma série de habilidades dos alunos, dentre as quais consideramos que a predominante é resolver equações quadráticas. Convém, entretanto, examinar o que está envolvido.

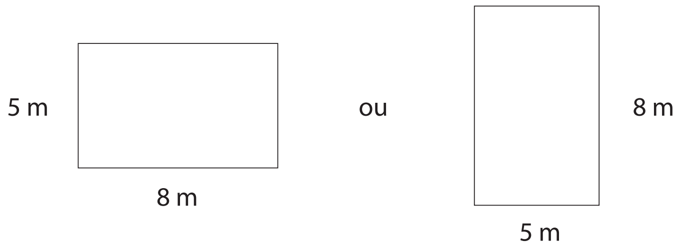
Primeiramente, é preciso conhecer e distinguir as noções de área de perímetro, para em seguida equacionar o problema. Desse modo, é possível que o aluno chegue a um sistema de equações que, pelo método da substituição, resulta numa equação quadrática.

Largura: x

Comprimento: y

$$\begin{cases} xy = 40 \\ 2x + 2y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 40 \\ x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x(13 - x) = 40 \Rightarrow -x^2 + 13x - 40 = 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 40 = 0$$

A equação resultante pode, então, ser resolvida pela fórmula resolutiva (de Bhaskara. Assim, serão descobertas duas diferentes possibilidades para a largura x: 8 m ou 5 m. E, substituindo esses valores no sistema inicial, o comprimento y poderá ser, respectivamente 5 m ou 8 m. Essa "duplicidade" de valores indica que poderíamos considerar na solução dois retângulos diferentes apenas na posição:



No entanto, é interessante notar que uma equação quadrática da forma $x^2 - Sx + P = 0$ pode ser resolvida pelo método da soma e do produto: a soma das duas soluções procuradas deve ser S e o produto entre elas deve resultar em P.

Ora, no caso em questão, estamos procurando os números que somados resultam em 13 e multiplicados resultam em 40. Ou seja, resolver o problema por meio da tentativa e erro é exatamente o equivalente a resolver a equação $x^2 - 13x + 40 = 0$ por soma e produto.

Por fim, gostaríamos de observar que após a resolução da equação, muitos alunos dão o problema por resolvido, ignorando que havia um sistema com duas incógnitas e que há uma pergunta para a qual ainda não foi elaborada uma resposta. É importante que o professor use todas as oportunidades para enfatizar a necessidade de voltar ao problema inicial, verificar a plausibilidade da solução obtida e, finalmente, elaborar uma resposta por escrito.

Grade de correção

Respostas corretas	O aluno pode ter chegado à resposta correta: – por meio de sistema de equações e posterior resolução de uma equação quadrática, – por meio de tentativa e erro, – ou por uma combinação dessas estratégias. Também deve ter elaborado uma resposta explicitando que o galinheiro tem 8 m de largura por 5 m de comprimento ou o contrário.

Respostas parcialmente corretas	O aluno pode ter descoberto os valores 5 e 8 pelos meios que já foram discutidos. Apesar disso, pode ter desprezado a unidade de medida, pode não ter deixado claro que percebe que largura e comprimento poderiam apresentar valores trocados e, por fim, pode não ter redigido uma resposta. Todos esses pontos devem ser sinalizados claramente para o aluno, para que se possa, gradativamente, buscar um maior grau de rigor matemático.
Respostas incorretas	As respostas incorretas podem ter origens nos mais diversos tipos de equívocos, que procuraremos categorizar (sem esgotar) em: dificuldade de leitura e interpretação do enunciado, dificuldades conceituais relativas à área e perímetro de um retângulo, dificuldade de expressão na linguagem algébrica, dificuldade na manipulação do sistema de equações, erro na aplicação da técnica de resolução da equação de 2° grau, erros de cálculo, erros de atenção. Cada uma dessas dificuldades precisa ser considerada nas devolutivas do professor para o aluno.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau

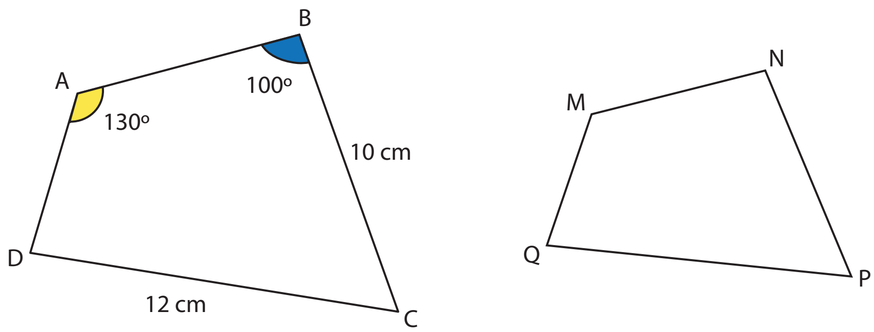
2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 16 – Equações do 2º grau
   - Atividade 17 – Resolução de equação do 2º grau
   - Atividade 18 – A fórmula de Bhaskara
   - Atividade 26 – Variação de grandezas – Parte 1: Retângulos equivalentes e a hipérbole; Parte 2: Retângulos de mesmo perímetro.

Habilidade:

Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes.

Questão 06 – Teste

Se o quadrilátero MNPQ é semelhante ao quadrilátero ABCD, então o ângulo M, o ângulo N, o lado NP e o lado PQ podem medir, respectivamente:



(A) 150°, 120°, 5 cm e 6 cm.

(B) 130°, 100°, 8 cm e 10 cm.

(C) 13º, 10º, 10 cm e 12 cm.

(D) 130º, 100º, 7,5 cm e 9 cm.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O conceito de semelhança de polígonos é um dos mais importantes da geometria. Antecede e dá sustentação ao conceito de semelhança de triângulos que é uma das mais corriqueiras ferramentas para a resolução de problemas geométricos.

De um ponto de vista intuitivo, figuras semelhantes são aquelas que apresentam o mesmo *formato*, embora possam ter *tamanhos* diferentes. Assim, quando do início do trabalho com o conceito de semelhança, é importante que sejam exploradas, intuitiva e visualmente, essas características.

O aluno deve ser levado a perceber que o tamanho de um ângulo não muda com o prolongamento de seus lados, e que, assim, a ampliação ou redução de uma figura não muda seus ângulos, a menos que mude o seu formato.

Essa é base concreta sobre a qual se pode formalizar o conceito de polígonos semelhantes como sendo aqueles cujos ângulos correspondentes são congruentes e cujos lados correspondentes são proporcionais.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 150°, 120°, 5 cm e 6 cm	Este erro pode indicar que o aluno não sabe que o fato dos quadriláteros serem semelhantes implica a igualdade entre seus ângulos correspondentes, ainda que saiba que os lados devem ser proporcionais. O professor pode retomar o conceito de semelhança mostrando quadriláteros que têm lados proporcionais (até mesmo congruentes), mas que, visivelmente, não são semelhantes.
(B) 130°, 100°, 8 cm e 10 cm	Os lados NP e PQ não podem medir 8 cm e 10 cm porque precisam ser, respectivamente, proporcionais a 10 e 12. Se o aluno assinalou esta alternativa, pode ser que desconheça essa propriedade da semelhança ou pode ser que tenha dificuldade de avaliar quando dois pares de valores são proporcionais: $10 - 2 = 8$ e $12 - 2 = 10$, mas isso não caracteriza proporcionalidade. O que caracteriza a proporcionalidade é a razão constante. No caso, $10/8 \neq 12/10$.
(C) 13º, 10º, 10 cm e 12 cm	Se o aluno tentou apenas memorizar as propriedades dos polígonos semelhantes, pode ser que tenha feito confusão, imaginando que os ângulos deveriam ser proporcionais e que os lados deveriam ser congruentes. É importante que o conceito de semelhança seja retomado a partir de seu significado, na exploração das propriedades de figuras que o aluno possa reconhecer visualmente como semelhantes.
(D) 130º, 100º, 7,5 cm e 9 cm	**Resposta correta.** O aluno soube reconhecer que $7{,}5/10 = 9/12$ e que os ângulos correspondentes dos dois quadriláteros devem ser congruentes.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 3
   • Situação de Aprendizagem 1 – Semelhança entre figuras planas

2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   • Atividade 5 – Semelhança de figuras planas

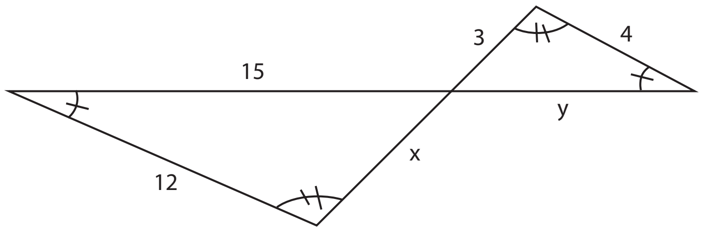
3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   • Laboratório 72 – Transformações homotéticas

Habilidade:

Identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos.

Questão 07 – Teste

Os valores numéricos das medidas x e y são, respectivamente,



(A) 9 e 5.

(B) 5 e 3.

(C) 0 e 6.

(D) 20 e 4.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

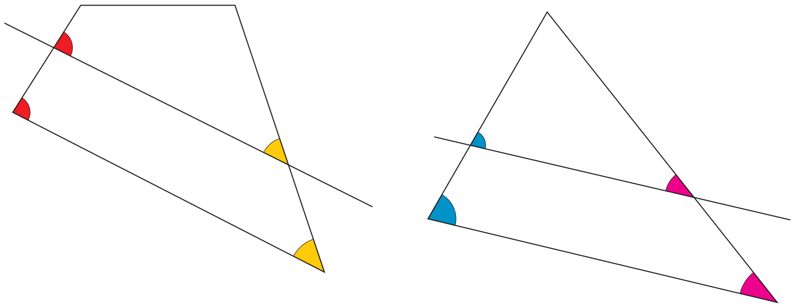
Essa questão explora um aspecto mais procedimental da semelhança de triângulos, que pode ser usada para determinar comprimentos desconhecidos, por meio da aplicação adequada da regra de três. Para isso, no entanto, é necessário, antes:

– reconhecer que os ângulos dos dois triângulos são congruentes, por meio das marcas gráficas usuais e pela propriedade dos ângulos opostos pelo vértice;

– reconhecer a semelhança, observando apenas a congruência entre os ângulos e

– estabelecer corretamente a correspondência entre os lados.

Para verificar a relação de semelhança entre dois polígonos quaisquer, precisam ser observadas a *congruência entre os ângulos* e a *proporcionalidade entre os lados*. Mas, no caso dos triângulos, basta observar uma destas propriedades para que a outra fique automaticamente garantida, pois os triângulos são rígidos. Isto significa que, dados seus três lados, seus ângulos ficam já determinados. As figuras a seguir fornecem uma boa ideia a respeito da diferença entre a semelhança de dois polígonos quaisquer e entre dois triângulos.



É fácil verificar que, tomando retas paralelas a um dos lados, os ângulos ficam preservados nas duas figuras. No entanto, no quadrilátero, claramente, não haverá proporcionalidade entre os lados, uma vez que o lado superior não foi sequer reduzido.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 9 e 5	**Resposta correta.** O aluno reconheceu a semelhança, identificou corretamente que os pares de lados correspondentes, por meio da análise de suas posições com relação aos ângulos congruentes. Além disso, percebeu que a razão de semelhança do triângulo maior para o menor é 3. Isto é, todas as medidas lineares do maior triângulo valem o triplo das medidas correspondentes no triângulo menor.
(B) 15 e 3	O aluno pode ter considerado, equivocadamente, que tais triângulos eram isósceles por não saber interpretar adequadamente as marcas usuais que aparecem nos ângulos. Se for realmente esse o caso, é importante que o professor explicite essa "linguagem" que, muitas vezes, fica implícita.
(C) 10 e 6	O aluno não reconheceu a semelhança de triângulos e os motivos para isso podem ser diversos. É importante que o professor retome o conceito de semelhança de triângulos, tal como sugerido nestas orientações.
(D) 12 e 4	Esta alternativa também indica que o aluno não reconheceu a semelhança de triângulos, tal como na alternativa (C).

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 3
   • Situação de Aprendizagem 2 – Triângulos: um caso especial de semelhança

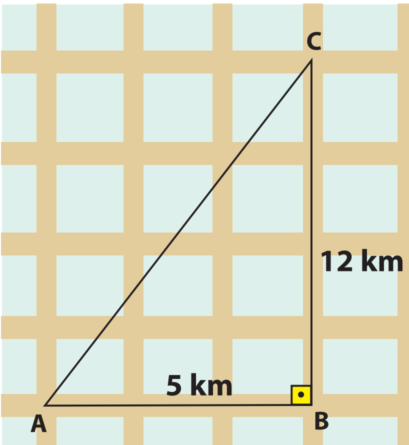
2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   • Atividade 6 – Semelhança de triângulos

Habilidade:

Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.

Questão 08 – Teste

O mapa representa os quarteirões de uma cidade e a linha subterrânea do metrô AC. Para ir de automóvel da estação A até a estação C, uma pessoa deverá fazer o seguinte trajeto: de A até B e de B até C. Se tivesse utilizado o metrô para ir de A até C, teria percorrido



(A) 4 km a menos.

(B) 4 km a mais.

(C) 13 km a menos.

(D) 13 km a mais.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O Teorema de Pitágoras é conhecido desde a antiguidade. Registra-se que os babilônios já o conheciam muito antes dos gregos, embora a primeira demonstração de sua validade seja atribuída à Pitágoras de Samos.

A antiguidade desse teorema sugere que, já muito cedo, o homem confrontou-se com problemas que envolviam a determinação de distâncias inacessíveis à medição direta. No entanto, para além de relacionar os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras também pode ser interpretado como uma relação entre áreas.

O problema proposto nesta questão explora a determinação de uma distância inacessível, que corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo. Para aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras a essa situação, é necessário, primeiramente, que o aluno saiba identificar a hipotenusa e os catetos do triângulo retângulo, o que, neste caso, está facilitado pela posição da figura. Depois, é necessário que o aluno saiba lidar com uma equação quadrática do tipo $x^2 = c$. Por fim, é preciso que interprete corretamente o enunciado, uma vez que a solução da equação não é a resposta imediata do problema.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 4 km a menos	**Resposta correta.** O aluno soube aplicar o teorema de Pitágoras à situação dada e soube interpretar corretamente o problema.
(B) 4 km a mais	Essa resposta indica que o aluno pode ter calculado corretamente a medida da hipotenusa do triângulo retângulo (13 km), mas que não soube interpretar o problema. Pode ter lido, equivocadamente, que se perguntava quanto a pessoa de automóvel andou a mais. Mas, pode ser que a confusão tenha vindo da falta de clareza a respeito da condição de existência de um triângulo. Não é necessário nenhum cálculo para saber que, pela hipotenusa, "anda-se menos" que pelos catetos.
(C) 13 km a menos	Aqui, o aluno usou diretamente a solução da equação resultante da aplicação do teorema de Pitágoras como resposta do problema. Claro que, nesse caso, o "a menos" ou "a mais" torna-se arbitrário e carece de sentido.
(D) 13 km a mais	Para interpretar o erro contido nesta alternativa, podemos combinar as interpretações das alternativas (B) e (C).

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos; teorema de Pitágoras

2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras

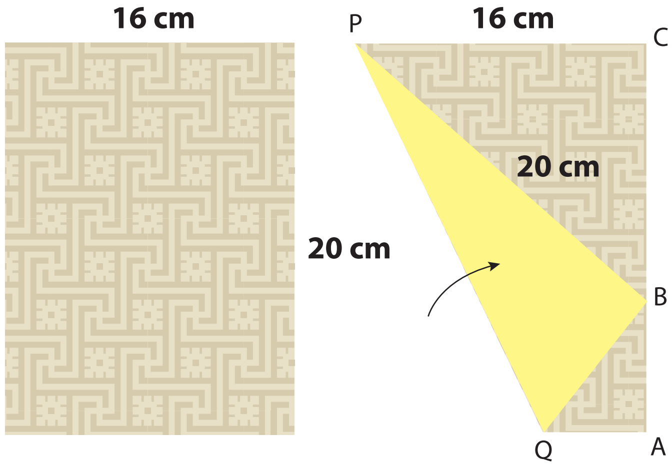
3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   - Laboratório 48 – Teorema de Pitágoras no utilitário Cabri
   - Laboratório 50 – Toerema de Pitágoras – Construção de Triângulos
   - Laboratório 51 – Estórias com as peças do Teorema de Pitágoras

Habilidade:

Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.

Questão 09 – Aberta

Um papel de presente de formato retangular foi dobrado conforme mostra a figura.



a) Quanto mede o segmento BC?

b) Quanto mede o segmento AB?

c) Quanto mede o segmento QB? (Dica: repare que QB + QA = 16 cm.)

d) Quando mede o segmento PQ, que corresponde ao vinco da dobradura?

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Este problema (cujo objetivo final é a determinação do segmento PQ) demanda do aluno apenas a aplicação do teorema de Pitágoras – com tudo que lhe é concernente. Mas, por outro lado, exige também certo traquejo com a resolução de problemas desse tipo, em que há algumas etapas que precisam ser corretamente encadeadas, para que se chegue ao resultado desejado. Por esse motivo, a questão foi dividida em itens que formam um roteiro de resolução. Assim, o professor pode fazer uma avaliação qualitativa do domínio que o aluno tem dessa habilidade, observando item a item como ele avança.

Em PCB, falta apenas a medida do segmento BC, que é o que se pede no item a):

$BC^2 + 16^2 = 20^2$

$BC^2 = 144$

$BC = 12$ cm.

Daí, se pode concluir que AB = 8 cm, que é o que se pede em b). Apesar da simplicidade desse item, ele é muito importante. Se o aluno não perceber que AB = 16 – BC, ele não conclui o problema.

Agora, pode-se analisar QAB, onde, chamando a hipotenusa QB de x, sai que QA = 16 – x. Daí, aplica-se o teorema de Pitágoras:

$x^2 = (16 - x)^2 + 82$

$x^2 = 256 - 32x + x^2 + 64$

$32x = 320$

$x = 10$ cm

Esta última passagem, que corresponde ao item c), é a mais difícil da resolução do problema, tanto do ponto de vista do raciocínio quanto do ponto de vista do cálculo algébrico.

Finalmente, aplica-se o Teorema de Pitágoras em PBQ:

$PQ^2 = 10^2 + 20^2$

$PQ^2 = 500$

$PQ = 10\sqrt{5}$ cm.

É claro que aplicar o Teorema de Pitágoras acaba por demandar muitas outras habilidades: o cálculo de quadrados, a extração de raízes quadradas, a manipulação algébrica de equações. É importante analisar as resoluções parciais e verificar quais as eventuais dificuldades do aluno.

Grade de correção

Respostas corretas	Para chegar à resposta correta, o aluno necessariamente deve ter usado o Teorema de Pitágoras. As variações podem ficar por conta do encadeamento das passagens ou pelo diferente trato das equações (podem ser resolvidas de modo não usual, por tentativa e erro, por exemplo).
Respostas parcialmente corretas	Como já foi observado, há várias passagens na resolução do problema acima, que podem ser avaliadas item a item. É importante averiguar até que ponto o aluno consegue chegar. Mesmo uma resposta incorreta a algum dos itens não significa, necessariamente, que não haja parcial apreensão da habilidade averiguada.

Respostas incorretas	O pior caso, para uma avaliação como esta, que tem caráter dignóstico, é que a questão fique em branco. Nesse caso, a quantidade de informação que a questão pode dar ao professor é muito pequena. Ainda assim, uma questão em branco pode indicar algo: o aluno não compreendeu o enunciado da questão ou não tem suficiente familiaridade com o Teorema de Pitágoras para lançar mão dele numa tentativa de resolução. Falta de engajamento na resolução desta prova também pode ser uma causa, mas, neste caso, a problemática envolve aspectos da cultura escolar que só podem ser analisados no âmbito da própria escola. No caso de haver tentativas erradas, as causas podem ser variadas, mas é interessante analisar se o aluno: – identifica corretamente os triângulos como retângulos; – identifica corretamente catetos e hipotenusa; – conhece a relação correta expressa no Teorema de Pitágoras; – sabe lidar com a equação resultante do Teorema. Esses pontos podem dar direção ao professor que percebe a necessidade de retomar o assunto com o aluno.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 3
   • Situação de Aprendizagem 3 –Relações métricas nos triângulos retângulos; teorema de Pitágoras

2. Experiências Matemáticas – 8ª série
   • Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras

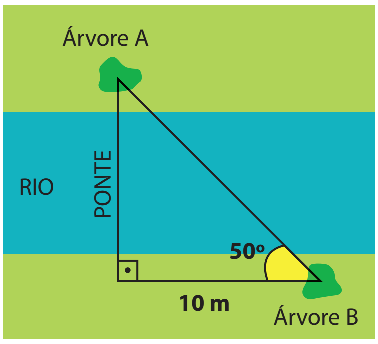
3. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   • Laboratório 48 – Teorema de Pitágoras no utilitário Cabri
   • Laboratório 50 – Teorema de Pitágoras – Construção de Triângulos
   • Laboratório 51 – Estórias com as peças do Teorema de Pitágoras

Habilidade:

Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais e saber utilizá-las para resolver problemas em contextos diversos.

Questão 10 – Teste

A prefeitura de uma cidade pretende construir uma ponte sobre um rio, num trecho em que as margens são aproximadamente retas e paralelas. Com a ajuda de alguns pontos de referência e de instrumentos de medida adequados, um engenheiro traçou um triângulo imaginário e descobriu algumas medidas, conforme mostra o desenho.



Então, o engenheiro consultou uma tabela trigonométrica e descobriu que tg50º ≈ 1,19. Desse modo, ele pode concluir que, em metros, o comprimento aproximado da ponte deverá ser

(A) 0,119.

(B) 1,19.

(C) 10.

(D) 11,9.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

As razões trigonométricas no triângulo retângulo são consequência direta da semelhança de triângulos. O encadeamento desses dois conteúdos, abordados não apenas em seu aspecto procedimental, mas conceitual, permite a compreensão do significado do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo.

Por exemplo, todos os triângulos retângulos com um ângulo de 50° são semelhantes, de modo que as razões entre seus lados serão constantes. Assim, cada uma das razões tem valor fixo, independentemente do "tamanho" do triângulo, podendo ser associadas unicamente ao ângulo de 50°.

Nessa questão, o aluno precisa saber que a razão "cateto oposto por cateto adjacente" a um determinado ângulo (no caso, 50°) recebe o nome de tangente. E, com isso, deve estabelecer a relação $x/10 = 1,19$, então $x = 11,9$.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 0,119	Esta alternativa pode indicar que o aluno trocou "cateto adjacente" por "cateto oposto", e vice-versa, no cálculo da tangente. Porém, esta alternativa também indica que o aluno não fez nenhuma crítica à razoabilidade do resultado ou que não tem ideia das dimensões concretas das unidades de medida. Afinal, 0,119 metros equivale a 11,9 centímetros, comprimento menor que de uma régua escolar comum. É importante que o professor chame a atenção para esse fato.
(B) 1,19	Esta alternativa pode indicar que, desconhecendo o conceito de tangente, o aluno usou de modo irrefletido um dos valores informados no enunciado.
(C) 10	Esta alternativa pode indicar que o aluno estimou apenas visualmente a medida que se desejava obter, observando que o triângulo em questão está bastante próximo da metade de um quadrado, obtida por sua diagonal. Mas, nesse caso, ignorou que a imprecisão dessa estimativa não permite descartar a alternativa (D).
(D) 11,9	**Resposta correta.** Provavelmente, o aluno estabeleceu a relação correta $x/10 = 1{,}19$, a partir da informação da tangente. Mas convém que o professor, durante a discussão da prova, verifique se o aluno não usou aleatoriamente a multiplicação entre os números que apareceram no enunciado para chegar a alguma das alternativas.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 3
   • Situação de Aprendizagem 4 – Razões trigonométricas dos ângulos agudos

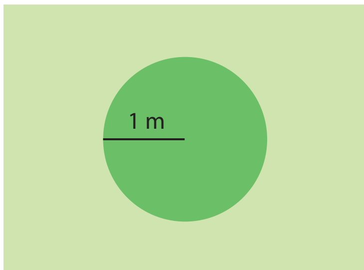
2. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   • Laboratório 66 – Razões trigonométricas

Habilidade:

Compreender o significado do π como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área do círculo.

Questão 11 – Teste

Juliana está construindo um jardim em seu quintal. No centro do jardim, haverá uma área circular de 1 m de raio que será totalmente gramada. Sabendo que a grama é comprada por metro quadrado, ao preço de R$ 2,00, com essa parte do jardim Juliana deve gastar aproximadamente



Dica: Lembre-se de que o número π vale aproximadamente 3,14.

(A) R$ 2,00.

(B) R$ 3,14.

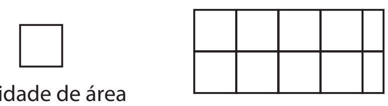
(C) R$ 6,28.

(D) R$ 12,56.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Para medir qualquer grandeza, é necessário tomar como ponto de partida uma unidade padrão. O que merece atenção aqui é que, no caso da área, não basta escolher o "tamanho" da unidade, mas também o seu "formato". Usualmente, essa unidade-padrão é um *quadrado de lado unitário*.

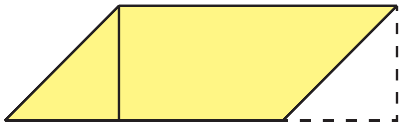
Assim, medir a área de uma figura plana é compará-la com a área de um quadrado de lado unitário. No caso do retângulo, por exemplo, essa comparação é bastante intuitiva e resulta na fórmula A(retângulo) = base x altura.



1 unidade de área

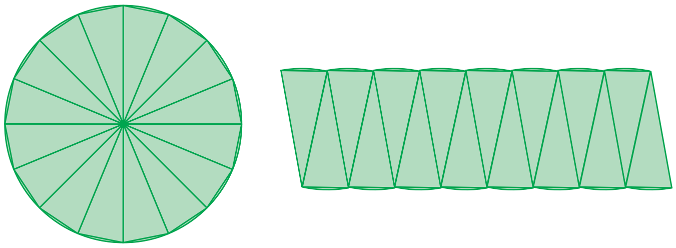
9 unidades de área

Se queremos medir a área de um paralelogramo, podemos compará-lo, agora, com um retângulo, cuja área já sabemos medir. Com isso, verifica-se que A(paralelogramo) = base x altura.



Estes exemplos ilustram que o modo básico pelo qual se obtém a área de uma figura plana é um processo de decomposições e recomposições que permita sua comparação com um retângulo.

A problemática envolvida na determinação da área do círculo é que não se consegue decompor e recompor o círculo de modo a obter, *com exatidão*, um retângulo. Mas isso não impede que sejam usados processos de aproximação para motivar a compreensão da fórmula A(círculo) = π R^2.



O círculo pode ser decomposto em setores congruentes que, reorganizados, aproximam-se de um paralelogramo de base π R e altura R. Quanto menores os setores, melhor fica a aproximação

Quando o aluno não acompanha essa argumentação (ou similar), a fórmula da área do círculo carece de significado e a simples memorização muitas vezes resulta em confusão, sobretudo pela similaridade com a fórmula do perímetro do círculo.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) R$ 2,00	Esta alternativa pode indicar que o aluno não interpretou corretamente o enunciado e não percebeu que o preço da grama é R$ 2,00 por metro quadrado. Ou pode ser que, tenha usado o raio de 1 m para calcular o preço, no lugar de usar a área.
(B) R$ 3,14	O aluno usou diretamente o valor de π como resposta ao problema, indicando provável incompreensão do enunciado, que exigia que se multiplicasse a área pelos R$ 2,00 para saber o custo total do gramado.
(C) R$ 6,28	**Resposta correta.** O aluno provavelmente calculou a área corretamente como sendo $\pi \cdot 1^2 \approx 3{,}14$ e, depois, multiplicou pelo preço do metro quadrado de grama, obtendo R$ 6,28.

(D) R$ 12,56	Esta alternativa pode indicar que o aluno usou a fórmula do perímetro do círculo no lugar da fórmula da área. De fato, o perímetro do círculo de raio 1 m seria dado por $2\pi \cdot 1 \approx 6{,}28$, que multiplicado pelo preço do metro quadrado de grama resulta em R$12,56. É importante que o professor investigue se o aluno trocou apenas as fórmulas ou se não distingue claramente os conceitos de área e perímetro de uma figura plana.

Algumas referências

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 1 – A natureza do número Pi (π)
   - Situação de Aprendizagem 2 –A razão π no cálculo do perímetro e da área do círculo

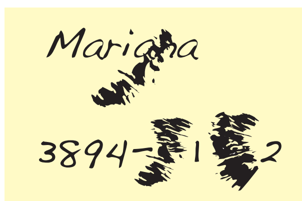
2. *Atividades de laboratório de Matemática*, coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM.
   - Laboratório 74 – Área do círculo

Habilidade:

Saber resolver problemas envolvendo processos de contagem (principio multiplicativo).

Questão 12 – Teste

Rafael conheceu Mariana numa festa e foi amor à primeira vista! Pediu seu telefone e anotou num papelzinho, que guardou no bolso. Mas, na volta para casa, tomou uma chuva terrível e o resultado foi que o papelzinho ficou borrado e tornou ilegíveis dois dígitos do telefone de Mariana:



O número máximo de tentativas que Rafael terá de fazer para acertar o telefone da Mariana é

(A) 1.

(B) 10.

(C)100.

(D)1000.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A análise combinatória mobiliza poucas técnicas de cálculo, mas muito raciocínio para compreensão, aplicação e elaboração de estratégias de contagem. Espera-se que o aluno egresso do ensino fundamental tenha desenvolvido estratégias de representação que apoiem a construção da noção de princípio multiplicativo. Essas estratégias podem consistir em árvores de possibilidades, tabelas, listas ordenadas etc.

O problema proposto permite que o aluno aplique o princípio multiplicativo, sem que necessidade de analisar pormenores como possibilidade ou não de repetições, relevância da ordem etc. Ele pode apoiar-se, por exemplo, numa árvore de possibilidades para compreender a estrutura geral do problema, mas deverá passar ao princípio multiplicativo devido ao grande número de possibilidades resultantes.

Grade de correção

Alternativa	Interpretação
(A) 1	Esta alternativa indica que talvez o aluno tenha confundido o "número máximo de tentativas" com o "número mínimo de tentativas". Talvez tenha feito uma interpretação subjetiva da expressão "o número máximo", atribuindo ao personagem do problema menor disposição para tentar acertar o número de telefone. Em qualquer dos casos, é importante que o professor ajude o aluno a interpretar corretamente o enunciado, assim como é importante que explicite o caráter objetivo das questões que constam numa avaliação como esta.
(B) 10	Esta alternativa pode indicar que o aluno sabe que há 10 possibilidades para cada dígito desconhecido, mas que não sabe combina-las. É interessante que o professor ofereça ao aluno possíveis esquemas visuais (árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada, lista organizada...) sobre os quais possa se apoiar a aprendizagem do princípio multiplicativo da análise combinatória.
(C) 100	**Resposta correta.** O aluno sabe que cada uma das possibilidades para o primeiro dígito borrado se combina com cada uma das dez possibilidades para o segundo, num total de 10x10 = 100 possibilidades.

(D) 1000	Esta alternativa pode indicar diferentes tipos de erro. Mas uma hipótese é que, achando demasiadamente difícil acertar esse número de telefone nas condições dadas no problema, o aluno tenha optado pelo alternativa de número maior. Assim, sua estimativa subjetiva da dificuldade da tarefa pode ter influenciado sua resposta. Se for esse o caso, é importante que o professor ressalte o papel da matemática de, justamente, tornar nossas análises mais objetivas, quando possível. Nesse caso, temos condições de sair do "muitas tentativas" para um número exato, que é 100.

Algumas referências

1. Experiências Matemáticas – 8ª série
   • Atividade 27 – Problemas de contagem

2. *Atividades de laboratório de Matemática,* coord: Elza F. Gomide e org.: Janice Cássia Rocha, CAEM – IME – USP.
   • Laboratório 38 – Combinatória

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional
Diretor: William Massei
Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações
Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi
Equipe Técnica DAVED participante da AAP
Ademilde Ferreira de Souza, Cyntia Lemes da Silva Gonçalves da Fonseca, Juvenal de Gouveia, Patricia e Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica
Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional
Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática
Aline dos Reis Matheus, Cristina Cerri, Martha Salerno Monteiro, Raul Antônio Ferraz e Rogério Osvaldo Chaparin

Validação, Leitura e Revisão Crítica

Equipe Curricular CGEB de Matemática
Carlos Tadeu da Graça Barros, Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rodrigo Soares de Sá, Rosana Jorge Monteiro, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos
Agnaldo Garcia, Clarice Pereira, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Geverson Ribeiro Machi, João Acácio Busquini, Laíde Leni Lacerda N. Moleiro Martins, Luciana Vanessa de Almeida Buranello, Maria Josiléia Silva Bergamo Almeida, Mário José Pagotto, Renata Ercília Mendes Nifoci, Silvia Ignês Peruquetti Bortolatto, Sueli Aparecida Gobbo Araújo e Zilda Meira Aguiar Gomes

Revisão de Texto
Ademilde Ferreira de Souza

Anotações