



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

3ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
1º Semestre de 2013

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de um grupo de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Iniciada no segundo semestre de 2011, a aplicação foi voltada para o 6º ano do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio. No primeiro e segundo semestres de 2012, as provas abrangeram os 6º e 7º anos do EF e as 1ª e 2ª séries do EM. Para o primeiro semestre de 2013, envolverá todos os anos e séries dos Ensinos Fundamental e Médio.

Essa ação, fundamentada no Currículo Oficial da SEE, dialoga com as habilidades contidas nas Matrizes de Referência para a Avaliação (SARESP, SAEB, ENEM) e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento coletivo e individualizado ao aluno, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico e se localiza no bojo das ações voltadas para os processos de recuperação, a fim de apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam no Ciclo II do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – na forma de cadernos de provas para os alunos – também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das provas de redação. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas, que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Coordenadoria de
Informação, Monitoramento
e Avaliação Educacional

Coordenadoria de Gestão
da Educação Básica

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

As provas e orientações referentes aos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental e 1ª e 2ª séries do Ensino Médio foram reproduzidas com base nas do ano anterior, tendo em vista que o grupo de alunos avaliados no ano/série em 2013 não será o mesmo que o de 2012. Consideramos uma opção válida, pois o instrumento foi bem aceito pela rede e as questões bem avaliadas.

Entendemos que as questões apresentadas podem retratar uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Ressaltamos que, quando alguma questão apresentou problemas tanto de ordem técnica como pedagógica, ela foi substituída ou modificada.

Para o ano de 2013, a 4ª edição da Avaliação da Aprendizagem em Processo também contemplará os anos/séries 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

Para a elaboração dos instrumentos que atenderão os anos/séries incluídos em 2013, mantiveram-se os mesmos critérios estabelecidos anteriormente.

Composição:

1. Anos/séries participantes:
 - 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental;
 - 1ª a 3ª séries do Ensino Médio.
2. Composição das provas de Matemática:
 - 10 questões, sendo a maioria objetiva e algumas dissertativas.
3. Matrizes de referência (habilidades/descriptores) para a constituição de itens das provas objetivas:
 - SARESP;
 - SAEB;
 - Caderno do Aluno.
4. Banco de itens:
 - itens constantes de provas já aplicadas (Saresp, Saeb, Prova Brasil, Enem) que se refiram a habilidades contempladas no Currículo oficial;
 - itens selecionados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo;
 - itens adaptados/modificados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo.

Equipe de Matemática

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Matriz de Habilidades

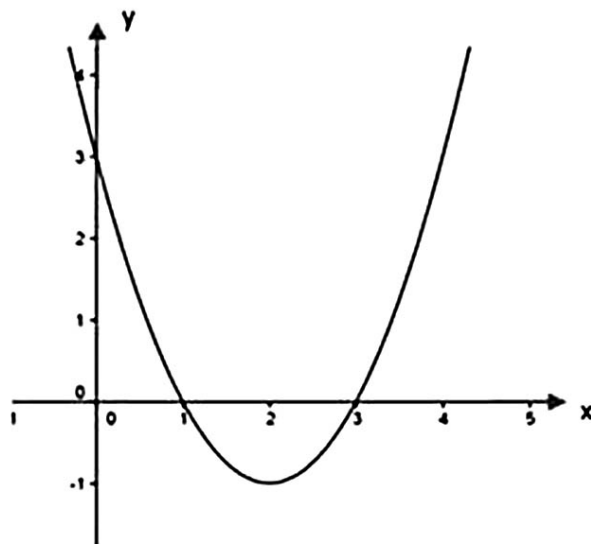
Nº do item	Habilidades
1	Identificar os gráficos de funções de 1º e 2º graus, conhecidos os seus coeficientes e vice-versa.
2	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
3	Resolver problemas envolvendo as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.
4	Resolver problemas que envolvam equações do 1º grau.
5	Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.
6	Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).
7	Realizar operações simples com polinômios.
8	Resolver problemas que envolvam porcentagem. Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.
9	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).
10	Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

Habilidade

Identificar os gráficos de funções de 1º e 2º grau, conhecidos os seus coeficientes e vice-versa.

Questão 1

A equação correspondente ao gráfico apresentado abaixo, é:



- (A) $y = x + 3$
- (B) $y = x^2 + 3$
- (C) $y = x^2 - 4x + 3$**
- (D) $y = x^2 + 4x + 3$

Comentários e recomendações pedagógicas

Nessa questão, a partir da leitura do gráfico é possível identificar as características da função, como, por exemplo, concavidade, interseção com Oy, raízes etc.

No Currículo do 9º ano do Ensino Fundamental (Volume 2), a função do 2º grau é apresentada como a representação de uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra. É possível também que os alunos já tenham tido um contato inicial com tal função, ao estudarem as equações de 2º grau.

Na 1ª série do Ensino Médio (Volume 2), serão sistematizados os fatos fundamentais relativos a funções de 2º grau (gráficos, simetria, interseção com os eixos, coordenadas do vértice, estudo de sinais), além do que, no final da unidade, há diversos problemas envolvendo funções de 2º grau, incluindo situações de otimização (máximos e mínimos).

Posteriormente, na 3ª série do Ensino Médio (Volume 3), é realizada uma revi-

são das principais características das funções, incluindo a função de 2º grau. Também é proposto o estudo das variações e das taxas de variação.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $y = x + 3$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não identifica o gráfico como uma função do 2º grau.
(B) $y = x^2 + 3$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente reconhece o gráfico como de função do 2º grau e constata, a partir do gráfico, a correspondência dos coeficientes da função em relação à concavidade e à interseção com o eixo Oy; no entanto, o aluno não verifica o deslocamento horizontal do gráfico em relação ao eixo Oy, que corresponderia à existência do coeficiente b na função desejada. Além disso, o aluno não percebe que a função assinalada não possui raízes reais, o que contradiz ao gráfico apresentado.
(C) $y = x^2 - 4x + 3$	Resposta correta. O aluno identifica corretamente a função do 2º grau por meio das informações presentes no gráfico (concavidade, interseção com os eixos, coordenadas do vértice, raízes da função e as relações entre elas).
(D) $y = x^2 + 4x + 3$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente constata, a partir do gráfico, a correspondência dos coeficientes da função, em relação a concavidade e a interseção com o eixo Oy; no entanto, o aluno não verifica a pertinência das raízes do gráfico com a função f assinalada.

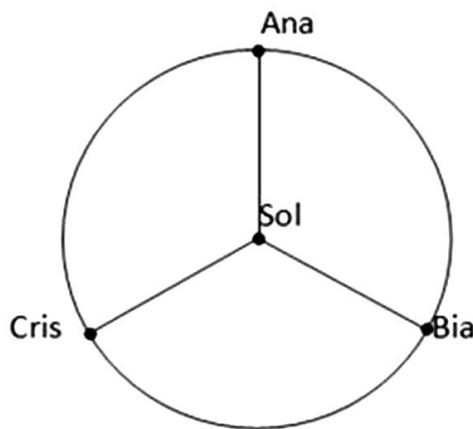
Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 2
 - Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais (p. 49);
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 1ª série – Volume 2
 - Situação de Aprendizagem 3 – Função de 2º grau: significado, gráficos, intersecções com os eixos, vértices, sinais (p. 28);
 - Situação de Aprendizagem 4 – Problemas envolvendo funções de 2º grau em múltiplos contextos; problemas de máximos e mínimos (p. 51);
3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 3ª série – Volume 3
4. Revista do Professor São Paulo Faz Escola – Recuperação – 1ª e 2ª séries EM
 - Aulas 12 e 13 – Identificando gráficos de funções quadráticas e Identificar uma função quadrática em função de seu gráfico (p. 43);
5. Novo Telecurso – Ensino Médio- DVD 4
 - Aula 31 – A função do 2º grau;
 - Aula 32 – Máximos e mínimos.

Questão 2

No jardim da cidadezinha que Ana, Bia e Cris moram há um canteiro em forma de um círculo de dois metros de raio, com pequenos caminhos que se encontram no centro, onde há um relógio de sol, conforme representado na figura. As três meninas estão posicionadas como mostra a figura. A que distância as três estão do relógio de sol?



- (A) Ana a 1m, Bia a 2m e Cris a 3m do relógio de sol.
- (B) Ana, Bia e Cris estão a 1m do relógio de sol.
- (C) Ana a 1m, Bia e Cris estão a 2m do relógio de sol.
- (D) Ana, Bia e Cris estão a 2m do relógio de sol.**

Comentários e recomendações pedagógicas

Na Situação de Aprendizagem 2 (Volume 4), do 9º ano do Ensino Fundamental, há diversas situações, envolvendo atividades de medida de objetos circulares, demonstrações, aproximação do valor de π e problemas relacionados ao cálculo de áreas e perímetro de figuras circulares. Temos, dessa forma, essas situações que propiciam um cenário perfeito para investigação dos elementos de uma circunferência/círculo, tais como lugar geométrico de uma circunferência ou de um círculo, o raio, o diâmetro, a corda, condições para que um ponto pertença à circunferência, distância de dois pontos pertencentes à circunferência (passando pelo centro ou não), entre outros.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) Ana a 1 m, Bia a 2 m e Cris a 3 m do relógio de sol.	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno não reconhece que as distâncias das crianças envolvidas no problema ao centro da circunferência correspondem ao raio dela.
(B) Ana, Bia e Cris estão a 1 m do relógio de sol.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno reconhece que as distâncias de cada criança ao centro da circunferência é a mesma, mas não observa, no enunciado, a informação de que o raio do canteiro é igual a 2 metros. É possível também que o aluno confunda o raio com o diâmetro e, ao final, sua resposta decorrerá em função desse. Desse modo, determina a distância como metade do raio, ou seja, responde 1 metro.

(C) Ana a 1 m, Bia e Cris a 2 m do relógio de sol.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não reconhece que as distâncias das crianças ao centro da circunferência são iguais.
(D) Ana, Bia e Cris estão a 2 m do relógio de sol.	Resposta correta. O aluno reconhece que as distâncias de cada criança ao centro da circunferência correspondem ao raio dela, que, conforme o enunciado, é igual a 2 metros.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

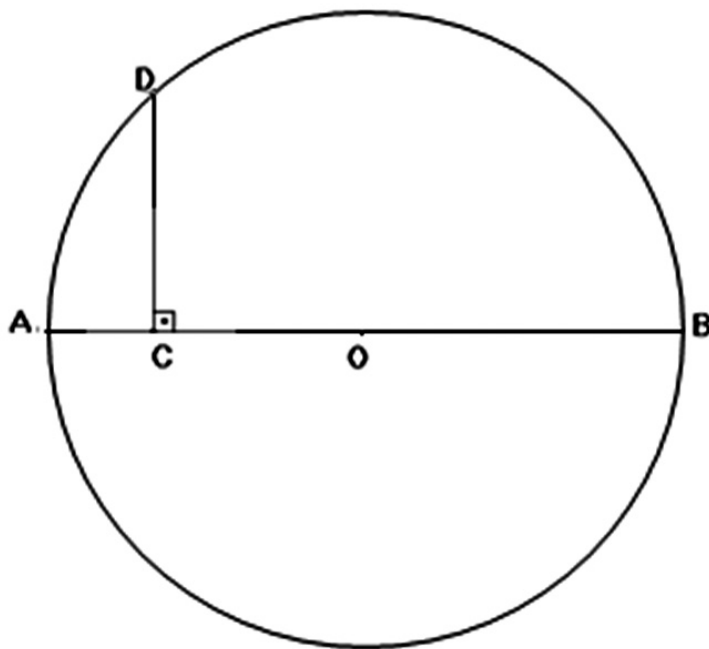
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 4
 - Situação de Aprendizagem 2 – A razão π no cálculo do perímetro e da área do círculo (p. 19);
2. Novo Telecurso – Ensino Fundamental- DVD 5
 - Aula 44 – O círculo e o número π .

Habilidade

Resolver problemas envolvendo as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.

Questão 3

A circunferência abaixo tem raio 5 cm e a distância entre os pontos A e C é de 1 cm. Dessa forma a medida do segmento $\overline{CD}$ é igual a:



- (A) 2cm
- (B) 3cm**
- (C) 5cm
- (D) 9cm

Comentários e recomendações pedagógicas

O conhecimento requerido nessa questão são as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos, mais especificamente a relação da altura em função das projeções dos catetos sobre a hipotenusa, no triângulo ADB dada por $h^2 = m \cdot n$, ou por meio do Teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo OCD, onde OD é igual ao raio da circunferência, igual a 5 cm.

O estudo das propriedades associadas a triângulos retângulos é iniciado no Ensino Fundamental, sendo que, no 9º ano, há um aprofundamento a partir do reconhecimento da semelhança entre dois triângulos.

As relações métricas conhecidas entre as medidas de elementos lineares de triângulos retângulos podem ser obtidas a partir de várias vertentes. A semelhança de triângulos e a decomposição das figuras envolvidas são duas possibilidades exploradas no caderno do aluno 9º ano EF.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) 2 cm	Resposta incorreta. Possivelmente, o aluno aplicou incorretamente a relação métrica $h^2 = m \cdot n$, que, na figura, se traduz por $(CD)^2 = (CO) \cdot (AC)$. Assim, $h^2 = 4 \cdot 1 \rightarrow h = 2\text{cm}$, sem observar que o triângulo ADO não é retângulo, ou ainda pode ter aplicado a relação acima no triângulo ADB e admitido para CB o valor 4 em vez de 9cm.
(B) 3 cm	Resposta correta. O aluno verificou corretamente que o triângulo ABD é retângulo em D, e então aplicou a relação métrica $h^2 = m \cdot n$, que, na figura, se traduz por $(CD)^2 = (CB) \cdot (AC)$, obtendo a medida do segmento CD igual a 3 cm.
(C) 5 cm	Resposta incorreta. Uma das possibilidades é que o aluno considere a medida CD igual à medida do raio da circunferência, isto é, 5 cm.
(D) 9 cm	Resposta incorreta. Uma das possibilidades é que o aluno compreenda que o triângulo ABD é retângulo em D, e então, ao aplicar a relação métrica $h^2 = m \cdot n$, que, na figura, se traduz por $(CD)^2 = (CB) \cdot (AC)$, o aluno se esqueça de extrair a raiz quadrada de CD, ficando com a resposta igual a 9.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

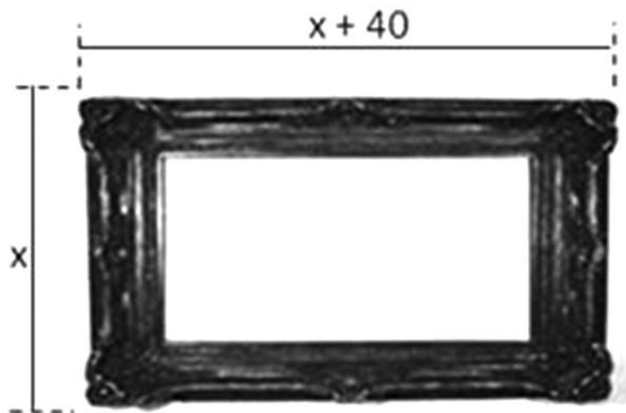
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos; Teorema de Pitágoras (p.30);
2. Experiências Matemáticas – 8ª série
 - Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras (p. 241);
 - Atividade 20 – As relações métricas nos triângulos retângulos (p. 259);
 - Atividade 21 – Problemas (p. 285);
3. Novo Telecurso– Ensino Fundamental– DVD 6
 - Aula 54 – O Teorema de Pitágoras.

Habilidade

Resolver problemas que envolvam equações do 1º grau.

Questão 4

No espelho abaixo foram aplicados 2m de moldura. Sabendo-se que, após a colocação da moldura, o seu comprimento é 40cm maior que a largura, as dimensões da moldura deverão ser iguais a:



- (A) 19cm e 59cm
- (B) 80cm e 120cm
- (C) 30cm e 70cm**
- (D) 19,5cm e 59,5cm

Comentários e recomendações pedagógicas

A principal habilidade que se espera que o aluno tenha desenvolvido para resolver esse problema é a de traduzi-lo para a linguagem matemática. A leitura atenta de um problema é o primeiro passo no caminho da transposição para a linguagem algébrica, mas estudos indicam que apenas a boa leitura não é garantia para a transposição correta.

Parte significativa do empenho do professor como o parceiro mais experiente do aluno deve ser o de selecionar adequadamente problemas que permitam a maior abrangência de situações passíveis de transposição da linguagem materna para a linguagem algébrica.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $x + x + 40 = 2$ $2x = 38$ 19 cm e 59 cm	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno não considera todos os lados do retângulo para a solução do problema, utiliza apenas as medidas indicadas na figura e não faz a transformação de 2 m em 200 cm.
B) $x + x + 40 = 200$ $2x = 160$ 80 cm e 120 cm	Resposta incorreta. O aluno faz a transformação de 2 m para 200 cm de maneira adequada, porém não considera todos os lados do retângulo para a solução do problema, utiliza apenas as medidas indicadas na figura.
C) $2x + 2x + 80 = 200$ $4x = 120$ 30cm e 70cm	Resposta correta. O aluno é capaz de resolver adequadamente situações problemas que envolvam equações do 1º grau.
D) $2x + 2x + 80 = 2$ $4x = -78$ 19,5cm e 59,5cm	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno utiliza todas as dimensões do quadro para a solução do problema, porém deixa de realizar a transformação de 2m para 200 cm e não considera o valor negativo, pois entende que, em se tratando de medição, os valores deverão ser sempre positivos.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 4
 - Situação de Aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças (p. 29);
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 1 – Expandindo a linguagem das equações (p. 11);
3. Experiências Matemáticas – 7ª série
 - Atividade 3 – Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita (p. 37);
4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3
 - Atividade 10 – Representações algébricas (p. 45);
 - Atividade 11 – Expressões algébricas (p. 50);
 - Atividade 14 – Equações (p. 67);
 - Atividade 15 – Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita (p. 71);
5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental - DVD 7
 - Aula 62 – Equação do 1º grau.

Habilidade

Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.

Questão 5

A altura h (em metros) que uma bola de futebol atinge quando o goleiro de um time de futebol cobra o tiro de meta, com velocidade constante, é dada em função do tempo t (em segundos) pela fórmula $h(t) = -t^2 + 4t$.

Quanto tempo após o chute a bola demora para atingir a altura de 4m?

- (A) 0s
- (B) 2s**
- (C) 4s
- (D) -2s

Comentários e recomendações pedagógicas

A equação do 2º grau é trabalhada no caderno do 2º bimestre da 8ª série (9º ano). A sugestão do caderno é introduzir as equações do 2º grau por meio de situações-problema e verificar que os métodos anteriores de resolução de equações devem ser ampliados de forma a dar conta de alguns problemas mais elaborados.

Os livros didáticos, em geral, também trabalham esse conteúdo no 9º ano. No caderno da 1ª série do Ensino Médio, o aluno trabalha as funções do 2º grau e resolve problemas que recaem em equações do 2º grau.

Sendo assim, é esperado que o aluno da 3ª série do Ensino Médio domine a habilidade em resolver problemas envolvendo equações do 2º grau, pois, em muitos contextos, sejam matemáticos ou de outras disciplinas como Física ou Química, o aluno se depara com equações do 2º grau, e isso faz parte de sua formação básica, auxiliando-o a desenvolver sua competência em compreender os fenômenos ao seu redor.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $h = -4^2 + 4 \cdot 4$ $h = 0$ 0 s	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno atribui a t o valor 4, confundindo a altura com o tempo e efetuando, na sequência, os cálculos.
(B) $4 = -t^2 + 4t$ $t^2 - 4t + 4 = 0$ $t = 2 \text{ s}$	Resposta correta. O aluno resolve o problema corretamente atribuindo à função $h(t)$ o valor 4 m e determinando o tempo $t = 2 \text{ s}$.
(C) $t^2 = 4t$ $t^2 = 16$ $t = 4 \text{ s}$	Resposta Incorreta. O aluno atribui a t o valor 4, confundindo a altura com o tempo e efetuando, na sequência, os cálculos de maneira incorreta.
(D) -2 s	Resposta incorreta. O aluno atribui corretamente o valor da altura igual a 4m chegando à equação $-t^2 + 4t = 4$. Ao resolver a equação, deixa de atribuir o valor negativo ao coeficiente a no cálculo das raízes. $\left(t = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} \right)$

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 2
 - Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau (p. 12);
 - Situação de Aprendizagem 2 – Equações de 2º grau na resolução de problemas (p. 36);
 - Situação de Aprendizagem 3 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais (p. 49);
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 1ª série – Volume 2
 - Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência (p. 11);
 - Situação de Aprendizagem 3 – Funções do 2º grau: significado, gráficos, intersecções com os eixos, vértices, sinais (p.28);
 - Situação de Aprendizagem 4 – Problemas envolvendo funções do 2º grau em múltiplos contextos; problemas de máximos e mínimos (p. 51);
3. Revista do Professor – São Paulo faz Escola – Recuperação – 1ª série – Ensino Médio
 - Aula 7 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau;
 - Aula 8 – Resolvendo equações de 2º grau;
 - Aula 9 – Equações de 2º grau na resolução de problemas;

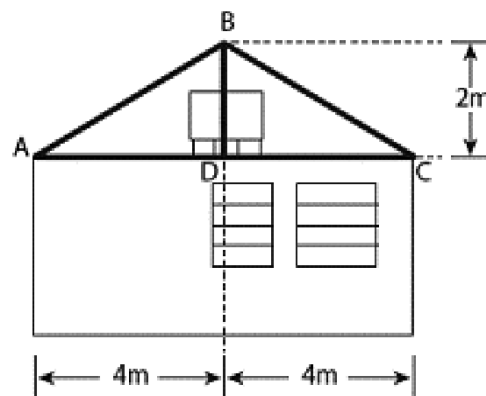
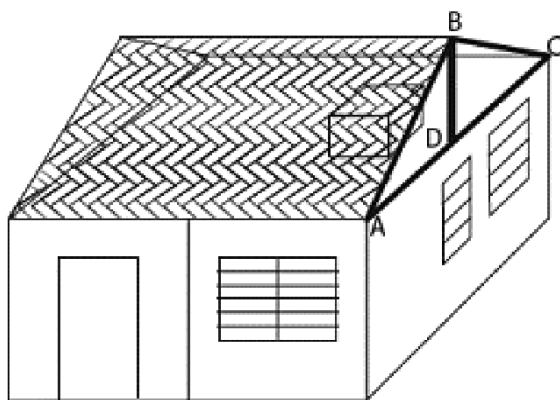
- Aula 10 – Mais problemas com equações de 2º grau;
4. Experiências Matemáticas – 8ª série
 - Atividade 16 – Equações de 2º grau (p. 207);
 - Atividade 17 – Resolução de equações de 2º grau (p. 221);
 - Atividade 18 – A fórmula de Bháskara (p. 231);
 - Atividade 21 – Problemas (p. 265);
 5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 8
 - Aula 73 – Equação do 2º grau;
 - Aula 74 – Deduzindo uma fórmula;
 - Aula 75 – Equacionando problemas II;
 6. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 3
 - Aula 24 – A equação do 2º grau;
 - Aula 25 – A fórmula da equação do 2º grau;
 - Aula 26 – Problemas do 2º grau;
 7. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 4
 - Aula 31 – A função do 2º grau;
 8. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
 - Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau;
<<http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009>>. Acesso em 9 jan. 2012;
 - Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau
<<http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011>>. Acesso em 9 jan. 2012.

Habilidade

Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).

Questão 6

Na casa ilustrada, a estrutura de madeira que sustenta o telhado apoia-se na laje. Devem-se dispor caibros (peças de madeira) na vertical, indo da laje ao ponto mais alto do telhado, como a peça BD da ilustração. Devido à presença da caixa d'água, essas peças são cortadas com dois metros de comprimento e postas a meia distância das extremidades A e C da laje. Assim, ABD é um triângulo retângulo de catetos quatro metros e dois metros.



O comprimento da peça de madeira com extremidades em A e em B é, aproximadamente, de

- (A) 20 metros.
- (B) 8 metros.
- (C) 6 metros.
- (D) **4,5 metros.**

Dados:

$$\sqrt{2} \cong 1,41$$

$$\sqrt{3} \cong 1,73$$

$$\sqrt{5} \cong 2,24$$

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão apresentada tem o objetivo de verificar a aplicação do Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Esse conceito é importantíssimo na Matemática, tanto para ser aplicado na resolução de diversos problemas contextualizados, como é conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à matemática como trigonometria, geometria analítica, estudo da circunferência etc.

Os alunos tomam o primeiro contato com esse conceito no final do 8º ano. Ele é introduzido a partir de um contexto histórico e, logo em seguida, é mostrada uma verificação da relação do terno pitagórico (3, 4, 5) geometricamente. Daí para a frente, mostra-se que há outros ternos pitagóricos até que se conclui que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos.

O problema em questão, além de necessitar da aplicação do teorema de Pitágoras, ainda depende de que o aluno aproxime o valor da $\sqrt{20}$; seja procurando um valor que, ao elevar ao quadrado, seja próximo de 20; seja utilizando as técnicas de fatoração de raiz e o dado fornecido no problema ($\sqrt{5} \approx 2,24$) para encontrar a alternativa correta.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) 20 metros	Resposta Incorreta. O aluno deixa de calcular a raiz quadrada da hipotenusa.
(B) 8 metros	Resposta Incorreta. O aluno calcula $h = 2 \cdot 4 = 8$.
(C) 6 metros	Resposta Incorreta. O aluno faz a soma simples dos valores dos catetos do triângulo: $BC = 4 + 2 = 6$.
(D) 4,5 metros	Resposta correta. O aluno aplica o teorema de Pitágoras no triângulo de catetos 2 e 4, obtendo 20. Em seguida faz a aproximação desse valor.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 4
 - Situação de Aprendizagem 3 – O Teorema de Pitágoras: padrões numéricos e geométricos (p. 39);
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos: Teorema de Pitágoras (p. 30);
3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 6
 - Aula 54 – O Teorema de Pitágoras;
 - Aula 55 – Aplicação do Teorema de Pitágoras;
4. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 2
 - Aula 19 – O Teorema de Pitágoras;
5. Software – Tem TOP10

- Plataforma em flash que disponibiliza aulas sobre o teorema de Pitágoras e possui um quiz com questões sobre Pitágoras e seu teorema
<<http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html>>. Acesso em 21 de jul. de 2011;

6. Experiências Matemáticas – 7ª série

- Atividade 6 – Relação Pitagórica: uma verificação experimental (p. 73);
- Atividade 20 – Outra vez a relação de Pitágoras (p. 227).

Habilidade

Realizar operações simples com polinômios.

Questão 7

Considere os polinômios $p(x) = 4x^2 + 2x$ e $q(x) = 3x^2 + 3x - 2$. O polinômio $r(x)$ determinado por $p(x) - q(x)$ é:

(A) $7x^2 + 5x - 2$

(B) $x^2 - x + 2$

(C) $x^2 + 5x - 2$

(D) $-x^2 + x - 2$

Comentários e recomendações pedagógicas

O trabalho com polinômios inicia-se no 8º ano/7ª série, no volume 3, focando a interpretação geométrica de cálculos algébricos, proporcionando um trabalho rico por meio da linguagem algébrica e geométrica, no entanto, nesse período escolar, não foram priorizadas as operações com os polinômios com muitos termos e com mais de duas variáveis. Esse conteúdo será retomado e ampliado na 3ª série do Ensino Médio, no volume 2.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $7x^2 + 5x - 2$	Resposta incorreta: Possivelmente o aluno efetuou a adição dos polinômios e não a subtração como propõe a atividade.
(B) $x^2 - x + 2$	Resposta correta: O aluno tem domínio da habilidade proposta.
(C) $x^2 + 5x - 2$	Resposta incorreta: Possivelmente o aluno subtraiu corretamente apenas o primeiro termo e não considerou os opostos dos termos restantes. $4x^2 + 2x - 3x^2 + 3x - 2$ $x^2 + 5x - 2$.
(D) $-x^2 + x - 2$	Resposta incorreta: Possivelmente o aluno observou que o polinômio $q(x)$ possui mais termos que o polinômio $p(x)$ e, por essa razão, acreditou que não é possível realizar a subtração $p(x) - q(x)$, efetuando a subtração do $p(x)$ de $q(x)$.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 2 – Produtos notáveis: significados geométricos (p. 19);
 - Situação de Aprendizagem 3 – Álgebra: fatoração e equações (p. 33);
2. Experiências Matemáticas – 7ª série
 - Atividade 22 – Identificando polinômios (p. 251);
 - Atividade 23 – Operando com polinômios (p. 261);
3. Novo Telecurso – DVD 7 – Ensino Fundamental e Livro – Volume 2 – Ensino Fundamental
 - Aula 61 – Expressões algébricas;
Livro – Volume 2 – Ensino Fundamental – Expressões algébricas (p. 138).

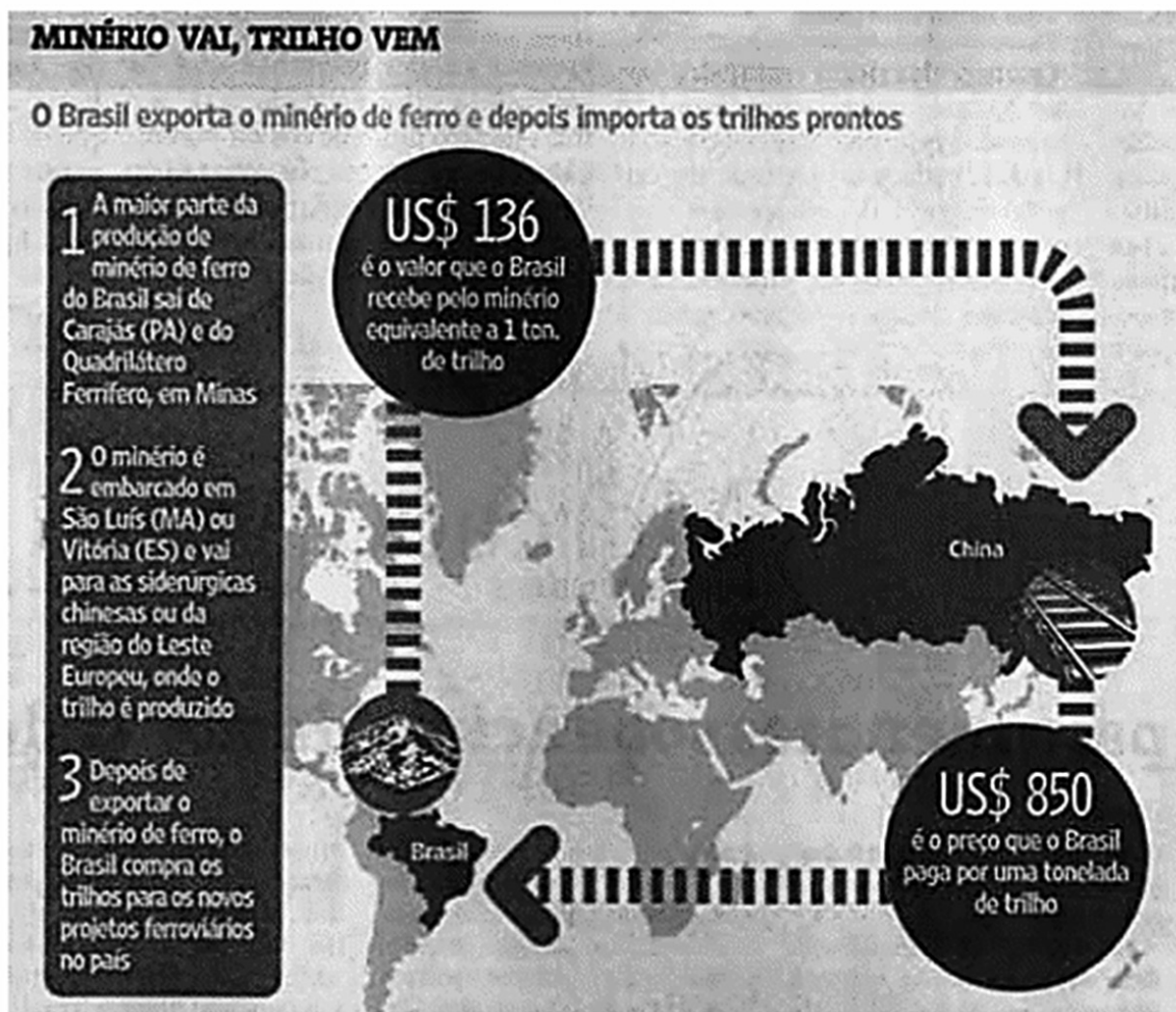
Habilidade

Resolver problemas que envolvam porcentagem

Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.

Questão 8 (SARESP 2009)

De acordo com a reportagem abaixo “Minério Vai, Trilho vem”, o Brasil paga caro pelo trilho importado da China.



Fonte Imagem: http://www.google.com.br/imgres?q=minerio+vai+trilho+vem+china&start=278&hl=pt-BR&biw=1366&bih=673&tbnid=vYTORQw98EWOuM:&imgrefurl=http://dc444.4shared.com/doc/u-EA2Kia/preview.html&docid=ZVxWckS8T-k5eM&imgurl=http://dc444.4shared.com/doc/u-EA2Kia/preview_html_29d09c30.gif&w=512&h=448&ei=RU58UOqIMtLW0gHh8lCQBA&zoom=1&iact=h&c&vpx=935&vpy=203&dur=5249&hovh=210&hovw=240&tx=109&ty=106&sig=108701970426147119653&page=12&tbnh=134&tbnw=149&ndsp=24&ved=1t:429,r:82,s:200,i:250

Para medir a evolução destas operações comerciais, pode-se definir um índice dado pelo percentual do valor pago pelo Brasil pela tonelada do trilho pronto,

em relação ao valor que ele recebe pela venda do minério de ferro equivalente a 1 tonelada de trilho.

De acordo com os dados da reportagem, este índice percentual foi de:

- (A) 6,25%
- (B) 525%
- (C) 625%**
- (D) 714%

Comentários e recomendações pedagógicas

Essa questão propõe a resolução de uma situação-problema que envolve o cálculo de porcentagem. Esse conteúdo é bastante explorado no Ensino Fundamental, desde o 5ºano/4ªsérie, estendendo-se até o Ensino Médio, quer como conteúdo, quer como recurso para a resolução de problemas nos diferentes eixos do currículo e outras áreas. Na referida questão, os alunos localizam informações no infográfico que se referem a outras áreas do conhecimento, como a economia.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) 6,25%	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno efetuou a divisão de 850 por 136 e não multiplicou o resultado por 100.
(B) 525%	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno subtraiu 136 de 850, obtendo 714 e, em seguida, dividiu esse resultado por 136, obtendo 5,25 e multiplicando esse valor por 100.
(C) 625%	Resposta correta. O aluno faz a relação entre o preço de compra (850) e o preço de venda (136) e converte o decimal em porcentagem ou resolveu a questão aplicando a regra de três simples.
(D) 714%	Resposta incorreta. Possivelmente, o aluno faz a diferença entre 850 e 136, considerando o valor como porcentagem.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

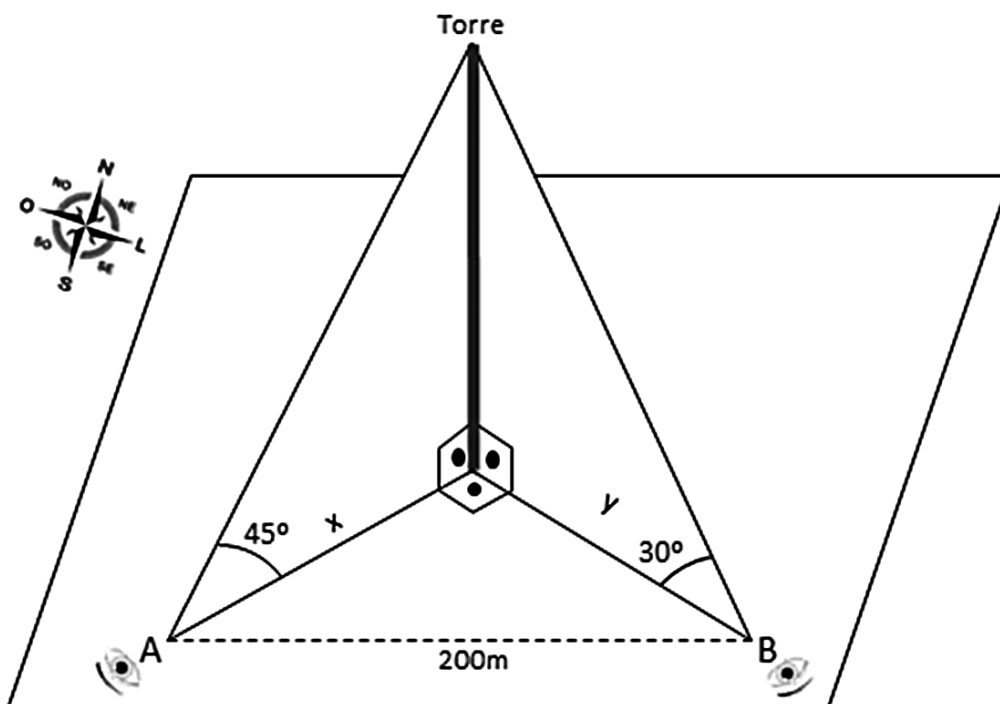
1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 2 – Razão e Proporção (p. 22);
 - Situação de Aprendizagem 4 – Gráfico de setores e proporcionalidade (p. 45);

2. Experiências Matemáticas – 5ª série
 - Atividade 36 – Porcentagens/Gráficos (p. 367);
3. Experiências Matemáticas – 7ª série
 - Atividade 29 – Matemática comercial (p. 325);
4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 3
 - Aula 27 – Quantos por cento?
5. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 4
 - Aula 38– À vista ou a prazo?
 - Livro – Volume 2 – Ensino Fundamental – Expressões algébricas (p. 138).

Habilidade

Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).

Questão 9



Uma torre está em um terreno horizontal e sabe-se que uma pessoa localizada no ponto A situado ao sul da torre, avista o seu topo sob ângulo de 45° e quando a pessoa está no ponto B, situado a leste da torre, ele é visto sob ângulo de 30° .

Dados:

	30°	45°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1

Sabendo que a distância entre os pontos A e B é de 200m, qual é a altura da torre, desprezada a distância do olho da pessoa ao chão?

Comentários e recomendações pedagógicas

Essa questão possui conteúdo básico do 4º bimestre da 1ª série do Ensino Médio, que estabelece a relação entre a Geometria e a Trigonometria com foco no estudo das razões trigonométricas – seno, cosseno e tangente –, que já foram estudadas na 8ª série do Ensino Fundamental II (3º bimestre).

A questão retrata tais ideias com a contextualização de uma situação prática a fim de definir uma medida inacessível. Essas ideias serão novamente exploradas na terceira série do Ensino Médio (1º bimestre).

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
O aluno reconhece a necessidade de cálculo por meio da tangente, sabendo que $\text{tg} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$. Com auxílio da tabela trigonométrica fornecida, tem-se que $\text{tg } 45^\circ = 1$ $\text{tg } 45^\circ = \frac{h}{x} \text{ logo } h = x$ $\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{y}, \text{ logo } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{y} \text{ de onde se conclui que}$ $y = \sqrt{3}h \text{ ou } y = \sqrt{3}x$ O triângulo formado pelos pontos A, B e a base da torre é retângulo, então temos que $x^2 + y^2 = (200)^2 \text{ e } x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 40000,$ $4x^2 = 40000$ $x^2 = 10000$ Portanto $x = 100\text{m}$. Como $h = x$ conclui-se que $h = 100\text{m}$.	O aluno tem total domínio da habilidade em questão.
(b) $\text{Sen } 45^\circ = \frac{h}{200}$ $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{200}$ $2h = 200 \cdot y = \sqrt{2}$ $h = \frac{200\sqrt{2}}{2}$ $h = 100\sqrt{2} \text{ m}$	Provavelmente, o aluno considera que o triângulo formado pelo topo da torre e os pontos A e B é equilátero, portanto todos os lados possuem a medida do lado AB = 200 m, e utiliza o seno de 45°, obtendo o valor incorreto para a altura.

$$(c) \operatorname{Sen} 30^{\circ} = \frac{h}{200}$$

$$\frac{h}{y} = \frac{h}{200}$$

$$h = 200 \cdot \frac{1}{2}$$

$$h = 100\text{m}$$

Provavelmente, o aluno considera que o triângulo formado pelo topo da torre e os pontos A e B é equilátero, portanto todos os lados possuem a medida do lado AB = 200 m, e utiliza o seno de 30° , obtendo o valor incorreto para a altura.

Embora o resultado esteja correto, o raciocínio do aluno está equivocado, visto que o triângulo em questão não é equilátero.

O aluno reconhece a necessidade de cálculo por meio da tangente, sabendo que

$\operatorname{tg} = \text{cateto oposto/cateto adjacente}$.

Com auxílio da tabela trigonométrica fornecida, tem-se que

$$\operatorname{tg} 45^{\circ} = 1$$

$$\operatorname{tg} 45^{\circ} = \frac{h}{x}, \text{ logo } h = x$$

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = \frac{h}{y}, \text{ logo } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{y} \text{ de onde se conclui que}$$

$$y = \sqrt{3}h \text{ ou } y = \sqrt{3}x$$

O aluno desenvolve corretamente parte do exercício, mas não percebe que é necessário usar o teorema de Pitágoras para determinar a altura da torre.

O aluno registrou qualquer valor.

O aluno não demonstrou as habilidades necessárias para resolver a questão.

O aluno deixou em branco.

O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 2 – Triângulos: Um caso especial de semelhança (p. 21);
 - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos; Teorema de Pitágoras (p. 30);
 - Situação de Aprendizagem 4 – Razões trigonométricas dos ângulos agudos (p. 42);

2. Experiências Matemáticas – 8ª série
 - Atividade 19 – O Triângulo retângulo e Pitágoras (p. 241)
 - Atividade 20 – Relações métricas nos triângulos retângulos (p. 259);
3. Revista do Professor: São Paulo faz escola – Recuperação, 1ª e 2ª séries EM
 - Aulas: 21, 22 e 23;
4. Novo Telecurso - Ensino Médio - DVD 4
 - Aula 40, Livro – volume 2, aula 40.

Habilidade

Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

Questão 10

Uma loja de produtos eletrônicos realiza uma promoção para a compra conjunta de dois tipos de equipamentos, de maneira que o consumidor interessado tenha as seguintes opções:

- por um tablet e um celular o valor de R\$ 700,00.
- por um tablet e um netbook o valor de R\$ 1.200,00.
- por um celular e um netbook o valor de R\$ 1.100,00.

Quanto a loja cobra em cada tipo de aparelho, se o preço unitário de cada um deles é constante em todos os casos?

Comentários e recomendações pedagógicas

Os sistemas lineares constituem-se em uma ferramenta importante na resolução de situações-problema contextualizadas. A descrição de alguns contextos permite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução do sistema, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados à luz do contexto inicialmente proposto.

Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações-problema contextualizadas, sugerimos que o professor estimule seus alunos a utilizar, inicialmente, os métodos estudados no Ensino Fundamental, isto é, os métodos de adição, substituição ou comparação.

Salientamos a importância de o professor trabalhar as diversas formas de resolução de Sistemas Lineares de maneira que o aluno possa fazer investigações sobre a opção mais conveniente em cada situação.

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
(a) O aluno resolve corretamente. Indicando por: T → preço do tablet C → preço do celular N → preço do netbook O sistema é equivalente a: $\begin{cases} T + C = 700 \\ T + N = 1200 \\ C + N = 1100 \end{cases}$ Resolvendo-o, obtemos os seguintes valores: T = R\$ 400,00; C = R\$ 300,00 e N = R\$ 800,00	O professor pode ampliar tal habilidade, trabalhando com outras situações onde está presente a habilidade em questão.
(b) O aluno representa corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método da substituição.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos da substituição de variáveis e escalonamento.
(c) O aluno estrutura corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método do escalonamento.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos do escalonamento e substituição de variáveis.
(d) O aluno estrutura corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém apresenta erros na sua resolução pelo método de Cramer.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos do escalonamento e substituição de variáveis, discutindo com o aluno as desvantagens de se utilizar o método de Cramer.
(e) O aluno não consegue estruturar o sistema baseado nas informações apresentadas no enunciado da questão.	O professor pode trabalhar com o aluno a habilidade de traduzir o problema para a linguagem matemática. Para isso, pode desenvolver atividades de leitura de um problema, que se constituem no primeiro passo no caminho da transposição para a linguagem algébrica.
(f) O aluno demonstra total falta de domínio da habilidade avaliada.	O professor pode retomar situações que envolva a habilidade indicada.
O aluno deixou a questão em branco.	

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 3
 - Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas de equações lineares (p. 38);
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 2ª série – Volume 2
 - Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas lineares em situações-problemas (p.28);
 - Situação de Aprendizagem 4 - Resolução de sistemas lineares: escalonamento x Cramer (p. 35);
3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 7
 - Sistema do 1º grau;
4. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 2
 - Aula 11 – Sistemas resolvem problemas;
5. Experiência Matemáticas – 7ª série
 - Atividade 27 – Resolvendo algebricamente um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas (p. 301).

Bibliografia

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, ensino fundamental** – 5ª a 8ª séries. v. 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, ensino médio** – 1ª a 3ª séries. v. 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries**. São Paulo: SE / CENP, 1997.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo**: Fundação Roberto Marinho. Disponível em <http://www.telecurso.org.br>. Acesso em 20 jan. 2012.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. **Aulas em Vídeo**: Fundação Roberto Marinho. Disponível em <http://www.telecurso.org.br>. Acesso em 20 jan. 2012.

IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo**. Disponível em <http://www.impa.br>. Acesso em 20 jan. 2012.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola**: 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola**: 1ª e 2ª séries do Ensino Médio. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. + **Matemática, coletânea de atividades. Volumes Especial, 2 e 3**: Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

Revista Nova Escola. **Atividades**. Disponível em <http://revistaescola.abril.com.br>. Acesso em 17 jan. 2012.

Avaliação da Aprendizagem em Processo

Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Maria Lucia Barros de Azambuja Guardia

CIMA – Departamento de Avaliação Educacional

Diana Yatiyo Mizoguchi

Maria Julia Figueira Ferreira

William Massei

CGEB – Matemática

João dos Santos, Juvenal de Gouveia, Otavio Yamanaka, Patricia de Barros Monteiro, Sandra Maira Zacarias Zen, Vanderlei Aparecido Cornatione

Elaboração – Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Paula Pereira Guanais, Eduardo Granado Garcia, Emerson de Souza Silva, Odete Guirro de Paula, Edinei Pereira de Sousa, Mário José Pagotto, Delizabeth Evanir Malavazzi, Silvia Mendes Moreira, Inês Chiarelli Dias.

Autoria; Leitura e Revisão Crítica.

Juvenal de Gouveia, Marlene Alves Dias, Patricia de Barros Monteiro.

Revisão de Texto – Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino Norte 2

Celso Antônio Bacheschi

Anotações

Anotações

Anotações

Anotações

