GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Avaliação da Aprendizagem em Processo

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Subsídios para o Professor- Matemática

2ª série do Ensino Médio- Prova 2

Matemática

São Paulo, 2012

Avaliação da Aprendizagem em Processo

1. Apresentação

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* é uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e um grupo de Professores Coordenadores das Oficinas Pedagógicas de diferentes Diretorias de Ensino.

Implantada, como piloto, em agosto de 2011, teve como foco o 6º ano do Ensino Fundamental (Ciclo II) e a 1ª série do Ensino Médio. A versão 2012, por sua vez, ampliou sua abrangência e passou a contemplar quatro anos/séries distintos/as: o 6° e 7° do Ensino Fundamental (Ciclo II) e a 1ª e 2ª do Ensino Médio.

Essa ação, fundamentada no Currículo Oficial da SEE, propõe o acompanhamento coletivo e individualizado ao aluno, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico, e se localiza no bojo das ações voltadas para os processos de recuperação, objetivando apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam no Ciclo II do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo.

Espera-se que os materiais elaborados para esta ação, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas, que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

2. Avaliação de Língua Portuguesa

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* contará com instrumentos investigativos da aprendizagem, contendo

- catorze questões objetivas (múltipla escolha com quatro alternativas) e uma produção textual para o 6º ano do EF;
- quinze questões objetivas (múltipla escolha com quatro alternativas) e uma produção textual para o 7º ano do EF;
- catorze questões objetivas (múltipla escolha com quatro alternativas), uma questão aberta (dissertativa) e uma produção escrita para a 1ª série do EM;
- quinze questões objetivas (múltipla escolha com quatro alternativas) e uma produção escrita para a 2ª série do EM.

Para a elaboração das provas objetivas, foram considerados conteúdos e habilidades pautados no Currículo Oficial do Estado de São Paulo e na Matriz de Referência para a avaliação[1], buscando atender a diversidade de gêneros e os diferentes grupos e temas contemplados nessa matriz.
Para a elaboração dos temas voltados às produções escritas, também foi privilegiado o trabalho com os gêneros textuais:

[1] SÃO PAULO (ESTADO) SEE. *Matriz de Referência para a avaliação Saresp: documento básico*. FINI, Maria Inês (org.) São Paulo: SEE, 2009.

- 6º ano do Ensino Fundamental: conto;
- 7º ano do Ensino Fundamental: notícia;
- 1ª série do Ensino Médio: artigo de opinião;
- 2ª série do Ensino Médio: resenha

3. Avaliação de Matemática

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* contará com instrumentos investigativos da aprendizagem, contendo dez questões objetivas: cinco de múltipla escolha com quatro alternativas e cinco abertas para todas os anos/séries avaliadas.

Para a elaboração das provas objetivas de matemática foram considerados os conhecimentos necessários para o desenvolvimento das situações de aprendizagem propostas para o 1º semestre deste ano[2] e a Matriz de Referência para a avaliação[3],com adaptações, buscando incluir os diferentes grupos e temas contemplados nessa matriz.

As provas de Matemática consideraram a avaliação de habilidades cognitivas, noções e procedimentos matemáticos que, em geral, são desenvolvidos nos anos anteriores. A opção básica foi pela utilização de situações-problema, em que os alunos deveriam mobilizar noções e procedimentos matemáticos para resolvê-las. As questões abertas possibilitaram a elaboração de grade que permite avaliar os conhecimentos dos estudantes por meio de diferentes tipos de registros e representações. Especialmente, para o 6º ano, será possível identificar os conhecimentos de cada aluno com relação ao Sistema de Numeração Decimal por meio da proposição de um ditado de números.

4. Orientações para a interpretação e análise dos resultados

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo,* com o intuito de apoiar o trabalho do professor em sala de aula e também de subsidiar a elaboração do plano de ação para os processos de recuperação, coloca à disposição da escola materiais com orientações para leitura e análise dos resultados das provas de Língua Portuguesa e de Matemática. Estes materiais contêm em sua estrutura: as matrizes de referência elaboradas para esta ação, as questões comentadas, a habilidade testada em cada uma das questões, recomendações pedagógicas, indicações de outros materiais impressos ou disponíveis na internet, referências bibliográficas e outros referenciais utilizados na elaboração dos instrumentos.

O diferencial nesta ação é que, imediatamente após a aplicação da avaliação, os professores poderão realizar inferências com relação aos acertos e também buscar a compreensão dos possíveis erros. Poderá, ainda, confirmar tais inferências e compreensões elaboradas, perguntando aos alunos sobre suas escolhas. Além disso, será possível verificar a maior incidência de erros nas diferentes turmas de alunos relacionada aos temas/conteúdos/objetos de ensino testados em cada questão, possibilitando ao professor a ação necessária para que seu aluno tenha a possibilidade de avançar no Ciclo II ou no Ensino Médio sem acumular dificuldades e melhorando sua condição de aprendizagem.

---

[2] Conteúdos e habilidades, conf. Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

[3] SÃO PAULO (ESTADO) SEE. *Matriz de Referência para a avaliação Saresp: documento básico*. FINI, Maria Inês (org.) São Paulo: SEE, 2009.

Considerações sobre nossas escolhas

Esta é a segunda edição do material de apoio " *Comentários e Recomendações Pedagógicas – Subsídios para o Professor de Matemática*". Ele contêm em sua estrutura:

I- as matrizes de referência elaboradas para esta ação,

II- as questões comentadas, a habilidade testada em cada uma das questões, recomendações pedagógicas,

III- indicações de outros materiais impressos ou disponíveis na internet,

IV- referências bibliográficas e outros referenciais utilizados na elaboração dos instrumentos.

No que se refere às indicações vale ressaltar que nossas escolhas procuraram levar em conta a acessibilidade de recurso. Assim sendo, para indicar outros materiais de apoio ao professor procuramos de incluir somente os materiais que possivelmente estão presentes na escola ou que o professor possa adquirir facilmente pela internet.

Dentre estes matérias, alguns se destinam aos alunos e outros aos professores. Aqueles destinados aos alunos têm a intenção de resgatar noções ou conceitos matemáticos vistos, mas que não se consolidaram em sua aprendizagem ou têm a intenção de fornecer informação para desenvolver o conhecimento do aluno. Os destinados aos professores têm a intenção de possibilitar um aprofundamento do olhar sobre a temática tratada na questão.

Em todos os casos, o professor terá a liberdade de utilizar o material mais adequado dentre aqueles indicados, ou até mesmo utilizar outro material que venha desempenhar um papel de melhoria na qualidade da aprendizagem de seu aluno.

Assim, destacamos seis dos materiais apontados nas referências:

1- São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**, **ensino fundamental** – 5ª a 8ª séries. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Rui César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

2- São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Caderno do Professor: Matemática, **ensino médio** – 1ª a 3ª séries. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Rui César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

Esses cadernos são indicados por fazerem parte do cotidiano da ação do professor e por apresentar os conteúdos e a metodologia própria do Currículo do Estado de São Paulo. É um material de fácil acesso, uma vez que é utilizado pelos professores da rede pública estadual. Sempre que um conceito é apresento como constante desse caderno, o professor pode também se reportar ao Caderno do Aluno para trabalhar esse conceito a partir da Situação de Aprendizagem e das tarefas relacionadas a elas.

3- São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries**. São Paulo: SE / CENP, 1997.

A coleção Experiências Matemáticas é apontada por conter proposta com atividades para o aluno. O professor também pode encontrar esse material em sua escola e desenvolver as atividades elencadas.

4- Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo:** Fundação Roberto Marinho. Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.
5- Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. **Aulas em Vídeo:** Fundação Roberto Marinho. Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

Os vídeos do Novo Telecurso são apresentações de aulas contextualizadas, elaboradas pela Fundação Roberto Marinho. São vídeos que podem ser assistidos pelos alunos, pois a linguagem é acessível e trabalha situações do cotidiano. Optamos por indicá-lo por ser um material que o professor pode encontrar na sua escola, no formato de DVD ou mesmo, acessar as aulas de pela internet.

6- IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo**. Disponível em http://www.impa.br acesso em 20/01/2012.

Consideramos que os vídeos elaborados pelo IMPA são específicos para os professores. São aulas gravadas durante os cursos para professores do Ensino Médio e servem como conhecimento de maneiras diferenciadas de trabalhar os conceitos em questão, além de servirem como apoio à formação continuada do professor.

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO

N° do item		Habilidade
Prova 1	Prova 2	
1	3	Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau
2	5	Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras)
3	4	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações
4	1	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema
5	7	Reconhecer o comportamento de funções e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento
6	2	Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema
7	6	Descrever as características fundamentais da função do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo e mínimo
8	9	Resolver problemas que envolvam probabilidades simples
9	10	Resolver problemas que envolvam porcentagem
10	8	Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam triângulos semelhantes

Questão 1

Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 12x + 2y = 1 \\ 7x - 5y = 2 \end{cases}$

Habilidade: Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

O estudo de sistemas do 1º grau é iniciado no caderno da 7ª série (8º ano), vol. 3. A introdução do assunto se dá com situações-problema de uma equação e duas incógnitas. São exibidas tabelas para que se observe as diversas soluções possíveis. Daí então, mostra-se que com mais informações sobre a situação-problema – inclusão de outra equação – o problema tem solução única. Considera-se dessa forma um sistema de equações do 1º grau.

O assunto é retomado com maior profundidade no caderno da 2ª série, vol. 2, onde o tratamento de sistemas lineares com matrizes é sistematizado. Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio.

A questão indicada solicita que se traduza um problema dado na língua natural para uma linguagem algébrica, na forma de sistema de equações do 1º grau. Obviamente, espera-se também que o aluno saiba reconhecer uma equação do 1º grau.

Se o aluno sabe fazer a devida interpretação dos dados do problema e passá-los para o formato desejado e reconhecendo essas expressões no formato de um sistema de equações, ele demonstra dominar a habilidade em questão. Caso o aluno escolha qualquer outra alternativa, é aconselhável fazer uma revisão, recorrendo a algumas das referências indicadas.

Grade de correção

Alternativas	Justificativas
a) $\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno considerou somente a soma igual a 12, mas não atentou à diferença.
b) $\begin{cases} 2x-y=9 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
c) $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
d) $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$	Resposta correta. O aluno fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
e) $\begin{cases} 12x+2y=1 \\ 7x-5y=2 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 4

- Situação de Aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças (p. 29)

2- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 3

- Situação de Aprendizagem 3 – Sistema de equações lineares (p. 38)

3- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 3

- Situação de Aprendizagem 4 – Equações com soluções inteiras e suas aplicações (p. 50)

4- Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 7

- Aula 62 – Equação do 1º grau
- Aula 67 – Sistema do 1º grau
- Aula 69 – Equacionando problemas

5- Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio

- Aula 19 – Pitágoras: Significado, contextos
- Aula 20 – Pitágoras: Significado, contextos

6- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

- Prof. Eduardo Wagner – Equações e Problemas do 1º grau

  http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2009 acesso em 09/01/2012

Questão 02

Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. Qual o total de pedidos diferentes que uma pessoa pode fazer.

Habilidade: Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema.

O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo indica a proposição de problemas de contagem envolvendo o princípio multiplicativo da contagem desde o 6º ano. Usando-se o mesmo princípio pode-se chegar ao número de possibilidades de pedidos diferentes que pode ser feito. Para cada uma das 2 opções de saladas há 4 tipos de pratos de carne e, para cada um deles, 5 variedades de bebidas e, para cada uma delas, 3 sobremesas distintas. Número de pedidos diferentes que podem ser feitos por 2 x 4 x 5 x 3 = 120. Outra opção que o aluno pode utilizar é a árvore de possibilidades; no entanto, como a quantidade de produtos é grande, esta estratégia, apesar de servir como referência, fica prejudicada.

Grade de correção

Categorias para análise	Observação
O aluno indica o produto 2x4x5x3 e dá o resultado correto: 120 maneiras diferentes.	O aluno demonstra dominar a habilidade em questão. O professor pode aproveitar para ampliar os conceitos relacionados ao princípio multiplicativo.
O aluno faz a soma 2+4+5+3 dando o resultado como 14 maneiras diferentes.	O aluno não compreende que há uma relação de multiplicação entre as quantidades de produtos. Não compreende o princípio multiplicativo. O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.

O aluno apresenta qualquer outro resultado ou operação.	O aluno não compreende que há uma relação de multiplicação entre as quantidades de produtos. Não compreende o princípio multiplicativo. O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.
O aluno deixa a questão em branco	O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.

Caso o aluno não apresente o domínio necessário dessa habilidade sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9º ano) – Volume 4**

- Situação de Aprendizagem 4 – Probabilidade e geometria (p. 40)

2- **+ Matemática – Volume 2**

- Atividade 17 – Usando multiplicações (p. 32)

3- **Experiências Matemáticas – 5º série**

- Atividade 37 – Problemas de contagem (p. 385)

4- **Experiências Matemáticas – 6º série**

- Atividade 32 – Problemas de contagem (p. 367)

5- **Experiências Matemáticas – 7º série**

- Atividade 30 – Problemas de contagem (p. 343)

6- **Experiências Matemáticas – 8º série**

- Atividade 27 – Problemas de contagem (p. 335)

7- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 5**

- Aula 48 – O princípio multiplicativo

Questão 03

O custo *C* de produção, em milhares de reais, de x máquinas iguais é dado pela expressão.

$C(x) = x^2 - x + 10$. Sabendo-se que o custo foi de 52 mil reais, qual o número de máquinas produzidas?

Habilidade: Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.

A equação do 2º grau é trabalhada no caderno do 2º bimestre da 8ª série (9º ano). A sugestão do caderno é introduzir as equações do 2º grau por meio de situações problemas e verificar que os métodos anteriores de resolução de equações devem ser ampliados de forma a dar conta de alguns problemas mais elaborados. Os livros didáticos, em geral, também trabalham esse conteúdo no 9º ano. No caderno da 1ª série do Ensino Médio o aluno trabalha as funções do segundo grau e resolve problemas que recaem em equações do 2º grau.

Sendo assim, é esperado que o aluno da 2ª série do Ensino Médio domine a habilidade em resolver problemas envolvendo equações do 2º grau, pois em muitos contextos, sejam matemáticos ou outras disciplinas como física ou química, o aluno se depara com equações do 2º grau, e isso faz parte de sua formação básica auxiliando-o a desenvolver sua competência em compreender os fenômenos ao seu redor.

No problema proposto, o aluno deve verificar que 52 mil reais é o custo da produção de uma determinada quantidade de máquinas, e que essa quantidade é expressa pela variável x na função custo. Ao igualar a função custo ao valor 52, x passa ser a incógnita da equação obtida. Resolvendo a equação obtida o aluno deve chegar à quantidade de máquinas produzidas. Vejamos

$$x^2 - x + 10 = 52$$
$$x^2 - x - 42 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-42)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{1 \pm 13}{2} \quad \rightarrow \quad x' = 7 \quad \text{ou} \quad x'' = -6$$

Logo, o número de máquinas produzidas é 7.

Grade de análise

Categorias para análise	Observação
O aluno resolve corretamente a equação $x^2 - x + 10 = 52$ obtendo como raízes -6 e 7. Considera apenas a solução 7 como resposta do problema.	O aluno demonstra dominar a habilidade em questão. O professor pode ampliar o estudo de equações e funções do 2º grau elaborando, por exemplo, o gráfico que representa a situação aqui apresentada.
O aluno resolve corretamente a equação $x^2 - x + 10 = 52$ obtendo como raízes -6 e 7, mas considera as duas raízes como solução do problema, pois não apresenta a resposta final ou considera as duas soluções em sua resposta.	O aluno domina parcialmente a habilidade em questão, pois resolver o problema inclui testar sua solução. O professor pode retomar a questão, observando o significado dos números, raízes da equação.
O aluno não considera corretamente as informações do enunciado do problema e tenta resolver a equação $x^2 - x + 10 = 0$.	O aluno demonstra conhecer a técnica de resolução de equação do 2º grau, mas não domina a habilidade solicitada. O professor pode trabalhar outras situações-problema que recaiam em equações do 2º grau de modo que o aluno possa se familiarizar com sua resolução.
O aluno resolve corretamente a equação $x^2 - x + 10 = 52000$, esquecendo que C(x) é dado em milhares de reais, ou tenta resolvê-la mas não termina por conta dos resultados serem difíceis de manipular.	O aluno demonstra conhecer a técnica de resolução de equação do 2º grau, mas não se atentou ao enunciado. O professor pode retomar a questão, observando o tratamento dos números envolvidos.
O aluno considera a equação correta $x^2 - x + 10 = 52$, mas erra na resolução.	O aluno sabe que deve fazer uma relação entre a função custo e o valor dado, no entanto não foi atento ao enunciado e não domina a técnica de resolução de equação do 2º grau. O professor pode trabalhar outras situações-problema que recaiam em equações do 2º grau de modo que o aluno possa se familiarizar com sua resolução.
O aluno deixou a questão em branco.	O professor pode trabalhar outras situações-problema que recaiam em equações do 2º grau de modo que o aluno possa se familiarizar com sua resolução.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 2**
   - Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau (p. 12)
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equações de 2º grau na resolução de problemas (p. 36)
   - Situação de Aprendizagem 3 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais (p. 49)

2- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 1ª série – Volume 2**
   - Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência (p. 11)
   - Situação de Aprendizagem 3 – Funções do 2º grau: significado, gráficos, intersecções com os eixos, vértices, sinais (p. 28)
   - Situação de Aprendizagem 4 – Problemas envolvendo funções do 2º grau em múltiplos contextos; problemas de máximos e mínimos (p. 51)

3- **Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio**
   - Aula 7 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau
   - Aula 8 – Resolvendo equações de 2º grau
   - Aula 9 – Equações de 2º grau na resolução de problemas
   - Aula 10 – Mais problemas com equações de 2º grau

4- **Experiências Matemáticas – 8ª série**
   - Atividade 16 – Equações de 2º grau (p. 207)
   - Atividade 17 – Resolução de equações de 2º grau (p. 221)
   - Atividade 18 – A fórmula de Bhaskara (p. 231)
   - Atividade 21 – Problemas (p. 265)

5- **Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 8**
   - Aula 73 – Equação do 2º grau
   - Aula 74 – Deduzindo uma fórmula
   - Aula 75 – Equacionando problemas II

6- Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 3

- Aula 24 – A equação do 2º grau
- Aula 25 – A fórmula da equação do 2º grau
- Aula 26 – Problemas do 2º grau

7- Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 4

- Aula 31 – A função do 2º grau

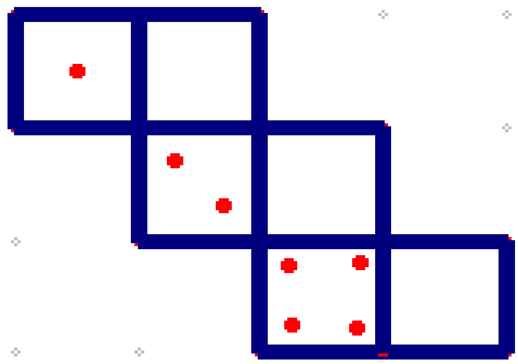
8- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

- Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau
http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009 acesso em 09/01/2012

- Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau
http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011 acesso em 09/01/2012

Questão 4

Em um dado, que utiliza os números de 1 a 6, a soma dos números localizados nas faces opostas é igual 7. A figura abaixo representa uma de suas possíveis planificações. A partir dessas informações, complete a figura de tal modo que a soma das faces opostas seja 7.

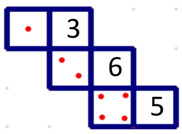
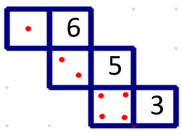


Habilidade: Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.

O trabalho com planificações é interessante porque exige dos alunos o desenvolvimento da visualização dos sólidos em perspectivas diferentes. O aluno que indica a quantidade de pontos corretamente em cada face do cubo planificado, certamente demonstrou relacionar a planificação com a figura tridimensional e percebeu as faces que se colocam opostas. Se o aluno indicou outra resposta que não a correta, sugerimos recorre às referências indicadas.

Este tema será tratado no Caderno do Professor ainda esse ano. Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio.

Grade de correção

Categorias para análise	Observação
O aluno preenche corretamente as faces com números ou pontos. 	O professor pode ampliar o conceito de figuras espaciais e suas planificações, trabalhando outras formas geométricas.
O aluno insere números ou pontinhos de maneira que as faces desenhadas na sequência somem 7. 	O aluno só usou a informação de que a soma seja 7, sem no entanto verificar se as faces são opostas. Ou mesmo, pode ter suposto que as faces contínuas no desenho fiquem opostas quando formar o sólido. O professor pode retomar a questão de planificação, utilizando inclusive outras formas geométricas.
O aluno escreveu qualquer outra sequência numérica diferente das duas indicadas anteriormente.	O aluno demonstra não dominar a habilidade em questão. O professor pode retomar a questão de planificação, utilizando inclusive outras formas geométricas.
O aluno deixou a questão em branco	O professor pode retomar a questão de planificação, utilizando inclusive outras formas geométricas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementada observanodo as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série (6º ano) – Volume 3**

- Situação de Aprendizagem 2 – Planificando o espaço (p. 21)

2- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 2

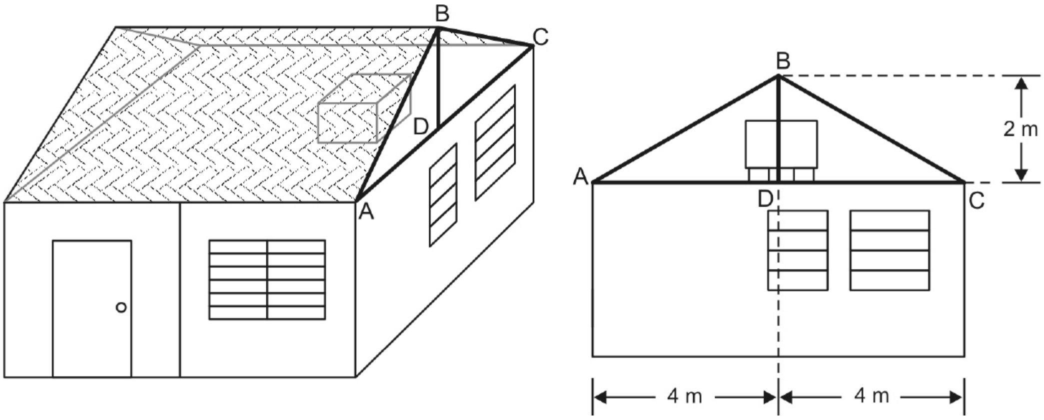
- Situação de Aprendizagem 4 – Classificação, desenho e montagem de poliedros (p. 40)

3- Experiências Matemáticas - 5ª série

- Atividade 6 – Geometria: sólidos geométricos (p. 61)
- Atividade 11 – Os prismas (p. 115)
- Atividade 12 – Prismas e alturas (p. 121)

Questão 05

Na casa ilustrada, a estrutura de madeira que sustenta o telhado apoia-se na laje. Devem-se dispor caibros (peças de madeira) na vertical, indo da laje ao ponto mais alto do telhado, como a peça BD da ilustração. Devido à presença da caixa d'água, essas peças são cortadas com dois metros de comprimento e postas a meia distância das extremidades A e C da laje. Assim, ABD é um triângulo retângulo de catetos quatro metros e dois metros.



O comprimento da peça de madeira com extremidades em A e em B é, aproximadamente, de

(A) 7,05 metros.

(B) 5,19 metros.

(C) 5 metros.

(D) 4,48 metros.

(E) 4 metros.

Dados		
$\sqrt{2} \cong 1{,}41$	$\sqrt{3} \cong 1{,}73$	$\sqrt{5} \cong 2{,}24$

Habilidade: Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras).

A questão apresentada tem o objetivo de verificar a aplicação do Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Esse conceito é importantíssimo na Matemática, tanto para ser aplicado na resolução de diversos problemas contextualizados como é conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à Matemática como trigonometria, geometria analítica, estudo da circunferência etc.

Os alunos tomam o primeiro contato com esse conceito no final do 8º ano. Ele é introduzido a partir de um contexto histórico e logo em seguida é mostrada uma verificação da relação do termo pitagórico (3, 4, 5) geometricamente. Daí pra frente mostra-se que há outros termos pitagóricos até que se conclui que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos.

O problema em questão, além de necessitar da aplicação do teorema de Pitágoras, ainda depende que o aluno aproxime o valor da $\sqrt{20}$; seja procurando um valor que, ao elevar ao quadrado seja próximo de 20; seja utilizando as técnicas de fatoração de raiz e utilizar o dado fornecido no problema ($\sqrt{5} \cong 2{,}24$) para encontrar a alternativa correta.

Grade de correção

Alternativas	**Justificativas**
(A) 7,05 metros	Resposta errada. O aluno não domina a habilidade em questão ou erra nos cálculos. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o teorema de Pitágoras.
(B) 5,19 metros	Resposta errada. O aluno não domina a habilidade em questão ou erra nos cálculos. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o teorema de Pitágoras.
(C) 5 metros	Resposta errada. O aluno não domina a habilidade em questão ou erra nos cálculos. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o teorema de Pitágoras.
(D) 4,48 metros	Resposta correta. O aluno aplica o teorema de Pitágoras no triângulo de catetos 2 e 4, obtendo $\sqrt{20}$. Em seguida faz a aproximação desse valor.
(E) 4 metros	Resposta errada. O aluno não domina a habilidade em questão ou erra nos cálculos. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o teorema de Pitágoras.

Nos casos em que o aluno não aponte a alternativa “D”, sugerimos que o professor recorra às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 4**

- Situação de Aprendizagem 3 – O Teorema de Pitágoras: padrões numéricos e geométricos (p. 39)

2- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9º ano) – Volume 3**

- Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos Retângulos: Teorema de Pitágoras (p. 30)

3- **Novo Telecurso - Ensino Fundamental – DVD 6**
- Aula 54 – O teorema de Pitágoras
- Aula 55 – Aplicação do teorema de Pitágoras

4- **Novo Telecurso - Ensino Médio – DVD 2**
- Aula 19 – O teorema de Pitágoras

5- **Software** – Tem TOP10

Plataforma em flash que disponibiliza aulas sobre o teorema de Pitágoras e possui um quiz com questões sobre Pitágoras e seu teorema.

http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html Acesso em 21/07/2011.

6- **Experiências Matemáticas – 7ª série**
- Atividade 6 – Relação pitagórica: uma verificação experimental (p. 73)
- Atividade 20 – Outras vez a relação de Pitágoras (p. 227)

7- **Experiências Matemáticas – 8ª série**
- Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras (p. 241)

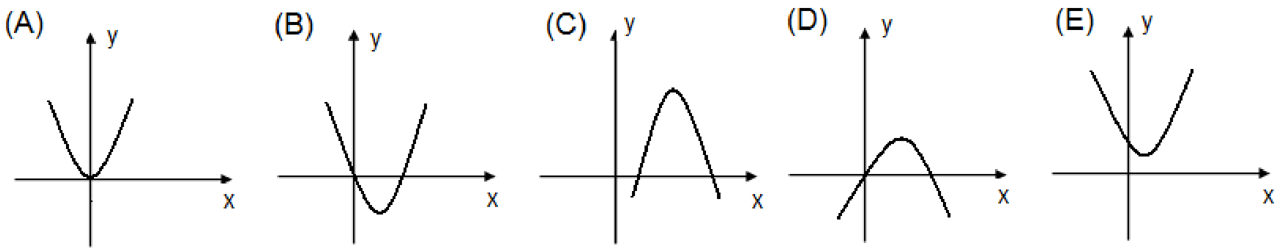
8- **Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio**
- Aula 19 – Pitágoras: Significado, contextos
- Aula 20 – Pitágoras: Significado, contextos

9- **IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada**
- Prof. Eduardo Wagner –Teorema de Pitágoras

  http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011 acesso em 09/01/2012

Questão 06

Se $a < 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$, então um gráfico que pode representar essa função é



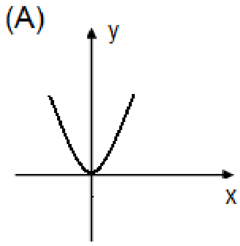
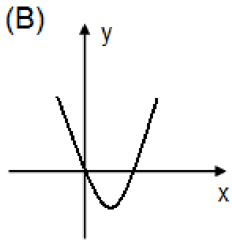
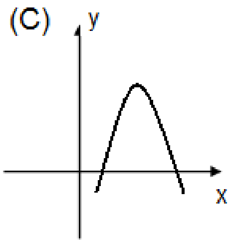
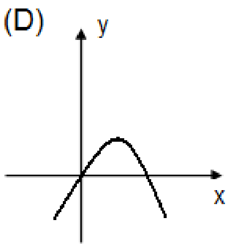
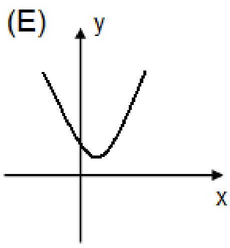
Habilidade: Descrever as características fundamentais da função do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo e mínimo.

O estudo de funções é iniciado no 9º ano; mais especificamente no 2º bimestre, onde neste momento é feito uma construção mais significativa da forma gráfica das funções. De início é dado bastante ênfase a relação de proporcionalidade entre as variáveis y e x da forma "$y - h = kx$", (h e k constantes) ao se tratar de funções do 1º grau; e da relação de proporcionalidade entre as variáveis y e o quadrado de x da forma "$y = kx^2$" quando se trata de função do 2º grau.

É importante o aluno ter compreensão da variação da função do 2º grau e interpretar seu gráfico, reconhecendo pontos de máximo ou mínimo, raízes, coeficientes etc. A correta interpretação desses fatores permitirá que ele reconheça que há situações onde a relação entre as variáveis não são sempre diretas, além de que, os problemas que envolvem funções do 2º grau, como áreas, produção, equações de movimentos etc., podem ser mais bem compreendidas e analisadas a partir desses fatores.

Na questão apresentada o aluno deve saber que o problema trata de uma função do 2º grau e observar que, se $a < 0$ então a parábola que representa o gráfico da função está com a concavidade voltada para baixo, já eliminando as alternativas A, B e E. Em seguida, observando que $c = 0$ a função apresenta uma raiz nula, eliminando assim o item C. Logo a alternativa que resta correta é a D, o que convém, pois se $b \neq 0$, então há uma raiz não nula.

Grade de correção

Alternativas	Justificativas
	Resposta errada. O aluno não faz as relações entre os coeficientes da função do 2º grau com seu gráfico. Principalmente em relação ao fato de o coeficiente **a** ser negativo, o que implica na parábola com a concavidade para baixo. E também pelo fato de b ser não nulo, o que implica em, ao menos uma raiz não nula conjugada à raiz nula.
	Resposta errada. O aluno não faz as relações entre os coeficientes da função do 2º grau com seu gráfico. Principalmente em relação ao fato de o coeficiente **a** ser negativo, o que implica na parábola com a concavidade para baixo.
	Resposta errada. O aluno não relaciona o fato de que, se o coeficiente c é nulo implica numa raiz nula e que o gráfico neste caso passa, necessariamente, pelo centro do plano cartesiano.
	**Resposta correta**. O aluno faz as devidas relações entre os coeficientes e o gráfico da função do 2º grau.
	Resposta errata. O aluno não faz as relações entre os coeficientes da função do 2º grau com seu gráfico. Principalmente em relação ao fato de o coeficiente **a** ser negativo, o que implica na parábola com a concavidade para baixo.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9º ano) – Volume 2**

- Situação de Aprendizagem 3 – Grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos. (p. 41)
- Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais. (p. 49)

2- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 1**

- Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência: múltiplos exemplos. (p. 41)
- Situação de Aprendizagem 3 – Funções do 2º grau: significado, gráficos, intersecção com os eixos, vértices, sinais. (p. 28)

3- **Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio**

- Aula 12 – Identificando gráficos de funções quadráticas
- Aula 13 – Identificar uma função quadrática a partir de seu gráfico
- Aula 14 – Simetria da parábola

4- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 4**

- Aula 31 – A função do 2º grau
- Aula 32 – Máximos e mínimos

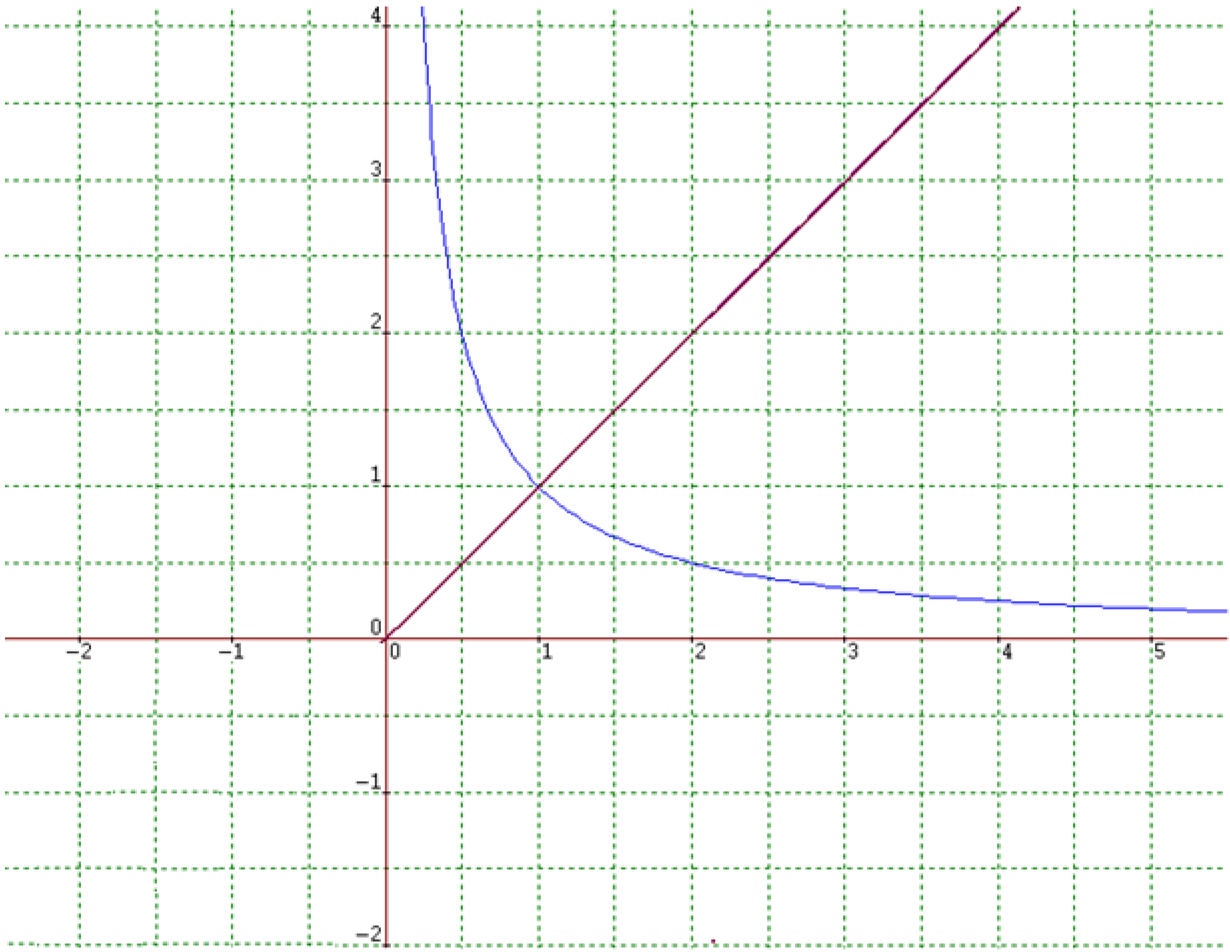
5- **IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada**

- Prof. Eduardo Wagner – Funções Quadráticas

  http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010 acesso em 12/01/2012

Questão 07

Considere as funções (I) y= x e (II) y= $\frac{1}{x}$ representadas no 1º quadrante do plano cartesiano abaixo.



Observando os gráficos pode-se afirmar que:

(A) (I) e (II) são crescentes.

(B) (I) e (II) são decrescentes.

(C) (I) é crescente e (II) decrescente.

(D) (I) é decrescente e (II) crescente.

(E) (I) é constante e (II) é decrescente.

Habilidade: Reconhecer o comportamento de funções e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento.

A interpretação gráfica de funções e suas propriedades é uma habilidade desejável ao aluno do ensino médio. Por meio dessa habilidade ele é capaz de estimar valores numéricos a respeito de fenômenos e prever alguns acontecimentos, como por exemplo, índices de crescimento populacional.

Reconhecer se uma função é crescente ou decrescente envolve observar a relação entre as variáveis utilizadas no problema. Se há aumento ou diminuição conjunta entre as duas variáveis a função é crescente. Caso contrário, ou seja, se uma variável aumenta enquanto outra está diminuindo, a função é decrescente.

Na questão apresentada o aluno deve fazer esta interpretação, ou seja, perceber a relação entre as variáveis. Alguns alunos fazem esta interpretação observando a sequência apresentada pelo gráfico da função, notando que, ao caminhar pelo eixo horizontal seguindo a orientação, pode-se perceber se o gráfico está "subindo" (crescente), "decaindo" (decrescente) ou permanece invariável (constante). Em qualquer um desses casos a habilidade descrita é demonstrada.

Grade de correção

Alternativas	Justificativas
(A) (I) e (II) são crescentes.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa, possivelmente ele interpreta que funções crescentes são funções apresentadas somente no primeiro quadrante.
(B) (I) e (II) são decrescentes.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa, possivelmente ele interpreta que funções decrescentes são funções apresentadas somente no primeiro quadrante.
(C) (I) é crescente e (II) decrescente.	Resposta correta. Se o aluno optou por esta alternativa ele demonstra ter domínio na habilidade solicitada.
(D) (I) é decrescente e (II) crescente.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa ele pode ter uma compreensão invertida sobre

	crescimento e decrescimento, ou interpretou incorretamente a questão.
(E) (I) é constante e (II) é decrescente.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa ele pode ter uma compreensão indevida de que a função linear é constante pelo fato de possuir as variáveis com valores idênticos.

Caso o aluno não apresente o domínio necessário dessa habilidade sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9º ano) – Volume 2**

- Situação de Aprendizagem 3 – Grandezas proporcionais: estudo funcional, significado e contextos (p. 41)
- Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais (p. 49)

2- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 2**

- Situação de Aprendizagem 1 – Funções com relações de interdependência: múltiplos exemplos (p. 11)
- Situação de Aprendizagem 2 – Funções do 1º grau: significado, gráficos, crescimento, decrescimento, taxas (p. 20)

3- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 3**

- Situação de Aprendizagem 1 – As potências e o crescimento/decrescimento exponencial: a função exponencial (p. 11)

4- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 1**

- Aula 09 – O gráfico que é uma reta

5- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 3**

- Aula 27 – A noção de função
- Aula 28 – O gráfico de uma função
- Aula 29 – Os gráficos estão na vida
- Aula 30 – A função y = ax + b

6- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 6**

- Aula 57 – Expoentes fracionários
- Aula 58 – Equação exponencial

7- **Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio**

- Aula 02 – Crescimento, decrescimento, proporcionalidade
- Aula 03 – Grandezas proporcionais e representações gráficas
- Aula 04 – Relacionando e analisando grandezas (tabelas)
- Aula 05 – Análise e interpretação de gráficos

8- **Revista Nova Escola**

- Função afim na resolução de problemas

  http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/funcao-afim-resolucao-problemas-626737.shtml acesso em 11/01/2012.

- Conceito e gráfico da função afim

  http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/conceito-grafico-funcao-afim-629412.shtml?page=all acesso em 11/01/2012.

9- **Brasil Escola**

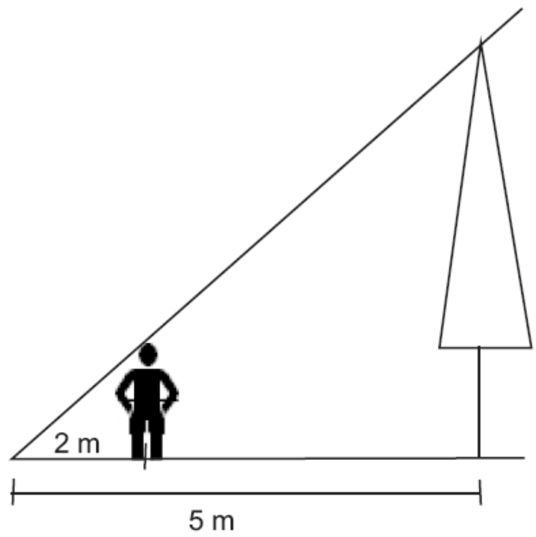
- Função exponencial

  http://www.brasilescola.com/matematica/funcao-exponencial-1.htm acesso em 11/01/2012.

Questão 08

Observe a figura.

O homem tem 1,80 m de altura e sua sombra mede 2 m. Se a sombra da árvore mede 5 m, a altura da árvore, em metros, é



(A) 6,3.
(B) 5,7.
(C) 4,5.
(D) 3,6.
(E) 2,4.

Habilidade: Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam triângulos semelhantes.

A ideia de semelhança está intimamente relacionada à ideia de proporcionalidade. Esses dois conceitos estão fortemente associados. Se o aluno compreendeu que, para resolver um problema de semelhança ele utiliza a proporcionalidade, e se ele calcula corretamente a proporcionalidade, então ele domina a resolução de problemas que envolvem triângulos semelhantes.

O teorema de Tales é uma aplicação direta da proporcionalidade e é estudada no 8º ano, no 4º bimestre. O aluno já tem então uma visão sobre a proporcionalidade sendo aplicada num contexto geométrico. Essa ideia é ampliada no 9º ano, 3º bimestre, com o estudo de figuras semelhantes. A introdução do conceito de figuras semelhantes é feita explorando a ideia de ampliação ou redução de uma figura a partir de outra. O fator de ampliação é então a constante de proporcionalidade referente às medidas dos comprimentos dessas figuras. Se uma figura tem fator de ampliação 2, por exemplo, cada segmento da figura ampliada tem o dobro do comprimento da figura original.

Na questão apresentada, comparando-se o triângulo formado entre o homem e sua sombra e o triângulo formado entre a árvore e sua sombra, é possível calcular o fator de ampliação de 2 para 5, logo a figura foi ampliada 2,5 vezes $\left(\frac{5}{2}=2{,}5\right)$. Dessa forma, se o homem, que tem 1,80 m, representa um lado do triângulo original; a árvore, que forma o lado correspondente no triângulo ampliado, terá 4,50 m $(1{,}80x2{,}5=4{,}50)$.

Como a proporcionalidade é o cálculo central dos problemas de semelhança, há outras estratégias que o aluno poderá utilizar para chegar à mesma solução. De qualquer forma, resolver o problema que envolve semelhança é a habilidade desejada.

Grade de correção

Alternativas	Justificativas
(A) 6,3	Resposta errada. O aluno demonstra não dominar a habilidade em questão. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança.
(B) 5,7	Resposta errada. O aluno demonstra não dominar a habilidade em questão. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança.
(C) 4,5	Resposta correta. O aluno possivelmente associou o triângulo de lados 2 m e 1,8 m com o triângulo semelhante 5 m e “x” m. O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de semelhança e proporcionalidade para falar sobre as relações trigonométricas.
(D) 3,6	Resposta errada. O aluno possivelmente multiplicou 1,8 por 5, obtendo 3,6. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança.
(E) 2,4	Resposta errada. O aluno pode ter tomado a medida 1,8 m e acrescido sua metade. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 3

- Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade (p. 12)
- Situação de aprendizagem 2 – Razão e proporção (p. 22)
- Situação de aprendizagem 3 – Razões na geometria (p. 35)

2- Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 4

- Situação de Aprendizagem 2 – Teorema de Tales: a proporcionalidade na geometria (p. 25)

3- Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio

- Aulas de 13 a 15 – Semelhança
- Aulas de 16 a 18 – Teorema de Tales

4- Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio

- Aulas de 13 a 15 – Semelhança

5- Experiências Matemáticas – 8ª série

- Atividade 6 – Semelhança de triângulos (p. 69)
- Atividade 8 – Teorema de Tales (p. 97)
- Atividade 14 – Mais aplicações do teorema de Tales (p. 197)

1- Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 5

- Aula 47 – O teorema de Tales
- Aula 48 – Figuras semelhantes

2- Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 2

- Aula 17 – O teorema de Tales

Questão 09

Ao jogar um dado comum, qual a probabilidade de que ele caia com a face 5 ou 6 voltada para cima?

Habilidade: Resolver problemas que envolvam probabilidades simples

No Currículo do Estado de São Paulo, o conceito de probabilidade vem sendo trabalhado desde 0 6º ano, juntamente aos problemas de contagem e à Estatística, constituindo o eixo denominado tratamento da Informação. No 7º ano, por exemplo, a probabilidade foi introduzida como uma razão particular em que se comparam o número de casos favoráveis de determinado evento com o número de casos possíveis.

No 9º ano retoma-se o conceito de probabilidade associando-o à Geometria.

Na questão apresentada, o cálculo da probabilidade é realizado fazendo-se a relação entre o número de casos favoráveis com o número de casos possíveis. Dessa forma, os casos favoráveis são dois (face 5 ou face 6) e a quantidade de casos possíveis são seis (faces 1, 2, 3, 4, 5 e 6). Dessa forma a probabilidade será dada pela fração 2/6, ou 1/3 (este é um caso em que a fração apresentada não precisa, necessariamente, ser representada na forma irredutível).

Como a questão apresentada é aberta, é possível perceber algumas linhas de raciocínio que o aluno utiliza para chegar ao resultado. Uma delas seria utilizar diretamente a relação “2 para 6”. Outras poderiam ser: uso de fórmula, relação entre conjuntos (conjunto das partes e conjunto do todo), soma de probabilidade (1/6 + 1/6) etc. Em todos os casos, é importante verificar se há compreensão por parte do aluno sobre o enunciado do problema e sua resolução.

Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer também às referências indicadas.

Grade de correção

Categorias para análise	Observação
O aluno responde corretamente 2/6 ou 1/3.	O aluno demonstra dominar a habilidade em questão. O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de probabilidade, trabalhando outras situações-problema.
O aluno responde 5/6.	O aluno não tem domínio da habilidade em questão. O professor pode trabalhar mais situações-problema que envolvam noções de probabilidade.
O aluno fornece outras respostas incorretas.	O aluno demonstra não ter domínio da habilidade em questão. O professor pode trabalhar mais situações-problema que envolvam noções de probabilidade.
O aluno deixa a questão em branco.	O professor pode trabalhar mais situações-problema que envolvam noções de probabilidade.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 3**

- Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção. (p. 22)

2- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série (9 º ano) – Volume 4**

- Situação de Aprendizagem 4 – Probabilidade e geometria. (p. 40)

3- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 6**

- Aula 53 – O conceito de probabilidade
- Aula 54 – Calculando probabilidades

- Aula 55 – Estimando probabilidades

6- IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

- Professor Luciano - Probabilidade

  http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010-2 acesso em 12/01/2012

Questão 10

Com o uso do carro novo que comprou, João reduziu de 25 para 20 litros a quantidade de combustível que gastava para visitar sua avó. Percentualmente, o consumo do João foi reduzido em

(A) 5%.
(B) 20%.
(C) 25%.
(D) 45%.
(E) 50%.

Habilidade: Resolver problemas que envolvam porcentagem

O uso de porcentagem é bastante comum por se tratar de uma forma peculiar e eficiente de comparação entre razões, pois trata da comparação entre frações de mesmo denominador – 100 –, ou seja, comparação entre frações equivalentes. Essa facilidade na leitura e na comparação torna a porcentagem um conceito amplamente utilizado em todas as áreas quanto se trata de representar uma relação entre a parte e o todo.

Para o aluno dominar a habilidade em resolver situações-problema que envolvam porcentagem, ele precisa, primeiramente ter a capacidade de reconhecer o todo como 100% – caso particular em que a parte é igual ao todo – e, em seguida expressar a equivalência e trabalhar com a proporcionalidade.

Ao apresentar as primeiras ideias de porcentagem, o Caderno do professor, 6ª série (7º ano), vol. 3, p. 25 indica: "*Escrevemos 5% para representar a fração* $\frac{5}{100}$*, e 40% para representar* $\frac{40}{100}$*. Em notação decimal, a centésima parte da unidade é representada na casa dos centésimos. A leitura do número 0,02 (dois centésimos) remete à sua representação fracionária* $\frac{2}{100}$*, e, consequentemente, à sua forma percentual: 2%.*". Dessa forma faz-se a equivalência parte-todo e porcentagem.

Vale lembrar que o estudo de porcentagem remete ao ciclo I do Ensino Fundamental, sendo ampliado então no ciclo II. Os problemas sobre porcentagem também seguem esse percurso:

iniciam-se no ciclo I e ampliam-se, tanto em nível de dificuldade quanto na quantidade de informações utilizadas nos problemas, no ciclo II.

Na questão apresentada, o aluno deve notar que o todo se refere ao valor 25, enquanto que a redução se refere à diferença: 5. Assim fazendo-se a relação da parte pelo todo tem-se $\frac{5}{25}$, o que equivale à fração $\frac{20}{100}$, ou seja, 20%. Há outras formas de resolver a mesma questão. Por exemplo, fazendo a relação: 25 está para 100%, assim como 5 está para 20%. De qualquer forma a equivalência estará estabelecida.

Grade de correção

Alternativas	Justificativas
(A) 5%	Resposta errada. O aluno pode ter subtraído 20 de 25, mostrando não compreender o conceito de porcentagem. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.
(B) 20%	Resposta correta. O aluno utilizou uma estratégia eficiente para encontrar a porcentagem, mostrando dominar a habilidade em questão. O professor pode ampliar o conceito de porcentagem, trabalhando problemas que envolvam aumento ou desconto percentual.
(C) 25%	Resposta errada. O aluno pode ter tomado o todo (25) para indicar a resposta 25%, mostrando não compreender o conceito de porcentagem. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.
(D) 45%	Resposta errada. O aluno pode ter feito a soma de 20 com 25, mostrando não compreender o conceito de porcentagem. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.
(E) 50%	Resposta errada. Uma possibilidade seria o aluno ter feito o produto 25 x 20, dividindo o resultado por 10. Porém, é uma questão a ser verificada mais detalhadamente. O aluno mostra não dominar a habilidade em questão. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

3- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série (6º ano) – Volume 1**

- Situação de Aprendizagem 3 – Na medida certa: dos naturais às frações (p. 34)

4- **Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 3**

- Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção (p. 22)

5- **Experiências Matemáticas – 5ª série**

- Atividade 36 – Porcentagem / gráficos (p. 22)

6- **Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 3**

- Aula 27 – Quantos por cento?

7- **IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada**

- Prof. Elon Lages Lima – Proporcionalidade e Porcentagem

  http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2009 acesso em 17/01/2012

Bibliografia

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**, **ensino fundamental** – 5ª a 8ª séries. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Périides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**, **ensino médio** – 1ª a 3ª séries. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Périides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª** a 8ª séries. São Paulo: SE / CENP, 1997.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo:** Fundação Roberto Marinho. Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. **Aulas em Vídeo:** Fundação Roberto Marinho. Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo**. Disponível em http://www.impa.br acesso em 20/01/2012.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola:** 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola:** 1ª e 2ª séries do Ensino Médio. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **+ Matemática, coletânea de atividades. Volumes Especial, 2 e 3:** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

Revista Nova Escola. **Atividades.** Disponível em http://revistaescola.abril.com.br acesso em 17/01/2012.

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Leila Aparecida Viola Mallio

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação

Coordenadora: Maria Lucia Barros de Azambuja Guardia

CIMA – Departamento de Avaliação Educacional

Angélica Fontoura Garcia Silva

Maria Julia Filgueira Ferreira

Regina Aparecida Resek Santiago

William Massei

CGEB – Matemática -

João dos Santos

Juvenal de Gouveia

Sandra Maira Zen Zacarias

Vanderlei Aparecido Cornatione

Diretorias de Ensino:

Cristina Aparecida da Silva; Edineide Santos Chinaglia; Edson Basilio Amorim Filho; João Acacio Busquini; Norma Kerches de Oliveira Rogeri; Odete Guirro de Paula; Rosana Jorge Monteiro e Tatiane Dias Serralheiro (autoria)

Autoria; Leitura e Revisão Críticas

Angélica da Fontoura Garcia Silva; Juvenal de Gouveia; Marlene Alves Dias; Raquel Factori Canova ; Ruy Cesar Pietropaolo e Sandra Maira Zen Zacarias