



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

Prova de Matemática
9º ano do Ensino Fundamental

São Paulo
1º Semestre de 2015
8ª edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO
EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

As questões apresentadas nesta edição foram idealizadas partindo do pressuposto de uma avaliação formativa e processual, tendo como ponto principal o diagnóstico do desenvolvimento de algumas habilidades primordiais na construção e encadeamento do processo de desenvolvimento do conhecimento matemático.

Cada questão está relacionada a uma habilidade destacada no conteúdo curricular de Matemática, sejam elas dos Anos Finais do Ensino Fundamental ou Médio, que já foram desenvolvidas em determinados períodos da trajetória estudantil do educando, visando o estabelecimento de um processo avaliativo que apenas não proporcione a mensuração do conhecimento através de erros e acertos e sim a verificação do processo do desenvolvido de habilidades e competências no ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

Composição:

1. Séries/Anos participantes:

Ensino Fundamental – Anos Finais: 5^a/6^o, 6^a/7^o, 7^a/8^o e 8^a/9^o.

Ensino Médio: 1^a a 3^a séries.

2. Composição das provas de Matemática:

Anos Finais do Ensino Fundamental: 10 questões objetivas e 01 questão aberta.

Ensino Médio: 10 questões objetivas e 01 questão aberta.

3. Matrizes de Referência (habilidades) para a constituição de itens das provas objetivas:

– Currículo do Estado de São Paulo.

4. Banco de questões:

– Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo.

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA 9º ano do Ensino Fundamental

Questão		Habilidade
01	Objetiva	Compreender situações-problema que envolvam cálculo de porcentagem em diversos contextos.
02	Objetiva	Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos.
03	Objetiva	Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos.
04	Objetiva	Compreender o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares.
05	Objetiva	Resolver problemas simples de matemática discreta, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas.
06	Objetiva	Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.
07	Objetiva	Compreender a ideia de número racional em sua relação com as frações e as razões.
08	Objetiva	Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.
09	Objetiva	Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores.
10	Objetiva	Realizar operações simples com monômios e polinômios.
11	Aberta	Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos.

Habilidade:

Compreender situações-problema que envolvam cálculo de porcentagem em diversos contextos.

Questão 1 – Objetiva

O fabricante de uma marca de tinta recomenda que o produto seja diluído na proporção de 20% a 30% de água. O pintor misturou o conteúdo de uma lata de tinta de 900 ml, com 300 ml de água. Com relação ao recomendado pelo fabricante, a quantidade de água colocada pelo pintor

- (A) está correta, pois 300 é inferior a 30% de 900.
- (B) está errada, pois deveria estar entre 180 e 270.**
- (C) está correta, pois 300 é 25% de 900.
- (D) está errada, pois deveria ser maior do que 300.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Uma das formas de se expressar uma razão é a partir de uma porcentagem, comparando certo número a 100. A porcentagem é útil para se expressar razões que seriam de difícil compreensão na forma decimal ou fracionária. A porcentagem facilita não só a leitura, mas também a comparação entre razões.

Sugere-se que o professor proponha ao aluno atividades que transformem números escritos na forma decimal para obter porcentagens. Além disso, situações-problema que envolvam cálculo de porcentagens.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) está correta, pois 300 é inferior a 30% de 900.	Resposta incorreta. O aluno calcula incorretamente ou não domina a representação em porcentagem. Provavelmente, considera que 30% de 900 é $\frac{1}{3}$ de 900 e, portanto, 300.
(B) está errada, pois deveria estar entre 180 e 270.	Resposta correta. O aluno compreende a proposta do problema.
(C) está correta, pois 300 é 25% de 900.	Resposta incorreta. O aluno calcula incorretamente ou não domina a representação em porcentagem. Provavelmente, considera que 25% de 900 é 300.
(D) está errada, pois deveria ser maior do que 300.	Resposta incorreta. O aluno não compreende o proposto na situação-problema ou não domina o conceito de porcentagem.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 2 (Edição 2014). SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 1 – A noção de Proporcionalidade.

Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção.

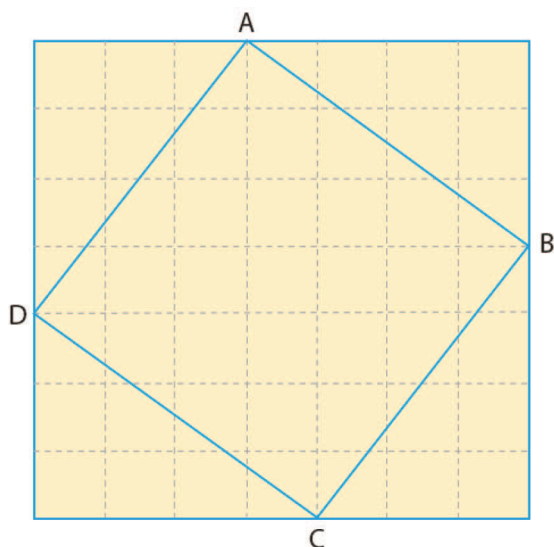
2. Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 9,10 e 28. SEE-SP.

Habilidade:

Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos.

Questão 2 – Objetiva

Observe a figura a seguir.



Se cada quadradinho da malha tem lado de medida 1 cm, o **perímetro** do quadrado ABCD é, em centímetros, igual a

- (A) 14.
- (B) 20.**
- (C) 25.
- (D) 28.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O conceito do Teorema de Pitágoras é importante na Matemática tanto para ser aplicado na resolução de diversos problemas contextualizados, como conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à Matemática, como a trigonometria, geometria, geometria analítica, estudo da circunferência e outros.

O teorema de Pitágoras, que relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo, deve ser trabalhado, inicialmente, utilizando representações figurais. Nessa fase, a demonstração do resultado deve ser abordada apenas utilizando a relação entre áreas de quadrados. Há várias atividades que podem ser propostas com materiais concretos que auxiliam na verificação do resultado. Contudo, o professor deve ressaltar que a verificação de uma propriedade tendo como apoio figuras não constitui uma demonstração formal e tem limitações, podendo conduzir a erros.

A questão proposta pretende que o aluno reconheça o triângulo retângulo presente na figura e aplique o teorema de Pitágoras para o cálculo do lado do quadrado ABCD. Para isso, ele deverá obter o comprimento dos lados do triângulo, usando neste caso a malha quadriculada. Como a figura utilizada é também usada como apoio para uma das verificações do resultado, espera-se que seja familiar ao aluno e auxilie-o na obtenção da resposta.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	14.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente indica o perímetro do quadrado maior, que é 28, e acha que o quadrado menor tem a metade desse perímetro.
(B)	20.	Resposta correta. O aluno obtém as medidas dos lados dos catetos do triângulo retângulo, que são 3 e 4, e utiliza o teorema de Pitágoras para obter a medida da hipotenusa do triângulo, que é 5 e que é o lado do quadrado. Obteve, assim, o perímetro que é $4.5 = 20$.
(C)	25.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente aplica o teorema de Pitágoras, obtendo $AB = 5$, mas confunde área com perímetro. Obteve assim $5^2 = 25$.
(D)	28.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente indica o perímetro do quadrado maior, que é 28.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 2. SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 7 – O teorema de Pitágoras: Padrões Numéricos e Geométricos.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série - Atividades 6 e 20. SEE-SP.

3. Experiências Matemáticas – 8ª série – Atividades 19. SEE-SP.

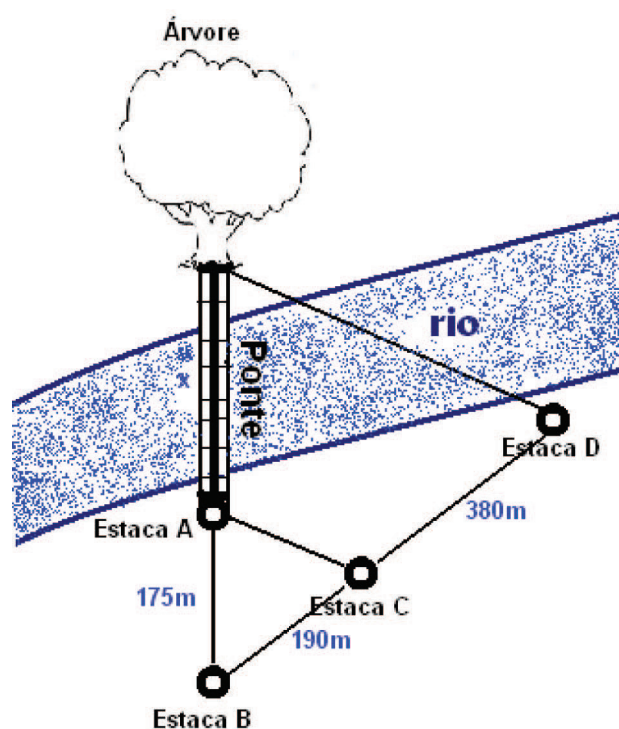
Habilidade

Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos.

Questão 3 – Objetiva

Para a Copa do Mundo no Brasil, em 2014, diversas obras de infraestrutura foram realizadas, a ponte sobre o rio Cuiabá, em Cuiabá – Mato Grosso é um bom exemplo. Essa ponte liga as cidades de Cuiabá e Várzea Grande (ambas em Mato Grosso) e para calcular seu comprimento, já que o rio é extenso e de grande vazão, o engenheiro utilizou um método muito conhecido em Matemática: o Teorema de Tales.

Observe o desenho.



Através das proporções encontradas entre as estacas e a árvore, podemos considerar que o tamanho da ponte a ser construída, em metros, é de:

- (A) 35.
- (B) 113.
- (C) 350.**
- (D) 745.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Uma das noções importantes dentro do conteúdo de Matemática é a de proporcionalidade. Recomenda-se propor situações-problema em diferentes contextos para desenvolver no aluno a capacidade de reconhecer a proporcionalidade direta entre grandezas. É importante observar que o conceito de proporcionalidade está presente em nosso dia a dia de diversas formas nas mais diversas situações. Em geometria, o conceito de proporcionalidade está presente na semelhança entre polígonos e Teorema de Tales.

Sugere-se ao professor que faça, se possível, uma explanação fazendo considerações históricas sobre a vida de Tales, remetendo às formas particularmente diferentes que o conhecimento matemático tinha nas civilizações egípcia e grega, isso possivelmente pode ser um elemento motivador para os alunos se apropriarem de conteúdos.

O aluno, ao se apropriar do conceito do Teorema de Tales, demonstra total competência nos conceitos de razão, e resolução de equação do 1º grau, o que possibilitará observar diversas aplicações deste Teorema no cotidiano, que devem ser demonstradas a fim de verificar sua importância.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	35.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente identifica a proporção, mas calcula a divisão incorretamente.
(B)	113.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente compreende a proporção, mas calcula a multiplicação incorretamente.
(C)	350.	Resposta correta: O aluno demonstra habilidade e competência com relação à aplicação do Teorema de Tales, conforme a resolução: $\frac{x}{175} = \frac{380}{190} \Rightarrow 190x = 380 \cdot 175 \Rightarrow x = \frac{66500}{190} \Rightarrow x = 350$
(D)	745.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende o conceito da proporcionalidade ao somar todos os valores encontrados na figura.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) - Volume 2 (Edição 2014). SEE/SP.

Situação de aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.

Situação de aprendizagem 2 – Razão e proporção.

Situação de aprendizagem 3 – Razões na geometria.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 2 (Edição 2014). SEE/SP

Situação de Aprendizagem 6 – Teorema de Tales: a

Proporcionalidade na Geometria.

3. Experiências Matemáticas – 8ª série.

Atividade 6, 8, 14. SEE/SP.

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 5.

Aula 47 e 48.

5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 2.

Aula 17.

Habilidade

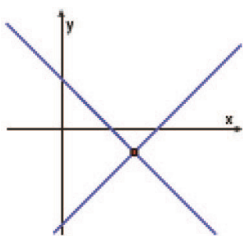
Compreender o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares.

Questão 4 – Objetiva

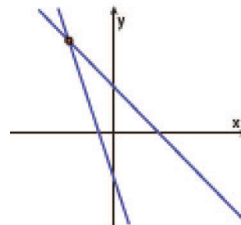
Dentre os gráficos abaixo, assinale aquele que representa o sistema de equações

$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

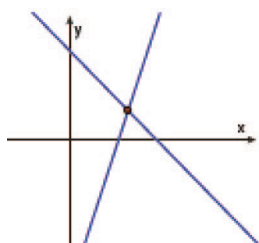
(A)



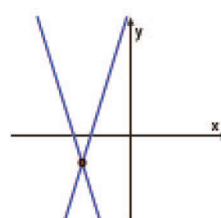
(B)



(C)



(D)



Comentários e Recomendações Pedagógicas

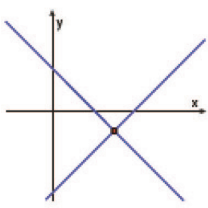
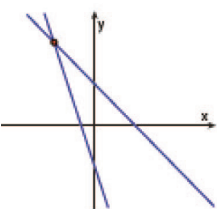
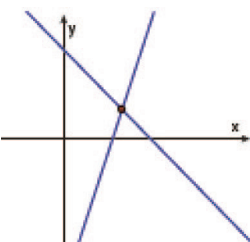
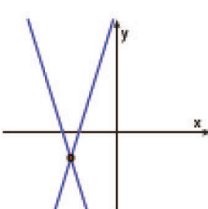
A questão tem como objetivo a verificação da capacidade de argumentação e abstração do aluno através da análise das equações e a solução do sistema. Ao relacionar equação linear com a equação da reta e representá-la no plano cartesiano, a solução do sistema ganha um significado geométrico, o que facilita a compreensão.

Nessa questão, o aluno pode resolver o sistema por substituição. Ao resolver o sistema, se obtém como solução o par $(2,1)$ e deve encontrar o gráfico correspondente. Contudo, o aluno pode também identificar as retas com as equações e assim chegar à resposta. Dominando a representação gráfica de pares ordenados no plano cartesiano, o aluno tem condições de escolher a resposta correta.

A representação gráfica de uma equação linear com duas incógnitas é um recurso valioso na discussão e na análise das possíveis resoluções de um sistema. Além disso, prepara o aluno para o trabalho posterior com funções. A representação de uma equação linear com duas incógnitas no plano cartesiano permite a visualização de suas possíveis soluções, o tipo de relação existente entre as incógnitas, etc.

Recomenda-se que o professor alterne momentos de problematização e sistematização com atividades/ situações-problema relativos ao conteúdo concernentes a sistemas de equações, como: resolução de problemas, resolução de sistemas, representação gráfica e análise e discussão das soluções de um sistema.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 	Resposta incorreta. O aluno possivelmente identifica corretamente os tipos de retas, com inclinações positivas e negativas que representam as equações do sistema, não calcula corretamente a resolução do sistema, obtendo uma solução com ordenada negativa.
(B) 	Resposta incorreta. O aluno possivelmente erra ao resolver o sistema, pois a solução não tem abscissa negativa. Não reconhece corretamente, também, os tipos de retas que representam as equações do sistema, pois nessa alternativa ambas têm a inclinação negativa.
(C) 	Resposta correta: O aluno possivelmente obteve a solução (2,1) para o sistema e a identifica no sistema de coordenadas. Observação: o aluno poderia chegar à resposta correta também desenhando as retas.
(D) 	Resposta incorreta. O aluno possivelmente obtém a solução $(-2, -1)$ para o sistema e a identifica no sistema de coordenadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 2 (Edição 2014). SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 1 – Coordenadas Cartesianas e transformações no plano.

Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas de Equações Lineares.

Habilidade

Resolver problemas simples de matemática discreta, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas.

Questão 5 – Objetiva

Duas empresas de telefonia celular, a “ALFA” e a “BETA”, oferecem planos pelo mesmo valor. Os minutos de ligação para celulares da mesma operadora são ilimitados em ambas as empresas. O pacote de internet dessas duas empresas juntas totaliza 10GB, porém o pacote da empresa “ALFA” supera em 2GB o pacote da empresa “BETA”.

Quantos GB possui o plano da empresa “BETA”?

- (A) 4.
- (B) 6.
- (C) 7.
- (D) 8.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

A finalidade da aplicação de Sistemas Equações Lineares é encontrar as possíveis soluções que o problema oferece, sejam elas uma única solução ou infinitas soluções.

Recomenda-se discutir com os alunos qual é o sistema mais apropriado para se resolver um sistema linear com duas incógnitas (adição e substituição). A princípio, não há uma norma para se usar um ou outro método. É por meio da experiência e da reflexão sobre os procedimentos utilizados que o aluno poderá decidir qual o melhor caminho a ser percorrido. Contudo, podemos delinear algumas características que facilitam um ou outro método. Por exemplo, o método da adição se torna mais rápido quando existem termos opostos nas duas equações. Já o método da substituição é preferível quando for fácil isolar uma das incógnitas.

Recomenda-se que o professor alterne momentos de problematização e sistematização com atividades/ situações-problema relativos ao conteúdo concernentes a sistemas de equações, como: resolução de problemas, resolução de sistemas, representação gráfica e análise e discussão das soluções de um sistema.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	4.	Resposta correta: O aluno que opta por esta alternativa tem o domínio da habilidade solicitada para resolução do problema proposto. Adotando α para a Empresa ALFA e β para a Empresa BETA temos: $\begin{cases} \alpha + \beta = 10 \text{ (I)} \\ \alpha = 2 + \beta \text{ (II)} \end{cases}$ Substituindo (II) em (I), temos: $2 + \beta + \beta = 10 \Rightarrow 2 + 2\beta = 10 \Rightarrow 2\beta = 8 \Rightarrow \beta = \frac{8}{2} = 4$ Portanto, o plano da Empresa BETA possui 4GB de velocidade.
(B)	6.	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, considera o plano da empresa ALFA.
(C)	7.	Resposta incorreta. O aluno não compreende a proposta da situação-problema.
(D)	8.	Resposta incorreta. O aluno que assinala essa alternativa possivelmente equivoca-se ao considerar apenas a diferença de 2 GB entre as duas, não se atenta que a soma total é de 10 GB.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 2 (Edição 2014). SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 3– Sistemas de Equações Lineares.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série. Atividade 27. SEE/SP.

3. Novo Telecurso - Ensino Fundamental – Matemática - Aulas: 67 e 68. DVD 7.

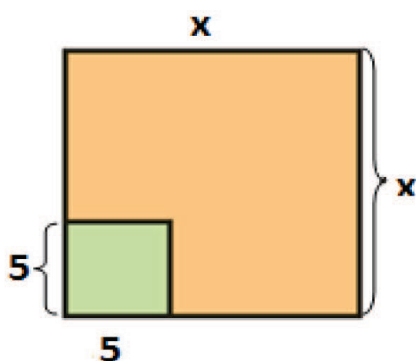
4. + Matemática – Material do professor – Volume 3. Atividade 25. SEE/SP.

Habilidade

Relacionar as linguagens algébricas e geométricas, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis.

Questão 6 – Objetiva

De um quadrado de lado x , com $x > 5$, é extraído um quadrado de lado 5 cm, conforme indica a figura a seguir.



A expressão que melhor representa a área da região restante é:

- (A) $(x - 5)(x + 5)$.
- (B) $(x^2 - 10x + 25)$.
- (C) $x(x - 25)$.
- (D) $(x - 5)$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

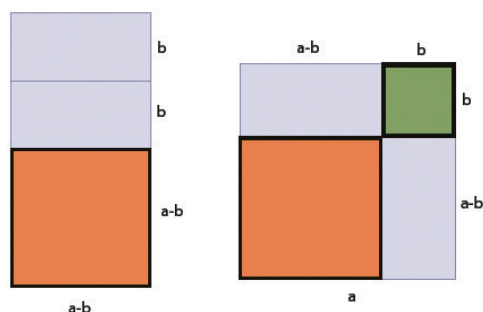
A linguagem algébrica permite escrever simbolicamente relações entre números. É interessante que haja o trabalho concomitantemente com produtos notáveis e fatoração, que possivelmente leva o aluno a perceber que é apenas outra forma de escrever $(a + b)(a + b)$, pois aplicando propriedades algébricas básicas dos números obtêm-se as expressões:

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab + (-b)a + (-b)b = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2.$$

Contudo, para que as expressões dos produtos notáveis tenham significado e não sejam apenas decoradas, é importante que sejam utilizados e explorados os significados geométricos, relacionando o produto entre dois números com área de retângulos.

Assim, a expressão $(a^2 - b^2)$ ganha significado, pois representa a diferença entre a área do quadrado de lado a e a área do quadrado de lado b , conforme a figura.



Recomenda-se trazer um pouco da História da Matemática para discutir conteúdos concernentes aos produtos notáveis, citando, por exemplo: que os gregos, na Antiguidade, faziam uso de procedimentos algébricos e geométricos exatamente iguais aos produtos notáveis modernos.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $(x - 5)(x + 5)$.	Resposta correta. O aluno interpreta e reconhece a expressão $(x - 5)(x + 5)$ como sendo a área.
(B) $(x^2 - 10x + 25)$.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente desenvolve $(x - 5)^2$, valor que não corresponde à área da região restante solicitada no enunciado da questão.
(C) $x(x - 25)$.	Resposta incorreta. O aluno não compreende o que solicita a situação-problema.
(D) $(x - 5)$.	Resposta incorreta. Na interpretação do enunciado, o aluno possivelmente apenas indica a diferença de um dos lados do quadrado.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano) – Volume 1 (Edição 2014). SEE/SP.

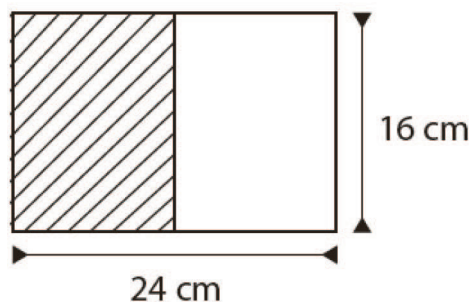
Situação de Aprendizagem 6 – Produtos Notáveis: Significados Geométricos.

Habilidade

Compreender a ideia de número racional em sua relação com as frações e as razões.

Questão 7 – Objetiva

Os lados de um papel retangular medem 16 cm e 24 cm. Ele é cortado **ao meio** pelo lado maior, conforme indicado na figura.



O número racional que representa a razão entre o lado menor e o lado maior **da figura hachurada** é

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) $\frac{3}{4}$.

(C) $\frac{4}{3}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Se os números inteiros são abstrações do processo de contar, é possível fazer um paralelo e dizer que os números racionais surgem do processo de medir, ou seja, de comparar grandezas da mesma espécie.

O primeiro contato dos alunos com as frações surge ao se trabalhar “parte-todo”. O significado de $\frac{1}{2}$ é então de 1 parte em 2. É interessante chamar a atenção que num primeiro contato $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ têm significados diferentes para o aluno, pois “uma parte de duas” é concretamente diferente de “duas partes em quatro”. Porém, será necessário um longo trabalho para que o aluno passe a identificar $\frac{1}{2}$ com $\frac{2}{4}$ e assim considerá-los “iguais” do ponto de vista de elemento de um conjunto.

Também é preciso destacar que uma fração é uma razão entre dois números inteiros. Pode-se tratar de razão entre dois números quaisquer, que pode vir a ser ou não um número racional. Por exemplo, a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é 2π , que não é representado por um número racional.

A questão proposta pretende verificar se o aluno domina o conceito de razão e o relaciona com fração e número racional. Para obter a alternativa correta, o aluno terá também que simplificar a fração obtida, já que nas alternativas só aparecem frações irredutíveis.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\frac{2}{3}$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, considera a razão entre os dois números do enunciado 24 e 16, resultando $\frac{16}{24}$ e simplifica a fração. Observação: Apesar de não ter compreendido o problema, o aluno faz a razão entre a medida menor e a maior. Provavelmente mostra habilidade com frações equivalentes e reconhece que $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$.
(B) $\frac{3}{4}$	Resposta correta. O aluno interpreta o enunciado corretamente e obtém a razão entre a metade de 24, que é 12, e 16, o que resulta em $\frac{12}{16}$, em seguida reconhece que $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.
(C) $\frac{4}{3}$	Resposta incorreta. É possível que o aluno tenha compreendido o enunciado considerando a metade de 24, que é 12, e 16, contudo, tomou a razão inversa, $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$.
(D) $\frac{3}{2}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente considera a razão entre os dois números do enunciado 24 e 16, resultando $\frac{24}{16}$. Apesar de não ter compreendido o problema, o aluno demonstra habilidade com frações equivalentes e reconhece que $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) Volume 1 (Edição 2014). SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 1 – Os racionais como mostruário das frações.

Habilidade

Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.

Questão 8 – Objetiva

A fração que representa $1,777\ldots$ é

(A) $\frac{17}{90}$.

(B) $\frac{7}{9}$.

(C) $\frac{16}{9}$.

(D) $\frac{17}{9}$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Uma fração é também entendida como uma divisão entre dois números inteiros. Usando o algoritmo da divisão, sugere-se que o professor discuta com os alunos o aparecimento da repetição dos restos e, portanto, a formação do período. É importante trabalhar exemplos como $\frac{2}{17}$ ou $\frac{1}{21}$ cujas representações decimais têm períodos formados por muitos algarismos. Uma boa atividade pode ser realizada com o uso do aplicativo **A Expansão Decimal de Um Número**, elaborado pelos professores Humberto Jose Bortolossi e Dirce Uesu Pesco da Universidade Federal Fluminense - <http://www.uff.br/cdme>.

Para se estabelecer a recíproca, isto é, que toda forma decimal infinita e periódica e a representação de uma fração, são feitas manipulações algébricas com as infinitas casas decimais. O procedimento usual para determinar a fração geratriz apresentada para o aluno requer que ele compreenda que, por exemplo, $1,4444\ldots - 0,444\ldots = 1$, mas que $1,4444 - 0,444 = 1,0004$, o que não é simples.

Ao procurar uma fração geratriz de 1,777... faz-se os seguintes cálculos:

$$x = 1,777...$$

$$10x = 17,777...$$

$$9x = 17,777... - 1,777... = 16$$

$$x = \frac{16}{9}$$

Recomenda-se que o professor trabalhe na direção de desenvolver no aluno a capacidade de aplicação do método de encontrar a fração geratriz e não em memorizar regras.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	$\frac{17}{90}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente memoriza alguma regra para determinar a fração geratriz, na qual aparecem “noves” no denominador na quantidade de algarismos que se repetem na dízima. Como 1 não se repete, pode ter colocado o 0.
(B)	$\frac{7}{9}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter reconhecido apenas 0,777... e memorizado a regra (ou o procedimento) para obter a fração geratriz apenas desse tipo de dízima periódica.
(C)	$\frac{16}{9}$	Resposta correta. O aluno obtém a fração geratriz da dízima periódica ou conhece a regra para determinar a fração geratriz.
(D)	$\frac{17}{9}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente utiliza a regra de forma incorreta, considerando que devem aparecer “noves” no denominador da fração geratriz na quantidade de dígitos que se repetem.

Algumas referências:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) Volume 1 (Edição 2014). SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 1 – Os racionais como mostruário das frações.

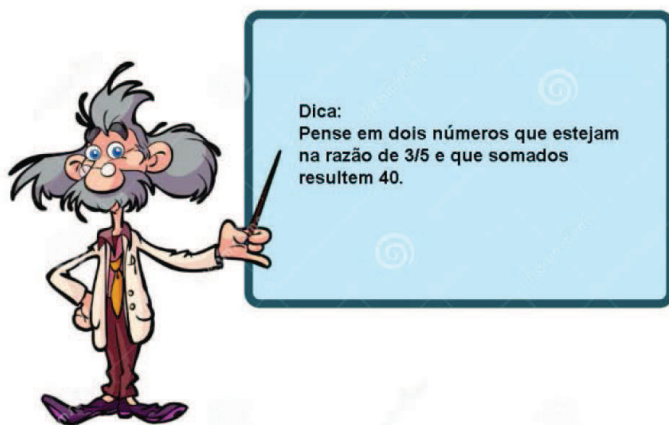
Situação de Aprendizagem 2 – As dízimas periódicas são previsíveis...

Habilidade

Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc), bem como na construção de gráficos de setores.

Questão 9 – Objetiva

Em uma festa há 40 pessoas e sabe-se que a razão entre o número de mulheres e o número de homens é $\frac{3}{5}$.



Então, o número de mulheres na festa é

- (A) 15.
- (B) 20.
- (C) 24.
- (D) 25.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Em Matemática, a palavra “razão” tem um significado específico. Ela representa a relação existente entre dois números a e b , e se escreve na forma a/b . Assim, se a razão a/b é igual a c , isto significa que $a = b \cdot c$. É importante diferenciar o conceito de razão do de fração. A fração é uma forma de expressar a razão entre dois números inteiros. Assim, toda fração é também uma razão, mas nem toda razão pode ser expressa como uma fração. O conceito de razão está intimamente ligado ao de proporção. É mais significativo para o aluno compreender o conceito de razão a partir das situações de proporcionalidade, ou seja, como o número que expressa a relação de proporcionalidade entre duas grandezas. Duas grandezas são diretamente proporcionais quando a razão entre os valores de uma e os valores correspondentes da outra é constante. Esse valor constante é a razão de proporcionalidade.

O conceito de razão está presente nos mais diversos contextos, desde o trabalho com medidas até o estudo de funções e progressões numéricas, passando pela semelhança geométrica, trigonometria e outros.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 15.	Resposta correta. O aluno que optar por esta alternativa compreende a ideia de razão.
(B) 20.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não entende o significado da razão e considera a metade do total de pessoas da festa.
(C) 24.	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno calculou $3/5$ do total de pessoas da festa.
(D) 25.	Resposta incorreta. O aluno provavelmente entende a ideia de razão, mas indica somente o número de homens da festa.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6a série (7º ano) – volume 2. SEE/SP

Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.

Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção

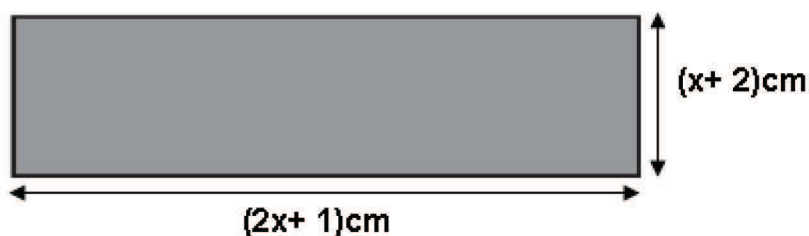
Situação de Aprendizagem 8 – Proporcionalidade e equações.

Habilidade

Realizar operações simples com monômios e polinômios.

Questão 10 – Objetiva

Observe o retângulo abaixo.



O polinômio na forma reduzida que representa a área do retângulo é

- (A) $(2x^2 + 2)\text{ cm}^2$.
- (B) $(3x^2 + 3)\text{ cm}^2$.
- (C) $(2x^2 + 5x + 2)\text{ cm}^2$.**
- (D) $(2x^2 + 6x + 3)\text{ cm}^2$.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O trabalho com polinômios está relacionando a conceitos algébricos e cálculo de área. Este é um contexto que permite trabalhar conteúdos matemáticos, integrando a Álgebra e a Geometria.

A área do retângulo pode ser obtida pela expressão $(2x+1) \cdot (x+2)$, que é idêntica a $2x^2 + 5x + 2$. O professor poderá solicitar aos alunos que verifiquem a identidade a partir de alguns valores atribuídos a x a fim de atribuir significado ao conceito de valor numérico de um polinômio.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	$(2x^2 + 2) \text{ cm}^2$.	Resposta incorreta. O aluno provavelmente expressa o cálculo de área $(x + 2) \cdot (2x + 1)$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra o cálculo a seguir: $(x + 2) \cdot (2x + 1) = x \cdot 2x + 2 \cdot 1 \Rightarrow 2x^2 + 2$
(B)	$(3x^2 + 3) \text{ cm}^2$	Resposta incorreta. O aluno expressa o cálculo de área $(x + 2) \cdot (2x + 1)$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra o cálculo a seguir : $(x + 2) \cdot (2x + 1) = x + 2x + 2 + 1 \Rightarrow 3x^2 + 3$
(C)	$(2x^2 + 5x + 2) \text{ cm}^2$.	Resposta correta O aluno utiliza a estratégia correta para chegar ao polinômio que expressa a área da figura apresentada no enunciado da questão, como mostra cálculo a seguir: $(x + 2) \cdot (2x + 1) = x \cdot 2x + x \cdot 1 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 1 \Rightarrow 2x^2 + x + 4x + 2 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2$
(D)	$(2x^2 + 6x + 3) \text{ cm}^2$.	Resposta incorreta. O aluno expressou o cálculo de área $(x + 2) \cdot (2x + 1)$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, como mostra cálculo a seguir: $(x + 2) \cdot (2x + 1) = x \cdot 2x + x \cdot 1 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 1 + x + 1 \Rightarrow 2x^2 + x + 4x + 2 + x + 1 \Rightarrow 2x^2 + x + 4x + x + 2 + 1 \Rightarrow 2x^2 + 6x + 3$

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/ 8º ano – Volume 1 – Edição 2014. SEE/SP.

Situação de Aprendizagem 5: Aritmética com álgebra: as letras como números.

Situação de Aprendizagem 6: Produtos notáveis: significados geométricos.

Situação de Aprendizagem 7: Álgebra: fatoração e equações.

Situação de Aprendizagem 8: aritmética e geometria: expressões algébricas de algumas ideias fundamentais.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série. Atividade 22 e 23. SEE/SP.

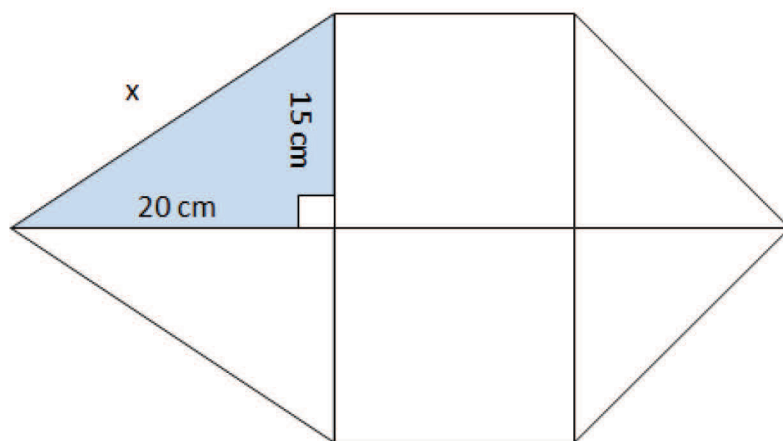
3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Teleaula: 51, 69, 71 e 80.

Habilidade

Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos.

Questão 11 – Aberta

João resolveu construir uma pipa. Usando régua e transferidor, traçou retas paralelas e retas perpendiculares, em seguida, traçou o contorno, construindo assim, seu projeto numa folha de papel cartolina. Para comprar a quantidade certa de material para a construção da pipa, João decidiu utilizar um teorema aprendido na aula de matemática para descobrir a medida do lado x da figura.



Descubra o valor da medida x utilizando o teorema que João provavelmente aplicou.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática, descreve uma relação existente no triângulo retângulo. Vale lembrar que o triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, isto é, medindo 90° . O triângulo retângulo é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizado no lado oposto ao ângulo reto.

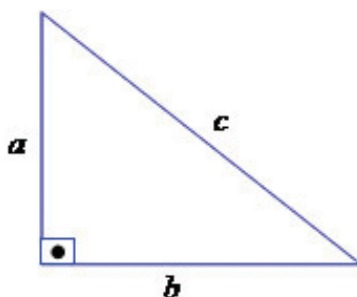
Observe:

Catetos: a e b

Hipotenusa: c

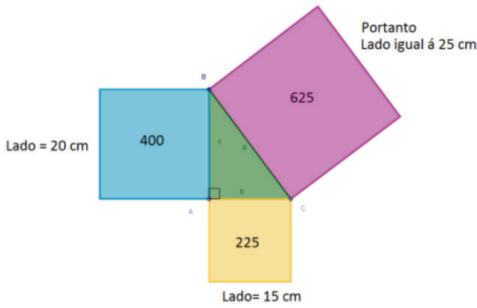
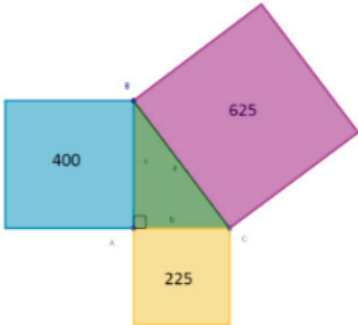
É sugerido que o professor peça aos alunos que façam sobre a malha quadriculada a representação de um triângulo retângulo, permitindo ao aluno observar este teorema.

Figura



Nessa fase, a demonstração do resultado pode ser abordada utilizando a relação entre áreas de quadrados, ou pela relação $a^2 + b^2 = c^2$. A questão proposta pretende que o aluno reconheça o triângulo retângulo presente na figura e aplique o teorema de Pitágoras para o cálculo da medida do lado x da pipa. Para isso, ele deverá identificar as medidas dos catetos e identificar o ângulo reto.

Grade de Correção

Resposta Correta	O problema se resume em achar a medida da hipotenusa do triângulo retângulo em destaque. O aluno poderá utilizar possivelmente a relação: $a^2 + b^2 = c^2$ Onde $a = x$, $b = 20$ cm e $c = 15$ cm, portanto: $x^2 = 20^2 + 15^2 \Rightarrow x^2 = 400 + 225 \Rightarrow x^2 = 625 \Rightarrow x = 25$ cm Ou poderá fazer representações figurais: Figura 
Resposta parcialmente correta	O aluno faz as demonstrações figurais utilizando áreas de quadrados, mas não identifica o valor de x. Figura. 
Resposta incorreta	O aluno possivelmente não identifica os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo, comprometendo o resultado da questão. $a^2 + b^2 = c^2$ Onde $a = 20$ cm, $b = 15$ cm e $c = x$, portanto: $20^2 = 15^2 + x^2 \Rightarrow x^2 + 15^2 = 400 \Rightarrow x^2 = 400 - 225 \Rightarrow x^2 = 175 \Rightarrow x \cong 13$ cm

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série (8º ano) – Volume 2. SEE-SP.

Situação de Aprendizagem 7 – O teorema de Pitágoras: Padrões Numéricos e Geométricos.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série - Atividades 6 e 20. SEE-SP.

3. Experiências Matemáticas – 8ª série – Atividades 19. SEE-SP.

Avaliação da Aprendizagem em Processo

Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional

Diretor: William Massei

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirasola, Eliezer Pedroso da Rocha, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Juvenal de Gouveia, Patricia de Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida, Soraia Calderoni Statonato

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional

Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática

Equipe Curricular de Matemática CGEB/ CEFAP e PCNP colaboradores: Ana Lucia Nunes Urtado Silva, Anderson Cangane Pinheiro, Carlos Tadeu da Graça Barros, Cibele Zucareli dos Santos, Claudio Galeote Rentas, Daniela Luporini, Dimas Tadeu Celestino dos Santos, Edson Basilio Amorim Filho, Eduardo Granado Garcia, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Fábio José Paganotti, Fernanda Fornitani Marques, Geversson Ribeiro Machi, Gisley Noemi Barçolobre Manoel, Gláucia Roque Rocha Pio, Grazielle Cristina Mantovani Pereira, Juliana Leite Boranelli, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Lilian Fortuna Clara Fabiani, Luciana Moraes Funada, Maria Dolores Cereijido Bersani, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Maria Emilia Pivovar de Azevedo, Maria Helena Silveira, Maria Josélia Silva Bergamo Almeida, Mario José Pagotto, Mariza Antonia Machado de Lima, Mary Silvia Leme Starnini, Meiriele Cristina Calvo, Osvaldo Joaquim dos Santos, Paula Cristina de Faria Veronese, Paula Pereira Guanais, Paulo Henrique Lisboa Zioli, Renata Leandro Terengue, Renata Serrano Rodrigues Shiratsu, Rita de Cássia Toffanelli Prates, Rodrigo Soares de Sá, Roseli Soares Jacomini, Samara Valdo de Oliveira, Samira Camargo Clemente, Sueli Aparecida Gobbo Araujo, Susi Passarete Cardoso, Vitória Raquila Papadopoulos Koki.

Validação, Leitura Crítica

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino: Antonia Zumira da Silva, Claudia Xavier da Silva Cavalcante, Cleonice da Silva Menegatto, Cristina Aparecida da Silva, Edson Basilio Amorim Filho, Givanildo Farias da Silva, Lucio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares das Silva, Paula Pereira Guanais, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente, Sérgio Antunes.

Leitura Crítica e Revisão

Equipe Curricular de Matemática – CGEB

Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione.

