GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

Prova de Matemática
1ª série do Ensino Médio

São Paulo
1º Semestre de 2015
8ª edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A Avaliação da Aprendizagem em Processo se caracteriza como ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, que também contou com a contribuição de Professores do Núcleo Pedagógico de diferentes Diretorias de Ensino.

Aplicada desde 2011, abrangeu inicialmente o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. Gradativamente foi expandida para os demais anos/séries (do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª a 3ª série do Ensino Médio) com aplicação no início de cada semestre do ano letivo.

Essa ação, fundamentada no Currículo do Estado de São Paulo, tem como objetivo fornecer indicadores qualitativos do processo de aprendizagem do educando, a partir de habilidades prescritas no Currículo. Dialoga com as habilidades contidas no SARESP, SAEB, ENEM e tem se mostrado bem avaliada pelos educadores da rede estadual. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das produções textuais.

Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

COORDENADORIA DE INFORMAÇÃO,
MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO
EDUCACIONAL

COORDENADORIA DE GESTÃO DA
EDUCAÇÃO BÁSICA

Avaliação da Aprendizagem em Processo – Matemática

As questões apresentadas nesta edição foram idealizadas partindo do pressuposto de uma avaliação formativa e processual, tendo como ponto principal o diagnóstico do desenvolvimento de algumas habilidades primordiais na construção e encadeamento do processo de desenvolvimento do conhecimento matemático.

Cada questão está relacionada a uma habilidade destacada no conteúdo curricular de Matemática, sejam elas dos Anos Finais do Ensino Fundamental ou Médio, que já foram desenvolvidas em determinados períodos da trajetória estudantil do educando, visando o estabelecimento de um processo avaliativo que apenas não proporcione a mensuração do conhecimento através de erros e acertos e sim a verificação do processo do desenvolvido de habilidades e competências no ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

Composição:

1. Séries/Anos participantes:

Ensino Fundamental – Anos Finais: 5^a/6^o, 6^a/7^o, 7^a/8^o e 8^a/9^o.

Ensino Médio: 1^a a 3^a séries.

2. Composição das provas de Matemática:

Anos Finais do Ensino Fundamental: 10 questões objetivas e 01 questão aberta.

Ensino Médio: 10 questões objetivas e 01 questão aberta.

3. Matrizes de Referência (habilidades) para a constituição de itens das provas objetivas:

– Currículo do Estado de São Paulo.

4. Banco de questões:

– Questões inéditas e adaptadas, formalizadas a partir das habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo.

Equipe Curricular de Matemática-CEFAF

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA 1ª série do Ensino Médio

Questão		Habilidade
01	Objetiva	Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.
02	Objetiva	Calcular a área e o volume de um cilindro.
03	Objetiva	Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno e cosseno) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos.
04	Objetiva	Compreender o significado do pi como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área do círculo.
05	Objetiva	Reconhecer gráficos de funções de 1º e de 2º grau por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^2$.
06	Objetiva	Expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2º grau.
07	Objetiva	Reconhecer e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.
08	Objetiva	Compreender o significado da notação científica e utilizá-la na representação de números muito grandes ou muito pequenos.
09	Objetiva	Realizar as operações de radiciação e de potenciação com números reais.
10	Objetiva	Representar os números reais na reta numerada.
11	Aberta	Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos.

Habilidade:

Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos

Questão 1 – Objetiva

O mapa representa os quarteirões de uma cidade e a linha subterrânea do metrô AC. Para ir de automóvel da estação A até a estação C, uma pessoa deverá fazer o seguinte trajeto: de A até B e de B até C.

Se tivesse utilizado o metrô para ir de A até C, teria percorrido

- (A) 4 km a menos.
- (B) 4 km a mais.
- (C) 13 km a menos.
- (D) 13 km a mais.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O Teorema de Pitágoras é conhecido desde a Antiguidade. Registra-se que os babilônios já o conheciam muito antes dos gregos, embora a primeira demonstração de sua validade seja atribuída a Pitágoras de Samos.

A antiguidade desse teorema sugere que, já muito cedo, o homem confrontou-se com problemas que envolviam a determinação de distâncias inacessíveis à medição direta. No entanto, para além de relacionar os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras também pode ser interpretado como uma relação entre áreas.

O problema proposto nesta questão explora a determinação de uma distância inacessível, que corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo. Para aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras a essa situação, é necessário, primeiramente, que o aluno saiba identificar a hipotenusa e os catetos do triângulo retângulo, o que, neste caso, está facilitado pela posição da figura. Depois, é necessário que o aluno saiba lidar com uma equação quadrática do tipo $x^2 = c$. Por fim, é preciso que interprete corretamente o enunciado, uma vez que a solução da equação não é a resposta imediata do problema.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 4 km a menos.	Resposta correta. O aluno aplica o teorema de Pitágoras à situação dada e interpreta corretamente o problema.
(B) 4 km a mais.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente calcula a hipotenusa (13 km), porém não interpreta as relações existentes entre as medidas do triângulo.
(C) 13 km a menos.	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno aplica apenas o teorema de Pitágoras a partir das medidas dos catetos apresentados no problema e não compara as medidas, conforme o enunciado.
(D) 13 km a mais.	Resposta incorreta. Para interpretar o erro contido nesta alternativa, podemos considerar a mesma concepção errônea utilizada na alternativa (C).

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano); Volume 2;

Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos; teorema de Pitágoras.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série; Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras.

Habilidade:

Calcular a área e o volume de um cilindro.

Questão 2 – Objetiva

A área total de um cilindro de 6 cm de diâmetro e de 5 cm de altura é de aproximadamente

- (A) 150,72 cm².
- (B) 226,08 cm².
- (C) 56,50 cm².
- (D) 94,20 cm².

Comentários e Recomendações Pedagógicas

É importante que sejam abordados os métodos de cálculo do perímetro e da área do círculo e suas partes, envolvendo sempre a constante de proporcionalidade π . Ampliar esse estudo para figuras espaciais, mais especificamente, o cilindro, explorando as principais relações métricas que caracterizam um tipo particular de cilindro, o reto, propondo atividades para o aluno desenhar a planificação do cilindro e montá-lo. Desse modo, ele irá se familiarizar com os elementos e as partes que formam um cilindro, o que será de fundamental importância para chegar às fórmulas da área e do volume.

Desta forma, a área total do cilindro será dada por:

$$A_{Total} = 2 \cdot A_{base} + A_{lateral} \begin{cases} A_{base} = \pi \cdot r^2 \\ A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \end{cases}$$
$$A_{Total} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \pi r (r + h) =$$
$$= 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (3 + 5) = 6 \cdot 8 \cdot 3,14 \cong 150,72 \text{ cm}^2$$

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 150,72 cm ² .	Resposta correta. O aluno interpreta corretamente a proposta do problema, sabe que para calcular área total da superfície do cilindro necessita calcular o valor das áreas das bases, a área da superfície lateral; com esses valores finaliza o cálculo somando as áreas das bases com a área da superfície lateral do cilindro.
(B) 226,08 cm ² .	Resposta incorreta. O aluno demonstra que tem conhecimento da fórmula da área da base de um cilindro, realiza o cálculo das áreas das bases, mas comete um erro ao utilizar o diâmetro como se fosse o raio. $\text{área das bases} = 2 \cdot \text{área do círculo} = 2 \cdot (\pi \cdot r^2) \cong 2 \cdot (3,14 \cdot 6^2) \cong 226,08 \text{ cm}^2$ Porém, não conclui corretamente, pois é necessário o cálculo da área da superfície e somá-los.
(C) 56,50 cm ² .	Resposta incorreta: O aluno demonstra que tem conhecimento da fórmula da área das bases de um cilindro e realiza o cálculo corretamente. $\text{área das bases} = 2 \cdot \text{área do círculo} = 2 \cdot (\pi \cdot r^2) \cong 2 \cdot (3,14 \cdot 3^2) \cong 56,5 \text{ cm}^2$ Porém, não conclui corretamente, pois é necessário o cálculo da área da superfície e somá-los.
(D) 94,20 cm ² .	Resposta incorreta. O aluno demonstra que tem conhecimento da fórmula da área da superfície lateral de um cilindro e realiza o cálculo $\text{área do retângulo} = \text{base} \cdot \text{altura} = (2 \cdot \pi \cdot r) \cdot 5 \cong 2 \cdot (3,14 \cdot 3 \cdot 5) \cong 94,2 \text{ cm}^2$ Porém, não conclui corretamente, pois é necessário o cálculo das áreas das bases e somá-los à área da superfície.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática - Ensino Fundamental - 9º Ano, Volume 2 - 2014;

Situação de Aprendizagem 7- Cilindros.

2. Experiências Matemáticas- 8ª Série- Atividade 30. SEE-SP.

3. Brasil Escola – Volume do Cilindro, disponível em: <http://www.brasilecola.com/matematica/volume-cilindro.htm> (acesso em 17/09/2014) - Área do cilindro, disponível em: <http://www.brasilecola.com/matematica/cilindro.htm> (acesso em 17/09/2014)

Habilidade

Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno e cosseno) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos

Questão 3 – Objetiva

Uma escada de um carro de bombeiros pode se estender até um comprimento máximo de 30 m, quando é levantada até formar um ângulo máximo de 70° .

A base da escada está colocada sobre um caminhão, a uma altura de 2 m do solo, conforme indica a figura a seguir.

Dados: $\sin 70^\circ = 0,94$; $\cos 70^\circ = 0,34$; $\operatorname{tg} 70^\circ = 2,75$

Qual é a altura aproximada, em relação ao solo, que essa escada poderá alcançar?

- (A) 12 m.
- (B) 28 m.
- (C) 30 m.**
- (D) 32 m.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O estudo das razões trigonométricas tem um grande sentido didático quando tal tem início na fixação da medida do ângulo agudo do triângulo retângulo e da obtenção dos valores de suas razões (seno, cosseno e tangente). Portanto, o foco central é a medida do ângulo, destacando-se que as razões trigonométricas são, prioritariamente, associadas ao ângulo e não às medidas dos lados do triângulo retângulo.

Lembrando que o estudo das razões trigonométricas é de fundamental importância e que a construção conceitual esteja nesse momento acoplada mais do que nunca a situações do cotidiano dos alunos, evitando-se formalizações excessivas.

Para resolver essa questão, o aluno precisa saber que para obter a altura (h), deve estabelecer a razão trigonométrica ideal para sua resolução, desta forma são apresentados: o comprimento máximo da escada (30 m), o ângulo de inclinação da escada com a base do caminhão (70°). A partir destes dados é possível estabelecer hipoteticamente um triângulo retângulo, representado na figura do enunciado; o ângulo reto é determinado pela altura (h) em relação do solo com a extremidade da escada.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	12 m.	<p>Resposta incorreta. O aluno possivelmente utiliza a razão seno corretamente, porém adota o valor do cosseno de 70° (0,34).</p> $\text{sen}70^\circ = \frac{h}{30} \Rightarrow 0,34 = \frac{h}{30} \Rightarrow h = 30 \cdot (0,34) \cong 10m$ <p>Somando os 2 metros que é a distância do chão até a base da escada no caminhão, temos que a altura total é de aproximadamente 12 metros.</p>
(B)	28 m.	<p>Resposta incorreta. O aluno aplica corretamente a razão trigonométrica relativa ao cálculo do seno de 70°, porém não adiciona a distância do chão à base do caminhão.</p> $\text{sen}70^\circ = \frac{h}{30} \Rightarrow 0,94 = \frac{h}{30} \Rightarrow h = 30 \cdot (0,94) \Rightarrow h \cong 28m$
(C)	30 m.	<p>Resposta correta. O aluno demonstra que compreendeu o enunciado do problema, associou corretamente os dados do enunciado e estabeleceu a ligação dos dados com a razão trigonométrica que satisfaz a resolução da seguinte maneira.</p> $\text{sen}70^\circ = \frac{h}{30} \Rightarrow 0,94 = \frac{h}{30} \Rightarrow h = 30 \cdot (0,94) \Rightarrow h \cong 28m$ <p>Adicionando-se 2m referente à distância do chão até a base da escada no caminhão, temos que a altura total é de aproximadamente 30 metros.</p>
(D)	32 m.	<p>Resposta incorreta. O aluno possivelmente não compreende o enunciado do problema e estabelece que a altura total corresponde à soma do comprimento da escada (30m) com a distância do chão até a base da escada no caminhão (2m).</p>

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática- Ensino Fundamental- 9º Ano, Volume 2; Situação de Aprendizagem 4- Razões Trigonômicas dos ângulos agudos; SEE/SP.

2. Aula 16 - Matemática - Ens. Médio- Telecurso, disponível em <http://www.telecurso.org.br/matematica/>. Acesso em 17/09/2014.

3. Aula 40 - Matemática - Ens. Médio – Telecurso, disponível em <http://www.telecurso.org.br/matematica/> acesso em 17/09/2014.

4. Aula 44 - Matemática - Ens. Médio- Telecurso, disponível em <http://www.telecurso.org.br/matematica/> acesso em 17/09/2014

Habilidade

Compreender o significado do pi como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área do círculo.

Questão 4 – Objetiva

Observe as figuras a seguir que estão inseridas em quadrados de lado L.

setor circular de 90°

círculo

Lembrete:

A área do setor circular de 90° é dada por: $A_{SC} = \pi \cdot \frac{L^2}{4}$

e a área do círculo é dada por: $A_C = \pi \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$

A partir destes dados, pode-se concluir que a área do setor circular de 90° é:

- (A) maior que a área do círculo.
- (B) menor que a área do círculo.
- (C) igual à área do círculo.**
- (D) a quarta parte da área do círculo.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Determinar a área de um polígono é uma tarefa relativamente simples. Afinal, trata-se de uma figura formada por segmentos de retas. Além disso, qualquer polígono pode ser decomposto em triângulos de diferentes tamanhos, e a fórmula da área de um triângulo é conhecida. Contudo, achar a área de uma figura curva é um desafio bem maior.

Não conseguimos decompor um círculo em triângulos, pois os segmentos de reta não se ajustam à curva da circunferência. Por essa razão, calcular a fórmula da área de um círculo foi um dos problemas mais instigantes da história da Matemática.

A área do setor circular destacado nesta questão pode ser obtida a partir da área do círculo ($A = \pi \cdot r^2$), através da proporcionalidade direta, obedecendo as seguintes linhas de raciocínio:

Se a área de um círculo é x , então a área do semicírculo é $\frac{x}{2}$; do mesmo modo que um setor circular correspondente a um ângulo central de 90° , que equivale a $\frac{1}{4}$ dos 360° do círculo, ou seja, $\frac{1}{4}$ da área do círculo.

Se aplicarmos o conceito apresentado anteriormente aos dados do problema, pode-se concluir que:

A área do setor circular de 90° é igual a $\frac{1}{4}$ da área do círculo de raio L , ou seja, é igual $A_{sc} = \pi \cdot \frac{L^2}{4}$ (I).

A área do círculo é dada por: $A_c = \pi \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow A_c = \pi \cdot \frac{L^2}{4}$ (II).

De (I) e (II), concluímos que a área do setor circular de 90° é igual a área do círculo.

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	maior que a área do círculo.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente utiliza como ponto de partida a medida dos raios do círculo e do setor circular de 90° e verifica que o raio do setor circular é maior que o raio do círculo que está inscrito no outro quadrado, mesmo que a afirmação seja verdadeira, não é suficiente para se chegar na validação correta do problema em questão.
(B)	menor que a área do círculo.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente verificou que existe a possibilidade de se particionar o círculo em quatro partes iguais e conclui que estas quatro áreas são maiores que a área do setor circular.
(C)	igual a área do círculo.	Resposta correta. A partir da expressão que representa o cálculo da área do setor circular fornecido no enunciado do problema, restou ao aluno deduzir a área do círculo inscrito no quadrado de lado L e verificar que os dois resultados indicam a mesma área.
(D)	a quarta parte da área do círculo.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não obteve sucesso para extrair das figuras algum conhecimento estabelecido anteriormente, e apenas inferiu sobre a expressão que determina a área do setor circular de 90° .

Algumas Referências.

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor de Matemática - Ensino Fundamental – 9º Ano, Volume 2.

Situação de Aprendizagem 5 - A natureza do número π ;

Situação de Aprendizagem 6 - A razão π no cálculo do perímetro e da área do círculo.

2. Aula 16 - Matemática - Ens. Médio – Telecurso; disponível em <http://www.telecurso.org.br/matematica/> acesso em 17/09/2014.

Habilidade

Reconhecer gráficos de funções de 1º e de 2º graus por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^2$.

Questão 5 – Objetiva

A tabela a seguir apresenta alguns pares ordenados das funções: $f(x)$ e $g(x)$.

x	0	1	2	3	4
f(x)	0	1	2	3	4
g(x)	0	1	4	9	16

Indique o gráfico das funções representadas na tabela.

(A)

(B)

(C)

(D)

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O objetivo desta questão não se trata de verificar o conceito matemático de função e sim o de averiguar se o aluno faz a correta associação dos dados da tabela e consegue identificar os pares ordenados na tabela, tendo como ponto de partida os dois pontos de interseção dos gráficos, ou seja, o ponto (0,0) e (1,1) e assim optar pela alternativa correta.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A)	Resposta incorreta. O aluno que opta por esta alternativa, possivelmente não reconhece na tabela apresentada os pontos de interseção dos dois gráficos.
(B)	Resposta incorreta. O aluno que assinala esta alternativa possivelmente não reconhece que na tabela apresentada na questão não há o par ordenado (1,1), que é a interseção dos gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$.
(C)	Resposta correta. O aluno que opta por esta alternativa apontou corretamente os dados que estão na tabela com os respectivos pares ordenados do plano cartesiano.
(D)	Resposta incorreta. O aluno que assinala esta alternativa possivelmente não reconhece que na tabela apresentada na questão não há o par ordenado (1,1), que é a interseção dos gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado, observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

**1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano
Volume 1 – Edição 2014:**

Situação de Aprendizagem 8: Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais.

Habilidade

Expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2º grau.

Questão 6

Sabemos que um corpo em queda livre cai de forma que a distância (d) percorrida é proporcional ao quadrado do tempo (t) decorrido desde o início da queda. Isto é, $d = k.t^2$ (onde d é a distância percorrida, t é o tempo de queda e k é a razão constante entre d e t^2). Após 3 segundos de queda, o corpo caiu 45 metros.

Então, a relação entre a distância percorrida e o tempo após a queda pode ser expressa por

- (A) $d = 3.t^2$
- (B) $d = 5.t^2$**
- (C) $d = 7,5.t^2$
- (D) $d = 15.t^2$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Considera-se a importância do desenvolvimento do raciocínio proporcional por meio da exploração de situações que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecer relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver problemas que envolvam a proporcionalidade. Explorada em outros contextos, como na ampliação de figuras e na semelhança de triângulos, a proporcionalidade agora está no foco das noções básicas sobre função, ou seja, propor situações cuja finalidade é o desenvolvimento de ideias relativas às funções por meio de situações envolvendo a proporcionalidade. Vale lembrar que o raciocínio proporcional ocupa lugar de destaque na aprendizagem matemática.

Para resolver os problemas propostos, os alunos deverão identificar a natureza da variação entre duas grandezas, reconhecendo que duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, quando a razão entre seus valores correspondentes é constante: $\frac{y}{x} = \text{constante} = k$ e escrever, portanto, que $y = kx$ (k é uma constante). Para a resolução de algumas das situações, deve-se identificar a existência ou não de proporcionalidade, traduzindo-a por meio de uma relação algébrica – relação funcional – quando existir. Na caracterização dessa interdependência entre as duas grandezas, devemos identificar a que pode variar livremente, que será a variável independente daquela que tem seu valor determinado pelo valor da outra, que será a variável dependente. Dessa forma, sendo x a variável independente, se a cada valor de x corresponder um único valor da variável dependente y , diremos então que y varia em função de x .

É fundamental que os alunos reconheçam situações contextualizadas que podem ser modeladas por meio de uma expressão que relacione duas grandezas e que analisem se essa relação é direta, inversamente proporcional ou nem direta nem inversamente proporcional. A familiarização com o conceito de função está associada, particularmente, às observações das variações e das relações de interdependência na expressão algébrica ou na construção de tabelas..

Grade de Correção

Alternativa		Observação
(A)	$d = 3 \cdot t^2$	Resposta incorreta. O aluno não compreende a relação entre distância e o tempo e escolhe 3s como valor de k.
(B)	$d = 5 \cdot t^2$	Resposta correta. O aluno reconhece e utiliza a fórmula $d = k \cdot t^2$, na qual após 3 segundos de queda, o corpo caiu 45 metros. Logo, temos $t = 3s$ e $d = 45m$ Substituindo na expressão $d = k \cdot t^2$ $d = k \cdot t^2 \Rightarrow 45 = k \cdot 3^2 \Rightarrow 45 = k \cdot 9 \Rightarrow k = \frac{45}{9} \Rightarrow k = 5$
(C)	$d = 7,5 \cdot t^2$	Resposta incorreta. O aluno demonstra ter a habilidade solicitada, mas ao efetuar os cálculos erra na potência. $d = k \cdot t^2 \Rightarrow 45 = k \cdot 3^2 \Rightarrow 45 = k \cdot 6 \Rightarrow k = \frac{45}{6} \Rightarrow k = 7,5$
(D)	$d = 15 \cdot t^2$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente dividiu 45 por 3 e não relaciona as grandezas propostas no problema.

Algumas Referências.

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 1 – Edição 2014:

Situação de Aprendizagem 7: grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos;

Habilidade

Reconhecer e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Questão 7 – Objetiva

Na embalagem de uma marca de café consta a informação de que para 8 cafezinhos deve-se usar 3 colheres (de sopa) cheias de pó de café e 0,5 litro de água. Joana pretende preparar uma quantidade maior de xícaras de café e, para isso, usou 7,5 colheres (de sopa) cheias desse café e 1,5 litro de água.

Nestas condições, Joana preparou

- (A) 20 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.
- (B) 24 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.
- (C) 20 cafezinhos de sabor mais fraco do que o sugerido na embalagem.
- (D) 24 cafezinhos de sabor mais fraco que o sugerido na embalagem.**

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O conceito de proporcionalidade direta é um dos conceitos fundamentais da Matemática e sua construção é um importante objetivo do Ensino Fundamental. Por esse motivo, os procedimentos para o cálculo do valor de uma grandeza por meio da regra de três costuma ser bastante enfatizado. No entanto, o procedimento de cálculo não basta para garantir a aquisição do conceito e, conseqüentemente, para que o aluno identifique situações em que tais cálculos podem ou não ser aplicados.

No contexto dessa questão, há três grandezas. Duas delas são, necessariamente, diretamente proporcionais: a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água. A terceira grandeza é a quantidade de pó de café, que pode ou não ser proporcional às demais. A manutenção dessa proporcionalidade produz sabor de mesma intensidade que o sugerido na embalagem. A quebra da proporcionalidade produz sabor mais ou menos intenso.

É claro que a quantidade de água determina a quantidade de cafezinhos, enquanto que a quantidade de pó de café determina a intensidade do sabor. Assim, se para 8 cafezinhos era usado 0,5 litro de água, então, ao usar 1,5 litro de água, Joana triplicou a quantidade de cafezinhos. Porém, a quantidade de pó de café não chegou a triplicar. Desse modo, Joana preparou 24 cafezinhos de sabor mais fraco que o sugerido na embalagem.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 20 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.	Resposta incorreta. O aluno considera apenas as variáveis: cafezinho e pó de café e considera a proporcionalidade: $3/8 = 7,5/20$. Possivelmente conclui que se a quantidade de água triplica, também triplica a quantidade de cafezinhos.
(B) 24 cafezinhos de mesma intensidade que o sugerido na embalagem.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente considera apenas a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água, despreza a existência da proporcionalidade na situação problema.
(C) 20 cafezinhos de sabor mais fraco do que o sugerido na embalagem.	Resposta incorreta. O aluno possivelmente identifica corretamente que $3/8 = 7,5/20$, de modo que a razão de proporcionalidade se mantém constante (0,375) entre a quantidade de cafezinhos e a quantidade de pó de café. Porém, o aluno não reconhece que a quantidade de cafezinhos é determinada pela quantidade de água, não de pó de café.
(D) 24 cafezinhos de sabor mais fraco que o sugerido na embalagem.	Resposta correta. O aluno identifica a proporcionalidade entre a quantidade de cafezinhos e a quantidade de água, conclui que Joana preparou 24 cafezinhos.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 1

- Situação de Aprendizagem 7 – Grandezas proporcionais: estudo funcional

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano), Volume 2.

- Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.
- Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série (7º ano), Volume 2.

- Situação de Aprendizagem 8 – Proporcionalidade, equações e regra de três.

Habilidade

Compreender o significado da notação científica e utilizá-la na representação de números muito grandes ou muito pequenos.

Questão 8 – Objetiva

A distância entre o Sol e a Lua é de aproximadamente 149.600.000 km. A representação deste número em notação científica equivale a

- (A) $1,496 \cdot 10^9$ km.
- (B) $1,496 \cdot 10^8$ km.**
- (C) $1,496 \cdot 10^{-8}$ km.
- (D) $1,496 \cdot 10^{-9}$ km.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Em muitas situações, quando se trabalha com medidas muito grandes ou muito pequenas, não há necessidade de conhecer com precisão todos os algarismos que compõem o número. Nesses casos, basta conhecer a potência de 10 que mais se aproxima de determinado valor. Tal potência é denominada ordem de grandeza do número que expressa a medida.

Exemplos:

a) O raio orbital médio do planeta Júpiter mede aproximadamente 778 547 200 km. Esse número pode ser escrito como $7,785472 \cdot 10^8$ km. Como 7 está mais próximo de 10 do que de 1, é possível arredondá-lo para 10, resultando no produto $10 \cdot 10^8$.

Portanto, sua ordem de grandeza é de 10^9 .

b) A ordem de grandeza do número 0,000031 é 10^{-5} , pois escrevendo o número em notação científica, $3,1 \cdot 10^{-5}$ nota-se que o 3 está mais próximo do 1 do que do 10. Portanto, arredondando o número para baixo, o resultado será $1 \cdot 10^{-5}$.

Conhecendo a ordem de grandeza de diversas medidas, pode-se facilmente distinguir qual é a menor ou a maior, bastando comparar os expoentes das potências de 10.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $1,496 \cdot 10^9$ km.	Resposta incorreta. O aluno anota esta alternativa como resultado da distância média entre o Sol e a Terra, possivelmente não entende a proposta do problema.
(B) $1,496 \cdot 10^8$ km.	Resposta correta. O aluno compreende o significado de notação científica.
(C) $1,496 \cdot 10^{-8}$ km.	Resposta incorreta. O aluno conta as oito casas para representar o número em notação científica, porém possivelmente não compreende a ordem de grandeza.
(D) $1,496 \cdot 10^{-9}$ km.	Resposta incorreta. O aluno não domina a habilidade avaliada. Possivelmente conta as nove casas para representar o número em notação científica e não compreende a ordem de grandeza.

Algumas Referências.

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática- Ensino Fundamental- 9º Ano, Volume 1- 2014

Situação de Aprendizagem 4- Potências, notação científica e ordem de grandeza.

2. Experiências Matemáticas- 7ª Série- Atividade 21. SEE-SP.

Habilidade

Realizar as operações de radiciação e de potenciação com números reais.

Questão 9 – Objetiva

O byte é a unidade básica de armazenamento de memória no computador, assim 1 *kilobyte* (KB) equivale a 10^3 bytes, 1 *megabyte* (MB) equivale a 10^6 bytes, ou seja, a um milhão de bytes.

Sabendo-se que 1 *terabyte* (TB) corresponde a um milhão de megabytes, então, para se obter um *terabyte*, são necessários

- (A) 10^3 bytes.
- (B) 10^6 bytes.
- (C) 10^{12} bytes.**
- (D) 10^{36} bytes.

Comentários e Recomendações Pedagógicas

O uso de potências na Matemática é um recurso útil para a representação de números muito grandes ou muito pequenos. Diversas áreas da ciência trabalham rotineiramente com esse tipo de números e utilizam amplamente a linguagem das potências na representação desses números.

O fundamental é que o trabalho com potências seja desenvolvido com base em problemas contextualizados. Recomenda-se utilizar textos extraídos de jornais ou revistas e ainda variados contextos interessantes para trabalhar as propriedades das operações com potências.

Uma das vantagens de expressarmos um número na forma de potência de dez é que as operações se tornem mais simples. É um bom momento para retomar com os alunos as propriedades de operações de mesma base.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) 10^3 bytes.	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno assinala esse item por ter identificado no texto a palavra “milhão” e achar que corresponde a 10^3 .
(B) 10^6 bytes.	Resposta incorreta. Como no item anterior, o aluno possivelmente assinala esse item por ter identificado no texto a palavra “milhão” que corresponde a 10^6 . Contudo, não lê com a devida atenção a questão que solicita que o aluno relacione terabytes com bytes.
(C) 10^{12} bytes.	Resposta correta. O aluno identifica que 1 megabyte é igual a 10^6 bytes e que 1 terabyte é igual a 10^6 megabytes. E obtém que 1 terabyte é igual a $10^6 \cdot 10^6 = 10^{12}$ bytes.
(D) 10^{36} bytes.	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, identifica que 1 megabyte é igual a 10^6 bytes e que 1 terabyte é igual a 10^6 megabytes, mas não domina as propriedades de potência, pois faz o produto das potências obtendo 10^{36} . Devem ser feitas intervenções no sentido de revisar as propriedades de potências.

Algumas Referências.

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano); Volume 1,

Situação de Aprendizagem 4. SEE-SP, 2014.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série – Atividades 21, SEE-SP.

3. Experiências Matemáticas – 5ª série – Atividades 4, SEE-SP.

Habilidade

Representar os números reais na reta numerada

Questão 10 – Objetiva

Dentre os números abaixo, o único que pode corresponder ao ponto P é

- (A) $\frac{15}{6}$
- (B) $\sqrt{10}$**
- (C) 3,7
- (D) $\sqrt{16}$

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Localizar números na reta numerada exige a comparação entre dois ou mais números e a identificação dessa ordem com o esquema visual da reta. Comparar números é uma das habilidades mais fundamentais da Matemática e, na escola, é trabalhada desde as séries iniciais, sempre num crescente de complexidade a medida em que vão sendo estudados mais tipos de números.

No caso desta questão, é preciso comparar números reais racionais e números reais irracionais, os primeiros representados tanto na forma fracionária como decimal e os últimos, representados por radicais.

Essa variabilidade de representação é característica da Matemática. Seus objetos de estudo são abstratos (incluindo os números) de modo que só é possível manipulá-los por meio de representações. Passar de uma representação à outra é importante do ponto de vista operacional porque cada tipo de representação é mais adequado para um determinado tipo de procedimento. Subjacente a isso está a percepção, provavelmente informal, de que $y = x^2$ é uma função crescente nos números positivos. Para verificar que $\sqrt{10}$ é, de fato, menor que 3,5, basta fazer $3,5^2 = 12,25$, que é maior que 10.

Grade de Correção

Alternativa	Observação
(A) $\frac{15}{6}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente efetua apenas a divisão entre 15 e 6, e obtém 2,5. Não confronta os números dispostos na reta numérica conforme o proposto no problema.
(B) $\sqrt{10}$	Resposta correta. O aluno estima o valor do radical irracional, possivelmente observa que $3^2 = 9$, mas $4^2 = 16$, de modo que $\sqrt{10}$ deve estar entre 3 e 4.
(C) 3,7	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não associa a ordenação $3,5 < 3,7 < 4$ com o posicionamento desses números na reta de modo que 3,7 esteja entre 3,5 e 4.
(D) $\sqrt{16}$	Resposta incorreta. O aluno possivelmente calcula a raiz quadrada de 16. Não confronta os números dispostos na reta numérica conforme o proposto no problema.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 1

Situação de Aprendizagem 1 – Conjuntos e números

Situação de Aprendizagem 3 – Aritmética, álgebra e geometria com a reta real;

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano), Volume 2

Situação de Aprendizagem 1 – A natureza do número Pi (π)

3. Experiências Matemáticas – 6ª série

Atividade 5 – Representação e ordenação

4. Experiências Matemáticas – 8ª série

Atividade 2 – Ampliando a noção de número

Atividade 3 – Conhecendo os radicais.

Habilidade

Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas em diversos contextos

Questão 11 – Aberta

Um papel de presente de formato retangular foi dobrado conforme mostra a figura.

- 1) Quanto mede o segmento BC?
- 2) Quanto mede o segmento AB?
- 3) Quanto mede o segmento QB? (Dica: repare que $QB + QA = 16 \text{ cm}$.)
- 4) Quanto mede o segmento PQ, que corresponde ao vinco da dobradura?

Comentários e Recomendações Pedagógicas

Este problema (cujo objetivo final é a determinação do segmento PQ) demanda do aluno apenas a aplicação do teorema de Pitágoras – com tudo o que lhe é concernente. Mas, por outro lado, exige também certo traquejo com a resolução de problemas desse tipo, em que há algumas etapas que precisam ser corretamente encadeadas para que se chegue ao resultado desejado. Por esse motivo, a questão foi dividida em itens que formam um roteiro de resolução. Assim, o professor pode fazer uma avaliação qualitativa do domínio que o aluno tem dessa habilidade, observando item a item como ele avança. No triângulo PCB, falta apenas a medida do segmento BC, que é o que se pede no item 1):

$$BC^2 + 16^2 = 20^2 \Rightarrow BC^2 = 400 - 256 = 144 \Rightarrow BC = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Daí, se pode concluir que $AB = 8 \text{ cm}$, que é o que se pede em 2). Apesar da simplicidade desse item, ele é muito importante. Se o aluno não perceber que $AB = 20 - BC$, ele não conclui o problema.

Agora, pode-se analisar o triângulo QAB, onde, chamando a hipotenusa QB de x , sai que $QA = 16 - x$. Daí, aplica-se o teorema de Pitágoras:

$$x^2 = (16 - x)^2 + 8^2 \Rightarrow x^2 = 256 - 32x + x^2 + 64 \Rightarrow 32x = 320 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

Esta última passagem, que corresponde ao item 3), é a mais difícil da resolução do problema, tanto do ponto de vista do raciocínio quanto do ponto de vista do cálculo algébrico.

Finalmente, aplica-se o Teorema de Pitágoras no triângulo PBQ:

$$PQ^2 = 10^2 + 20^2 \Rightarrow PQ^2 = 500 \Rightarrow PQ = 10\sqrt{5} \text{ cm}$$

Ao aplicar o Teorema de Pitágoras acaba por demandar muitas outras habilidades: o cálculo de quadrados, a extração de raízes quadradas, a manipulação algébrica de equações. É importante analisar as resoluções parciais e verificar quais as eventuais dificuldades do aluno.

Grade de Correção

Resposta Correta	Para chegar à resposta correta, o aluno necessariamente deve ter usado o Teorema de Pitágoras. As variações podem ficar por conta do encadeamento das passagens ou pelo diferente trato das equações.
Resposta parcialmente correta	Como já foi observado, há várias passagens na resolução do problema acima que podem ser avaliadas item a item. É importante averiguar até que ponto o aluno consegue chegar. Mesmo uma resposta incorreta a algum dos itens não significa, necessariamente, que não haja parcial compreensão da habilidade averiguada.
Resposta incorreta	No caso de haver tentativas incorretas, as causas podem ser variadas, mas é interessante analisar se o aluno: – identifica corretamente os triângulos como retângulos; – identifica corretamente catetos e hipotenusa; – conhece a relação correta expressa no Teorema de Pitágoras; – sabe lidar com a equação resultante do Teorema. Esses pontos podem dar direção ao professor que percebe a necessidade de retomar o assunto com o aluno. Sugere-se uma atenção especial quando o aluno apresenta a questão sem nenhum registro de resolução, desta forma, essa situação pode indicar: o aluno não compreendeu o enunciado da questão ou não tem suficiente familiaridade com o Teorema de Pitágoras.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9ºano), Volume 2;

Situação de Aprendizagem 3 –Relações métricas nos triângulos retângulos; teorema de Pitágoras; SEE/SP, 2014.

2. Experiências Matemáticas – 8ª série;• Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras

Avaliação da Aprendizagem em Processo

Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadora: Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Departamento de Avaliação Educacional

Diretor: William Massei

Assistente Técnica: Maria Julia Filgueira Ferreira

Centro de Aplicação de Avaliações

Diretora: Diana Yatiyo Mizoguchi

Equipe Técnica DAVED participante da AAP

Ademilde Ferreira de Souza, Cristiane Dias Mirasola, Eliezer Pedroso da Rocha, Isabelle Regina de Amorim Mesquita, Juvenal de Gouveia, Patricia de Barros Monteiro, Silvio Santos de Almeida, Soraia Calderoni Statonato

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

Diretor: João Freitas da Silva

Centro do Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional

Diretora: Valéria Tarantello de Georgel

Equipe Curricular CGEB de Matemática

Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione

Elaboração do material de Matemática

Equipe Curricular de Matemática CGEB/ CEFAF e PCNP colaboradores: Ana Lucia Nunes Urtado Silva, Anderson Cangane Pinheiro, Carlos Tadeu da Graça Barros, Cibele Zucareli dos Santos, Claudio Galeote Rentas, Daniela Luporini, Dimas Tadeu Celestino dos Santos, Edson Basilio Amorim Filho, Eduardo Granado Garcia, Emerson de Souza Silva, Everaldo José Machado de Lima, Fábio José Paganotti, Fernanda Fornitani Marques, Geverson Ribeiro Machi, Gisley Noemi Barçolobre Manoel, Glaucia Roque Rocha Pio, Grazielle Cristina Mantovani Pereira, Juliana Leite Boranelli, Leandro Geronazzo, Lilian Ferolla de Abreu, Lilian Fortuna Clara Fabiani, Luciana Moraes Funada, Maria Dolores Cereijido Bersani, Maria Edite de Camargo Dmitrasinovic, Maria Emilia Pivovar de Azevedo, Maria Helena Silveira, Maria Josélia Silva Bergamo Almeida, Mario José Pagotto, Mariza Antonia Machado de Lima, Mary Silvia Leme Starnini, Meiriele Cristina Calvo, Osvaldo Joaquim dos Santos, Paula Cristina de Faria Veronese, Paula Pereira Guanais, Paulo Henrique Lisboa Zioli, Renata Leandro Terrenque, Renata Serrano Rodrigues Shiratsu, Rita de Cássia Toffanelli Prates, Rodrigo Soares de Sá Roseli Soares Jacomini, Samara Valdo de Oliveira, Samira Camargo Clemente, Sueli Aparecida Gobbo Araujo, Susi Passarete Cardoso, Vitória Raquila Papadopoulos Koki

Validação, Leitura Crítica

Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino: Antonia Zumira da Silva, Claudia Xavier da Silva Cavalcante, Cleonice da Silva Menegatto, Cristina Aparecida da Silva, Edson Basilio Amorim Filho, Givanildo Farias da Silva, Lucio Mauro Carnaúba, Marcia Cristine Ayaco Yassuhara Kagaochi, Maria Denes Tavares das Silva, Paula Pereira Guanais, Rebeca Meirelles das Chagas Plibersek, Rosemeire Lepinski, Sandra Regina Soares Clemente, Sérgio Antunes.

Leitura Crítica e Revisão

Equipe Curricular de Matemática – CGEB

Ivan Castilho, João dos Santos, Otavio Yoshio Yamanaka, Rosana Jorge Monteiro Magni, Sandra Maira Zen Zacarias, Vanderley Aparecido Cornatione