GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

9° ano do Ensino Fundamental

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2013

5ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* é uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA) e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB), com a contribuição de um grupo de Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNP) de diferentes Diretorias de Ensino.

Iniciada no segundo semestre de 2011, a aplicação foi voltada para o 6° ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. No primeiro e segundo semestres de 2012, as provas abrangeram os 6° e 7° anos do EF e as 1ª e 2ª séries do EM. Em 2013, envolve todos os anos finais do Ensino Fundamental e todas as séries do Ensino Médio.

Essa ação, fundamentada no Currículo Oficial da SEE, dialoga com as habilidades contidas nas Matrizes de Referência para a Avaliação (SARESP, SAEB, ENEM) e tem sido bem avaliada pelos educadores da rede estadual paulista. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática, que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – na forma de cadernos de provas para os alunos , também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das Produções Textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Critérios e composição das Provas de Matemática

As provas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio foram elaboradas de forma a tornar possível a comparação da progressão do aluno entre o 1º e o 2º semestre desse ano.

Entendemos que as questões apresentadas podem retratar uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. Anos/séries participantes:
   Anos finais do Ensino Fundamental;
   Todas as séries do Ensino Médio.

2. Composição das provas de Matemática:
   Todas as provas possuem 10 questões.
   As provas do Ensino Fundamental possuem 7 questões fechadas e 3 abertas, no Ensino Médio são 8 questões fechadas e 2 abertas.

3. Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:

   - SARESP;
   - SAEB;
   - ENEM

4. Banco de itens:

   - itens constantes de provas já aplicadas (Saresp, Saeb e Enem) que se refiram a habilidades contempladas no Currículo oficial;
   - itens selecionados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo;
   - itens adaptados/modificados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo.

Equipe de Matemática

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

9° ANO - ENSINO FUNDAMENTAL

Nº do item	Habilidades
1	Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número
2	Resolver problemas que envolvam as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão)
3	Resolver equações do 1º grau
4	Representar os números reais geometricamente na reta numerada
5	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau
6	Resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras
7	Identificar coordenadas no plano cartesiano
8	Determinar área e perímetro de figuras planas utilizando composição e decomposição
9	Decompor um número em fatores primos
10	Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais

Habilidade:

Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.

Questão 01

O número 1,25 pode ser representado como

(A) $\frac{5}{2}$

(B) $\mathbf{\frac{5}{4}}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{2}{5}$

Comentários e recomendações pedagógicas

O trabalho com frações aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular de forma adequada os problemas do mundo real, além de desenvolver e expandir as estruturas mentais. Deve-se ampliar também às frações impróprias, como é o caso da questão apresentada.

Embora o conceito de fração seja uma ideia matemática complexa e importante na formação do aluno, tem-se geralmente um baixo desempenho com relação a esse tema. Esse resultado pode ser uma das consequências da ênfase curricular nos procedimentos e algoritmos. Segundo alguns autores como Kieren (1976), Behret al. (1983), Nunes (2003) é preciso trabalhar com diferentes situações para que os alunos construam o conceito de número racional como parte-todo; quociente; operador multiplicativo e outros.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $\frac{5}{2}$	Resposta incorreta. O aluno considera apenas os algarismos decimais para representar a fração. Como o número apresentado tem a parte inteira, pode ser que o aluno relaciona tal fato com a fração imprópria e por isso dispõe os números dessa forma (numerador maior que o denominador).
(B) $\mathbf{\frac{5}{4}}$	**Resposta correta.** O aluno representa corretamente a relação entre a representação decimal e fracionária de um número.

(C) $\frac{4}{5}$	Resposta incorreta. Para essa resposta o aluno pode ter convertido o número decimal em fração geradora e ter se confundido na hora de simplificá-la ou o aluno pode ter feito a relação entre 1,25 e os números 5 e 4, porém como trata-se de fração e, geralmente, o numerador é menor que o denominador (fração própria) o aluno inverte a fração.
(D) $\frac{2}{5}$	Resposta incorreta. O aluno desconsidera o valor inteiro e utiliza os algarismos decimais na ordem como estão dispostos, um como numerador e o outro como denominador. Nesse caso, o aluno não compreende a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/6º ano – Volume 2
    - Situação de Aprendizagem 2 – Equivalência e Operações com Decimais
2. Experiências Matemáticas – 5ª série
    - Atividade 16 – Representações (p.149)
    - Atividade 17 – Composição e Decomposição de Números Racionais (p.157)
    - Atividade 18 – Estendendo o Sistema de Numeração Decimal (p.165)
3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2
    - Atividade 36 – Números com Vírgulas
4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental - DVD 3
    - Aula 26 – Fração ou Número com Vírgula

Habilidade:

Resolver problemas que envolvam as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Questão 02

Hélio consultou seu extrato bancário no qual constava saldo devedor no valor de R$ 234,00. Alguns dias depois foi depositado, nessa mesma conta, o seu salário no valor de R$ 2.500,00. Para poupar dinheiro, Hélio decidiu aplicar metade do valor de seu novo saldo. Qual foi o valor aplicado?

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão apresenta uma situação problema que envolve subtração e divisão. Trata-se de um problema do cotidiano dos alunos, uma vez que situações como esta são bem exploradas pelo professor e se confrontam com problemas diversos de adição e subtração de valores.

Espera-se que os alunos tenham habilidades em resolver questões envolvendo números inteiros como os apresentados no problema acima. Se algum aluno apresentar dificuldade nesse tipo de questão, é muito importante retornar o assunto com situações dessa natureza.

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
O aluno responde R$ 1.133,00 e utiliza-se do seguinte raciocínio: **2500 - 234 = 2266** **2266 / 2 = 1133**	**Resposta correta.** O aluno compreende o que é solicitado na questão. Dado um saldo negativo ele subtrai esse valor do salário depositado e o restante divide por 2 para achar o valor que corresponde metade do saldo final. O professor pode propor outros problemas envolvendo números racionais ampliando o conhecimento desse aluno na resolução de problema e no cálculo numérico.
O aluno identificou as operações que resolvem o problema, mas erra nos cálculos.	O professor pode trabalhar situações-problema envolvendo tais operações, pois o aluno parece conhecer as operações, mas não tem domínio das técnicas operatórias.
O aluno responde R$ 1.367,00.	O aluno pode ter somado o saldo devedor com o salário e calculado metade desse valor.
O aluno responde R$ 2.734,00 ou 2500 + 234 = 2734	O aluno faz apenas uma operação desconsiderando que o saldo era devedor. Soma os dois valores apresentados no enunciado. O professor pode trabalhar com mais situações-problema, pois os alunos podem dominar o cálculo e terem dificuldade em interpretar um problema.
O aluno responde R$ 2.266,00	O aluno faz apenas uma operação, subtraindo R$ 234,00 de R$ 2.500,00. É provável que o aluno não tenha compreendido totalmente o enunciado do problema.
O aluno apresenta outros valores.	O aluno demonstra não ter domínio da habilidade avaliada. O professor pode trabalhar situações contextualizadas que envolvam as quatro operações básicas.
O aluno deixou em branco a questão.	O professor pode retomar a resolução de situações problemas e também cálculos envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série/6º ano – Volume 1
    - Situação de Aprendizagem 1 – O sistema de numeração decimal e suas operações

2. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume Especial
    - Atividade 17 – Montando a tabuada (p.39)
    - Atividade 18 – Exercitando (p.41)
    - Atividade 19 – Como multiplicar (p.44)
    - Atividade 20 – Como multiplicar com trocas (p.45)
    - Atividade 25 – Usando multiplicações (p.53)

3. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2
    - Atividade 12 – Revendo multiplicações (p.25)
    - Atividade 13 – O número oculto (p.26)
    - Atividade 17 – Usando multiplicações (p.32)
    - Atividade 19 – Usando multiplicações (p.35)
    - Atividade 27 – Aplicando a multiplicação ou a divisão (p.50)

4. Experiências Matemáticas – 5ª série
    - Atividade 3 – As operações com naturais: os algoritmos (p.37)
    - Atividade 5 – Operações com naturais: situação-problema (p.51)

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental - DVD 1
    - Aula 8 – Multiplicar e dividir
    - Aula 10 – A conta de vezes

6. Jornada da Matemática – Módulo 2: Resolução de Problemas, 2008
    - Atividade 3 – Resolvendo problemas (p.13)
    - Atividade 4 – Questões sobre números e operações em forma de itens de múltipla escolha (p.18)
    - Atividade 8 – Mais problemas (p.37)

    Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/jornada/Jornada2008_Modulo2.pdf>. Acesso em: 13 de julho de 2011

Habilidade:

Resolver equações do 1º grau.

Questão 03

Determine um valor para "*x*" de tal forma que $\frac{2x-1}{5}+\frac{3}{2}=\frac{3x+4}{3}$

(A) $-\frac{5}{9}$

(B) 4

(C) $\frac{79}{42}$

(D) $-\frac{1}{18}$

Comentários e recomendações pedagógicas

O trabalho com equações inicia-se no 4º bimestre da 6ª série/7º ano do EF e constantemente é contemplado em outros tópicos. A questão apresentada tem um caráter procedimental e exige que os alunos resolvam a equação empregando os conceitos matemáticos como, por exemplo, operações com frações. O raciocínio algébrico é essencial para que o aluno consiga resolver situações-problema em seu contexto, criando estratégias para resolvê-las, reconhecendo incógnitas, realizando cálculos algébricos nas equações, inclusive as que envolvam coeficientes fracionários.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $-\frac{5}{9}$	Resposta incorreta: O aluno, possivelmente, realizou a propriedade distributiva incorretamente para resolver a equação e também não se ateve aos sinais, conforme segue: $\frac{2x-1}{5}+\frac{3}{2}=\frac{3x+4}{3}$ $\frac{12x - 1 + 15}{30}=\frac{30x+4}{30}$ $18x = -10$ $x = -\frac{10}{18} = -\frac{5}{9}$

(B) 4	Resposta incorreta: O aluno, possivelmente, desconsiderou o fato de ser uma equação com coeficientes fracionários e utilizou apenas os numeradores da equação para realizar os cálculos, conforme representado abaixo: $\frac{2x-1}{5}+\frac{3}{2}=\frac{3x+4}{3}$ 2x – 1 + 3 = 3x + 4 x = 4 Ou ainda escolheu essa alternativa por ser um número inteiro positivo.
(C) $\frac{79}{42}$	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, realizou a propriedade distributiva corretamente, no entanto, ao agrupar os termos semelhantes nos seus respectivos membros não se ateve aos sinais. $\frac{2x-1}{5}+\frac{3}{2}=\frac{3x+4}{3}$ $\frac{12x - 6 + 45}{30} = \frac{30x + 40}{30}$ 42x = 79 $x = \frac{79}{42}$
(D) - $\mathbf{\frac{1}{18}}$	**Resposta correta.** O aluno desenvolveu um procedimento adequado para a resolução da equação. Como procedimento adequado pode-se supor a utilização de técnicas algébricas ou outros procedimentos não convencionais.
O aluno deixou a questão em branco	O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equações e Fórmulas
   - Situação de Aprendizagem 3 – Equações, Perguntas e Balanças

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 - Expandindo a linguagem das equações

3. + Matemática – Material do professor – Volume 3

- Atividade 10 – Representações Algébricas (p.32)
- Atividade 11 – Expressões Algébricas (p.36)
- Atividade 15 – Resolução de equações de 1º grau com uma incógnita (p.53)

4. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 3 – Resolução de equações de 1º grau com uma incógnita (p.37)

5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental - DVD 7
   - Aula 62 – Equações do 1º grau

6. Vídeo IMPA
   - Prof. Augusto César Morgado – Equações do 1º grau

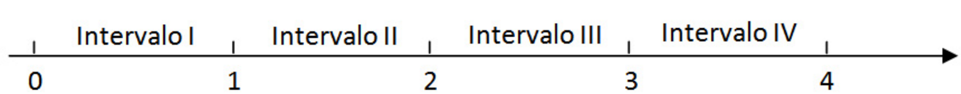
   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2003> Acesso em 20/03/2013

Habilidade:

Representar os números reais geometricamente na reta numerada.

Questão 04

Considere a reta numérica dividida em 4 intervalos



e os números $\sqrt{2}$, π e $\frac{3}{5}$.

Pode-se afirmar que esses números são localizados, respectivamente, nos intervalos:

(A) I, II e III.

(B) I, III e IV.

(C) II, IV e III.

(D) II, IV e I.

Comentários e recomendações pedagógicas

Considerando o período de estudo, este é um assunto que já foi explorado em anos anteriores, espera-se que o aluno já tenha ampliado seus conhecimentos a respeito dos conjuntos numéricos e identifique a localização aproximada de números reais na reta numérica. Os números que não são localizados corretamente, não significam, necessariamente, falta de domínio na habilidade avaliada e podem indicar compreensão parcial da localização dos números reais, certamente ainda em construção pelos alunos.

Neste sentido, é importante a identificação dos conhecimentos de cada aluno com relação à localização de números reais, na reta numerada.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) I, II e III.	Resposta incorreta. O aluno não reconhece a posição de nenhum dos números fornecidos. O professor pode retomar os conceitos dos conjuntos numéricos e sua localização na reta numérica.
(B) I, III e IV.	Resposta incorreta. O aluno não reconhece a posição de nenhum dos números fornecidos. O professor pode retomar os conceitos dos conjuntos numéricos e sua localização na reta numérica.
(C) II, IV e III.	Resposta incorreta. O aluno localizou corretamente os números irracionais e . O fato de não localizar corretamente a fração 3/5 pode ser interpretado como falta de conhecimento em relação ao conceito de fração. O professor pode retomar os conceitos dos conjuntos numéricos e sua localização na reta numérica.
(D) II, IV e I.	**Resposta correta.** O aluno localizou corretamente na reta numérica, os intervalos que representam os irracionais e a fração, na situação proposta.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª serie/6º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equivalências e Operações com Decimais

     Atividade 6, Atividade 7 e Atividade 8

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série/7º ano – Volume 3
   - Situação de aprendizagem 3 – Razões na Geometria
   - Atividade 5 – Circunferências, diâmetros e número PI

3. \+ Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 3 – Representação e ordenação

- Atividade 4 – Oposição e simplificação
- Atividade 6 – Números racionais

4. Experiências Matemáticas – 6ª série
   - Atividade 5 – Representação e ordenação (p.63)

5. Revista Nova Escola
   - Como localizar números irracionais em uma reta numérica

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/como-localizar--numeros-irracionais-reta-numerica-494389.shtml>. Acesso em: 20/03/2013.

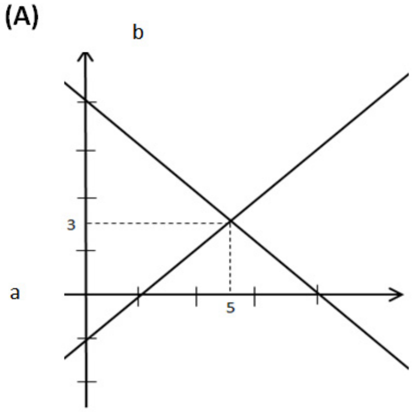
Habilidade:

Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

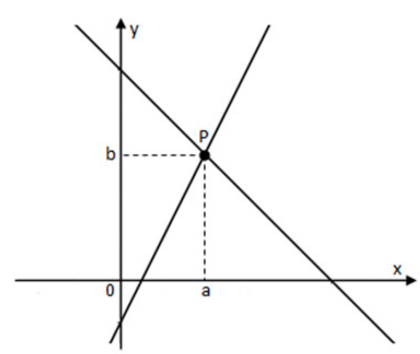
Questão 05

Considere o sistema $\begin{cases} a + b = 8 \\ a - b = 2 \end{cases}$. A sua representação geométrica é dada pela alternativa

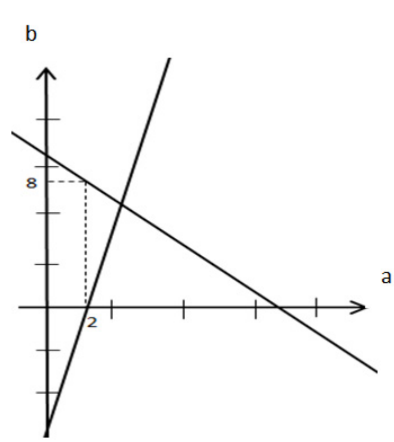
(A)



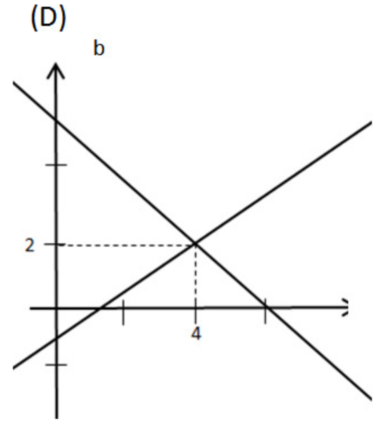
(B)



(C)



(D)



Comentários e recomendações pedagógicas

Essa questão relaciona um sistema linear de duas incógnitas com sua representação gráfica. Muito mais que resolver o sistema linear, a questão exige que o aluno reconheça as representações das equações do sistema no plano cartesiano e a intersecção dessas retas indicando a solução.

O uso de mais de uma incógnita para organizar as informações de um problema mais complexo é um recurso que deve ser compreendido, bem como as estratégias de resolução de sistemas de equações lineares de ordem 2 na 7ª série/8º ano.

Certamente a estratégia proposta não tem a intenção de explorar a discussão de sistemas lineares com a profundidade que será feita mais adiante no Ensino Médio, mas tem o caráter de desenvolver no aluno a compreensão do uso das linguagens algébrica e gráfica como aliadas na análise e interpretação de um problema com equações lineares.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A)	**Resposta correta.** O aluno responde corretamente indicando como solução o par ordenado (5,3), demonstrando ser capaz de visualizar corretamente a representação geométrica.
(B)	Resposta incorreta. O aluno pode ter associado as incógnitas “a” e “b” apresentadas no sistema linear com os valores indicados nos eixos, na alternativa. O professor pode explorar outras situações, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas, bem como localizá-la no plano cartesiano.
(C)	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, não resolve o sistema de equações do 1º grau e escolhe como resposta o gráfico que apresenta valores indicados nas equações. O professor pode explorar outras situações, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas, bem como localizá-la no plano cartesiano.
(D)	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, não resolve o sistema de equações do 1º grau. Atribui valores para “a” e “b” de tal forma que as igualdades sejam verdadeiras utilizando os valores a = 4 e b = 4 na primeira equação e a = 4 e b = 2 na segunda equação, mas não se atem que os valores atribuídos para as incógnitas tem que ser os mesmos nas duas equações. $4 + 4 = 8$ $4 - 2 = 2$

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano –

Volume 3

- Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas de Equações Lineares

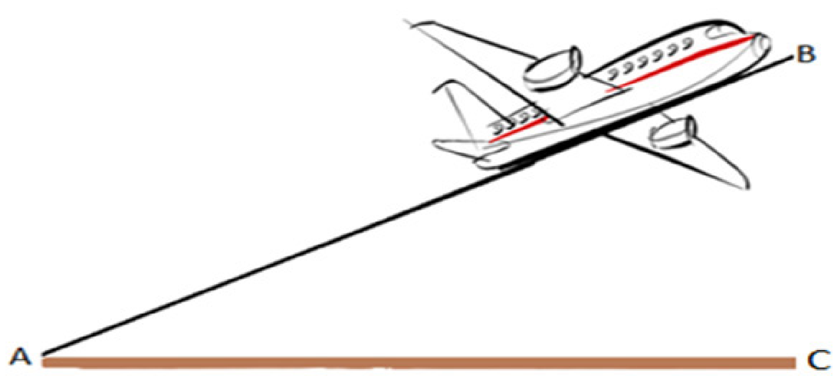
2. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 27 – Resolvendo Algebricamente um Sistema de Equações do 1º Grau com duas Incógnitas (p.301)
3. Matemática (EJA) – autor Oscar Guelli – 4º ciclo (7ª e 8ª série)
   - Sistema de Equações – aula 11 (p.117)
4. Novo Telecurso - Ensino Fundamental – Matemática - DVD 7
   - Aula 67 – Sistema do 1º Grau
   - Aula 68 – Gráfico de um Sistema
5. + Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 25 – Sistemas de duas Equações de 1º Grau com duas Incógnitas

Habilidade:

Resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras.

Questão 06

Um piloto que está no avião, em processo de decolagem, conforme mostra a figura, tem as seguintes informações em sua cabine:



- A distância percorrida de voo (de A até B) desde a decolagem é de 15 km.
- A altura que o avião se encontra do solo, tendo como referência o seu "bico", é de 9 km.

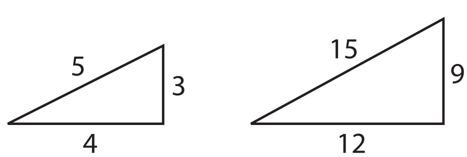
Com essas informações determine a distância de A até C.

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão apresentada tem o objetivo de verificar a compreensão das relações métricas no triângulo retângulo, em particular, do Teorema de Pitágoras, na resolução de problemas. Esse conceito é importantíssimo na matemática, tanto para ser aplicado na resolução de diversos problemas contextualizados, e também como conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à matemática, como trigonometria, geometria analítica, estudo da circunferência etc.

Os alunos tomam o primeiro contato com esse conceito no final do 8º ano. Ele é introduzido a partir de um contexto histórico e logo em seguida é mostrada uma verificação da relação do terno pitagórico (3, 4, 5) geometricamente. Daí para frente mostra-se que há outros ternos pitagóricos até que se conclua que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
$\mathbf{15^2 = 9^2 + c^2}$ $\mathbf{225 = 81 + c^2}$ $\mathbf{c^2 = 144}$ $\mathbf{c = 12\ km}$	**Resposta correta.** O aluno tem domínio da habilidade em questão.
	**Resposta correta.** A partir do conhecimento do terno pitagórico (3, 4, 5), o aluno gera um novo terno (9, 12, 15) que contempla a questão.
$h^2 = 15^2 + 9^2$ $h^2 = 225 + 81$ $h^2 = 306$ $h \cong 17$ km	O aluno reconhece o uso do Teorema de Pitágoras como recurso para a solução do problema desta natureza. No entanto, demonstra falta de domínio em determinar quem são os catetos e a hipotenusa.
$15^2 = 9^2 + c^2$ $30 = 18 + c^2$ $c^2 = 12$ $c \cong 3$ km	O aluno reconhece o Teorema de Pitágoras como recurso para a solução do problema dessa natureza, no entanto demonstra a falta de domínio no trabalho com potências e não se atem aos sinais.
$15 + 9 = 24$ km	O aluno não identifica o Teorema de Pitágoras como recurso para a solução do problema. Ele apenas soma os números apresentados no enunciado.
$h = 15^2 + 9^2$ $h = 225 + 81$ $h = 306$ km	O aluno toma de forma incompleta o Teorema de Pitágoras, além disso, não soube diferenciar cateto e hipotenusa.

O aluno apresenta qualquer outro valor	O aluno utiliza outras técnicas incorretas ou operações incorretas. O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno, propondo situações-problema que envolva esta habilidade.
O aluno deixa a questão em branco	O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno, propondo situações-problema que envolva esta habilidade.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as repostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 3 – O Teorema de Pitágoras: padrões numéricos e geométricos

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos: Teorema de Pitágoras

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 6
   - Aula 54 – O Teorema de Pitágoras
   - Aula 55 – Aplicação do Teorema de Pitágoras

4. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 2
   - Aula 19 – O Teorema de Pitágoras

5. Software – Tem TOP10
   - Plataforma em flash que disponibiliza aulas sobre o teorema de Pitágoras e possui um quiz com questões sobre Pitágoras e seu teorema
   Disponível em: <http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html>. Acesso em 20/03/2013.

6. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 6 – Relação pitagórica: uma verificação experimental (p.73)
   - Atividade 20 – Outras vez a relação de Pitágoras (p.227)

7. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras (p.241)

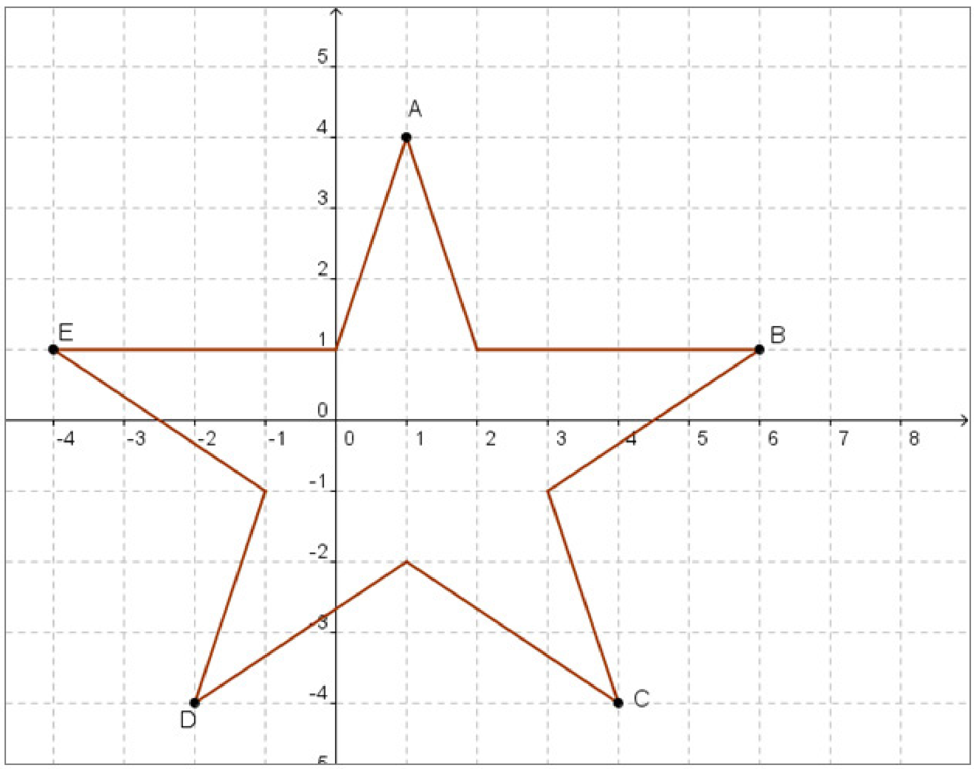
8. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
   - Prof. Eduardo Wagner – Teorema de Pitágoras
   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011>. Acesso em 20/03/2013.

Habilidade:

Identificar coordenadas no plano cartesiano.

Questão 07

Observe a figura abaixo.



Indique a alternativa que representa as coordenadas dos pontos ABCDE.

(A) A(4,1); B(6,1); C(4,-4) D(-4,-2) e E(-4,1)

(B) A(4, 1); B(1,6); C(-4,4) D(-4,-2) e E(1,-4)

(C) A(1,4); B(6,1); C(4,-4); D(-2,-4) e E(-4,1)

(D) A(1,0); B(6,0); C(4, 0); D(-2,0) e E(-4,0)

Comentários e recomendações pedagógicas

No Currículo do Estado de São Paulo – Matemática, as primeiras noções do plano cartesiano advêm do estudo das simetrias, e neste momento é possível apresentar mais detalhadamente alguns elementos do plano, como os pontos representados a partir dos eixos coordenados.

Várias atividades podem ser elaboradas para que o aluno comece a se familiarizar com o sistema de representação de pontos por meio de coordenadas.

Este assunto será abordado novamente em outros momentos do Currículo de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, e sua exploração dar-se-á em função das transformações no plano cartesiano, porém, nada impede que o professor comece o trabalho com base na investigação de simetrias.

O Caderno do Professor 6ª série (7º ano), Volume 2 (situação de aprendizagem 2) é um exemplo da metodologia descrita acima, ou seja, inicia com o estudo das simetrias e em seguida, à apresentação no plano cartesiano.

O Caderno do Professor 7ª série (8º ano), Volume 3 (Situação de Aprendizagem 2) privilegia o trabalho com o plano cartesiano de uma forma significativa, dando enfoque no reconhecimento e análise dos elementos presentes em uma situação de localização. Desse modo, é proposto o desenvolvimento e estudo dos termos próprios da Matemática usados para localizar um objeto, tais como: origem, sentido, distância, escala, coordenada, reta numerada, eixos coordenados, plano cartesiano, par ordenado, etc.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) A(4,1); B(6,1); C(4,-4) D(-4,-2) e E(-4,1)	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno não identifica o eixo x como eixo das abscissas e o eixo y como eixo das ordenadas. Nesse caso o aluno alterna em acerto e erro na identificação das coordenadas.
(B) A(4, 1); B(1,6); C(-4,4) D(-4,-2) e E(1,-4)	Resposta incorreta. O aluno identifica o eixo x como eixo das ordenadas e o eixo y como eixo das abscissas, tendo desse modo as coordenadas invertidas.
(C) A(1,4); B(6,1); C(4,-4); D(-2,-4) e E(-4,1)	**Resposta correta.** O aluno identifica corretamente as coordenadas dos pontos ABCDE no plano cartesiano.
(D) A(1,0); B(6,0); C(4, 0); D(-2,0) e E(-4,0)	Resposta incorreta. O aluno não identifica as coordenadas no plano cartesiano. Nesse caso, atribui valores incorretos, apenas para as abscissas, sendo para os pontos localizados nos quadrantes 1 e 4 valores positivos e atribui para os pontos localizados nos quadrantes 2 e 3 valores negativos.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 2 – Refletindo e girando com simetria

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3

- Situação de Aprendizagem 2 – Coordenada Cartesiana e Transformações no Plano

3. Experiências Matemáticas – 7ª série

- Atividade 7 – Coordenada Cartesiana (p.85)

4. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 4

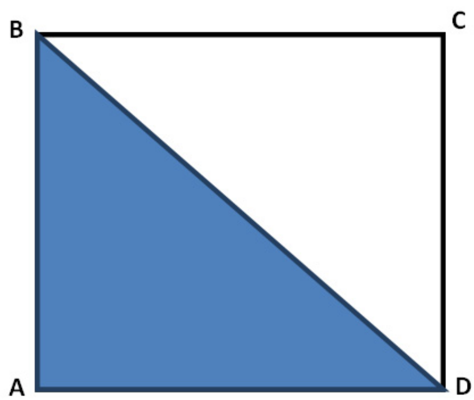
- Aula 36 - Localizando um ponto no mapa

Habilidade:

Determinar área e perímetro de figuras planas utilizando composição e decomposição.

Questão 08

O triângulo ABD, representado na figura abaixo, tem a área igual a 72 cm^2.



Com essa informação calcule o perímetro do quadrado ABCD.

Comentários e recomendações pedagógicas

O item aborda o cálculo da área de uma região determinada por sua decomposição. É preciso usar o valor da área do triângulo para compor a área do quadrado. A partir desse resultado o aluno deve encontrar a medida do lado dessa figura e em seguida determinar seu perímetro.

O trabalho com medidas de áreas e perímetros perpassa todo o ensino fundamental e é importante para consolidar conceitos geométricos mais acentuados em séries posteriores e no ensino médio.

Portanto, o resultado da avaliação pode indicar ao professor a necessidade de retomada ou de aprofundamento desse conceito.

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
$A_q = 2A_t$ $A_q = l^2 = 2.72$ $l^2 = 144$ $l = 12\ cm$ $4.l = 4 . 12 = 48$ cm	**Resposta correta.** Provavelmente o aluno domina o conceito de área e perímetro das figuras apresentadas na questão. Dado a área do triângulo ABD o aluno encontra a área do quadrado, consequentemente a medida do lado do quadrado e calcula seu perímetro.
$A_q = 2A_t$ $A_q = l^2 = 2.72$ $l^2 = 144$ $l = 12\ cm$	Neste caso o aluno não interpretou corretamente o que foi solicitado na questão ou ele pode ter dificuldade sobre o conceito de perímetro. Ele apenas encontra a medida do lado do quadrado e dá essa resposta como sendo o perímetro.
72 . 2 = 144 144 ÷ 4 = 36 cm	O aluno parece saber resolver a questão que envolve conceito de área, mas erra no conceito de perímetro. Dado a área do triângulo que é metade da área do quadrado, o aluno multiplica por 2 e encontra a área total. Para achar a medida do lado do quadrado ele divide o valor da área pelo número de lados da figura.
72 . 2 = 144 cm	O aluno não distingue área de perímetro. Como é dito que a área do triângulo, que é metade da área do quadrado, o aluno apenas multiplica 72 por 2.
O aluno apresenta qualquer outro valor	O aluno utiliza outras técnicas incorretas ou operações incorretas. O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno.
O aluno deixa a questão em branco	O professor pode aprofundar seu diagnóstico a partir de um trabalho individualizado com o aluno.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/6º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Geometria e Frações com Geoplano ou Malhas Quadriculadas
   - Situação de Aprendizagem 4 – Perímetro, Área e Arte Usando Malhas Geométricas
2. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 24 – Áreas e Perímetros (p.239)
3. Ler e Escrever – PIC - Projeto Intensivo no Ciclo – volume 2

• Calculando Perímetro (p.101)

4. + Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 2
   • Atividade 40 - Perímetros e Áreas

5. Novo Telecurso - Ensino Fundamental – DVD 6
   • Aula 52 – Calculando Áreas

6. Atividades Matemáticas – 4ª série EF
   • Atividade 28 – Perímetros e Áreas (p.100)

Habilidade:

Decompor um número em fatores primos.

Questão 09

O número 180 pode ser decomposto em forma de produto dos fatores primos e, neste caso, será representado como

(A) $2^2 . 3^2 . 5$

(B) $2^2 . 3^3 . 5$

(C) $2^1 . 3^1 . 5^0$

(D) $2 . 3 . 5$

Comentários e recomendações pedagógicas

As noções gerais sobre os números naturais são introduzidas desde os primeiros momentos em que o indivíduo se depara com a contagem, provavelmente muito antes de adentrar a escola. Já na escola o aluno passa a explorar as principais ideias associadas aos números naturais como, entre outras, a ideia de ordenação, a identificação como elementos de um conjunto, etc.

Entre os conceitos identificados nos números naturais está o de fatoração em números primos. A fatoração mostra como um número pode ter uma identificação única, pois cada número tem apenas uma única fatoração em fatores primos. A fatoração é uma impressão digital de um número. Não existem dois números com a mesma fatoração.

A fatoração está também muito associada à potenciação, uma vez que, quando o mesmo fator primo aparece duas ou mais vezes na fatoração, este pode ser representado pela potência que o representa.

Na questão apresentada, uma forma de encontrar os fatores primos do número

180 é dividi-los sucessivamente, obtendo os fatores 2 . 2 . 3 . 3 . 5, o que pode ser representado por $2^2 . 3^2 . 5$.

Como a questão apresenta alternativas, outra forma de checar qual a fatoração correta seria resolver as potências e os produtos em cada alternativa, verificando aquela que resulta em 180.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) $2^2 . 3^2 . 5$	**Resposta correta.** O aluno realizou a fatoração de forma correta ou verificou que, na alternativa, o produto em questão resulta em 180. O professor pode ampliar tal habilidade trabalhando a questão da divisibilidade.
(B) $2^2 . 3^3 . 5$	Resposta incorreta. Pode ser que o aluno saiba decompor um número em fatores primos e pode ter dificuldade sobre o conceito de potenciação. O professor poderia propor outras atividades para identificar qual é a dificuldade do aluno.
(C) $2^1 . 3^1 . 5^0$	Resposta Incorreta. O aluno pode ter identificado os fatores primos 2, 3 e 5, mas não tem o conhecimento de potenciação.
(D) 2 . 3 . 5	Resposta incorreta. O aluno parece não saber o que é decompor um número em fatores primos. Ele pode ter fatorado o número 180 e como identificou esses três números assinalou a alternativa, sem se dar conta que esse produto não corresponde a forma fatorada do número 180.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 5ª série/6º ano – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 1 – O sistema de numeração decimal e suas operações
   - Situação de Aprendizagem 2 – Explorando os naturais
2. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 4 – Potenciação (p.37)
   - Atividade 38 – Problemas e potenciação (p.395)
3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 6
   - Aula 53 – Potência e raízes
4. \+ Matemática – Coletânea de Atividades – Volume 3
   - Atividade 1 – Operações e Propriedades
5. Nova Escola
   - Divisibilidade

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/sequencia-didatica-divisibilidade-680882.shtml> Acesso em 20/03/2013.

Habilidade:

Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Questão 10

Tia Helena faz salgados para festa infantil. Geralmente ela faz 90 empadinhas por festa e as vendem por R$30,00. Considerando que o preço é diretamente proporcional a quantidade de salgados, se uma pessoa encomendar 60 empadinhas e a outra encomendar 180 empadinhas, elas irão pagar, respectivamente

(A) R$20,00 e R$120,00.

(B) R$20,00 e R$60,00.

(C) R$30,00 e R$ 90,00.

(D) R$180,00 e R$540,00.

Comentários e recomendações pedagógicas

Resolver este problema é mostrar compreensão de um dos mais importantes conceitos em Matemática: o de proporcionalidade. Em Matemática também consideramos como grandezas tudo aquilo que pode ser medido. Grandezas são proporcionais quando a variação (aumento ou diminuição do valor) de uma delas implica na variação da outra, na mesma proporção.

A compreensão da habilidade implica na capacidade do aluno em trabalhar com noções de variação diretamente proporcionais, ressaltando o entendimento da constante de proporcionalidade direta envolvida na razão entre duas grandezas.

É importante destacar que os alunos, provavelmente, já possuem conhecimento intuitivo de proporcionalidade, derivado de sua experiência em situações concretas da vida cotidiana.

O Caderno do Professor 6ª série (7º ano), Volume 3, privilegia o trabalho com a proporcionalidade, da qual se destaca: a identificação de situações em que existem proporcionalidade entre grandezas; cálculo e a compreensão do conceito de razão entre grandezas diretamente proporcionais; razões na Geometria – investigação de relações de proporcionalidade direta em figuras geométricas; gráfico de setores e proporcionalidade.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) R$20,00 e R$120,00.	Resposta Incorreta. O aluno pode ter feito a relação para encontrar o preço de 60 empadinhas, mas não percebe essa relação para as 180 empadinhas e considera R$ 120,00 por ser 120 o dobro de 60.

(B) R$20,00 e R$60,00.	**Resposta correta.** O aluno demonstra compreensão do solicitado na questão. O aluno pode ter resolvido por proporcionalidade ou por regra de três simples.
(C) R$30,00 e R$ 90,00.	Resposta Incorreta. O aluno pode não compreender situações-problema que envolvem proporcionalidade. Ele possivelmente calculou a diferença de 90 - 60 = 30 e 180 - 90 = 90.
(D) R$180,00 e R$540,00.	Resposta incorreta. O aluno pode ter se utilizado da regra de três simples e trocou de lugar as grandezas realizando o cálculo que não corresponde à situação proposta. Ou ainda pode ter pensado em proporcionalidade, mas considerou a razão inversa.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade
   - Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção
   - Situação de Aprendizagem 3 – Razões na Geometria
   - Situação de Aprendizagem 4 – Gráficos de setores e proporcionalidade

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – Semelhança entre figuras planas
   - Situação de Aprendizagem 2 – Triângulos: um caso especial de semelhança
   - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos; Teorema de Pitágoras
   - Situação de Aprendizagem 4 – Razões trigonométricas nos ângulos agudos

3. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 8 – Interdependência de grandezas (p.97)
   - Atividade 9 – Grandezas proporcionais (p.113)

4. Ler e Escrever – 4ª série/5º ano – Vol. 2 – EF (PIC)
   - Calculando para fazer a receita (p.119)

5. TV Escola – Matemática na Vida
   - DVD 21 – “Razão e Proporção” – Conceito no dia a dia.

6. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 5
   - Aula 46, 48 e 49 – Números Proporcionais; Figuras Semelhantes; Proporcionalidade Inversa.

Bibliografia

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Fundamental – 5ª a 8ª séries. Volumes 1 a 4.** Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries.** São Paulo: SE / CENP, 1997.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho.** Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. **Aulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho.** Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/03/2013.

IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo.** Disponível em http://www.impa.br acesso em 20/03/2013.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental.** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 1ª e 2ª séries do Ensino Médio.** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **+ Matemática, coletânea de atividades. Volumes Especial, 2 e 3**: Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

Revista Nova Escola. **Atividades.** Disponível em http://revistaescola.abril.com.br acesso em 20/03/2013.

KIEREN, T. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). **Number and measurement: Paper from a research workshop.** Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144, 1976.

HIEBERT, J. e BEHR, M. **Number concepts and operations in the middle grades.** Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1983, p.162-80.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P.. **Educação matemática: números e operações.** São Paulo: Cortez, 2005.

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática
9° ano do Ensino Fundamental

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Maria Lucia Barros de Azambuja Guardia

CIMA – Departamento de Avaliação Educacional
Diana Yatiyo Mizoguchi
Maria Julia Filgueira Ferreira
Silvio Santos de Almeida
William Massei

CGEB – Matemática
João dos Santos, Juvenal de Gouveia, Otavio Yamanaka, Patricia de Barros Monteiro, Sandra Maira Zacarias Zen, Vanderlei Aparecido Cornatione

Revisão e leitura crítica – Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Eduardo Granado Garcia; Emerson de Souza Silva; Inês Chiarelli Dias; Ivan Castilho; João Acácio Busquini; Mário José Pagotto; Robson Rossi; Sílvia Mendes Moreira; Zilda Meira de Aguiar Gomes..

Autoria; Leitura e Revisão Crítica.

Angélica da Fontoura Garcia Silva, Juvenal de Gouveia; Marlene Alves Dias, Patricia Monteiro, Raquel Factori Canova.

Revisão de Texto – Professor Coordenador do
Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino Norte 2
Ademilde Ferreira de Souza