GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

2ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2013

5ª Edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* é uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA) e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB), com a contribuição de um grupo de Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNP) de diferentes Diretorias de Ensino.

Iniciada no segundo semestre de 2011, a aplicação foi voltada para o 6° ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. No primeiro e segundo semestres de 2012, as provas abrangeram os 6° e 7° anos do EF e as 1ª e 2ª séries do EM. Em 2013, envolve todos os anos finais do Ensino Fundamental e todas as séries do Ensino Médio.

Essa ação, fundamentada no Currículo Oficial da SEE, dialoga com as habilidades contidas nas Matrizes de Referência para a Avaliação (SARESP, SAEB, ENEM) e tem sido bem avaliada pelos educadores da rede estadual paulista. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática, que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – na forma de cadernos de provas para os alunos , também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das Produções Textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Coordenadoria de
Informação, Monitoramento
e Avaliação Educacional

Coordenadoria de Gestão
da Educação Básica

Critérios e composição das Provas de Matemática

As provas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio foram elaboradas de forma a tornar possível a comparação da progressão do aluno entre o 1º e o 2º semestre desse ano.

Entendemos que as questões apresentadas podem retratar uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. Anos/séries participantes:
   Anos finais do Ensino Fundamental;
   Todas as séries do Ensino Médio.

2. Composição das provas de Matemática:
   Todas as provas possuem 10 questões.
   As provas do Ensino Fundamental possuem 7 questões fechadas e 3 abertas, no Ensino Médio são 8 questões fechadas e 2 abertas.

3. Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:

   - SARESP;
   - SAEB;
   - ENEM

4. Banco de itens:

   - itens constantes de provas já aplicadas (Saresp, Saeb e Enem) que se refiram a habilidades contempladas no Currículo oficial;
   - itens selecionados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo;
   - itens adaptados/modificados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo.

Equipe de Matemática

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO

Nº do item	Habilidade
1	Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau
2	Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras)
3	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações
4	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema
5	Reconhecer o comportamento de funções e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento
6	Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema
7	Descrever as características fundamentais da função polinomial do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo e mínimo
8	Resolver problemas que envolvam probabilidades simples
9	Resolver problemas que envolvam porcentagem
10	Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam triângulos semelhantes

Habilidade:

Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.

Questão 01

Em um torneio de vôlei de praia em que todas as duplas jogam umas contra as outras num único turno, o número de partidas é dado pela expressão $\frac{x\,(x - 1)}{2}$ em que *x* é o número de duplas que disputam o torneio. Se em um determinado torneio houve 28 jogos, então o número de duplas participantes foi

(A) 7.

(B) 8.

(C) 14.

(D) 15.

Comentários e recomendações pedagógicas

A equação do 2º grau é trabalhada no caderno do 2º bimestre da 8a série (9º ano). A sugestão do caderno é introduzir as equações do 2º grau por meio de situações-problema e verificar que os métodos anteriores de resolução de equações devem ser ampliados de forma a subsidiar o aluno na resolução de problemas mais elaborados.

Os livros didáticos, em geral, também trabalham esse conteúdo no 9º ano. No caderno da 1a série do Ensino Médio o aluno trabalha as funções polinomiais e resolve problemas que utilizam equações desse tipo.

Sendo assim, é esperado que o aluno da 2ª série do Ensino Médio domine a habilidade em resolver problemas envolvendo equações do 2º grau, pois em muitos contextos, sejam matemáticos ou outras disciplinas como Física ou Química, o aluno depara com essas equações, e isso faz parte de sua formação básica auxiliando-o a desenvolver sua competência em compreender os fenômenos ao seu redor.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) 7	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, utiliza a raiz negativa da equação em vez de desprezá-la.

(B) 8	**Resposta Correta.** O aluno resolve o problema corretamente: $\frac{x(x-1)}{2} = 28 \Rightarrow x^2 - x - 56 = 0$, cuja raiz positiva é 8 (-7 desprezada).
(C) 14	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, utiliza como resposta a metade do número de 28.
(D) 15	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, utiliza como resposta a raiz do discriminante da equação.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equações de 2º grau na resolução de problemas
   - Situação de Aprendizagem 3 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 1ª série – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência
   - Situação de Aprendizagem 3 – Funções do 2º grau: significado, gráficos, intersecções com os eixos, vértices, sinais
   - Situação de Aprendizagem 4 – Problemas envolvendo funções do 2º grau em múltiplos contextos; problemas de máximos e mínimos

3. Revista do Professor – São Paulo faz Escola – Recuperação – 1ª série – Ensino Médio
   - Aula 7 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau
   - Aula 8 – Resolvendo equações de 2º grau
   - Aula 9 – Equações de 2º grau na resolução de problemas
   - Aula 10 – Mais problemas com equações de 2º grau

4. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 16 – Equações de 2º grau (p. 207)
   - Atividade 17 – Resolução de equações de 2º grau (p. 221)
   - Atividade 18 – A fórmula de Bhaskara (p. 231)
   - Atividade 21 – Problemas (p. 265)

5. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 8
   - Aula 73 – Equação do 2º grau
   - Aula 74 – Deduzindo uma fórmula
   - Aula 75 – Equacionando problemas II

6. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 3
   - Aula 24 – A equação do 2º grau
   - Aula 25 – A fórmula da equação do 2º grau
   - Aula 26 – Problemas do 2º grau

7. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 4
   - Aula 31 – A função do 2º grau

8. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
   - Prof. Elon Lages Lima – Equações e problemas do 2º grau

   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2009>. Acesso em: 9 de janeiro de 2012.

   - Prof. Elon Lages Lima – Equações do 2º grau

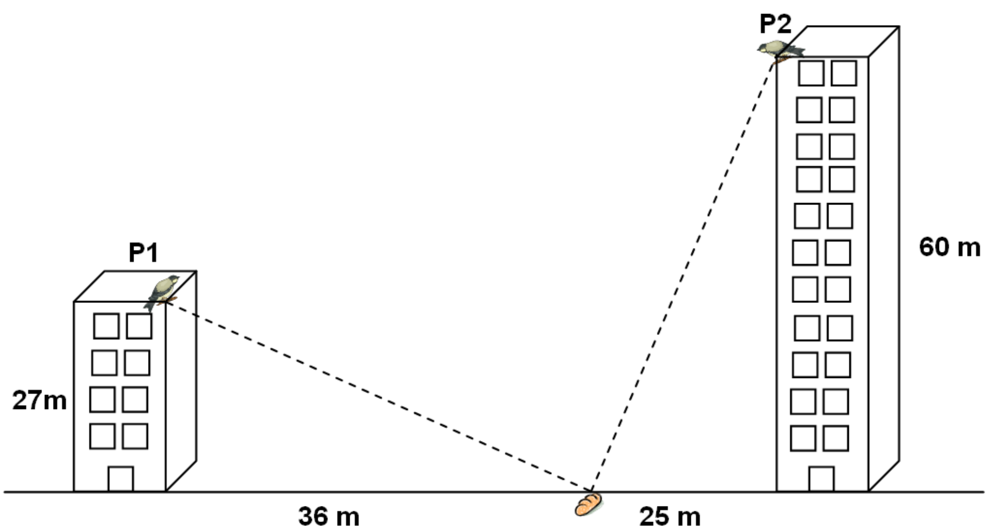
   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011>. Acesso em: 9 de janeiro de 2012.

Habilidade:

Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).

Questão 02

Dois pássaros, identificados por P1 e P2 encontram-se no alto de dois prédios e enxergam um pedaço de pão no chão. Eles partem no mesmo instante em direção ao pão, voando em linha reta e à mesma velocidade.



Considerando as medidas indicadas na figura, qual pássaro será o primeiro a alcançar o pão? E a que distância do pão estará o outro passáro neste momento?

(A) P1 e 20 m

(B) P1 e 11 m

(C) P2 e 20 m

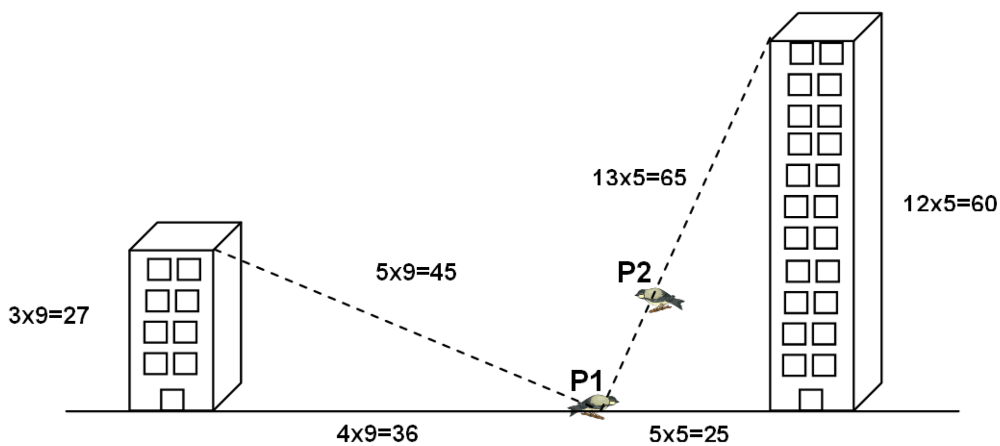
(D) P2 e 11 m

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão apresentada tem como objetivo verificar a aplicação do Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Este conceito é importantíssimo na matemática, tanto para ser aplicado na resolução de problemas contextualizados, bem como conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à matemática como trigonometria, geometria analítica, estudo da circunferência etc.

Os alunos têm o primeiro contato com esse conceito no final do 8º ano. Ele é introduzido a partir de um contexto histórico e logo em seguida é mostrada uma verificação da relação do terno pitagórico (3, 4, 5) geometricamente. Daí para frente evidencia-se que há outros ternos pitagóricos até que se conclui que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos.

No problema em questão, além da aplicação do teorema de Pitágoras, é preciso que o aluno busque valores das raízes quadradas de 2025 e 4225, o que pode ser feito usando a técnica de avaliar entre quais quadrados perfeitos conhecidos o número está e qual o último algarismo da raiz quadrada. Considerando que os dois triângulos são múltiplos de dois ternos pitagóricos bem conhecidos (3, 4 e 5) e (5, 12 e 13) pode-se explorar a ideia de que é possível dividir os dois catetos pelo mesmo número até chegar ao par conhecido e assim resolver sem a necessidade de fazer cálculos com números grandes e concluir o resultado por estas relações.



Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) P1 e 20m	**Resposta correta.** O aluno pode ter utilizado o seguinte procedimento: $D_1^2 = 36^2 + 27^2 = 2025$, logo $D_1 = 45$ m $D_2^2 = 60^2 + 25^2 = 4225$, logo $D_2 = 65$ m $D_2 - D_1 = 65 - 45 = 20$ m Assim, o pássaro P1 pegará o pão primeiro e nesse momento o pássaro P2 estará a 20 m de distância do pão. Ou o aluno pode ter utilizado a ideia relacionada no esquema das ternas pitagóricas, como mostrado nos comentários.
(B) P2 e 11m	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, realizou a subtração entre os catetos 36 e 25 para encontrar a diferença entre as distâncias e considerou que P1 chegará primeiro, devido à altura do prédio (27 m) ser menor.

(C) P2 e 20m	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, resolveu corretamente as distâncias e fez a diferença entre elas, mas pode ter interpretado de maneira incorreta que o pássaro 2 chega primeiro.
(D) P2 e 11m	Resposta Incorreta. O aluno, possivelmente, realizou a subtração entre os catetos 36 e 25 para encontrar a diferença entre as distâncias, e considerou que a distância do pão ao prédio (25 m) é menor, portanto o pássaro 2 chega primeiro.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 3 – O Teorema de Pitágoras: padrões numéricos e geométricos

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano –Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos retângulos: Teorema de Pitágoras

3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 6
   - Aula 54 – O Teorema de Pitágoras
   - Aula 55 – Aplicação do Teorema de Pitágoras

4. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 2
   - Aula 19 – O Teorema de Pitágoras

5. Software – Tem TOP10
   - Plataforma em flash que disponibiliza aulas sobre o teorema de Pitágoras e possui um quiz com questões sobre Pitágoras e seu teorema

   Disponível em: <http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html>. Acesso em: 21 de julho de 2011.

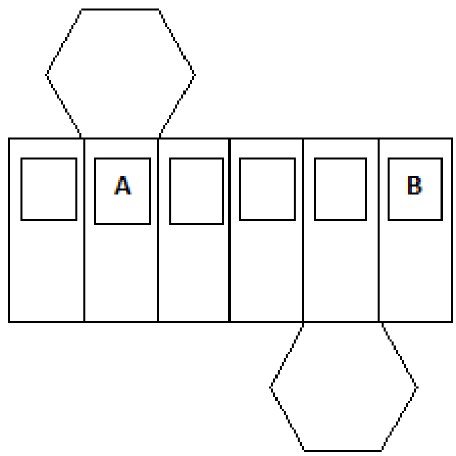
6. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 6 – Relação Pitagórica: uma verificação experimental (p. 73)
   - Atividade 20 – Outra vez a relação de Pitágoras (p. 227)

Habilidade:

Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.

Questão 03

Na figura está representada a planificação de um prisma reto cujas bases são hexágonos regulares, em que duas faces laterais estão identificadas por A e B.



Completando as faces laterais pelas letras A, B e C, identifique os pares de faces que são paralelas no prisma.

Comentários e recomendações pedagógicas

O trabalho com planificações é interessante porque exige dos alunos o desenvolvimento da visualização dos sólidos em perspectivas diferentes. O aluno que identificou os pares de faces paralelas corretamente, certamente demonstrou relacionar a planificação com a figura tridimensional. Se o aluno indicou como resposta a não correta, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Este tema já foi tratado no Caderno do Professor da 6ª série/ 7º ano – volume 2 abordando formas planas e espaciais, e será retomado nesta série ainda este ano. Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio.

Grade de Correção

Categorias para Análise	Observação
Sequência CABCAB	O aluno, possivelmente, construiu por meio de desenho ou mentalmente a figura em três dimensões e conseguiu perceber a propriedade do paralelismo entre os pares de faces do prisma.

Sequência AACCBB	O aluno confunde faces paralelas com faces adjacentes, sugerindo que não percebeu o sólido em três dimensões. O professor pode ampliar o conceito de figuras espaciais e suas planificações, trabalhando outras formas geométricas apoiando-se nos materiais de referência.
Sequência BACACB	O aluno percebe que as faces paralelas não podem ser adjacentes, mas não percebe que, nessa sequência as faces identificadas por B são adjacentes. O professor pode retomar a questão de planificação, utilizando inclusive outras formas geométricas apoiando-se nos materiais de referência.
O aluno deixou a questão em branco	O professor pode retomar a questão de planificação, utilizando inclusive outras formas geométricas apoiando-se nos materiais de referência.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série (6º ano) – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 2 – Planificando o espaço
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 4 – Classificação, desenho e montagem de poliedros
3. Experiências Matemáticas- 5ª série
   - Atividade 6 – Geometria: sólidos geométricos (p. 61)
   - Atividade 11 – Os prismas (p. 115)
   - Atividade 12 – Prismas e alturas (p. 121)

Habilidade:

Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Questão 04

Em uma caixa existem peças em formatos de triângulos e pentágonos, nas quantidades de "x" triângulos e "y" pentágonos. Sabe-se que a soma das quantidades de peças é igual a 12 e que, se somarmos as quantidades de vértices de todas as peças, obtemos 52. O sistema de equações que permite descobrir as quantidades de peças triangulares, e pentagonais contidas na caixa é:

(A) $\begin{cases} x + y = 52 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ x - y = 52 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 5x + 3y = 52 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 5y = 52 \end{cases}$

Comentários e recomendações pedagógicas

O estudo de sistemas de equações do 1º grau é iniciado no Caderno do Professor da 7ª série (8º ano), Vol. 3. A introdução do assunto se dá com situações-problema de uma equação e duas incógnitas. São exibidas tabelas para que se observem as diversas soluções possíveis. Daí então mostra-se que, com mais informações sobre a situação-problema – inclusão de outra equação – o problema tem solução única. Considera-se, dessa forma, um sistema de equações do 1º grau.

O assunto é retomado com maior profundidade no Caderno do professor da 2ª série do EM, Vol. 2, onde o tratamento de sistemas lineares com matrizes é sistematizado. Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio. No 2º semestre da 2ª série do Ensino Médio, com esta questão é possível verificar também se o aluno ampliou e sedimentou seus conhecimentos sobre sistemas de equações lineares.

A questão indicada solicita que se traduza um problema dado na língua natural para uma linguagem algébrica, na forma de sistema de equações do 1º grau.

Obviamente, espera-se também que o aluno saiba reconhecer essa equação.

Se o aluno interpreta devidamente os dados do problema, transcreve-os para o formato desejado e os reconhece por meio de um sistema de equações, ele demonstra dominar a habilidade em questão. Caso o aluno escolha qualquer outra alternativa, é aconselhável fazer uma revisão, recorrendo a algumas das referências indicadas.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) $\begin{cases} x + y = 52 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases}$	Resposta incorreta. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações. Possivelmente na montagem do sistema o aluno inverteu a quantidade de figuras com a quantidade de vértices correspondentes.
(B) $\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ x - y = 52 \end{cases}$	Resposta incorreta. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações. Possivelmente na montagem do sistema o aluno inverteu a quantidade de figuras com a quantidade de vértices correspondentes e utilizou a subtração e não a adição como operação que resolve a equação.
(C) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 5x + 3y = 52 \end{cases}$	Resposta incorreta. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações. Possivelmente o aluno inverteu as variáveis correspondentes à quantidade de vértices das figuras.
(D) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 5y = 52 \end{cases}$	**Resposta correta**. O aluno fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Sistema de equações lineares

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 4 – Equações com soluções inteiras e suas aplicações

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 7
   - Aula 62 – Equação do 1º grau
   - Aula 67 – Sistema do 1º grau
   - Aula 69 – Equacionando problemas

5. Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio
   - Aula 19 – Pitágoras: Significado, contextos
   - Aula 20 – Pitágoras: Significado, contextos

6. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
   - Prof. Eduardo Wagner – Equações e Problemas do 1º grau

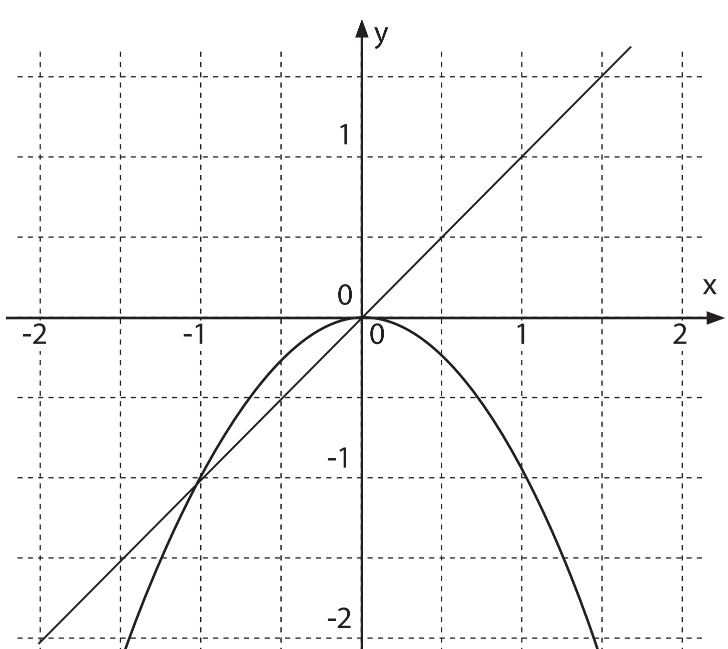
   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2009>. Acesso em: 09/01/2012.

Habilidade:

Reconhecer o comportamento de funções e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento.

Questão 05

Considere as funções (I) $y = x$ e (II) $y = -x^2$ cujos gráficos estão representados no plano cartesiano abaixo.



Observando os gráficos, pode-se afirmar que, quanto ao comportamento dessas funções para $x < 0$,

(A) (I) é crescente e (II) decrescente.

(B) (I) é decrescente e (II) crescente.

(C) (I) e (II) são crescentes.

(D) (I) e (II) são decrescentes.

Comentários e recomendações pedagógicas

A interpretação gráfica de funções e suas propriedades é uma habilidade desejável ao aluno do ensino médio. Por meio dessa habilidade ele é capaz de estimar valores numéricos a respeito de fenômenos e prever alguns acontecimentos, como por exemplo, índices de crescimento populacional.

Reconhecer se uma função é crescente ou decrescente envolve observar/interpretar a relação entre as grandezas utilizadas no problema.

Na questão apresentada, os alunos devem fazer esta interpretação, observando a sequência apresentada pelo gráfico da função, notando que, ao caminhar pelo eixo horizontal seguindo a orientação, pode-se perceber se o gráfico está "subindo" (crescente), "decaindo" (decrescente) ou permanece invariável (constante). Em qualquer um desses casos a habilidade descrita é demonstrada.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) (I) é crescente e (II) é decrescente.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa, possivelmente ele interpreta corretamente a função (I), mas não observa que, na função (II) o valor de y aumenta quando o de x também aumenta, por não levar em conta que se deseja o comportamento para $x < 0$ ou por não saber ordenar corretamente números negativos.
(B) (I) é decrescente e (II) crescente.	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa, possivelmente ele interpreta corretamente a função (II), mas não observa que, na função (I) o valor de y aumenta quando o de x também aumenta.
(C) (I) e (II) são crescentes	**Resposta correta**. Se o aluno optou por esta alternativa ele demonstra ter domínio na habilidade solicitada.
(D) (I) e (II) são decrescentes	Resposta incorreta. Se o aluno optou por esta alternativa ele pode ter uma compreensão invertida sobre crescimento e decrescimento, ou interpretou incorretamente a questão.

Caso o aluno não apresente o domínio necessário dessa habilidade sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 3 – Grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos
   - Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência: múltiplos exemplos
   - Situação de Aprendizagem 2 – Funções do 1º grau: significado, gráficos, crescimento, decrescimento, taxas

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – As potências e o crescimento/decrescimento exponencial: a função exponencial (p. 11)

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 1
   - Aula 09 – O gráfico que é uma reta

5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 3
   - Aula 27 – A noção de função
   - Aula 28 – O gráfico de uma função
   - Aula 29 – Os gráficos estão na vida
   - Aula 30 – A função y = ax + b

6. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 6
   - Aula 57 – Expoentes fracionários
   - Aula 58 – Equação exponencial

7. Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio
   - Aula 02 – Crescimento, decrescimento, proporcionalidade
   - Aula 03 – Grandezas proporcionais e representações gráficas
   - Aula 04 – Relacionando e analisando grandezas (tabelas)
   - Aula 05 – Análise e interpretação de gráficos

8. Revista Nova Escola
   - Função afim na resolução de problemas

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/funcao-afim-resolucao-problemas-626737.shtml>. Acesso em 11/01/2012.

• Conceito e gráfico da função afim

Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/conceito-grafico-funcao-afim-629412.shtml?page=all>. Acesso em 11/01/2012.

9. Brasil Escola

• Função exponencial

Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/funcao-exponencial-1.htm>. Acesso em 11/01/2012.

Habilidade:

Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema.

Questão 06

Em um salão de beleza, as funcionárias devem trabalhar uniformizadas podendo escolher entre as seguintes opções de peças para compor seu traje:

• camiseta azul clara ou branca;

• calça comprida branca, preta ou jeans azul;

• sapatos brancos, pretos ou tênis claro;

• avental branco ou bege.

Determine o número de opções que cada funcionária tem para se uniformizar.

Comentários e recomendações pedagógicas

O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo indica a proposição de problemas de contagem envolvendo o princípio multiplicativo da contagem desde o 6º ano. Usando-se o mesmo princípio pode-se chegar ao número de possibilidades de opções diferentes que pode ser feito. Para cada uma das 2 opções de camisetas há 3 tipos de calças e, para cada um deles, 3 tipos de calçados e, para cada uma delas, 2 tipos de aventais. O número de possibilidades diferentes que se pode obter é $2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$. Outra opção que o aluno pode utilizar é a árvore de possibilidades. Essa estratégia, no entanto, fica prejudicada quando o número de possibilidades é grande.

Grade de Correção

Categorias para análise	Observação
O aluno indica o produto 2 x 3 x 3 x 2 e dá o resultado correto: 36 maneiras diferentes.	O aluno demonstra dominar a habilidade em questão. O professor pode aproveitar para ampliar os conceitos relacionados ao princípio multiplicativo.
O aluno responde corretamente utilizando-se da árvore de possibilidades.	O professor pode trabalhar com outras atividades que façam com que o aluno consiga compreender que há uma relação de multiplicação entre as quantidades envolvidas.
O aluno faz a soma 2 + 3 + 3 + 2 dando o resultado como 10 maneiras diferentes.	O aluno não compreende que há uma relação de multiplicação entre as quantidades de possibilidades. Não compreende o princípio multiplicativo. O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.
O aluno apresenta qualquer outro resultado ou operação.	O aluno não compreende que há uma relação de multiplicação entre as quantidades de possibilidades. Não compreende o princípio multiplicativo. O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.
O aluno deixa a questão em branco.	O professor pode retomar situações-problema que envolvam contagem.

Caso o aluno não apresente o domínio necessário dessa habilidade sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 4 – Probabilidade e geometria

2. + Matemática – Volume 2
   - Atividade 17 – Usando multiplicações (p. 32)

3. Experiências Matemáticas – 5º série
   - Atividade 37 – Problemas de contagem (p. 385)

4. Experiências Matemáticas – 6º série
   - Atividade 32 – Problemas de contagem (p. 367)

5. Experiências Matemáticas – 7º série
   - Atividade 30 – Problemas de contagem (p. 343)

6. Experiências Matemáticas – 8º série
   - Atividade 27 – Problemas de contagem (p. 335)

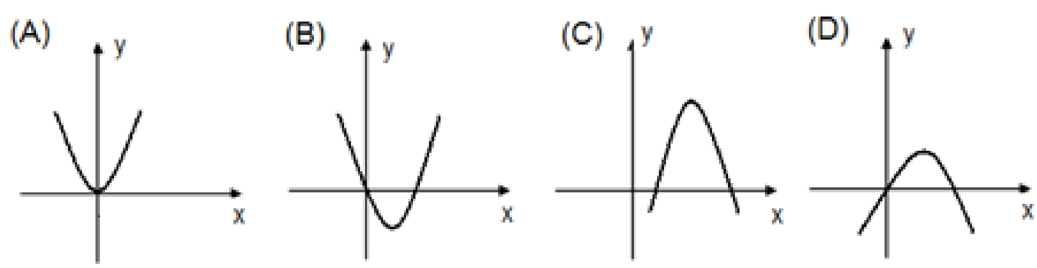
7. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 5
   - Aula 48 – O princípio multiplicativo

Habilidade:

Descrever as características fundamentais da função polinomial do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo e mínimo.

Questão 07

Os gráficos a seguir representam funções polinomiais do 2º grau do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$. Com relação aos coeficientes **a**, **b** e **c** e aos pontos de máximo e mínimo, pode-se afirmar que o gráfico que tem **c** = 0, **b** ≠ 0 e apresenta um ponto de mínimo é:



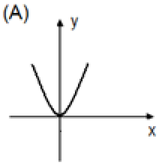
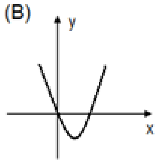
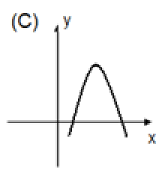
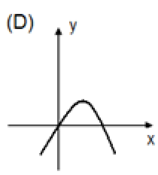
Comentários e recomendações pedagógicas

O estudo de funções é iniciado no 9º ano; mais especificamente no 2º bimestre, e neste momento é feito uma construção mais significativa da sua forma gráfica. De início é dado bastante ênfase à relação de proporcionalidade entre as variáveis **y** e **x** da forma "**y – h= kx**", (h e k constantes) ao se tratar de funções polinomiais do 1º grau; da relação de proporcionalidade entre as variáveis y e o quadrado de x da forma "$\mathbf{y = kx^2}$" quando se trata de função polinomial do 2º grau.

É importante o aluno ter compreensão da variação da função polinomial do 2º grau e interpretar seu gráfico, reconhecendo pontos de máximo ou mínimo, raízes, coeficientes etc. A correta interpretação desses fatores permitirá que ele reconheça que há situações onde a relação entre as variáveis não são sempre diretas, além de que, os problemas que envolvem funções polinomiais do 2º grau, como áreas, produção, equações de movimentos etc., podem ser mais bem compreendidas e analisadas a partir desses fatores.

Na questão apresentada o aluno deve saber que o problema trata de uma função polinomial do 2º grau e observar que, se a função tem um ponto de mínimo, então sua concavidade está voltada para cima, já eliminando as alternativas C e D. Em seguida, observando que, se c = 0, o gráfico da função deve cortar o eixo y na origem, condição atendida pelas alternativas A e B. A condição b≠0, entretanto, só aparece na alternativa B, pois o fato de o gráfico ser simétrico em relação ao eixo y implica em que b=0, eliminando assim a alternativa A, sendo B a resposta correta.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) 	Resposta incorreta. O aluno não faz todas as relações entre os coeficientes da função polinomial do 2º grau com seu gráfico. O aluno, possivelmente, percebe que gráfico procurado corresponde a uma parábola com a concavidade voltada para cima e que deve interceptar o eixo y na origem, mas não percebe que o fato de o gráfico ser simétrico em relação a y implica em b=0.
(B) 	**Resposta correta**. O aluno reconhece corretamente que o gráfico da função atende às três condições pedidas.
(C) 	Resposta incorreta. O aluno não relaciona o fato de que, se o coeficiente c é nulo implica numa raiz nula e que o gráfico neste caso passa, necessariamente, pelo centro do plano cartesiano e que, além disso, por ter um ponto de mínimo a função deve ter concavidade voltada para cima.
(D) 	Incorreta. O aluno, possivelmente, reconhece as condições c = 0 e b ≠ 0, mas não percebe que a função apresentada tem ponto de máximo, e não de mínimo, como foi solicitado.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 2

- Situação de Aprendizagem 3 – Grandezas proporcionais: estudo funcional, significados e contextos.
- Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de grandezas proporcionais e de algumas não proporcionais.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio - 1ª série – Volume 1

- Situação de Aprendizagem 1 – Funções como relações de interdependência: múltiplos exemplos.
- Situação de Aprendizagem 3 – Funções do 2º grau: significado, gráficos, intersecção com os eixos, vértices, sinais.

3. Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 2ª série – Ensino Médio

- Aula 12 – Identificando gráficos de funções quadráticas
- Aula 13 – Identificar uma função quadrática a partir de seu gráfico
- Aula 14 – Simetria da parábola

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 4

- Aula 31 – A função do 2º grau
- Aula 32 – Máximos e mínimos

5. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

- Prof. Eduardo Wagner – Funções Quadráticas

Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010>. Acesso em 12/01/2012.

Habilidade:

Descrever as características fundamentais da função polinomial do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo e mínimo.

Questão 08

Uma classe de aula de certa escola tem seus alunos distribuídos por sexo e idade conforme a tabela a seguir:

	Meninos	Meninas
16 anos	8	12
17 anos	6	4

Um dos alunos dessa turma será sorteado para representar a escola em um encontro de estudantes. A probabilidade de que uma menina de 16 anos ou um menino qualquer, seja sorteado, é de

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{11}{15}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\mathbf{\frac{13}{15}}$

Comentários e recomendações pedagógicas

No Currículo do Estado de São Paulo, o conceito de probabilidade é trabalhado desde o 6º ano, juntamente aos problemas de contagem e à Estatística. No 7º ano, por exemplo, a probabilidade foi introduzida como uma razão particular em que se comparam o número de casos favoráveis de determinado evento com o número de casos possíveis.

No 9º ano retoma-se o conceito de probabilidade associando-o à Geometria.

Na questão apresentada, o cálculo da probabilidade é realizado fazendo-se a relação entre o número de casos favoráveis com o número de casos possíveis. Os casos favoráveis são o número de meninos (8+6) e as meninas com 16 anos (12). Assim, a probabilidade solicitada é $\frac{8+6+12}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$

A questão apresentada possibilita perceber algumas linhas de raciocínio que o aluno utiliza para chegar ao resultado. Uma delas seria utilizar diretamente a relação “26 para 30”. Outras poderiam ser: uso de fórmula, relação entre conjuntos (conjunto das partes e conjunto do todo), soma de probabilidade (14/30 + 12/30) etc. Em todos os casos, é importante verificar se há compreensão por parte do aluno sobre o enunciado do problema e sua resolução.

Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio.

Caso o aluno demonstre não ter domínio dessa habilidade, sugerimos recorrer também às referências indicadas.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) $\frac{2}{3}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter tomado os meninos e as meninas de 16 anos, e calculado a probabilidade com esses dados. $\frac{8+12}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$ O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de probabilidade, trabalhando outras situações-problema.
(B) $\frac{11}{15}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter tomado os meninos de 17 anos e todas as meninas, e calculado a probabilidade com esses dados. $\frac{12+4+6}{30}=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$ O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de probabilidade, trabalhando outras situações-problema.
(C) $\frac{4}{5}$	Resposta incorreta. O aluno pode ter tomado os meninos de 16 anos e todas as meninas, e calculado a probabilidade com esses dados. $\frac{12+4+8}{30}=\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$ O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de probabilidade, trabalhando outras situações-problema.
(D) $\mathbf{\frac{13}{15}}$	**Resposta correta**. O aluno toma todos os meninos e somente as meninas de 16 anos e calcula a probabilidade com esses dados. $\frac{8+6+12}{30}=\frac{26}{30}=\frac{13}{15}$

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 3

• Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 4

• Situação de Aprendizagem 4 – Probabilidade e geometria

3. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 6

• Aula 53 – O conceito de probabilidade

• Aula 54 – Calculando probabilidades

• Aula 55 – Estimando probabilidades

4. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

• Professor Luciano - Probabilidade

Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010-2>. Acesso em 12/01/2012.

Habilidade:

Resolver problemas que envolvam porcentagem.

Questão 09

Ana decidiu tomar algumas medidas para reduzir o consumo de água em sua casa. Tomando banhos mais rápidos e não deixando a torneira aberta desnecessariamente conseguiu reduzir o consumo mensal de água de 20 m^3 para 16 m^3. Percentualmente, o consumo mensal de água da residência de Ana foi reduzido em:

(A) 4%.

(B) 20%.

(C) 25%.

(D) 80%.

Comentários e recomendações pedagógicas

O uso de porcentagem é bastante comum por se tratar de uma forma peculiar e eficiente de comparação entre razões, pois trata da comparação entre frações de mesmo denominador (100). Esta facilidade na leitura e na comparação torna a porcentagem um conceito amplamente utilizado em todas as áreas quanto se trata de representar uma relação entre a parte e o todo.

Para o aluno dominar a habilidade em resolver situações-problema que envolvam porcentagem, ele precisa, primeiramente ter a capacidade de reconhecer o todo como 100% – caso particular em que a parte é igual ao todo – e, em seguida expressar a equivalência e trabalhar com a proporcionalidade.

Ao apresentar as primeiras ideias de porcentagem, o Caderno do professor, 6ª série (7º ano), vol. 3, indica: "*Escrevemos 5% para representar a fração* $\frac{5}{100}$*, e 40% para representar* $\frac{40}{100}$*. Em notação decimal, a centésima parte da unidade é representada na casa dos centésimos. A leitura do número 0,02 (dois centésimos) remete à sua representação fracionária* $\frac{2}{100}$*, e, consequentemente, à sua forma percentual: 2%*". Dessa forma faz-se a equivalência parte-todo e porcentagem.

Vale lembrar que o estudo de porcentagem remete aos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo ampliado então nos anos finais do Ensino Fundamental. Os problemas sobre porcentagem também seguem este percurso, e ampliam-se, tanto em nível de dificuldade quanto na quantidade de informações utilizadas nos mesmos.

Na questão apresentada, o aluno deve notar que o todo se refere ao valor 20, enquanto que a redução (4) se refere à diferença entre os consumos. Assim, fazendo-se a relação da parte pelo todo se tem $\frac{4}{20}$, o que equivale à fração $\frac{20}{100}$,ou seja, 20%. Há outras formas de resolver a mesma questão. Por exemplo, fazendo a relação: 20 está para 100%, assim como 4 está para x, e x = 20%. De qualquer forma a equivalência estará estabelecida.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) 4%	Resposta incorreta. O aluno pode ter subtraído 16 de 20, mostrando não compreender o conceito de porcentagem. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.

(B) 20%	**Resposta correta**. O aluno utilizou uma estratégia eficiente para encontrar a porcentagem, mostrando dominar a habilidade em questão. O professor pode ampliar o conceito de porcentagem, trabalhando problemas que envolvam aumento ou desconto percentual.
(C) 25%	Resposta incorreta. O aluno pode ter tomado o todo (16) e efetuado as seguintes operações: 20 : 16 = 1,25 e 1,25 – 1,00 = 0,25. Com isso demonstra ter alguma ideia do conceito de porcentagem, mas erra no estabelecimento do todo. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.
(D) 80%	Resposta incorreta. Possivelmente obtida por 16:20 = 0,8. O professor pode retomar situações-problema que envolvam o conceito de porcentagem.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série/6º ano – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 3 – Na medida certa: dos naturais às frações
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção
3. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 36 – Porcentagem / gráficos (p. 22)
4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 3
   - Aula 27 – Quantos por cento?
5. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
   - Prof. Elon Lages Lima – Proporcionalidade e Porcentagem

   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2009>. Acesso em 17/01/2012.

Habilidade:

Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam triângulos semelhantes.

Questão 10

Na figura está representado o percurso de um avião que decolou do ponto A e seguiu em linha reta. Sabe-se que, ao sobrevoar o ponto B, distante 6 000 m de A, medidos na horizontal, a altura do avião é de 400 m acima do solo.

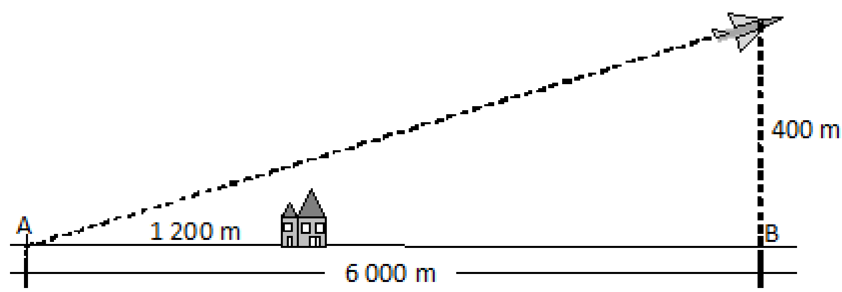


Figura fora de escala

Ao sobrevoar o conjunto de casas situado a 1200 m do ponto A, a altura do avião em relação ao solo é

(A) 200 m.

(B) 160 m.

(C) 100 m.

(D) 80 m.

Comentários e recomendações pedagógicas

A ideia de semelhança está intimamente relacionada à ideia de proporcionalidade. Esses dois conceitos estão fortemente associados. Se o aluno compreende que, para resolver um problema de semelhança ele utiliza a proporcionalidade, e a calcula corretamente, então ele domina a resolução de problemas que envolvem triângulos semelhantes.

O teorema de Tales é uma aplicação direta da proporcionalidade e é estudado no 8º ano, no 4º bimestre, Situação de Aprendizagem 2. O aluno já tem então uma visão sobre proporcionalidade sendo aplicada num contexto geométrico. Essa ideia é ampliada no 9º ano, 3º bimestre, Situação de Aprendizagem 3, com o estudo de figuras semelhantes. A introdução do conceito de figuras semelhantes é feita explorando a ideia de ampliação ou redução de uma figura a partir de outra. O fator de ampliação é então a constante de proporcionalidade referente às medidas dos comprimentos dessas figuras. Se uma figura tem fator de ampliação 2, por exemplo, cada segmento da figura ampliada tem o dobro do comprimento da figura original.

Na questão apresentada, o triângulo formado pelos pontos A, B e pelo avião é semelhante a um triângulo que pode ser imaginado entre o ponto A, o grupo de casas e o ponto do percurso do avião na vertical do grupo de casas, assim, obtém-se a proporção $\frac{400}{6\,000} = \frac{x}{1\,200} \Rightarrow x = 80m$.

Como a proporcionalidade é o cálculo central dos problemas de semelhança, há outras estratégias que o aluno poderá utilizar para chegar à mesma solução. De qualquer forma, resolver o problema que envolve semelhança é a habilidade desejada.

Grade de Correção

Alternativas	Justificativas
(A) 200m	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, não observou a semelhança corretamente e cometeu erro ao efetuar as operações. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança. $\frac{6000}{1200} = \frac{x}{400}$
(B) 160m	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, subtraiu a distância de 1 200 de 6 000, obtendo 4 800, utilizando este valor na relação de proporcionalidade e cometeu erro ao efetuar as operações. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança. $\frac{1200}{4800} = \frac{400}{x}$
(C) 100m	Resposta incorreta. O aluno possivelmente não observou corretamente a semelhança entre os triângulos ou cometeu erro ao efetuar as operações. O professor pode retomar situações-problema que envolvam semelhança. $\frac{400}{4800} = \frac{x}{1200}$
(D) 80m	**Resposta correta**. O aluno percebeu a relação de semelhança entre os dois triângulos e estabeleceu corretamente a relação entre os lados correspondentes, obtendo $\frac{400}{6\,000} = \frac{x}{1\,200} \Rightarrow x = 80m$. O professor pode aproveitar para ampliar o conceito de semelhança e proporcionalidade para falar sobre as relações trigonométricas.

Caso o aluno demonstre não ter domínio nessa habilidade, sugerimos recorrer às referências indicadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade
   - Situação de aprendizagem 2 – Razão e proporção
   - Situação de aprendizagem 3 – Razões na geometria
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série (8º ano) – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 2 – Teorema de Tales: a proporcionalidade na Geometria
3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série (9º ano) – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 –Relações métricas nos triângulos retângulos: Teorema de Pitágoras
4. Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio
   - Aulas de 13 a 15 – Semelhança
   - Aulas de 16 a 18 – Teorema de Tales
5. Revista do Professor – São Paulo faz escola - Recuperação – 1ª série – Ensino Médio
   - Aulas de 13 a 15 – Semelhança
6. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 6 – Semelhança de triângulos (p. 69)
   - Atividade 8 – Teorema de Tales (p. 97)
   - Atividade 14 – Mais aplicações do teorema de Tales (p. 197)
7. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 5
   - Aula 47 – O teorema de Tales
   - Aula 48 – Figuras semelhantes
8. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 2
   - Aula 17 – O teorema de Tales

Bibliografia

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Fundamental – 5ª a 8ª séries**. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Médio – 1ª a 3ª séries**. Volumes 1 a 4. Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries**. São Paulo: SE / CENP, 1997.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho**. Disponível em <http://www.telecurso.org.br> acesso em 20/01/2012.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. **Aulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho**. Disponível em <http://www.telecurso.org.br> acesso em 20/01/2012.

IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo**. Disponível em <http://www.impa.br> acesso em 20/01/2012.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental**. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 1ª e 2ª séries do Ensino Médio**. Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **+ Matemática, coletânea de atividades. Volumes Especial, 2 e 3**: Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

Revista Nova Escola. **Atividades**. Disponível em <http://revistaescola.abril.com.br> acesso em 17/01/2012.

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática
2ª série do ensino médio

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Maria Lucia Barros de Azambuja Guardia

CIMA – Departamento de Avaliação Educacional
Diana Yatiyo Mizoguchi
Maria Julia Filgueira Ferreira
Silvio Santos de Almeida
William Massei

CGEB – Matemática
João dos Santos, Juvenal de Gouveia, Otavio Yamanaka, Patricia de Barros Monteiro, Sandra Maira Zacarias Zen, Vanderlei Aparecido Cornatione

Revisão e leitura crítica – Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino
Eduardo Granado Garcia; Emerson de Souza Silva; Inês Chiarelli Dias; Ivan Castilho; João Acácio Busquini; Mário José Pagotto; Robson Rossi; Sílvia Mendes Moreira; Zilda Meira de Aguiar Gomes.

Autoria; Leitura e Revisão Crítica.
Angélica da Fontoura Garcia Silva, Juvenal de Gouveia; Marlene Alves Dias, Patricia Monteiro, Raquel Factori Canova.

Revisão de Texto – Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino Norte 2
Ademilde Ferreira de Souza