GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

COMENTÁRIOS E RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Subsídios para o
Professor de Matemática

1ª série do Ensino Médio

Prova de Matemática

São Paulo
2° Semestre de 2013

5ª edição

Avaliação da Aprendizagem em Processo

APRESENTAÇÃO

A *Avaliação da Aprendizagem em Processo* é uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA) e a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB), com a contribuição de um grupo de Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNP) de diferentes Diretorias de Ensino.

Iniciada no segundo semestre de 2011, a aplicação foi voltada para o 6° ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio. No primeiro e segundo semestres de 2012, as provas abrangeram os 6° e 7° anos do EF e as 1ª e 2ª séries do EM. Em 2013, envolve todos os anos finais do Ensino Fundamental e todas as séries do Ensino Médio.

Essa ação, fundamentada no Currículo Oficial da SEE, dialoga com as habilidades contidas nas Matrizes de Referência para a Avaliação (SARESP, SAEB, ENEM) e tem sido bem avaliada pelos educadores da rede estadual paulista. Propõe o acompanhamento da aprendizagem das turmas e do aluno de forma individualizada, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico. Objetiva apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática, que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, inclusive em processos de recuperação.

Além da formulação dos instrumentos de avaliação – na forma de cadernos de provas para os alunos , também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores – Comentários e Recomendações Pedagógicas – contendo o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados e orientação para aplicação e correção das Produções Textuais. Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem.

Coordenadoria de
Informação, Monitoramento
e Avaliação Educacional

Coordenadoria de Gestão
da Educação Básica

Critérios e composição das Provas de Matemática

As provas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio foram elaboradas de forma a tornar possível a comparação da progressão do aluno entre o 1º e o 2º semestre desse ano.

Entendemos que as questões apresentadas podem retratar uma parte significativa do que foi previsto no conteúdo curricular de Matemática e poderão permitir a verificação de algumas habilidades que foram ou não desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem.

Composição:

1. Anos/séries participantes:
   Anos finais do Ensino Fundamental;
   Todas as séries do Ensino Médio.

2. Composição das provas de Matemática:
   Todas as provas possuem 10 questões.
   As provas do Ensino Fundamental possuem 7 questões fechadas e 3 abertas, no Ensino Médio são 8 questões fechadas e 2 abertas.

3. Matrizes de referência (habilidades/descritores) para a constituição de itens das provas objetivas:

   - SARESP;
   - SAEB;
   - ENEM

4. Banco de itens:

   - itens constantes de provas já aplicadas (Saresp, Saeb e Enem) que se refiram a habilidades contempladas no Currículo oficial;
   - itens selecionados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo;
   - itens adaptados/modificados a partir da avaliação da rede, após aplicação das provas da Avaliação em Processo.

Equipe de Matemática

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

1ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO

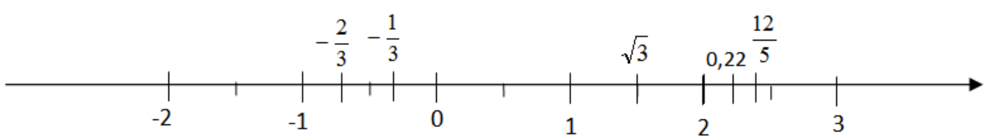
Nº do item	Habilidades
1	Localizar números reais na reta numérica
2	Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade
3	Identificar as coordenadas de pontos no plano cartesiano
4	Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais
5	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras
6	Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras)
7	Expressar problemas por meio de equações
8	Ler e interpretar um gráfico cartesiano que indica a variação de duas grandezas
9	Resolver problemas que envolvam as operações com números inteiros do campo aditivo
10	Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares de 2ª ordem

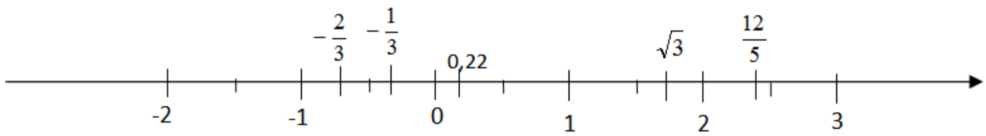
Habilidade:

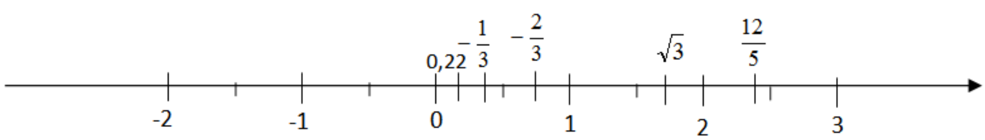
Localizar números reais na reta numérica.

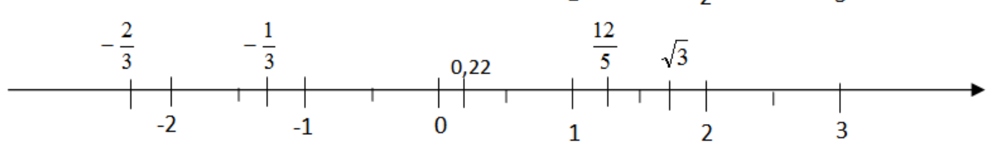
Questão 01

Dentre as alternativas a seguir, aquela em que os números $\frac{12}{5}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, 0,22 e $\sqrt{3}$, aparecem corretamente dispostos na reta numérica é:

(A)


(B)


(C)


(D)


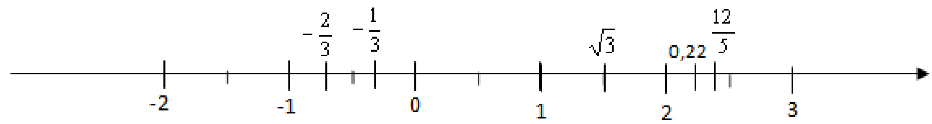
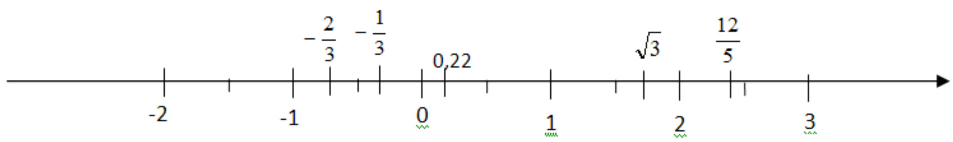
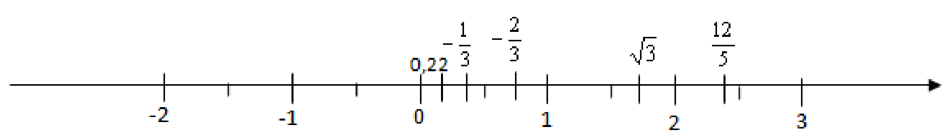
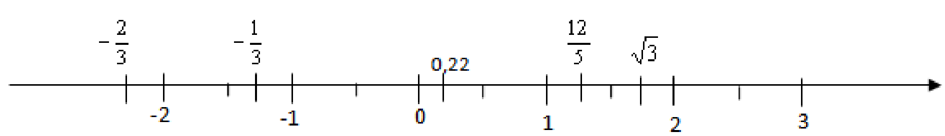
Comentários e recomendações pedagógicas

Espera-se, nesta etapa de escolarização, que o aluno já tenha ampliado seus conhecimentos a respeito dos conjuntos numéricos e identifique a localização aproximada de números reais na reta numérica. Assim, é esperado que os alunos localizem corretamente todos os números que lhes foram solicitados.

No entanto, os não-acertos não significam, necessariamente, falta de domínio da habilidade avaliada; podem indicar compreensão parcial da localização dos números reais, certamente ainda em construção pelos alunos.

Neste sentido, é importante a identificação dos conhecimentos de cada aluno com relação à localização de números reais na reta numérica. A grade a seguir pode auxiliar o professor nessa tarefa, uma vez que ela aponta as possíveis dificuldades do aluno a esse respeito.

Grade de correção:

Alternativas e Justificativa
(A)  Resposta incorreta. O aluno localiza corretamente as frações, mas não localiza os números decimais nem associa a aproximação de uma raiz quadrada a um número decimal. O professor pode criar atividades que ampliem a ideia de localização de números decimais na reta numérica. Pode-se aproveitar para discutir a forma geométrica da localização de números como $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ na reta numérica.
(B)  **Resposta correta.** O aluno demonstra que é capaz de localizar números decimais na reta numérica, de fazer aproximações de raízes quadradas por números decimais, distingue o posicionamento de números positivos e negativos e compreende a localização dos números fracionários na reta numérica.
(C)  Resposta incorreta. O aluno localiza corretamente os números positivos e posiciona os números negativos como se fossem positivos. O professor pode ampliar a noção de números negativos e sua localização na reta numérica.
(D)  Resposta incorreta. O aluno associa a fração $-\frac{1}{3}$, a -1,3; a fração $-\frac{2}{3}$ a -2,3 e a fração $\frac{12}{5}$ a 1,25. O professor pode trabalhar situações que retomem o conceito de fração, enfatizando o conceito de unidade e de frações maiores ou menores que a unidade (impróprias ou próprias).

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 1 – Conjuntos e números;
   - Situação de Aprendizagem 3 – Aritmética, álgebra e geometria com a Reta Real.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 1 – A natureza do número Pi (π).

3. + Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 3 – Representação e ordenação (p. 16);
   - Atividade 4 – Oposição e simplificação (p. 23);
   - Atividade 6 – Números racionais (p. 30).

4. Experiências Matemáticas – 6ª série
   - Atividade 5 – Representação e Ordenação (p.63).

5. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 2 – Ampliando a Noção de Número (p.29).

6. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 3 – Conhecendo os Radicais (p.43).

7. Revista Nova Escola
   - Como localizar números irracionais em uma reta numérica.

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/como-localizar--numeros-irracionais-reta-numerica-494389.shtml> Acesso em 22/03/2013.

Habilidade:

Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade.

Questão 02

De um quadro retangular cujas dimensões são 80 cm por 60 cm, foram feitas as 4 cópias, numeradas de I a IV, com as dimensões indicadas

I - 63cm x 42cm

II - 72cm x 54cm

III - 90cm x 60cm

IV - 96cm x 72cm

Figuras fora de escala

Dentre as cópias, aquelas em que as medidas são proporcionais às do quadro original são:

(A) I e II.

(B) I e III.

(C) II e IV.

(D) III e IV.

Comentários e recomendações pedagógicas

Reconhecer proporcionalidade é uma habilidade que permite ao aluno perceber variações nas quais as razões permanecem constantes. Isso permite também que o aluno possa verificar se essas relações são direta ou inversamente proporcionais. O aluno que domina a habilidade de reconhecer as noções de variação direta e inversamente proporcionais tem maior capacidade de resolver problemas e fazer previsões em situações nas quais esse conceito esteja envolvido.

Além de ser intuitiva, a noção de proporcionalidade é importante para que o aluno saiba operar e relacionar os valores das grandezas envolvidas.

Dependendo de como o aluno foi orientado na resolução de problemas de proporcionalidade, assim como o seu estilo pessoal para interpretar e desenvolver a resolução, diversos modos de resolução podem ser observados. É possível que alguns alunos façam a comparação das razões entre os valores apresentados nas figuras e compare-os com o valor da razão apresentado na questão. De qualquer forma, as anotações dos alunos servirão como uma boa forma de diagnosticar seu conhecimento e sua forma de raciocínio.

É importante ressaltar que o raciocínio proporcional ocupa lugar de destaque na aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos, em especial, quando é introduzida a ideia de funções (tema que será discutido amplamente nesse nível de ensino).

Caso o aluno demonstre não dominar a habilidade em questão, sugerimos que o professor recorra a situações-problema que permitam ao aluno refletir sobre a variação de grandezas, como apresentamos exemplarmente nas referências indicadas a seguir.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativas
(A) I e II	Resposta incorreta. O aluno não reconhece que a razão entre as medidas correspondentes dos dois quadros e do quadro original devem ser constantes, indicando que não compreende a ideia de proporcionalidade ou não esteve atento ao enunciado do problema. A fim de possibilitar tal apropriação sugerimos que o professor proponha situações que expressem a variação das grandezas envolvidas. Tais proposições podem se utilizar de diferentes representações: tabelas, gráficos e sentenças algébricas, encontradas nas bibliografias apresentadas ou outros materiais de apoio.
(B) I e III	Resposta incorreta. O aluno verifica que a razão entre as medidas correspondentes dos quadros indicados é a mesma (r = 3:2), sugerindo que, provavelmente, compreenda a ideia de proporcionalidade, mas não faz relação com a razão obtida das medidas correspondentes do quadro original (r = 4:3).
(C) II e IV	**Resposta correta.** O aluno responde corretamente. Calcula as razões entre as medidas do quadro original e dos demais quadros: $\frac{60}{80}, \frac{42}{63}, \frac{54}{72}, \frac{60}{90}, \frac{72}{96}$ ou $\frac{80}{60}, \frac{63}{42}, \frac{72}{54}, \frac{90}{60}, \frac{96}{72}$ que, simplificadas resultam respectivamente em: $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}$. Assim, apenas os quadros II e IV têm suas dimensões proporcionais ao quadro original. O professor pode aproveitar para mostrar também outras formas do aluno perceber esse fato utilizando de diferentes representações: tabelas, gráficos e sentenças algébricas, encontradas nas bibliografias apresentadas ou outros materiais de apoio.
(D) III e IV	Resposta incorreta. O aluno não reconhece que a razão entre as medidas correspondentes dos dois quadros e a do quadro original deve ser constante, sugerindo que não compreende proporcionalidade ou não esteve atento ao enunciado do problema. A fim de possibilitar tal apropriação, sugerimos que o professor proponha situações que solicitem ao estudante que expresse a variação das grandezas envolvidas. Tais proposições podem se utilizar de diferentes representações: tabelas, gráficos e sentenças algébricas, encontradas nas bibliografias apresentadas.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática Ensino Fundamental – 6ª série/7º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – A noção de proporcionalidade.
   - Situação de Aprendizagem 2 – Razão e proporção

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 6ª série/7º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 4 – Proporcionalidade, equações e a regra de três

3. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 36 – Porcentagem / Gráficos (p. 367).

4. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 8 – Interdependência de grandezas (p. 97)
   - Atividade 9 – Grandezas proporcionais (p. 113)
   - Atividade 10 – Regra de três (p. 127)
   - Atividade 28 – Aplicando a ideia de proporcionalidade (p. 311)

5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 5
   - Aula 46 – Números Proporcionais
   - Aula 50 – Regras de três

6. Vídeo IMPA
   - Prof. Elon Lages Lima –Proporcionalidade

   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011> Acesso em 09/01/2012

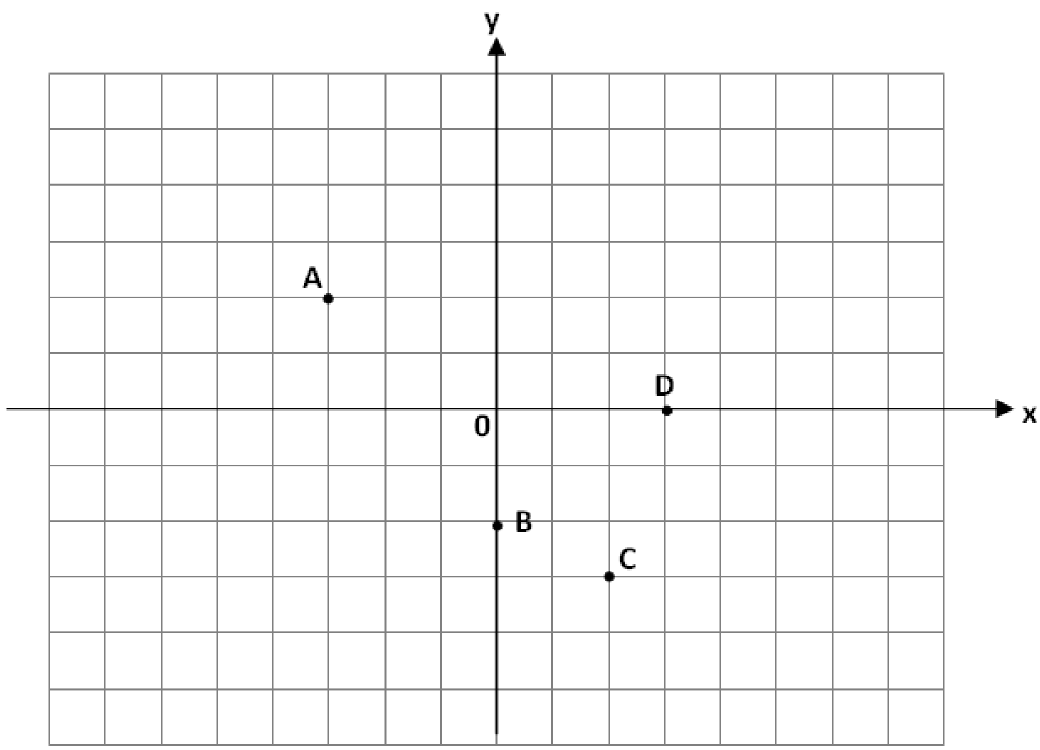
7. + Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 18 – Interdependência de grandezas (p. 86)
   - Atividade 19 – Grandezas proporcionais (p. 92)
   - Atividade 20 – Regra de três (p. 99)

Habilidade:

Identificar as coordenadas de pontos no plano cartesiano.

Questão 03

No sistema cartesiano a seguir, a medida de cada quadrícula corresponde à unidade. Determine as coordenadas dos pontos A, B, C e D, nesse sistema.



Comentários e recomendações pedagógicas

A identificação de coordenadas num plano é uma prática que deve ser desenvolvida desde os anos iniciais com o uso de malhas quadriculadas como nos jogos de batalha naval ou nos mapas de identificação de ruas. Nos anos seguintes esses conceitos vão se ampliando, trabalhando as coordenadas a partir de eixos orientados e, com mais aprofundamento, a representação de variação nesse eixo de coordenadas.

Nessa questão, o aluno deve reconhecer as coordenadas dos pontos marcados no plano cartesiano. Deve reconhecer que a abscissa do ponto é a primeira coordenada do par cartesiano e a ordenada é a segunda coordenada. Deve ainda trabalhar com números inteiros e reconhecer que abscissa ou ordenada nula implica em pontos sobre os eixos ordenados.

O professor pode propor aos alunos atividades lúdicas que favoreçam a compreensão da necessidade de haver dois eixos para localizar um ponto ou uma região no plano. Reiteramos que o jogo de batalha naval pode ser um exemplo desse tipo de atividade, já que auxilia na compreensão de informações que determinam regiões no plano cartesiano. Todavia, é fundamental assinalar a diferença entre o sistema de eixos cartesianos e do sistema utilizado na batalha naval: no plano cartesiano as coordenadas indicam pontos ao passo que na batalha naval indicam regiões. Além disso, para não confundir, na batalha utilizam-se letras para um dos eixos e números para o outro; assim a questão da ordem fica minimizada. As mesmas considerações devem ser observadas para os Guias de Ruas das cidades ou bairros, pois as coordenadas são representadas por letras e números, referentes à informação horizontal e a vertical.

Grade de correção:

Categorias para Análise	Observação
A(-3, 2); B(0,-2); C(2, -3); D(3, 0)	**Resposta correta**. O professor pode aproveitar para discutir a construção de figuras geométricas a partir das coordenadas de seus vértices e algumas propriedades.
A(2,-3); B(-2,0); C(-3,2); D(0,3)	O aluno troca todos os pontos, invertendo abscissas com ordenadas. O professor pode propor situações nas quais o aluno tenha que localizar pontos no plano cartesiano, orientando-o no sentido de observar a ordem correta das coordenadas nos pares.
A(-3,2); B(-2,0); C(2,-3); D(0,3)	O aluno reconhece corretamente as coordenadas dos pontos que possuem abscissas e ordenadas diferentes de zero. No entanto, erra os que têm uma coordenada. Este é um erro recorrente. Alguns alunos inclusive apontam todos esses tipos de pontos no centro do plano cartesiano. O professor pode propor situações nas quais o aluno tenha de localizar esse tipo de pontos no plano cartesiano, orientando-o no sentido de observar que, nesses casos, os pontos ficam sobre os eixos das coordenadas.
A(3,2); B(0,2); C(2,3); D(3,0)	O aluno não reconhece os sentidos positivos dos eixos coordenados, usando sempre pares de números positivos. O professor pode propor situações nas quais o aluno reconheça que cada um dos eixos coordenados têm as mesmas propriedades que a reta numérica dos números reais.
O aluno deixa a questão em branco.	O professor pode propor situações em que o aluno tenha que localizar pontos no plano cartesiano.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 2 – Coordenadas cartesianas e transformações no plano.

2. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 7 – Coordenadas Cartesianas (p.85)

3. + Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 17 – Coordenadas Cartesianas (Caderno do Professor – p.62)

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 4
   - Aula 36 – Localizando ponto no mapa

5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 1
   - Aula 08 – Plano Cartesiano

6. Revista Nova Escola
   - Localização de um ponto no plano

   Objetivo: Identificar a localização de objetos numa malha quadriculada, coordenando as informações de dois eixos (linhas e colunas) para determinar a localização de um ponto.

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/localizacao-ponto-plano-511493.shtml> Acesso em 09/02/2012.

Habilidade:

Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais.

Questão 04

Marisa ganhou uma caixa de bombom. Ela deu $\frac{2}{7}$ dos bombons para sua prima e $\frac{3}{5}$ do restante para sua amiga. Com isso sobraram 4 bombons para Marisa. Quantos bombons tinham na caixa que Marisa ganhou?

(A) 7

(B) 14

(C) 20

(D) 35

Comentários e recomendações pedagógicas

Um dos conhecimentos necessários que os alunos devem ter ao chegar ao ensino médio é o raciocínio algébrico, incluindo reconhecimento de variáveis, cálculo algébrico como somas e multiplicações de polinômios e a resolução de alguns tipos de equações.

Todos esses conhecimentos, juntamente com as ideias de conjuntos e de variações, são importantes para a construção da noção de funções, ampliando o conhecimento dos alunos.

Inclui-se também a compreensão das operações com frações e sua aplicação em contextos algébricos. Isso porque o estudo de funções exponenciais e logarítmicas recai, inevitavelmente, em expressões algébricas com coeficientes racionais.

Dessa forma, consideramos que se torna importante diagnosticar o nível de conhecimento dos alunos em relação a esta habilidade.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) 7	Resposta incorreta. O aluno pode ter respondido esse valor por não ter compreendido a questão e associar o número 7 com a fração $\frac{2}{7}$. O professor pode retomar a situação-problema, chamando a atenção para o enunciado.

(B) 14	**Resposta correta.** O aluno monta e resolve corretamente a equação $\frac{2}{7}x + \frac{3}{5}\left(\frac{5}{7}x\right) + 4 = x,$ encontrando o valor total de bombons. O aluno demonstra compreensão em cálculos com frações e sabe aplicá-los em contextos algébricos. Ao efetuar corretamente os cálculos algébricos o aluno também demonstra raciocínio algébrico.
(C) 20	Resposta incorreta. O aluno obtém o resultado por montagem incorreta da equação ou por erro de cálculo. O fato de não resolver tal equação pode estar associado aos coeficientes fracionários. É interessante verificar se o aluno resolve equações sem o uso de frações. O professor pode propor outras situações-problema relacionadas às mesmas habilidades.
(D) 35	Resposta incorreta. O aluno obtém o resultado, possivelmente, por montagem incorreta da equação $\frac{2}{7}x + \frac{3}{5}\left(\frac{5}{7}x\right) + 4 = x$. O problema para esse erro é a interpretação do enunciado e não a resolução da equação. O professor pode solicitar que o aluno crie outras situações-problema relacionadas às mesmas habilidades para perceber o tipo erro geradas nesse item.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série (6º ano) – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 4 – Equivalência e operações com frações.

2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série (7º ano) – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 2 – Equações e fórmulas;
   - Situação de Aprendizagem 3 – Equações, perguntas e balanças.

3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Aritmética com álgebra: as letras como números;
   - Situação de Aprendizagem 3 – Álgebra: fatoração e equações.

4. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 1 – Expandindo a linguagem das equações.

5. + Matemática – Material do professor – Volume 3
   - Atividade 10 – Representações Algébricas (p. 32);
   - Atividade 11 – Expressões Algébricas (p. 36);
   - Atividade 15 – Resolução de equações de 1º grau com uma incógnita (p. 53)

6. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 27 – Adição e subtração com frações (p. 293).
7. Experiências Matemáticas – 6ª série
   - Atividade 28 – Cálculo literal (p. 319).
8. Experiências Matemáticas – 7 série
   - Atividade 3 – Resolução de equações de 1º grau com uma incógnita (p. 37) .
9. Nova Escola
   - Leitura de problemas com frações e anotações.

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/leitura-problemas-fracoes-anotacoes-526547.shtml> Acesso em 17/01/2012.
10. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental - DVD 7
    - Aula 61 – Expressões algébricas;
    - Aula 62 – Equações do 1º grau;
    - Aula 63 – Operações com frações;
    - Aula 69 – Equacionando problemas.
11. Vídeo IMPA
    - Prof. Augusto César Morgado – Equações do 1º grau.

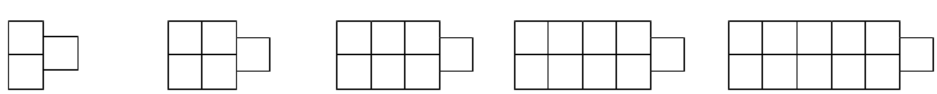
    Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2003> Acesso em 09/01/2012.

Habilidade:

Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras.

Questão 05

A posição da figura na sequência a seguir está indicada por um número



1 2 3 4 5

O número de quadrículas de cada figura relaciona-se com o valor (n) de sua posição por

(A) n + 1

(B) 2n

(C) 2n + 1

(D) 3n

Comentários e recomendações pedagógicas

O trabalho com sequências pode favorecer a compreensão da álgebra, uma vez que um dos processos de ensino e aprendizagem de álgebra diz respeito à generalização de regularidades. É a partir da observação de casos particulares, que o aluno poderá descobrir regularidades, padrões e, a partir deles, levantar hipóteses, fazer conjecturas etc. Enfim, favorece o desenvolvimento do raciocínio dedutivo.

Assim sendo, essa poderá ser uma forma de generalizar quantidades indicadas por figuras, mesmo que estas estejam inacessíveis. Essa estratégia permite trabalhar conceitos de variáveis e até de incógnitas, desde que seja solicitado indicar a posição em que determinada figura deve aparecer.

O Caderno do Professor, 6ª série (7º ano), volume 4, apresenta essa estratégia, iniciando com padrões geométricos e passando, em seguida, a padrões numéricos. A chave dessa situação de aprendizagem é determinar a lei de formação da sequência, assim como a exigida nesta questão.

Uma estratégia para resolver a questão apresentada, por exemplo, é verificar que a quantidade de linhas está fixada em duas, não se alterando nas demais figuras. O que se altera em cada uma dessas figuras é somente a quantidade de colunas e, em todas as figuras, soma-se uma unidade. Assim, a primeira figura apresenta uma coluna que utiliza as duas linhas, a segunda figura apresenta 2 colunas que utiliza as duas linhas e assim sucessivamente. Podemos observar, por exemplo, que a décima figura terá 10 colunas. Portanto, em cada posição a figura será formada pelo número de colunas igual à sua posição, multiplicada por 2 e acrescida de uma unidade, ou seja, $Q = 2n+1$.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) $n + 1$	Resposta incorreta. O aluno provavelmente percebe o valor constante somado a cada termo da sequência, mas não consegue associar o valor 2n ao restante das quadrículas de cada termo. O aluno demonstra não possuir a habilidade solicitada. Esse diagnóstico é relevante, visto que essa temática foi apresentada ao longo do primeiro bimestre. Assim sendo, o professor poderá complementar o trabalho proposto no Caderno do Professor com materiais de apoio como, por exemplo, o livro didático. Outras fontes de pesquisa para esse trabalho são apresentadas nas referências.

(B) 2n	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, percebe uma regularidade na sequência, mas não consegue traduzir o valor constante somado a cada termo em uma expressão algébrica. O aluno demonstra não possuir a habilidade solicitada. Esse diagnóstico é relevante, visto que essa temática foi apresentada ao longo do primeiro bimestre. Assim sendo, o professor poderá complementar o trabalho proposto no Caderno do Professor com materiais de apoio como, por exemplo, o livro didático. Outras fontes de pesquisa para esse trabalho são apresentadas nas referências.
(C) 2n + 1	**Resposta correta.** O aluno apresenta a fórmula "2n + 1" demonstrando possuir a habilidade solicitada. O professor pode mostrar outras maneiras de chegar à mesma fórmula utilizando estratégias diferenciadas ou socializando as diversas estratégias apresentadas pelos alunos.
(D) 3n	Resposta incorreta. Provavelmente obtida por tentar usar 2n + n em lugar de 2n + 1. O aluno demonstra não possuir a habilidade solicitada. Esse diagnóstico é relevante, visto que essa temática foi apresentada ao longo do primeiro bimestre. Assim sendo, o professor poderá complementar o trabalho proposto no Caderno do Professor com materiais de apoio como, por exemplo, o livro didático. Outras fontes de pesquisa para esse trabalho são apresentadas nas referências.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 6ª série/7º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 1 – Investigando sequências por aritmética e álgebra
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Aritmética com álgebra: as letras como números
3. Experiências Matemáticas – 6ª série
   - Atividade 22 – Relações (p.237)
   - Atividade 23 – Propriedades (p. 245)
4. Nova Escola
   - Introdução à álgebra

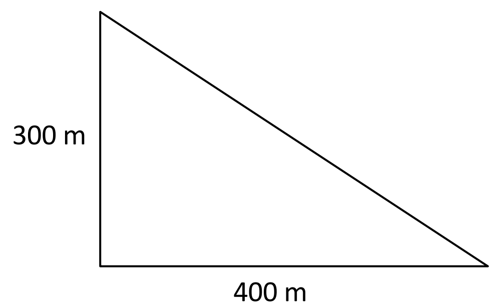
   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/introducao-algebra-429106.shtml?page=all> Acesso em 17/01/2012.

Habilidade:

Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos (Teorema de Pitágoras).

Questão 06

Deseja-se cercar um terreno em forma de triângulo retângulo com as dimensões indicadas na figura.



A quantidade de arame necessária para se fazer essa cerca é de

(A) 500 m.

(B) 700 m.

(C) 1200 m.

(D) 1400 m.

Comentários e recomendações pedagógicas

A questão apresentada tem o objetivo de verificar a compreensão das relações métricas no triângulo retângulo, em particular, a aplicação do Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Esse conceito é importantíssimo na Matemática, tanto para ser aplicado na resolução de diversos problemas contextualizados, como conhecimento prévio para o estudo de outros conteúdos internos à Matemática como trigonometria, geometria analítica, estudo da circunferência, etc.

Os alunos tomam o primeiro contato com esse conceito no final do 8º ano. Ele é introduzido a partir de um contexto histórico e logo em seguida é mostrada uma verificação da relação da terna pitagórica (3, 4, 5) geometricamente. Daí em diante mostra-se que há outras ternas pitagóricas até que se conclui que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) 500 m	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, calculou somente a medida da hipotenusa e não finalizou a resolução do problema, pois não somou a esse valor as medidas dos catetos.
(B) 700 m	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, se limitou a somar as medidas dos dois catetos do triângulo retângulo.
(C) 1200 m	**Resposta correta.** O aluno, provavelmente, aplicou o teorema de Pitágoras para calcular a medida da hipotenusa do triângulo e calculou corretamente o perímetro do triângulo. $c^2 = a^2 + b^2$ $c^2 = 300^2 + 400^2 = 90000 + 160000 = 250000$ $h = \sqrt{250000} = 500\ m$ $300 + 400 + 500 = 1200\ m$ Outra maneira possível do aluno ter resolvido corretamente o problema é ter percebido a relação de proporcionalidade dos valores apresentados no problema com a terna pitagórica (3, 4, 5), encontrando o valor da hipotenusa como sendo 500 m e utilizado para o cálculo do perímetro do triângulo.
(D) 1400 m	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, somou as medidas dos dois catetos e multiplicou o resultado por dois, deixando de considerar a hipotenusa.

Caso o aluno mostre dificuldade no tratamento do Teorema de Pitágoras, pode-se utilizar as referências abaixo.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 3 – O Teorema de Pitágoras: padrões numéricos e geométricos
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Relações métricas nos triângulos Retângulos: Teorema de Pitágoras
3. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 6
   - Aula 54 – O teorema de Pitágoras

- Aula 55 – Aplicação do teorema de Pitágoras

4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 2
   - Aula 19 – O teorema de Pitágoras

5. Software – Tem TOP10

   Plataforma em flash que disponibiliza aulas sobre o teorema de Pitágoras e possui um quiz com questões sobre Pitágoras e seu teorema.

   Disponível em: <http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html> Acesso em 21/07/2011

6. Experiências Matemáticas – 7ª série
   - Atividade 6 – Relação pitagórica: uma verificação experimental (p. 73)
   - Atividade 20 – Outras vez a relação de Pitágoras (p. 227)

7. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 19 – O triângulo retângulo e Pitágoras (p. 241)

8. Vídeo IMPA
   - Prof. Eduardo Wagner –Teorema de Pitágoras

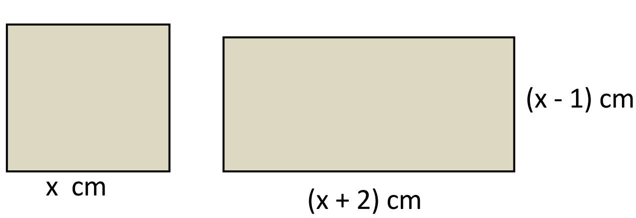
   Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2011> acesso em 09/01/2012

Habilidade:

Expressar problemas por meio de equações.

Questão 07

Observe o quadrado e o retângulo abaixo, em que a soma das áreas das duas figuras é igual a 76 cm².



A equação que melhor representa esta situação é

(A) $2x^2 + x - 2 = 0$

(B) $2x^2 + x - 78 = 0$

(C) $2x^2 + x + 74 = 0$

(D) $2x^2 - 78 = 0$

Comentários e recomendações pedagógicas

Essa é uma questão que relaciona conceitos algébricos e cálculo de áreas, integrando os eixos da álgebra e da geometria para sua solução.

No problema proposto, a equação que correspondente interpretação correta do enunciado é

$x^2 + (x - 1) . (x + 2) = 76$

$2x^2 + 2x - x - 2 = 76$

$2x^2 + x - 78 = 0$

Caso o aluno não indique corretamente a equação, algumas hipóteses podem ser levantadas. Uma delas é que o aluno não conhece o conceito de cálculo de área de retângulos. Outra hipótese é ele não dominar os cálculos algébricos. A partir dos resultados apontados pelos alunos, podemos levantar algumas hipóteses como as observadas na grade abaixo.

A partir de uma entrevista com o aluno é possível perceber se sua dificuldade relaciona-se ao cálculo de área. Neste caso, pode-se optar em rever alguns conteúdos indicados nas referências 2 e 5.

Caso se perceba que o aluno não domina o produto de expressões algébricas, pode-se optar em rever alguns conteúdos na referência 1, 3 e 6.

Desse modo, espera-se que o aluno saiba modelar um problema matemático, expressando-o numa linguagem algébrica e que demonstre conhecimento no tratamento dessas expressões. Além disso, o problema apresentado utiliza na sua resolução o conhecimento de área. Também esse conceito é exigido em diversos momentos em situações contextualizadas na própria Matemática assim como externa a ela.

A expressão obtida é uma equação do 2º grau. O aluno pode ficar inclinado a tentar resolvê-la e se sentir incomodado com o fato de não ter sido solicitado a resolução. Caso tenha notado esse fato, pode-se justificar que a intenção da questão é verificar a habilidade de expressar um problema por meio de uma sentença algébrica. Resolver uma equação do 2º grau é, então, outra habilidade que poderá ser exigida em outros momentos.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) $2x^2 + x - 2 = 0$	Resposta incorreta. O aluno expressou o produto $x^2+(x+2)(x-1)$, igualando-o a zero e desenvolvendo a sentença. Essa temática é bastante exigida no Ensino Médio. Para tanto o professor pode complementar a proposta do caderno com situações-problema relacionadas aos conceitos de área e equações.
(B) $2x^2 + x - 78 = 0$	**Resposta correta.** O aluno utilizou a estratégia correta para chegar à equação. Essa temática é bastante exigida no Ensino Médio. Para tanto o professor pode complementar a proposta do caderno com situações-problema relacionadas aos conceitos de área e equações.
(C) $2x^2 + x + 74 = 0$	Resposta incorreta. O aluno erra o sinal do número 76 ao resolver a expressão. Essa temática é bastante exigida no ensino médio. Para tanto o professor pode complementar a proposta do caderno com situações-problema relacionadas aos conceitos de área e equações.
(D) $2x^2 - 78 = 0$	Resposta incorreta. O aluno expressou o produto $x^2 + (x + 2)(x - 1) = 76$, porém erra ao aplicar a propriedade distributiva, calculando $(x + 2)(x - 1)$ como $x^2 - 2$. Essa temática é bastante exigida no Ensino Médio. Para tanto o professor pode complementar a proposta do caderno com situações-problema relacionadas aos conceitos de área e equações.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 3
   - Situação de Aprendizagem 3 – Álgebra: fatoração e equações.
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 7ª série/8º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 1 – Áreas de figuras planas
3. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 2
   - Situação de Aprendizagem 1 – Alguns métodos para resolver equações de 2º grau
4. Experiências Matemáticas – 8ª série
   - Atividade 16 – Equações do 2º grau (p. 207)
5. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental - DVD 6
   - Aula 52 – Calculando áreas

6. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental - DVD 8
   - Aula 73 – Equação do 2º grau

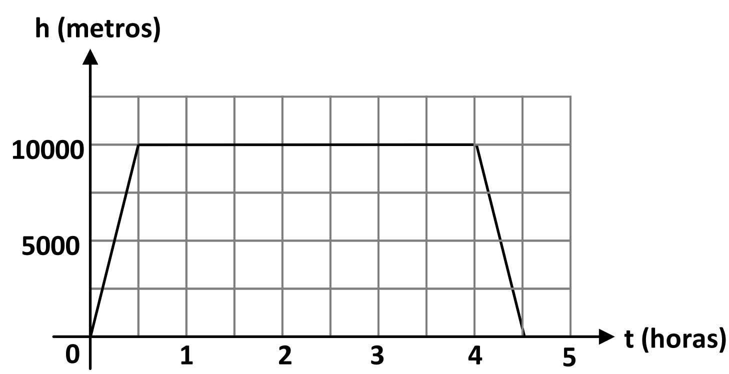
7. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio - DVD 3
   - Aula 26 – Problemas do 2º grau

Habilidade:

Ler e interpretar um gráfico cartesiano que indica a variação de duas grandezas.

Questão 08

O gráfico a seguir representa a variação da altitude (h) de um avião durante uma viagem, desde o momento da decolagem até o pouso, em função do tempo t, medido em horas.



Com base nessas informações pode-se concluir que

(A) a maior parte da viagem foi feita à altitude de 5 000 m.

(B) o avião demorou uma hora para atingir a altitude de 10 000 m.

(C) o avião permaneceu 4horas na altitude de 10 000 m.

(D) o tempo total de viagem foi de 4 horas e meia.

Comentários e recomendações pedagógicas

Espera-se que o aluno já saiba interpretar gráficos cartesianos com a indicação de variação entre duas grandezas, habilidades já trabalhadas no Ensino Fundamental.

As atividades contextualizadas dos cadernos são propostas interessantes para desenvolver esse conceito, dentre elas podemos destacar: o trabalho com escalas, sequências, proporcionalidade direta, entre outras. Associando as possibilidades relacionadas a essas atividades com o plano cartesiano obtêm-se os gráficos que indicam essas variações.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) a maior parte da viagem foi feita à altitude de 5.000 m.	Resposta incorreta. O aluno não analisa adequadamente o gráfico e não associa o trecho paralelo ao eixo x como função constante.
(B) o avião demorou uma hora para atingir a altitude de 10.000 m.	Resposta incorreta. Possivelmente ao analisar o gráfico, o aluno se engana em relação à escala, não notando que no eixo x cada unidade corresponde a duas quadrículas.
(C) o avião permaneceu 4 horas na altitude de 10.000 m.	Resposta incorreta. Possivelmente ao analisar o gráfico, o aluno considerou o tempo do início da viagem até o início do pouso, não subtraindo o tempo de decolagem.
(D) o tempo total de viagem foi de 4 horas e meia.	**Resposta correta.** O aluno analisa corretamente o gráfico e extrai as informações necessárias para a solução do problema.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 8ª série/9º ano – Volume 4
   - Situação de Aprendizagem 4 – Representação gráfica de Grandezas Proporcionais e de Algumas não Proporcionais.
2. Experiências Matemáticas: 6ª série
   - Atividade 26 – Representações Algébricas (p.289)
3. Experiências Matemáticas: 7ª série
   - Atividade 8 – Interdependência de Grandezas (p.97)
4. Experiências Matemáticas: 7ª série
   - Atividade 9 – Grandezas Proporcionais (p.113)

5. + Matemática – Material do Professor – Volume 3
   - Atividade 18 – Interdependência de Grandezas (p.86)

6. Nova Escola
   - Função Afim

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/conceito-grafico-funcao-afim-629412.shtml> Acesso em 09/02/2012.

   - Função Afim na Resolução de Problemas

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/funcao-afim-resolucao-problemas-626737.shtml> Acesso em 21/07/2011.

7. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Médio – DVD 3
   - Aula 30 – A função y = ax + b

Habilidade:

Resolver problemas que envolvam as operações com números inteiros do campo aditivo.

Questão 09

Para a venda de um telefone celular cujo valor à vista é R$ 600,00 uma loja oferece as seguintes opções de pagamento:

- Opção I – O valor à vista acrescido de R$ 40,00 dividido em 4 parcelas iguais.
- Opção II – O valor à vista acrescido de R$ 90,00 dividido em 6 parcelas iguais.

Para quem optar pela opção I, o valor da parcela será maior que o da opção II em

(A) R$ 35,00.

(B) R$ 40,00.

(C) R$ 45,00.

(D) R$ 50,00.

Comentários e recomendações pedagógicas

A habilidade em resolver problemas que envolvem as operações básicas de Matemática é inerente a qualquer estudo que se faça, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Quanto antes for detectado dificuldades do aluno ao lidar com esse tipo de situação-problema, mais tempo e mais recursos poderão ser utilizados pelo professor para saná-las.

Caso seja detectada dificuldade em resolver essa questão, sugerimos que o professor procure apresentar ao aluno outros problemas envolvendo as operações a fim de obter um diagnóstico mais apurado. Assim, convém a análise das anotações deixadas nas folhas de resolução para perceber se as dificuldades estão nas operações de divisão, multiplicação ou subtração. Também é possível consultar as referências indicadas neste relatório.

Grade de correção:

Alternativas	Justificativa
(A) R$ 35,00	Resposta incorreta. Possivelmente causada por erro no cálculo da diferença entre os dois valores de parcelas.
(B) R$ 40,00	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, tomou o valor do acréscimo ao preço à vista indicado na opção I, demonstrando não ter compreendido o problema.
(C) R$ 45,00	**Resposta correta.** O aluno, provavelmente, efetuou as seguintes operações: $\frac{600+40}{4} = 160$ $\frac{600+90}{6} = 115$ $160 - 115 = 45$
(D) R$ 50,00	Resposta incorreta. O aluno pode ter feito $\frac{600}{4} - \frac{600}{6} = 50$ ou obtido esse resultado por $90 - 40 = 50$.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado ou retomado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental - 5ª série/6º ano – Volume 1
   - Situação de Aprendizagem 1 – O sistema de numeração decimal e suas operações
2. Experiências Matemáticas – 5ª série
   - Atividade 5 – Operações com naturais: situações-problema (p.11)
3. + Matemática – Material do Professor – Volume Especial
   - Atividade 14 – Organizando enunciados e resolvendo problemas (p.33)
4. Novo Telecurso – Matemática – Ensino Fundamental – DVD 1
   - Aula 8 - Multiplicar e dividir
5. Nova Escola
   - Diferentes maneiras de resolver problemas de divisão

   Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/diferentes-maneiras-resolver-problemas-divisao-500781.shtml?page=all> Acesso em 17/01/2012.

Habilidade:

Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares de 2ª ordem.

Questão 10

Em uma lanchonete o preço do sanduíche com um refrigerante é R$ 11,50. Lucia comeu dois sanduíches e três refrigerantes e pagou R$ 26,50. Quanto pagou Ana que comeu três sanduíches e dois refrigerantes nessa mesma lanchonete?

Comentários e recomendações pedagógicas

Os sistemas lineares constituem-se em uma ferramenta importante na resolução de situações-problema contextualizadas. A descrição de alguns contextos permite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução do sistema, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados à luz do contexto inicialmente proposto.

Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações-problema contextualizadas, sugerimos que o professor estimule seus alunos a utilizar, inicialmente, os métodos estudados no Ensino Fundamental, isto é, os métodos de adição, substituição ou comparação.

Salientamos a importância de o professor trabalhar as diversas formas de resolução de Sistemas Lineares de maneira que o aluno possa fazer investigações sobre a opção mais conveniente em cada situação.

Grade de correção:

Categorias para análise	Observação
O aluno resolve corretamente. Indicando por: S -> preço do sanduíche R -> preço do refrigerante O sistema é equivalente a: $\begin{cases} S + R = 11{,}5 \\ S + 3R = 26{,}5 \end{cases}$ Resolvendo-o, obtemos os seguintes valores: S= R$ 8,00 e R = R$ 3,50. Fazendo 3(8)+2(3,5)=31, assim a despesa total será R$ 31,00.	O professor pode ampliar tal habilidade trabalhando com outras situações onde está presente a habilidade em questão.

O aluno representa corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método da substituição.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos da substituição de variáveis e escalonamento.
O aluno estrutura corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método do escalonamento.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos do escalonamento e substituição de variáveis.
O aluno não consegue estruturar o sistema baseado nas informações apresentadas no enunciado da questão	O professor pode trabalhar com o aluno a habilidade de traduzir o problema para a linguagem matemática. Para isso, pode desenvolver atividades de leitura de um problema, que se constituem no primeiro passo no caminho da transposição para a linguagem algébrica.
O aluno deixou a questão em branco ou demonstrou total falta de domínio da habilidade avaliada.	O professor pode retomar situações que envolvam a habilidade indicada.

Algumas referências:

O estudo da temática em questão pode ser complementado observando as propostas apresentadas nos seguintes materiais:

1. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Fundamental – 7ª série/8º ano – Volume 3
    - Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas de Equações Lineares (p. 38)
2. Caderno do Professor: Matemática – Ensino Médio – 2ª série – Volume 2
    - Situação de Aprendizagem 3 – Sistemas Lineares em Situações-Problemas (p. 28)
    - Situação de Aprendizagem 4 - Resolução de Sistemas Lineares: Escalonamento x Cramer (p. 35)
3. Novo Telecurso – Ensino Fundamental – DVD 7
    - Sistema do 1º Grau
4. Novo Telecurso – Ensino Médio – DVD 2
    - Aula 11 – Sistemas Resolvem Problemas
5. Experiência Matemáticas – 7ª série
    - Atividade 27 – Resolvendo Algebricamente um Sistema de Equações do 1º Grau com duas Incógnitas (p. 301).

Bibliografia

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Fundamental – 5ª a 8ª séries. Volumes 1 a 4.** Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Médio – 1ª a 3ª séries. Volumes 1 a 4.** Coordenação geral: Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastori, Nilson José Machado, Roberto Pérides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries.** São Paulo: SE / CENP, 1997.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. **Aulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho.** Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. A**ulas em Vídeo: Fundação Roberto Marinho.** Disponível em http://www.telecurso.org.br acesso em 20/01/2012.

IMPA, INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Aulas em Vídeo.** Disponível em http://www.impa.br acesso em 20/01/2012.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental.** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Revista do Professor: São Paulo Faz Escola: 1ª e 2ª séries do Ensino Médio.** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **+ Matemática, coletânea de atividades. Volumes Especial, 2 e 3:** Coordenação: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

Revista Nova Escola. **Atividades.** Disponível em http://revistaescola.abril.com.br acesso em 17/01/2012.

Avaliação da Aprendizagem em Processo
Comentários e Recomendações Pedagógicas – Matemática
1ª série do ensino médio

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica
Coordenadora: Maria Elizabete da Costa

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional
Coordenadora: Maria Lucia Barros de Azambuja Guardia

CIMA – Departamento de Avaliação Educacional
Diana Yatiyo Mizoguchi
Maria Julia Filgueira Ferreira
Silvio Santos de Almeida
William Massei

CGEB – Matemática
João dos Santos, Juvenal de Gouveia, Otavio Yamanaka, Patricia de Barros Monteiro, Sandra Maira Zacarias Zen, Vanderlei Aparecido Cornatione

Revisão e leitura crítica – Professores Coordenadores dos Núcleos Pedagógicos das Diretorias de Ensino

Eduardo Granado Garcia; Emerson de Souza Silva; Inês Chiarelli Dias; Ivan Castilho; João Acácio Busquini; Mário José Pagotto; Robson Rossi; Sílvia Mendes Moreira; Zilda Meira de Aguiar Gomes..

Autoria; Leitura e Revisão Crítica.

Angélica da Fontoura Garcia Silva, Juvenal de Gouveia; Marlene Alves Dias, Patricia Monteiro, Raquel Factori Canova.

Revisão de Texto – Professor Coordenador do
Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino Norte 2
Ademilde Ferreira de Souza