

CÍRCULO, CIRCUNFERÊNCIA E OUTROS BICHOS

"Um homem pode imaginar coisas que são falsas, mas ele pode somente compreender coisas que são verdadeiras, pois se as coisas forem falsas, a noção delas não é compreensível."

Isaac Newton

Objetivos

- Diferenciar circunferência e círculo.
- Reconhecer a figura de uma circunferência e seus elementos em diversos objetos de formato circular.
- Conhecer a relação entre comprimento e diâmetro da circunferência (PI).
- Compreender a fórmula da área de um círculo.
- Resolver problemas que envolvam o comprimento da circunferência ou a área do círculo.

Conteúdos

- Elementos da circunferência.
- Comprimento da circunferência e o número PI.
- Área do círculo em comparação com a área do paralelogramo.
- Área do círculo em comparação com a área do triângulo.
- Problemas que envolvam o comprimento da circunferência ou a área do círculo.

Público-Alvo

Alunos de 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Duração

8 aulas.

Material

- Papel flip chart
- Pincel atômico
- Fita métrica
- Calculadora
- Papel espelho (dobradura)
- Tesoura
- Cola
- Fita crepe
- Estilete
- Papel higiênico
- Tinta preta para impressora
- Xerox
- Lápis
- Borracha
- Caneta
- Papel sulfite
- Paquímetro escolar

Introdução

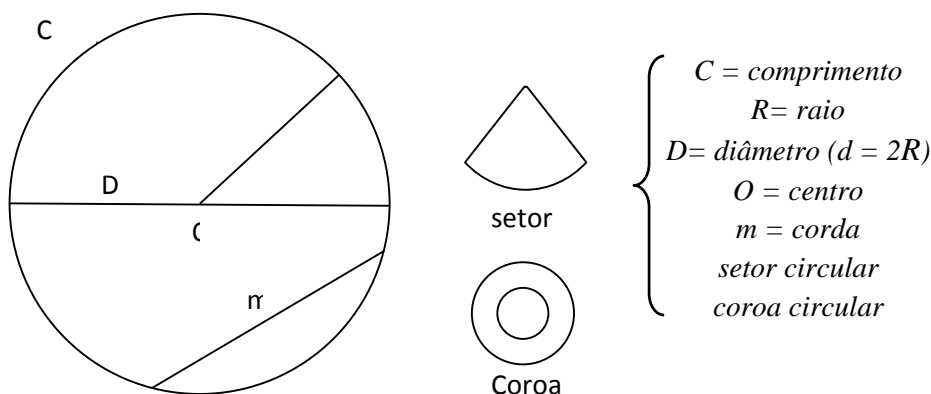
O trabalho com o conceito de circunferência pode ser iniciado a partir da sua definição e apresentação de seus elementos, incluindo a diferenciação quanto à ideia de círculo. Enquanto a circunferência é formada pelos pontos do plano equidistantes do centro da mesma, o círculo é toda a região do plano determinado pela circunferência, inclusive ela própria.

O cálculo do comprimento da circunferência e a relação que ele mantém com o número PI deve ser mostrado ao aluno a partir da razão “comprimento/diâmetro” de modo que, posteriormente, o aluno possa aplicá-lo em problemas cotidianos. O cálculo da área do círculo, que também deve envolver o número PI, será apresentado ao aluno a partir de situações onde essa figura – o círculo – será transformada em outra equivalente, cujo cálculo já seja conhecido.

1ª Tarefa: Elementos da circunferência e o círculo

Tempo estimado: 1 aula

Para o reconhecimento dos elementos da circunferência, a turma é dividida em grupos. Cada grupo pode ser formado por quatro alunos. Distribua a cada grupo uma folha de flip chart e pincéis atômicos. Desenhe na lousa uma circunferência e represente nela seus elementos. Os alunos devem passar para a folha esses elementos, cada um deles em uma cor diferente, e criar um cartaz identificado com um título, os nomes dos componentes do grupo, a sala e a série. Posteriormente, a folha poderá ser fixada em um mural na sala de aula ou pela escola.



Posteriormente, para diferenciar circunferência de círculo, distribua vários objetos circulares entre as turmas, mostrando que circunferência é o contorno dos objetos e círculo é toda sua superfície. Assim, são exemplos de círculo um CD, uma tampa circular, o fundo de uma bacia etc.

2ª Tarefa: Comprimento da circunferência e o número PI

Tempo estimado: 2 aulas

Reúna a turma em grupos de quatro alunos. Distribua a cada grupo uma ficha para preenchimento, que se encontra no Anexo I, vários objetos circulares como tampas de vidro, discos de vinil ou CDs, latas etc. e fita métrica.

Os alunos devem medir o diâmetro e o comprimento da circunferência de cada um dos objetos. Para a medida do diâmetro, pode-se usar um paquímetro escolar e para medir o comprimento pode-se usar a fita métrica. Escolher, ao menos, dez objetos de diâmetros diferentes. Preencher a ficha.

Após esta tarefa, os alunos podem utilizar uma calculadora para encontrar a razão entre o comprimento e o diâmetro de cada um dos objetos de sua lista. No final, somam todas essas razões e dividem por dez, encontrando assim a média dessa razão.

O professor pode então reunir a turma e solicitar a todos as médias obtidas e colocá-las na lousa. Em seguida, encontre a média simples desses valores. Então os alunos podem discutir os valores obtidos, a fim de perceberem que os resultados dessa razão são próximos do valor 3,14, chamado de PI e representado pela letra grega π .

O professor agora pode mostrar a relação que há entre o comprimento da circunferência com seu raio.

Como foi identificado, a razão $\frac{C}{D} = \pi$. Como o diâmetro é dado por dois raios, pode-se escrever: $C = 2\pi R$.

Dependendo da série e do alunado que o professor tiver, ele pode expor uma situação para mostrar que o número PI pode ser obtido com mais precisão, aproximando a circunferência por polígonos regulares inscrito e circunscrito, encontrando-se a média de seus perímetros e dividindo essa média pelo diâmetro, utilizando o texto dado do Anexo II.

3ª Tarefa: Área do círculo em comparação com a área de um paralelogramo

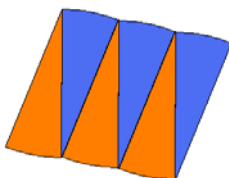
Tempo estimado: 2 aulas

Divida a turma em grupos de quatro alunos. Distribua para cada grupo uma folha de flip chart, dois círculos desenhados (ou impressos) em cores diferentes, em papel dobradura conforme modelo do Anexo III, tesoura e cola.

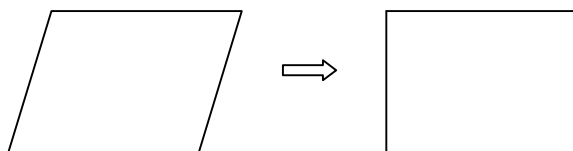
Dica: Recorte papéis dobradura coloridos no tamanho de folhas A4 e imprima neles o modelo de círculo do Anexo III.

É importante que seja apontado aos alunos que cada setor do círculo tem como lados o raio da circunferência.

Os alunos devem recortar os setores e colar cada um deles na folha, ladeando um a outro, alternando as cores, de forma que fiquem justapostos e invertidos, conforme desenho abaixo.



Em seguida, pode-se perguntar aos alunos que figura geométrica eles formaram com os setores justapostos e, caso eles não percebam, mostre que a figura formada tem o formato de um paralelogramo e quanto mais setores o círculo estiver dividido, mais próximo de um retângulo a figura se parecerá.



Lembrar aos alunos que para calcular a área de um paralelogramo deve-se multiplicar a base pela altura, ou seja, $A_{\square} = base \times altura$. Perguntar aos alunos quanto medem, aproximadamente, a base e a altura da figura montada por eles. Caso eles não saibam, mostre que a base foi composta por todos os setores de um dos círculos; logo, a base é o comprimento da circunferência e a altura é o raio R da mesma. A área da figura será calculada multiplicando a base, que no caso é o comprimento da circunferência, pela altura, que no caso é o raio da circunferência. $A = C \cdot R$, ou seja, $A = 2\pi R \cdot R = 2\pi R^2$. Como a figura é composta por dois círculos, é necessário dividir a área do paralelogramo ou do retângulo por 2. Então, pode-se concluir que a área do círculo é dada por:

$$A_{\text{círculo}} = \pi R^2$$

Dar título aos trabalhos dos grupos, colocar os nomes dos alunos do grupo, a sala e a série e expor os trabalhos na sala de aula ou pela escola.

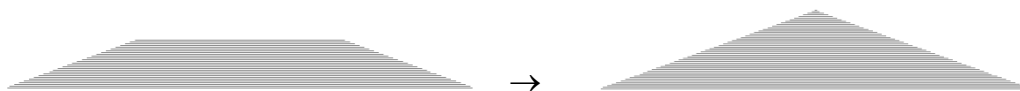
4ª Tarefa: Área do círculo em comparação com a área do triângulo

Tempo estimado: 2 aulas

Separar a turma em grupos de quatro alunos. Distribuir para cada turma um rolo de papel higiênico, um rolo de fita crepe e um estilete. Os alunos devem passar fita crepe pelo centro do rolo de papel, de forma que as folhas não se soltem quando o papel for cortado. Com um estilete, os alunos vão cortar todas as folhas na direção do raio da circunferência, oposto à fita presa ao papel. Cuidado ao manejar o estilete. Observe a figura abaixo.



Ao separar as partes que foram cortadas, abrindo as folhas do papel e mantendo-as presas pela fita crepe, obtém-se uma figura parecida com um trapézio. Pode-se supor que, se não houvesse o furo no meio do rolo de papel, a figura teria um formato triangular.



Levante essas hipóteses com os alunos, veja se eles percebem esses fatos. Questione sobre as medidas da base e da altura do triângulo. Veja se eles chegam à conclusão de que a base é o comprimento da circunferência do rolo de papel, enquanto que a altura do triângulo é o raio dessa circunferência.

Procure concluir com os alunos a fórmula da área do círculo a partir da fórmula da área do triângulo.

Como a área do triângulo é dada por $A_{\Delta} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$, substituindo a base e a altura do triângulo pelos valores da circunferência, tem-se $A_{\text{círculo}} = \frac{2\pi R \times R}{2}$. Então, pode-se concluir que a área do círculo é dada por:

$$A_{\text{círculo}} = \pi R^2$$

5ª Tarefa: Problemas envolvendo comprimento da circunferência ou a área do círculo

Tempo estimado: 1 aula

Distribua para cada aluno uma folha com as questões (Anexo IV). Estipule um tempo (cerca de 25 minutos) para que eles discutam e resolvam a lista. Em seguida, abra a discussão com os alunos sobre os resultados encontrados e, caso seja necessário, resolva juntamente com eles as questões.

1) O comprimento da circunferência e o perímetro de um triângulo equilátero são iguais. Se o raio da circunferência é de 2 cm, qual a medida do lado do triângulo?

$$\text{R: } \frac{4}{3} \pi \text{ cm} \cong 4,19 \text{ cm}$$

2) O raio da roda de uma bicicleta é de 30 cm. Qual a distância que esta bicicleta percorre quando a roda dá 5 voltas?

$$\text{R: } 942 \text{ cm ou } 9,42 \text{ m}$$

3) Um jardineiro fez um jardim circular com 2 m de raio. Se ele pode plantar 8 margaridas por metro quadrado, quantas margaridas ele pode plantar neste jardim, supondo que todo o jardim será tomado por margaridas, mantendo a proporção de plantio.

$$\text{R: } \text{Aproximadamente } 100 \text{ margaridas.}$$

- 4) Uma lata em formato circular tem diâmetro de 12 cm. Sua tampa, também circular, tem como diâmetro 1 cm menor que o da lata. Qual a área da região que separa a extremidade da parte superior da lata e sua tampa?



R: 72,22 cm²

Bibliografia

Gomide, E.F e Rocha, J.C. – **Atividades de laboratório de matemática** – CAEM – IME – USP. São Paulo, 2001.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas**: 5^a a 8^a série. São Paulo, 1994.

CILINDRO DE REVOLUÇÃO: CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO – PROBLEMAS DE CÁLCULO COM PERÍMETRO
http://www.prof2000.pt/users/promat/Cilindro_Circunferencia_Circulo_Problemas.htm. Acessado em 01/08/2009.

Van de Walle, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Anexo I

ENCONTRANDO O VALOR DE PI

Nome dos alunos

Nome: _____ nº _____

Nome: _____ nº _____

Nome: _____ nº _____

Nome: _____ nº _____

	Objeto	Diâmetro $D=2r$	Comprimento C	Razão C/d
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Média das dez razões encontradas: _____

Anexo II

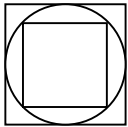
PI – UMA MEDIDA IRRACIONAL

Para ampliar a noção do conceito de PI, inclusive compreender seu valor, inicia-se uma etapa de resolução de cálculos de comprimentos de figuras inscritas e circunscritas à circunferência.

a) Circunferência inscrita e circunscrita ao quadrado.

Supondo que a circunferência tenha raio de 1 unidade. O quadrado externo terá perímetro de 8 unidades e o quadrado interno terá perímetro de $4\sqrt{2}$ unidades. Fazendo a média entre o perímetro do quadrado externo pelo perímetro do quadrado interno, teremos:

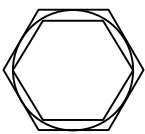
$\frac{Pe + Pi}{2} = \frac{8 + 4\sqrt{2}}{2} \cong 6,82$. Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de 2 unidades, obtemos o valor aproximado de 3,41.



b) Circunferência inscrita e circunscrita ao hexágono.

Supondo que a circunferência tenha raio de 1 unidade. O hexágono externo terá perímetro de $4\sqrt{3}$ unidades e o hexágono interno terá perímetro de 6 unidades. Fazendo a média entre o perímetro do hexágono externo pelo perímetro do hexágono interno, teremos:

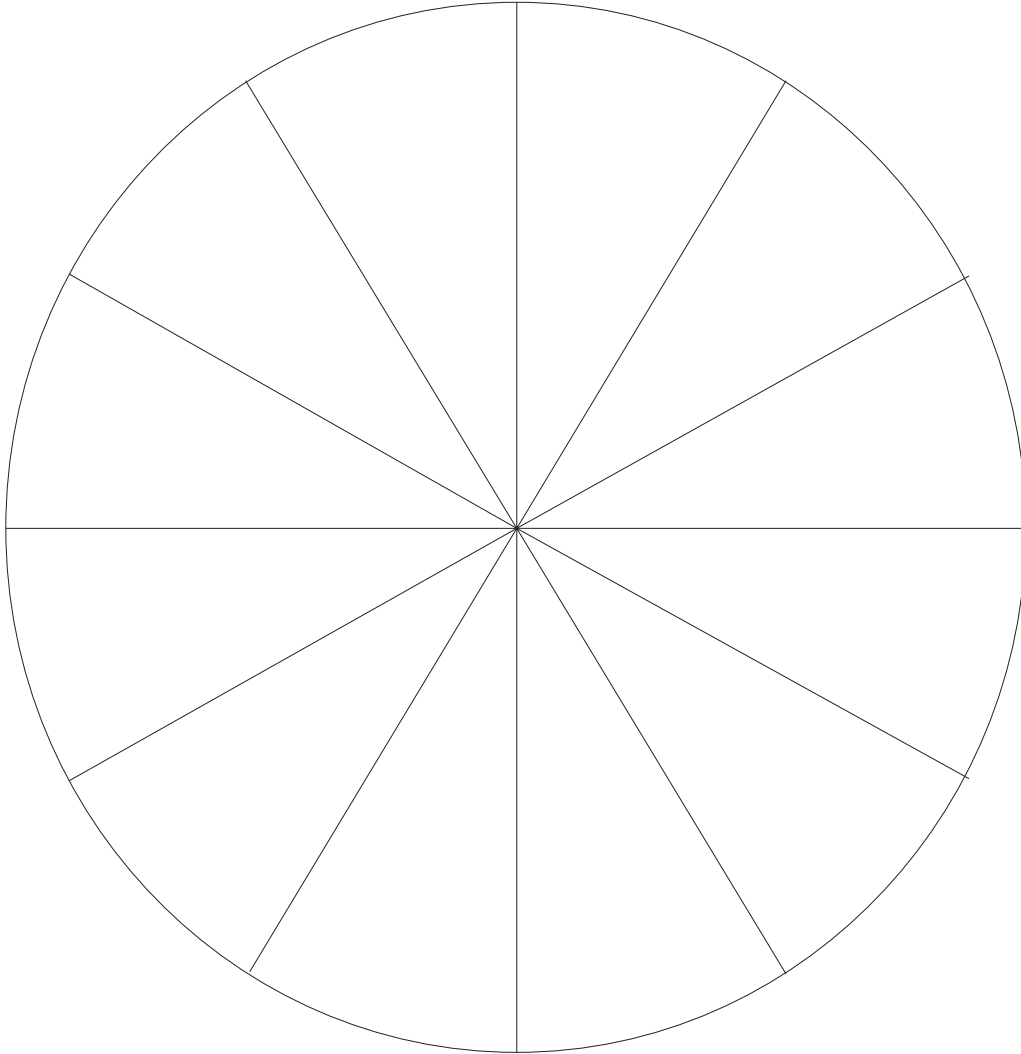
$\frac{Pe + Pi}{2} = \frac{4\sqrt{3} + 6}{2} \cong 6,46$. Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de 2 unidades, obtemos o valor aproximado de 3,23.



Percebe-se que, continuando o processo, tomando polígonos com maior número de lados, mais seu perímetro aproxima-se ao comprimento da circunferência. Dessa forma, pode-se prever que, quando o número de lados do polígono tende ao infinito, o perímetro tende ao comprimento e a razão C/D tende ao valor de PI.

Anexo III

Círculo dividido em 12 setores



Anexo IV

Nome: _____ nº _____

- 1) O comprimento da circunferência e o perímetro de um triângulo equilátero são iguais. Se o raio da circunferência é de 2 cm, qual a medida do lado do triângulo?
- 2) O raio da roda de uma bicicleta é de 30 cm. Qual a distância que esta bicicleta percorre quando a roda dá 5 voltas?
- 3) Um jardineiro fez um jardim circular com 2 m de raio. Se ele pode plantar 8 margaridas por metro quadrado, quantas margaridas ele pode plantar neste jardim, supondo que todo o jardim será tomado por margaridas, mantendo a proporção de plantio.
- 4) Uma lata em formato circular tem diâmetro de 12 cm. Sua tampa, também circular, tem como diâmetro 1 cm menor que o da lata. Qual a área da região que separa a extremidade da parte superior da lata e sua tampa?

